Τμήμα Δασολογίας & Διαχείρισης Περιβάλλοντος & Φυσικών Πόρων
Εργαστήριο Διευθέτησης Ορεινών Υδάτων και Διαχείρισης Κινδύνου
Προπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών

ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

Κεφάλαιο 4ο : Σταθερά ομοιόμορφη ροή

Φώτιος ΜΑΡΗΣ
Αναπλ. Καθηγητής

4.1 Εξισορρόπηση δυνάμεων

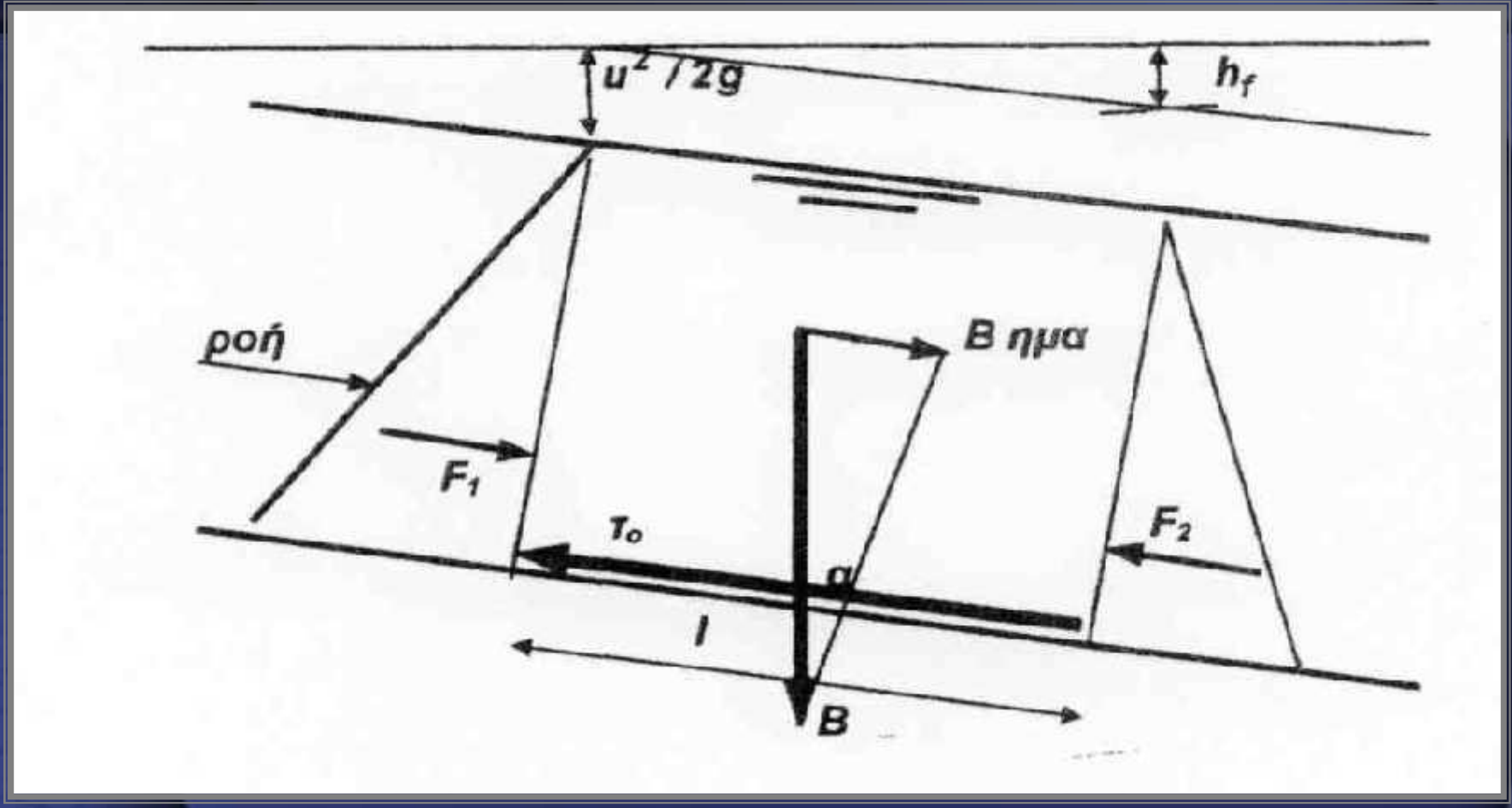
Η σταθερή ομοιόμορφη ροή, αν και στις εφαρμογές δεν απαντάται συχνά, είναι ο απλούστερος προς ανάλυση τύπος ροής στους ανοικτούς αγωγούς.

