



μ μ

μμ

:

:

μ

μ

μ

μ :

4

: Ε μ

μ

μ

.

,

.

.

.

.

μ

μ

,

_____ :



μ

μ



μ

μ

;



μ

μ

μ

,

μ

;



μ

μ

μ

;



μ

μ

μ

μ

μ

μ

,

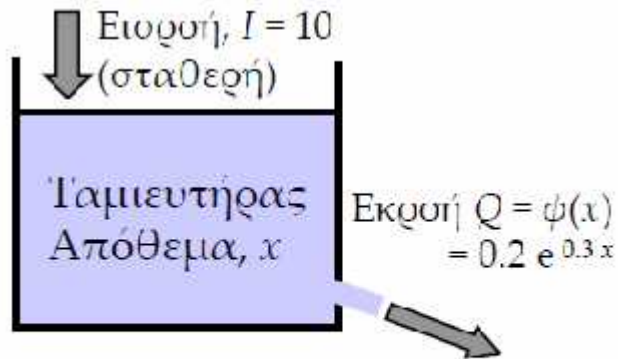
;

Στη διαχείριση υδατικών πόρων οι χρονικοί ορίζοντες μελέτης είναι πολυετείς

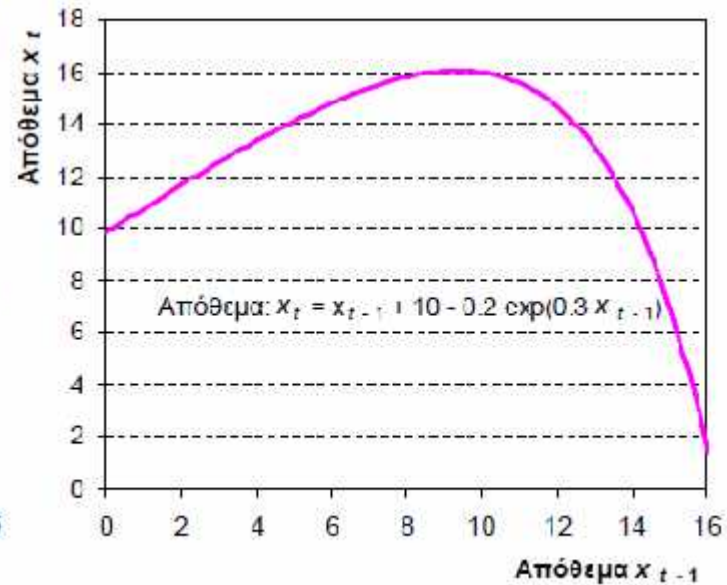
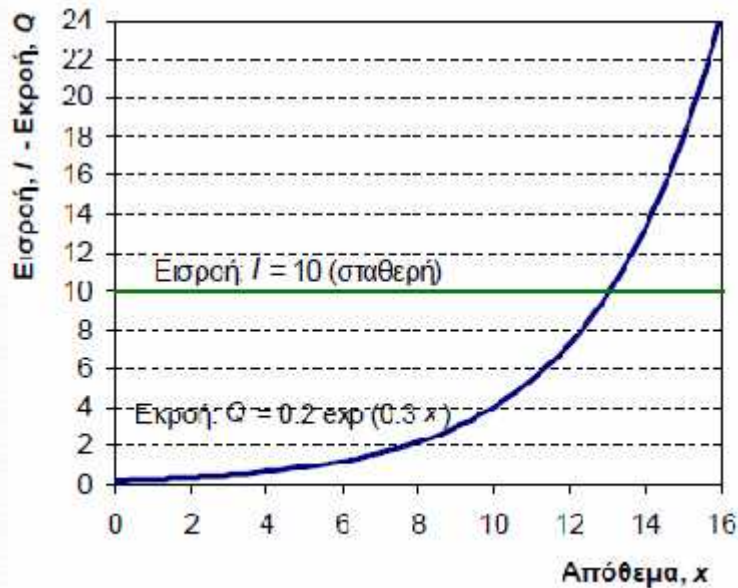


