

Πιθανότητες

Δεγματικοί χώροι Πιθανότητας:

είναι το σύνολο που περιέχει όλα τα δυνατά αποτελέσματα. ονομάζεται με Ω

π.χ Ρίχνω νόμισμα: $\Omega = \{\text{κορώνα, γράνατα}\}$

Ρίχνω ζάρι: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 4, 6, 5, 3\}$

από ενδεχόμενο: όταν έχω μόνο ένα στοιχείο

σύνθετο ενδεχόμενο: όταν έχω παραπάνω από ένα στοιχεία.

κενό σύνολο $\emptyset = \{\}$ σύνολο που δεν έχει στοιχεία.

π.χ. Ρίχνουμε Ζάρι:

α) βρείτε Δ.Χ. (δειγματικό χώρο) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

β) βρείτε ενδεχόμενα:

i) ενδεχ ≥ 7 είναι άρτος $A = \{2, 4, 6\}$

ii) ≥ 4 - ≥ 3 μεγαλύτερη του 3: $B = \{4, 5, 6\}$

iii) ≥ 1 - ≥ 2 το ποσό ισού με 2: $\Gamma = \{1, 2\}$

iv) ≥ 1 - ≥ 1 θετικός αριθμός: $\Delta = \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

v) ≥ 1 - ≥ 1 μεγαλύτερη του 7: $E = \emptyset$

Ρίχνω Δύο Ζάρι:

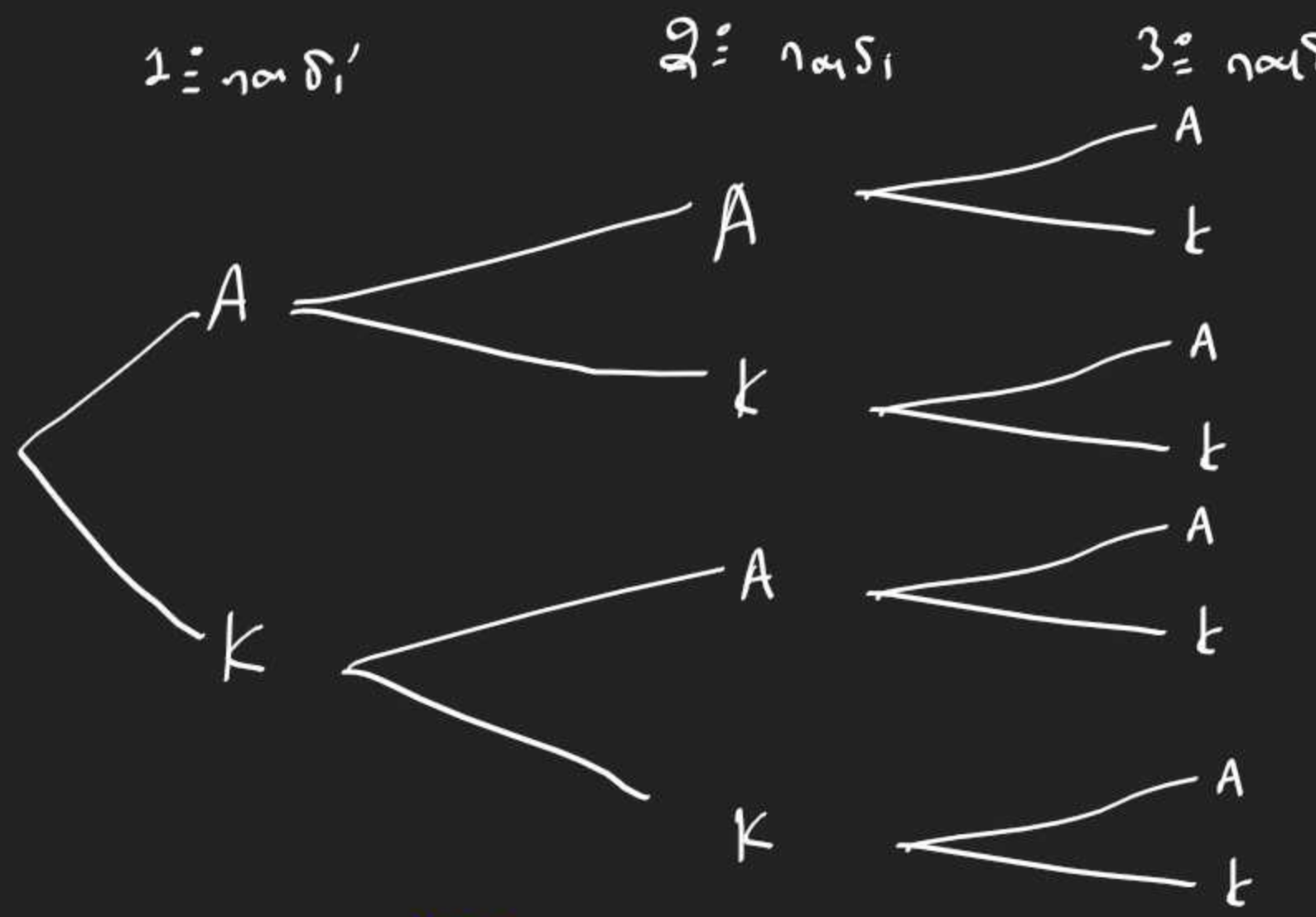
Πίνακας Διπλής Εισόδου: ΣΥΝΔΙΑΣΜΟΙ των δύο ζαριών

| 2ο ζάρι \ 1ο ζάρι | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | | | (1,6) |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | (4,2) | | | (4,5) | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | (6,1) | | (6,3) | | | (6,6) |

$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), \dots, (6,6)\}$

Για να βρω ενδεχόμενα τερικία βάρει κρυπτονοοιού
 Δετροδιαγραφή

Μια οικογένεια έχει τρία παιδιά.
 Βρείτε το Δ.Χ. του πειράματος ως προς το φύλο των παιδιών.