Ομοιόμορφες συνθήκες ροής εμφανίζονται σε τμήμα του ανοικτού αγωγού εάν:

- **δεν υπάρχουν επιδράσεις στις οποίες θα είναι αδύνατο να αλλάξουν το βάθος της ροής,**
- **δεν υπάρχει μεταβολή της διατομής της υγρής επιφάνειας της ροής από θέσεως σε θέση,**
- **δεν υπάρχει μεταβολή της τραχύτητας της επιφανείας των στερεών ορίων.**

Όπως είναι φυσικό, αυτές οι συνθήκες σπανίως εμφανίζονται στη πράξη. **Όταν όμως εμφανισθούν ομοιόμορφες συνθήκες ροής, τότε η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού του αγωγού είναι παράλληλη προς τον πυθμένα του αγωγού και το βάθος ροής, από την ελεύθερη επιφάνεια μέχρι του πυθμένα, ονομάζεται *κανονικό βάθος ροής* h_n.**

Στην σταθερά ομοιόμορφη ή κανονική ροή η ταχύτητα του ρευστού είναι σταθερή από θέση σε θέση και η καθαρή επιδρούσα δύναμη επί του υγρού είναι μηδέν. Το Σχήμα 4.1. δείχνει ένα τμήμα ανοικτού αγωγού στο οποίο απαντάται σταθερή ομοιόμορφη ροή. Η κλίση του πυθμένα του αγωγού S_0 είναι σταθερά καθ' όλο το μήκος. Το μήκος μεταξύ των διατομών 1 και 2 είναι l και το εμβαδόν της διατομής, το οποίο προφανώς δεν μεταβάλλεται, είναι A. Η ανωτέρω διατομή υποτίθεται ότι είναι αρκετά μακριά από την είσοδο του ανοικτού αγωγού έτσι ώστε η ροή να είναι πλήρως αναπτυγμένη.



Σχήμα 4.1 Όγκος ελέγχου διά την απόδειξη της εξισώσεως της ομοιόμορφη ροής

- Ο όγκος ελέγχου του υγρού μεταξύ των διατομών 1 και 2 βρίσκεται υπό την επίδραση υδροστατικών δυνάμεων οι οποίες εμφανίζονται στα άκρα του όγκου ελέγχου. Οι ολικές δυνάμεις είναι F_1 και F_2. Επειδή οι υδροστατικές δυνάμεις εξισορροπούνται, και τούτο ισχύει διότι τα βάθη των διατομών 1 και 2 είναι τα ίδια, δεν έχουν (οι δυνάμεις) ουδεμία επίδραση στην κίνηση του υγρού. Ομοίως, οι υδροστατικές δυνάμεις οι οποίες επιδρούν επί των πλευρικών ορίων και επί του πυθμένα του όγκου ελέγχου είναι κάθετη προς την κίνηση του υγρού και ως εκ τούτου δεν φέρουν κανένα αποτέλεσμα. Οι μόνες δυνάμεις οι οποίες ενεργούν επί του όγκου ελέγχου είναι εκείνες οι οποίες οφείλονται στην βαρύτητα και στην αντίσταση της ροής όπου δημιουργείται υπό του πυθμένα και των οχθών του ανοικτού αγωγού.

- Εάν η μέση διατμητική τάση η οποία ενεργεί στα τοιχώματα είναι $\tau_0 (N/m^2)$, τότε η ολική δύναμη F_0 (N) δίνεται υπό του γινομένου τ_0 επί του εμβαδού της επιφανείας επί της οποίας ενεργεί, δηλαδή,

$$F_0 = \tau_0 PI \qquad (4.1)$$

όπου *P (m)* παριστά τη *βρεχόμενη περίμετρο,* βλέπε Σχήμα 4.1.