—

μ



Εξίσωση εξέλιξης συστήματος
 $x_t = x_{t-1} + 10 - 0.2 e^{0.3x_{t-1}}$





μ

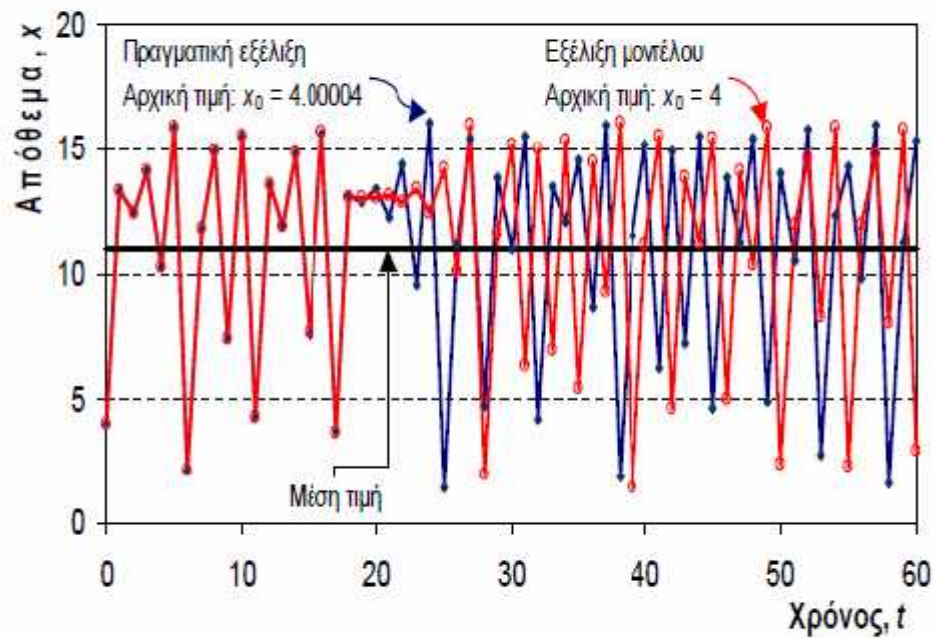
μ

μ

Εξίσωση εξέλιξης συστήματος

$$x_t = x_{t-1} + 10 - 0.2 e^{0.3 x_{t-1}}$$

Χρόνος	Απόθεμα	Απόθεμα
0	4.00004	4.00000
1	13.33601	13.33598
2	12.40761	12.40768
3	14.13587	14.13576
⋮	⋮	⋮
22	14.33236	12.87899
23	9.59670	13.35076
24	16.03737	12.37389
25	1.46130	14.18540