Δυνατότητα
 αποτελεσμάτων
 $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$
 δυνατά = 8
 αποτελέσματα
 έχει

$\{AAA, AAK, AKA, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$

Ποιο το ενδεχόμενο:

- α) όλα παιδιά έχουν ίδιο φύλο: $A = \{AAA, KKK\}$ $P(A) = \frac{2}{8}$
- β) να είναι ένα κορίτσι: $B = \{KAA, AKK, AKA\}$ $P(B) = \frac{3}{8}$
- γ) τουλάχιστον ένα αγόρι: $\Gamma = \{AAA, AAK, AKA, AKK, KAA, KAK, KKA, \}$
 $= \underline{0} - \{KKK\}$ $P(\Gamma) = \frac{7}{8}$

extra

PIN: $\frac{10}{0000} \cdot \frac{10}{0000} \cdot \frac{10}{0000} \cdot \frac{10}{0000} = 10^4 = 10.000$
 9999

PIN χωρίς τον ίδιο αριθμό

$\frac{10}{0000} \cdot \frac{9}{0000} \cdot \frac{8}{0000} \cdot \frac{7}{0000}$

Κλασική Ορισμός Πιθανότητας

Ορισμός

$\Omega \in \omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ ο Δ.Χ. περιέχει n εξαιρέτως επίχτες, και $\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \dots$ αλλη εξαιρέτως και ισοπίθανα

Η πιθανότητα εξαιρέτως A ορίζεται:

$$P(A) = \frac{\text{αριθμός ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$$

λογίες: $0 \leq P(A) \leq 1$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(\Omega) = 1$$

πχ Ρίχνω δύο βάρια, ποια η πιθανότητα να φέρω άθροισμα 10.

Α.Θ.Π. 10

| | | | | | |
|--------|---|---|---|----|----|
| 10 \ 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

$$P(A) = \frac{3}{36}$$

Λογικός Πιθανοτήτων

Αν A, B είναι ένδεχόμενα $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow$
 A, B δω έχουν κοινά στοιχεία τότε

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

\cup : ένωση / $\dot{\cup}$

πχ Τετάρτα: Ποια \cup πιθανότητα να φέρω 2 ή 5
Ανα: A : ένδεχόμενα να φέρω 2 } είναι ένδεχόμενα
 B : -||- -||- -||- -||- }
24 20 20 20

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52}$$

Γενικά, αν A, B δω είναι ένδεχόμενα τότε υπάρχουν κοινά στοιχεία

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

\cap τομή / και / συγχρονισμός
1, 10, 3, 12, k
13

πχ Ποια \cup πιθανότητα να φέρω 2 ή \heartsuit σε τετάρτα

Ανα: Έστω A το ένδεχόμενο να φέρω 2
Έστω B -||- -||- \heartsuit

$$\begin{aligned} P(2 \dot{\cup} \heartsuit) &= P(A \cup B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \end{aligned}$$

~~$$P(A) = \frac{4+13}{52} = \frac{17}{52}$$~~

Λογικός

| B | φ | α | ω |
|---|-----|-----|---|
| 1 | □ | □ | □ |
| 2 | □ | □ | □ |
| 3 | --- | --- | □ |
| ⋮ | --- | --- | ⋮ |
| k | --- | --- | □ |

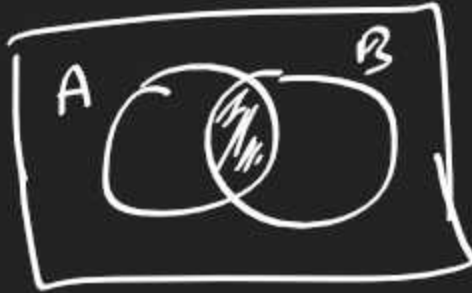
$$P(A') = 1 - P(A)$$



$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$



Πιθανότητα να πραγματοποιηθεί Α και όχι το Β

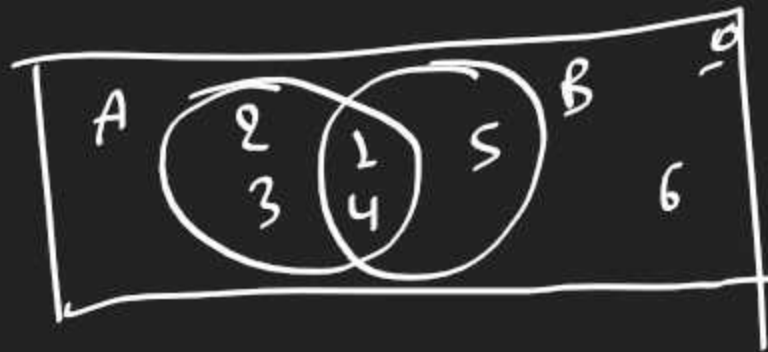


$A \cap B$



$A \cup B$

ex $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{1, 4, 5\}$ $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



$$P(A) = \frac{4}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

δηλαδή

$$A \cap B = \{1, 4\}$$

δηλαδή

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

απάντηση

$$P(A') = \frac{2}{6}$$

$$A' = \{5, 6\}$$

β' απάντηση:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{6} = \frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$$

απάντηση

$$P(A - B) = \frac{2}{6}$$

δηλαδή

$$A - B = \{2, 3\}$$

β' απάντηση

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$$

Α αμεταβολή π α σπ'τ,

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(B') = \frac{7}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

Υπολογίστε:

i) $P(B)$

ii) $P(A \cup B)$

iii) $P(A - B)$

iv) $P(B - A)$