- Είναι σημαντικό να τονισθεί ότι η *P* δεν αναπαριστά όλη την περίμετρο της διατομής διότι το τμήμα της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού δεν λαμβάνεται υπόψη. Η *P* περιλαμβάνει μόνο το τμήμα εκείνο της περιμέτρου όπου το υγρό είναι σε επαφή μετά των στερεών ορίων. Η εξισορρόπηση των επενεργουσών δυνάμεων δίνει,

Προβολή βάρους ρευστού $$F_0 = {}^2{}_0 PI \qquad (4.2)$$

- Επειδή το βάρος *B* δίνεται υπό του γινομένου του όγκου *AI* επί το *pg* και επειδή α είναι η γωνία της κλίσεως του πυθμένα, τότε

$$AIpg\,\text{¦}\,\text{«}\sim = {}^2{}_0 PI \qquad (4.3)$$

ή

$$t_o = \frac{A}{P} pg\,\text{¦}\,\text{«}\sim \qquad (4.4)$$

- Στην περίπτωση της ομοιόμορφης ροής είναι,

$$\text{¦«~} = \frac{h_f}{I} = S_o = S_f \qquad (4.5)$$

- και επομένως η εξίσωση (4.4) γράφεται

$$t_0 = \frac{A}{P} pgS_0 \qquad (4.6)$$

- Από την θεωρία της Μηχανικής Ρευστών η διατμητική τάση των τοιχωμάτων τ_o μπορεί να γραφεί και ως,

$$t_0 = \frac{1}{2} pu^2 f \qquad (4.7)$$

- όπου ο ***συντελεστής τριβής*** *f* είναι ανεξάρτητος της ταχύτητας *υ.* Από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι,