μ

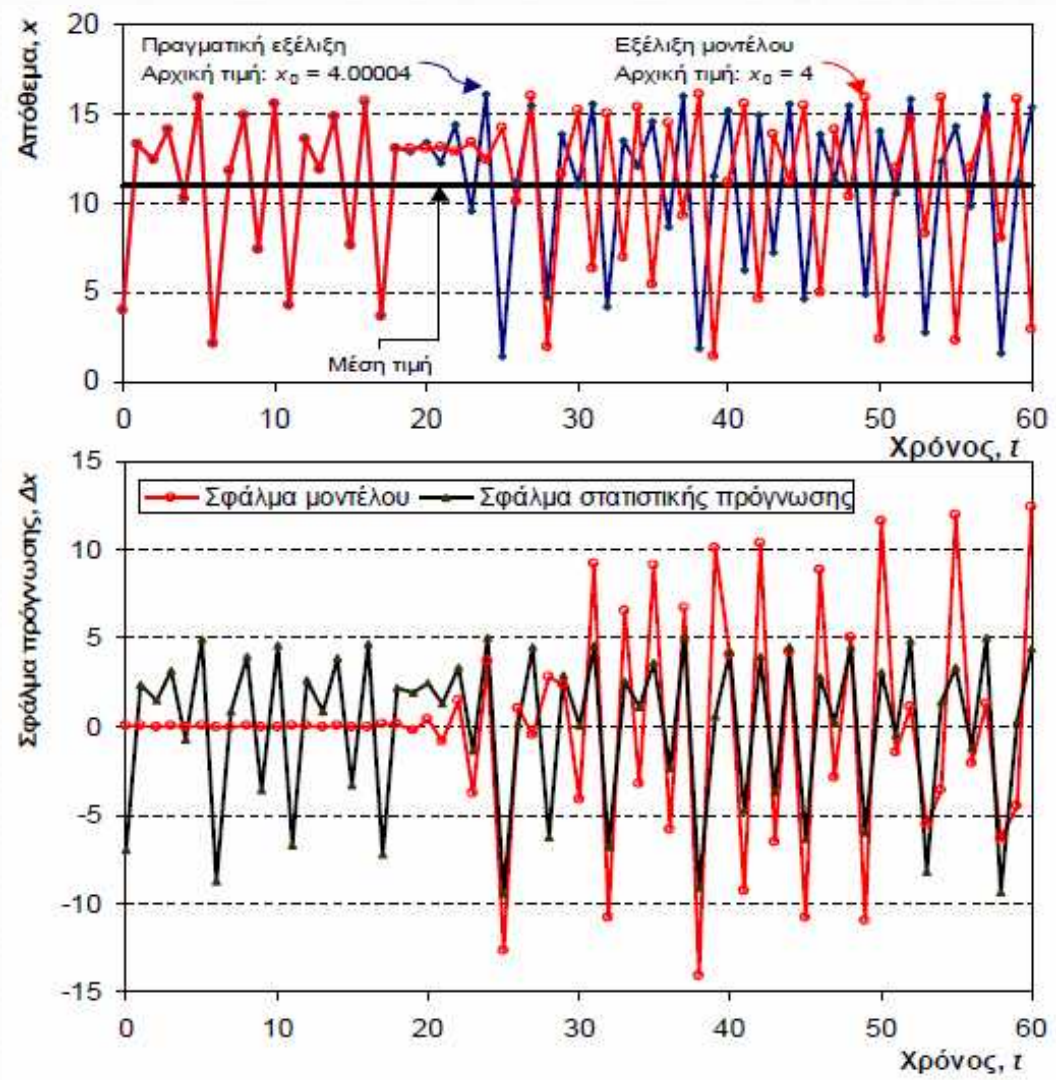
• ά

;

() μ , μ μ x0 = 4
(μ μ x0 = 4.00004)

ή

() μ , . . μ ώ
μ μ x = 11



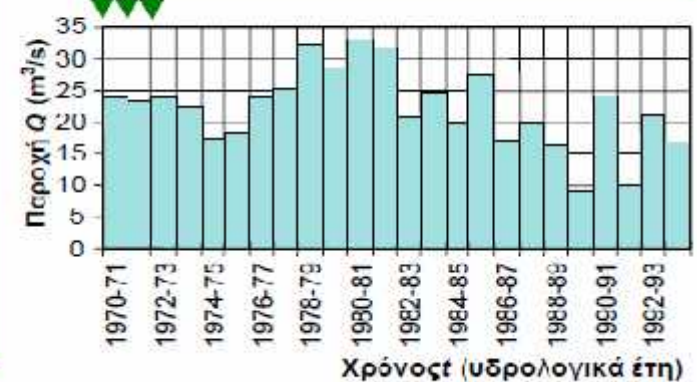
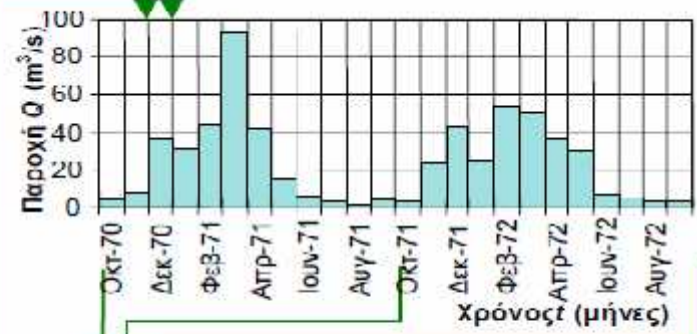
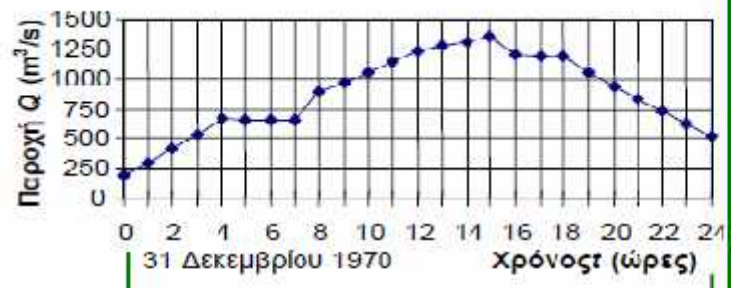


μ

μ

μ

μ



Δεδομένα: Παροχή Ενήνου στη θέση Πόρος Ρηγανίου Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος (1999)

❖ μ μ (μ)

• μ ,

• μ) μ (

• μ () μ

•

• $\mu\mu$ μ



μ

μ

μ

Ρουλέτα	Παροχή ποταμού
Λιακριτό και πεπερασμένο σύνολο δυνατών τιμών (0, 1, ..., 36)	Συνεχές και άπειρο σύνολο δυνατών τιμών, από 0 μέχρι $+\infty$. Ο ρυθμός με τον οποίο τείνει στο άπειρο δεν είναι ο ελάχιστος δυνατός (Φαινόμενο Νώε)
Σταθερή συμπεριφορά στο χρόνο	Μεταβαλλόμενη συμπεριφορά (κανονική μεταβολή με τις εποχές – ακανόνιστη σε άλλες κλίμακες)
Γνωστή <i>a priori</i> πιθανότητα εμφάνισης κάθε τιμής (1/37)	Κατανομή πιθανοτήτων εμπειρικά διαπιστωμένη από μετρήσεις
Το αποτέλεσμα κάθε ρίψης δεν εξαρτάται από την ιστορία των προηγούμενων ρίψεων	Κάθε τιμή εξαρτάται από όλη την ιστορία των προηγούμενων τιμών (Εμμονή: Βραχυπρόθεσμη, μακροπρόθεσμη)



μ



μ : ()

3 km³, ()
1/10, ά
;

μ

μ

μ

ή

μ
ό

ό

Απάντηση:
Δεν είναι εύκολο να
δοθεί με κλασικές
μαθηματικές
μεθόδους

μ

μ

:

μ μ

ό
ή

3;

Απάντηση:
 $(4/37)^2$

⊘

μ

μ

μ

1.

:

μ

μ

2.

:

μ

μ

μ

μ

μ

ή

3.

:

μ

μ

4.

μ

:

μ

μ

—

μ

μ

❖ Ιστορία της στοχαστικής προσομοίωσης (ή μεθόδου Monte Carlo)

- 1940s, 1950s, 1960s, 1970s, 1980s, 1990s, 2000s, 2010s, 2020s
- Los Alamos, 1946 (Metropolis, 1989, Eckhardt, 1989)
- Los Alamos (John von Neumann, Nicholas Metropolis, Enrico Fermi), ENIAC.
- «Monte Carlo» (1949) Metropolis and Ulam
- (1970) (1950 – Barnes, 1954)
- .



μ

μ

μ



μ

μ

1.

m

μ

(x, y)

μ

$[0, 1]$

μ

μ

μ

2.

ύ

μ

,

μ

μ

$x^2 + y^2 = 1$

3.

n

μ

ί

μ

$/ 4 ($

)

μ

n / m

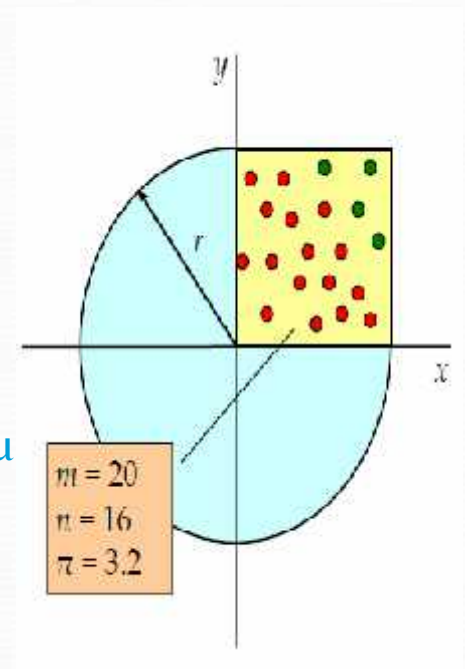
μ

4.