$$\frac{1}{2}\rho u^2 f = \frac{A}{P}\rho g S_0 \qquad (4.8)$$

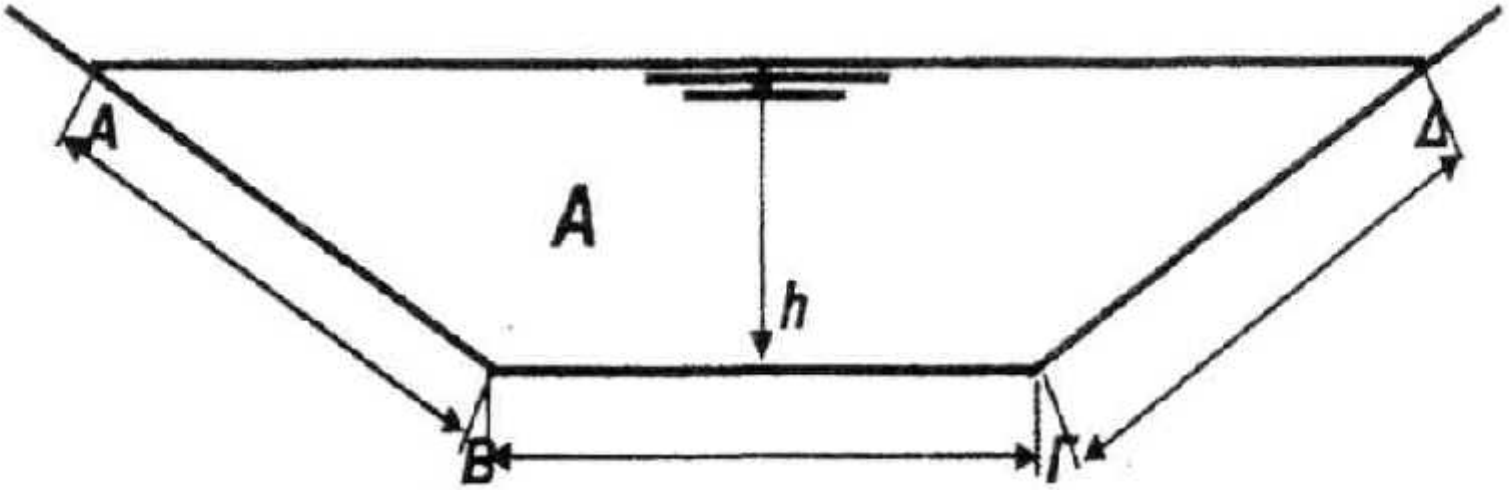
ή

$$u^2 = \frac{2gA}{fP}S_0 = \frac{2g}{f}RS_0 \qquad (4.9)$$

- όπου η ποσότητα *R*

$$R = \frac{A}{P} \qquad (4.10)$$

- ονομάζεται ***υδραυλική ακτή*** με διαστάσεις *(m).* Εν αναφορά προς το Σχήμα 4.2, η *R* βρίσκεται από τον υπολογισμό του εμβαδού της διατομής ΑΒΓΔ και διαιρέσεως του προς την υγρή περίμετρο, δηλαδή το μήκος ΑΒΓΔ.



Σχήμα 4.2 Υγρά διατομή A, βρεχόμενη περίμετρος P και υδραυλική ακτής R

4.2 Εξίσωση κατά **Chezy**

- Το 1775 ο Γάλλος Μηχανικός Chezy πρότεινε ότι η ταχύτητα *υ* στους ανοικτούς αγωγούς με ροή υπό ομοιόμορφες συνθήκες να δίνεται από την εξίσωση,

$$u = CR^{\frac{1}{2}} S_0^{\frac{1}{2}} \qquad (4.11)$$

- όπου S_0 η κλίση του ανοικτού αγωγού ή ενεργειακή κλίση ή κλίση του πυθμένα του αγωγού. Όλες αυτές οι γραμμές είναι παράλληλες μεταξύ τους με σταθερή ομοιόμορφη ροή. Λαμβάνοντας την τετραγωνική ρίζα της εξίσωσης (4.9) είναι,

$$u = \left(\frac{2g}{f}\right)^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}} S_0^{\frac{1}{2}} \qquad (4.12)$$

- Συγκρίνοντας την εξίσωση (4.11) προς την εξίσωση (4.12), ο ***συντελεστής Chezy*** *C* είναι,

$$C = \left(\frac{2g}{f}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (4.13)$$

Οι διαστάσεις του συντελεστή του Chezy είναι $g^{1/2} = m^{1/2}s^{-1}$

διότι ο συντελεστής τριβής *f* είναι αδιάστατος. Η μελέτη της ροής εντός κλειστών αγωγών δείχνει ότι ο συντελεστής τριβής f

εξαρτάται και από τον αριθμό Reynolds αλλά και από το λόγο της τραχύτητας *k/D* όπου *k(m)* είναι ο ***συντελεστής τραχύτητας***

και *D* η διάμετρος του κλειστού αγωγού.

Με τον ίδιο τρόπο ο συντελεστής C του Chezy περιμένει κανείς να εξαρτάται από τους αριθμού Reynolds *Re* και από τον λόγο *k/R.* Εδώ χρησιμοποιείται η υδραυλική ακτή *R* ως χαρακτηριστικό μέγεθος του συστήματος, αν και για πλήρως τυρβώδη ροή σε ανοικτούς αγωγούς η εξάρτηση από τον αριθμό Reynolds είναι μικρή, ενώ η εξάρτηση του *C* από τον λόγο *k/R* είναι μεγάλη.

Έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες να συσχετισθεί ο μεγάλος αριθμός των διαθεσίμων πειραματικών δεδομένων και ούτως ώστε να εκφρασθεί ο *C* από έναν επί μέρους ανοικτό αγωγό.