μ

ό

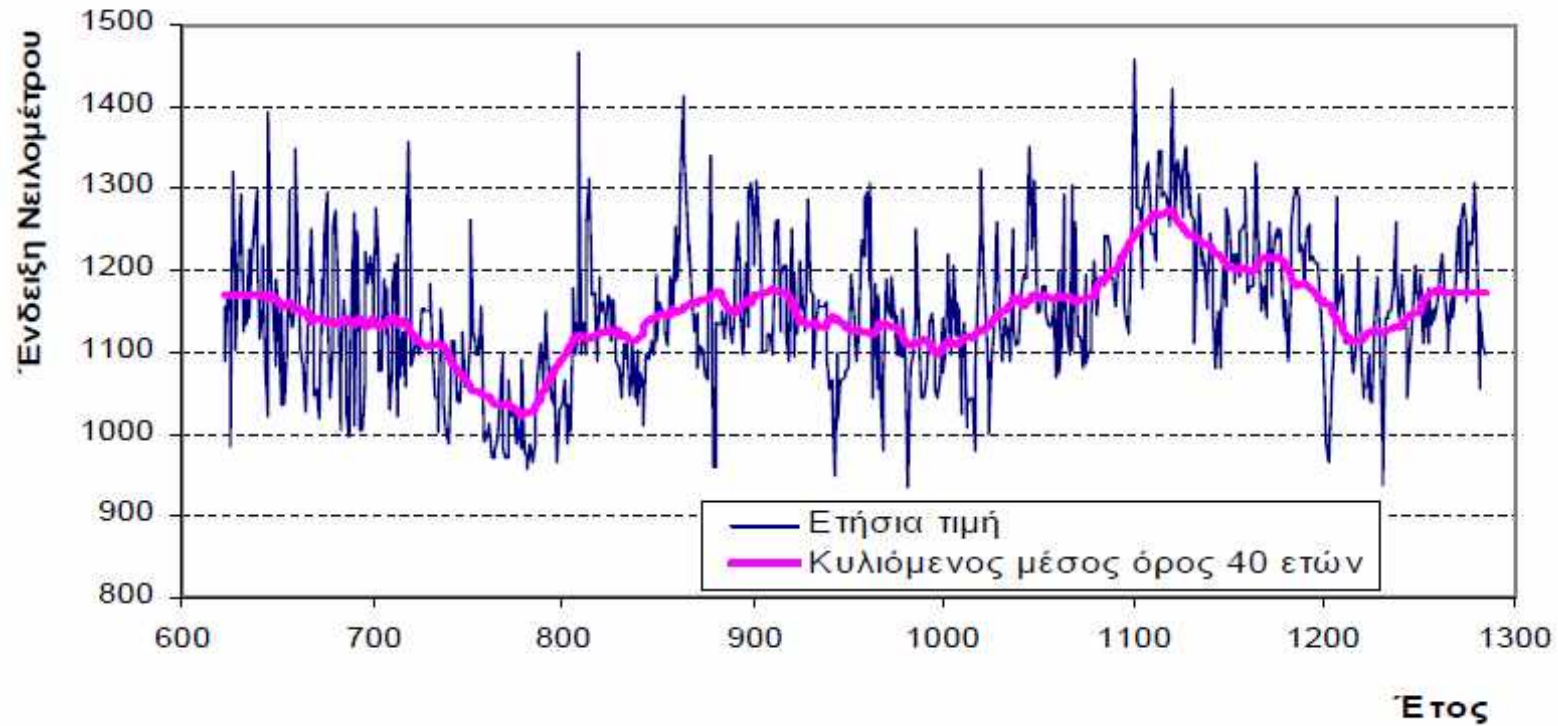
m





μμ : μ μ

Ελάχιστη στάθμη του ποταμού Νείλου



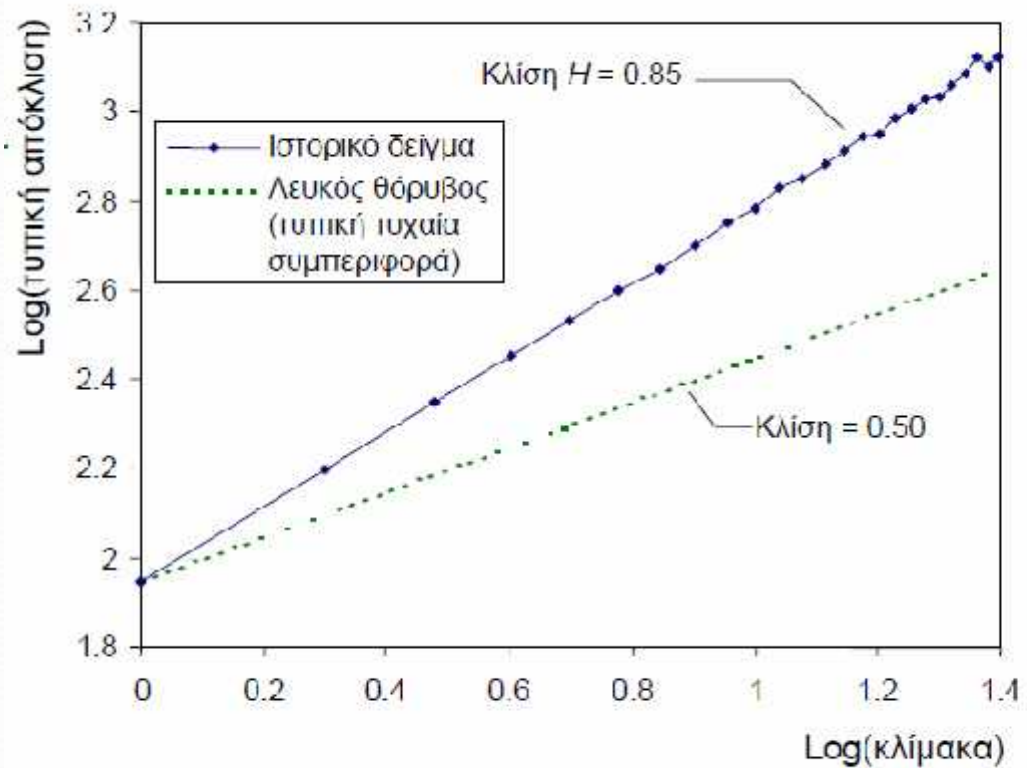


μμ

:

μ

μ



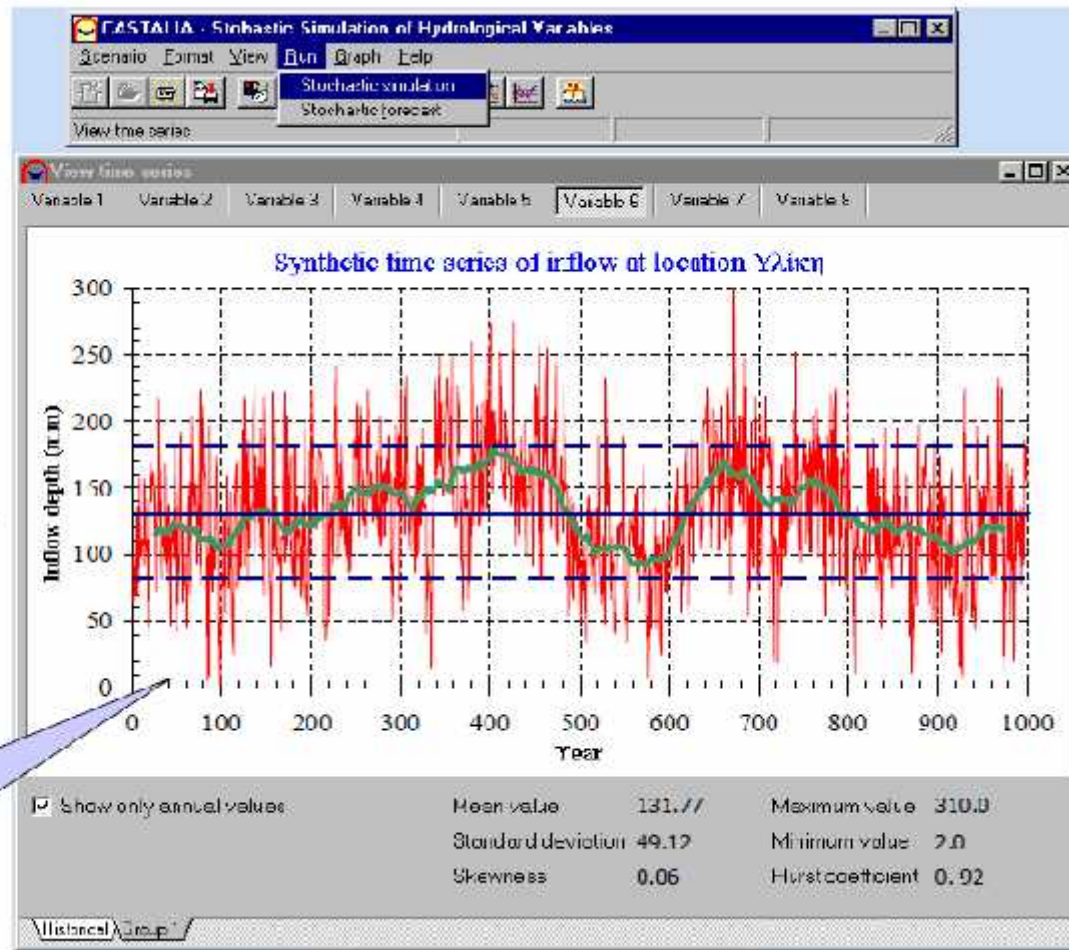
- ◆ Ποσοτικά, η υδρολογική εμμονή περιγράφεται από την παράμετρο H που παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, 1)$
- ◆ Η τιμή $H = 0.5$ αντιστοιχεί στην τυπική τυχαία συμπεριφορά
- ◆ Τιμές $H > 0.5$ αντιστοιχούν σε μακροπρόθεσμη εμμονή
- ◆ Τιμές $H < 0.5$ αντιστοιχούν σε αντι-εμμονή (δεν παρατηρούνται στη φύση)