4.3 Εξίσωση κατά Manning

- Μία εκ των πλέον γνωστών εμπειρικών εξισώσεων για την μελέτη της ροής εντός ανοικτών αγωγών είναι αυτή του Manning ο οποίος την δημοσίευσε περί τα 1890. Ο Manning βρήκε ότι από του σύνολο των μετρήσεων του ο συντελεστής *C* μεταβάλλεται προσεγγιστικά μετά την τιμή $R^{1/6}$ ενώ αυτός και μερικοί άλλοι, ότι ο *C* μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς τον συντελεστή *η*, όπου *η* είναι ***ο συντελεστής τραχύτητας του Manning.*** Έτσι λοιπόν αναπτύχτηκε η παρακάτω εξίσωση κατά Manning η οποία είναι διαδεδομένη σε όλα σχεδόν τα μέρη του κόσμου,

$$u = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \qquad (4.14)$$

- Οι διαστάσεις του συντελεστή *n* είναι $sm^{-1/3}$. Παρά τις δυσκολίες που προκύπτουν από την ύπαρξη διαστάσεων στην έκφραση του *n* εν τούτοις χρησιμοποιείται ευρέως διότι η εξίσωση (4.14) είναι και απλή και σχετικώς ακριβής στα αποτελέσματα. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τις τιμές του συντελεστή κατά Manning για ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς.

Α Πολύ λείες παρειές: Επενδυμένες με τσιμέντο κονίαμα πολύ λεία. Τιμή n
Σανίδες πλανισμένες.
Μεταλλικές λαμαρίνες χωρίς προεξοχές στις συγκολλήσεις……..0.010
Κονίαμα λείο …….. 0.0119

Β Λείες παρειές: Σανίδες με ενώσεις χωρίς επιμελημένη κατασκευή.
Κοινό επίχρισμα. Ψαμμόλιθος…… 0.0125
Λείο σκυρόδεμα, αγωγοί με σκυρόδεμα με πολυάριθμους ενώσεις……..0.0134
Κοινή λιθοδομή. «Cement - gun» Χωμάτινες παρειές εξαιρετικά ομαλές… 0.0142

Γ Τραχείες παρειές: Χωμάτινες παρειές με ανώμαλη επιφάνεια.
Τραχύ ή γηρασμένο σκυρόδεμα. Λιθοδομή γηρασμένη ή κακοσυντηρημένη……0.0167

Δ Πολύ τραχείες παρειές. Χωμάτινες παρειές με έντονη ανώμαλη επιφάνεια και φυτική ανάπτυξη. Ομαλά ρεύματα με βραχώδηκοίτη……0.020
Χωμάτινες παρειές σε κακή κατάσταση
Κοίτη με χαλίκια……0.025
Χωμάτινες παρειές τελείως εγκαταλειμμένες. Χείμαρροι με μεταφορά μεγάλων βραχωδών τεμαχίων……0.066

Πίνακας 4.1 Τιμές του n κατά Manning

- Εις όρους παροχής της ροής η εξίσωση (4.14) γράφεται,

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_0^{1/2} \qquad (4.15)$$

- Διότι

$$Q = Au \qquad (4.16)$$

- Πρέπει να αναφερθεί ότι οι εξισώσεις κατά Chezy και κατά Manning οι οποίες κάνουν χρήση των αποτελεσμάτων τριβής σε ανοικτούς αγωγούς δεν συνδέονται με τον αριθμό Froude και ως εκ τούτου είναι εφαρμόσιμοι και σε ποτάμιο (υποκρίσιμον) αλλά και σε χειμαρρώδη (υπερκρίσιμον) ροή. Ισχύουν όμως μόνον για την σταθερή και ομοιόμορφη ροή. Οι συνθήκες οι οποίες αναφέρονται σε σταθερή και μόνιμη ροή ονομάζονται κανονικές συνθήκες ροής. Έτσι καθορίζεται το ***κανονικό βάθος*** h_n και η ***κανονική κλίση*** S_n.

4.4 Εκφράσεις του συντελεστή C

- Ο συντελεστής *C* της εξισώσεως (4.11) μπορεί να ληφθεί με μια από τις παρακάτω εκφράσεις,

$$C = \left(\frac{2g}{f}\right)^{1/2}$$ Κατά Chezy (4.17)

$$C = \frac{23.0 + \frac{0.00155}{S_0} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{n}{R^{1/2}}\left(23.0 + \frac{0.00155}{S_0}\right)}$$ Κατά Kutter (4.18)

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$ Κατά Manning (4.19)

$$C = \frac{87.0}{1 + m / R^{1/2}}$$ Κατά Bazin(4.20)

ο συντελεστής *m* δίνεται από τον παρακάτω Πίνακα 4.2. Γενικά, για τις περισσότερες εφαρμογές προτιμάται η χρήση του συντελεστή κατά Manning.