μ

Κατασκευή
συνθετικών
εισροών 1000
ετών στην
Υλίκη με τον
υδρολογικό
προσομοιωτή
«Κασταλία»

Περίπτωση 1:
Με αναπαρα-
γωγή της
μακροπρόθε-
σμης εμμονής



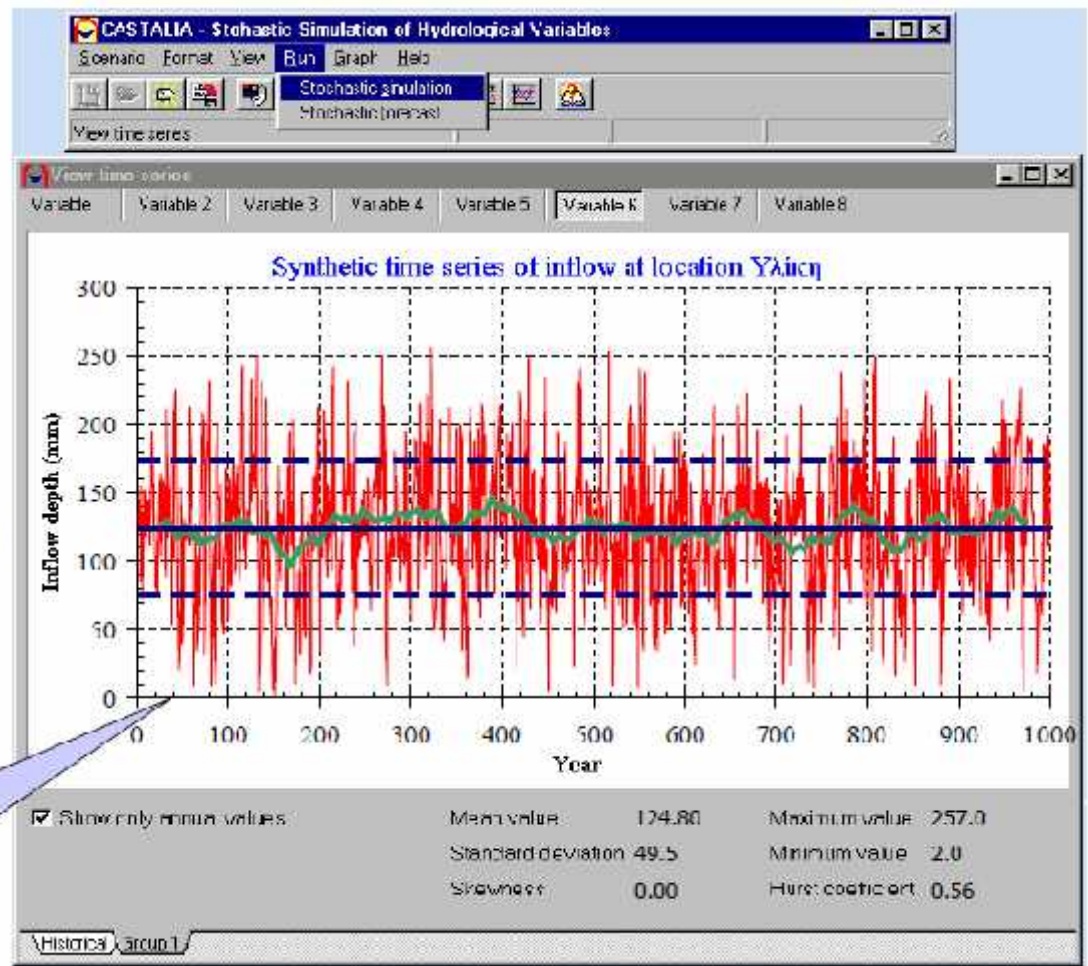


μ

(2)

Κατασκευή
συνθετικών
εισορών 1000
ετών στην
Υλίκη με τον
υδρολογικό
προσομοιωτή
«Κασταλία»

Περίπτωση 2:
Χωρίς αναπα-
ραγωγή της
μακροπρόθε-
σμης εμμονής





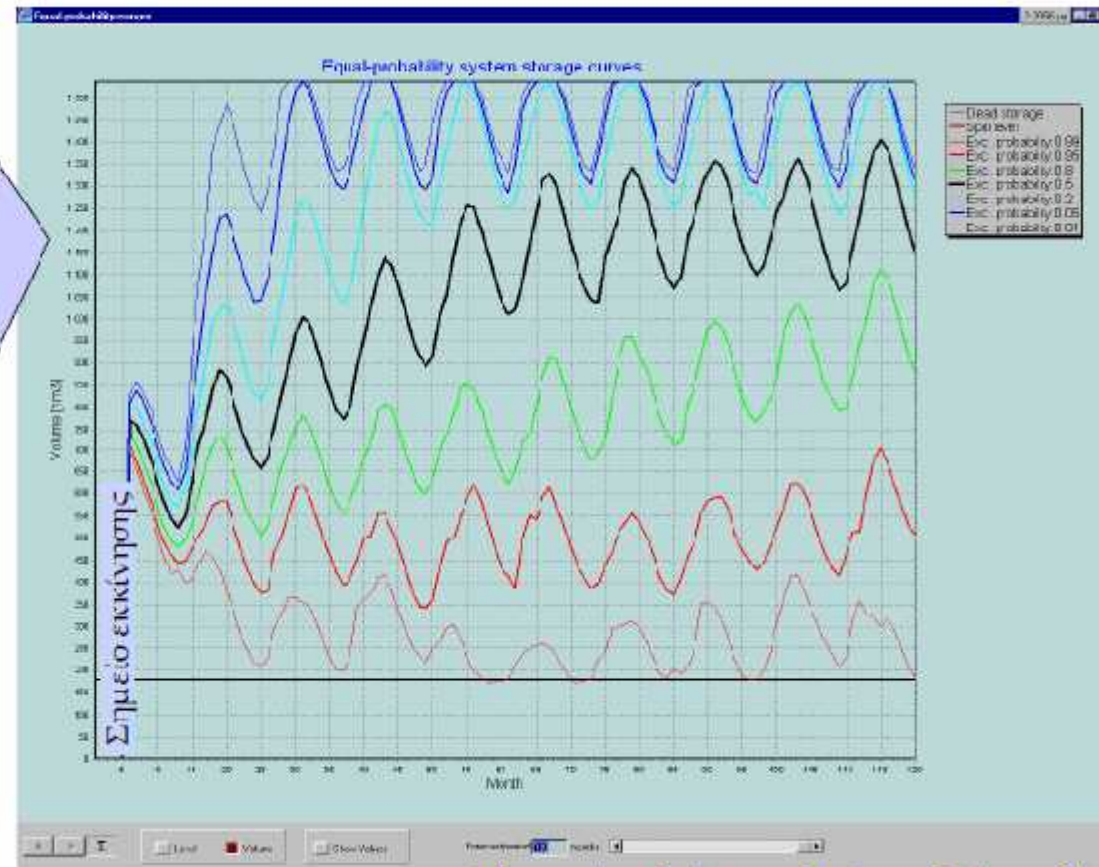
μ
μ

μ

μ

—

Εξέλιξη των αποθεμάτων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας για τα επόμενα 10 χρόνια και για διάφορα επίπεδα πιθανότητας (Εκτίμηση με βάση τα αποτελέσματα 200 προσομοιώσεων με ισάριθμα σενάρια εισροών και με αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής)





μ

μ

- (,) μ μ
- (μ , ,) μ
- μ μ

1. Εντοπισμός και ποσοτική έκφραση των τρόπων παρέμβασης (x_1, x_2, x_3, \dots) ← Μεταβλητές ελέγχου
2. Ποσοτικοποίηση της επίδοσης συναρτήσει των παρεμβάσεων $f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ ← Μέτρο επίδοσης ή στοχική συνάρτηση
3. Εύρεση των τιμών των μεταβλητών ελέγχου που δίνουν την ακρότατη (κατά περίπτωση ελάχιστη ή μέγιστη δυνατή) τιμή της $f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ ← Αλγόριθμος βελτιστοποίησης

❖ Γέννηση τυχαίων αριθμών με μακροπρόθεσμη εμμονή: Η μέθοδος του συμμετρικού κυλιόμενου μέσου (SMA)

- V_i (symmetric moving average – SMA)
 Koutsoyiannis (2000)

$$X_i = \sum_{j=-q}^q a_j V_{i+j} = a_q V_{i-q} + \dots + a_1 V_{i-1} + a_0 V_i + a_1 V_{i+1} + \dots + a_q V_{i+q}$$

$$a_j = \frac{1}{2} \frac{(2 - 2H)^{j+1} - (2 - 2H)^{|j-1|}}{3 - 2H} \quad \text{SSS (FGN)}$$

(Koutsoyiannis, 2002)

$$a_j = \frac{(2 - 2H)^{|j+1|} + (2 - 2H)^{|j-1|}}{3 - 2H} \quad \text{SSS (FGN)}$$