4.5 Λύση προβλημάτων ομοιόμορφης ροής

- Η λύση των προβλημάτων της ομοιομόρφου ροής απαιτεί, συνήθως, την εφαρμογή της εξίσωσης κατά Manning, εξίσωση (4.14). Η εκλογή της κατάλληλης τιμής διά τον συντελεστή τραχύτητας του Manning *η* είναι μεγάλης σημασίας για την λήψη επακριβών αποτελεσμάτων στα επί μέρους προβλήματα.

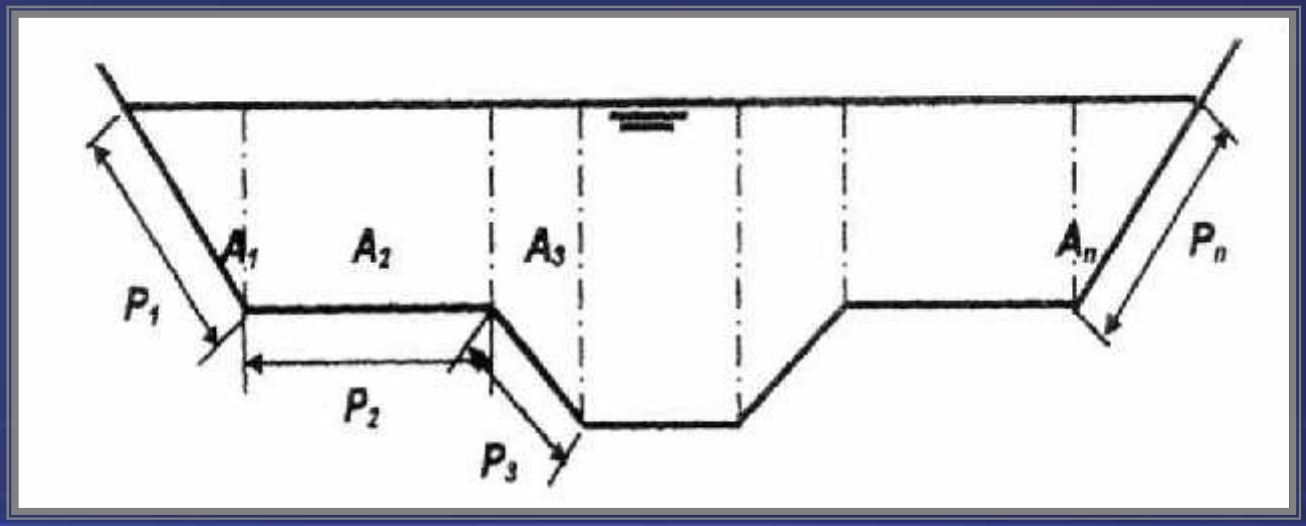
- Όταν ο ανοικτός αγωγός είναι κατασκευασμένος από σκυρόδεμα ή από άλλο γνωστό κατασκευαστικό υλικό τότε είναι δυνατόν να επιλεχτεί η σωστή τιμή διά τον συντελεστή *η,* άλλως και ιδίως για τις περιπτώσεις φυσικών ανοικτών αγωγών, απαιτείται ορθή κρίση και πρωταρχικώς εμπειρία για την ορθή επιλογή του αριθμού κατά Manning.

- Υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί τύποι προβλημάτων τα οποία πρέπει να λυθούν όταν χρησιμοποιείται η εξίσωση κατά Manning.

		Τιμή m
Α	Αγωγοί από πολύ Λείο σκυρόδεμα. Αγωγοί με επένδυση πλανισμένου ξύλου. Μεταλλικές παρειές χωρίς οξείδωση και καλή συναρμογή των ενώσεων.	0.06
Β	Με επένδυση, αλλά όχι τελείως λεία και όχι καλή συναρμογή στις ενώσεις. Αγωγοί με επένδυση από πλανισμένο ξύλο με ανωμαλία στις ενώσεις. Αγωγοί μεταλλικοί με συγκολλήσεις άνευ προεξοχών στις ενώσεις. Αγωγοί από λιθοδομή με λαξευτή πέτρας	0.16
Γ	Αγωγοί από σκυρόδεμα με μερική επένδυση με προεξοχές στις ενώσεις, ροή ύδατος λιγότερο διαυγής και με ανάπτυξη φυτικών οργανισμών και βρύων...	0.46
Δ	Χωμάτινοι αγωγοί, με ομαλή επιφάνεια, με πιθανή επένδυση με λίθους χωρίς φυτική ανάπτυξη και με καμπύλες μεγάλων ακτινών. Αγωγοί από λιθοδομή με προεξοχές με πυθμένα λείο κατόπιν εναποθέσεως βούρκου	0.85
Ε	Χωμάτινοι αγωγοί κανονικής διατομής, μικρή φυτική ανάπτυξη στον πυθμένα και πρανή. Φυσικά υδατορρεύματα ομαλής ροής χωρίς φυτική ανάπτυξη, ούτε μεγάλες εναποθέσεις υλικού επί του πυθμένα	1.30
Στ	Κακοσυντηρημένοι χωμάτινοι αγωγοί, με φυτική ανάπτυξη στον πυθμένα-πρανή	1.75

Πίνακας 4.2 Τιμές του συντελεστή m κατά Bazin

- Παράδειγμα, αν αναζητείται να υπολογισθεί το κανονικό βάθος ροής h_n ή άλλως το βάθος της ομοιόμορφης ροής από μία επί μέρους παροχή και δεδομένου ανοικτό αγωγό τότε απαιτείται μια λύση η οποία κάνει χρήση των επαναληπτικών δοκιμών. Στην άλλη περίπτωση με δεδομένες συνθήκες η παροχή της ροής μπορεί να υπολογισθεί με κατ' ευθείαν πράξεις. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να διευκολυνθεί στην εύρεση των λύσεων φια δεδομένο πρόβλημα όπως, πίνακες νομογραφήματα κ.λ.π.
- Όταν γίνεται εφαρμογή της εξισώσεως Manning εις αγωγούς με διατομή όπως αυτή η οποία δεικνύεται στο Σχήμα 4.3 και η οποία αναπαριστά διατομή ποταμού με υπερχειλισμένες όχθες, τότε η συνήθης διαδικασία είναι να χωρισθεί η διατομή σε επί μέρους τμήματα όπως ακριβώς φαίνεται στο σχήμα. Ο διαχωρισμός αυτός είναι τυχαίος.



- *Σχήμα 4.3 Διαχωρισμός της υγρής συνθέτης διατομής στις επί μέρους διατομές*

- Ένα σημαντικό πλεονέκτημα το οποίο προκύπτει από τον διαχωρισμό του χώρου ροής σε επί μέρους περιοχές είναι το ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε μία περιοχή, χωρισμένος, διαφορετικός αριθμός Manning ο οποίος ικανοποιεί τις απαιτήσεις ταχύτητος του επιμέρους χώρου ροής. Έτσι, στη γενική περίπτωση *η* επιμέρους περιοχών η ολική παροχή *Q* θα είναι,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n \qquad (4.21)$$

ή

$$Q = \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} S_0^{1/2} + \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} S_0^{1/2} + \ldots + \frac{A_n}{n_n} R_n^{2/3} S_0^{1/2} \qquad (4.22)$$

όπου,

$$R_1 = \frac{A_1}{P_1}, R_2 = \frac{A_2}{P_2}, \ldots R_n = \frac{A_n}{P_n} \qquad (4.23)$$

Τα A_i και P_i, ορίζονται στο Σχήμα 4.3. Να τονισθεί ότι ως υγρή περίμετρος λαμβάνεται μόνο το τμήμα της διατομής το οποίο ακουμπάει υπό στερεών ορίων. Υποτίθεται ότι η κλίση του πυθμένα είναι η ιδία σε όλες τις επιμέρους περιοχές της διατομής και ίση προς S_0.