

# § Π.Θ ανότητες

①

Σύνολο: Είναι μια συλλογή αντικειμένων, τα οποία είναι

διακριτά μεταξύ τους  
στοιχεία του συνόλου

$$n \times A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{2, 1, 3, 4, 5, 6\} \quad n(A) = 6$$

$$B = \{0, \Delta, \Pi, \times\} = \{0, 0, 0, \Pi, \Pi, \times, \times, \Delta, \Delta, \Delta\} \quad n(B) = 4$$

$$\Gamma = \{\text{Νίκος, Μαρία, Έσπας, Ελένη}\} \quad n(\Gamma) = 4$$

$$\Delta = \{1, \alpha, \Pi, \text{Νίκος}\}$$

φυσικοί Αριθμοί  
ΙΣΟΤΗΤΕΣ

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Τέλειο ως

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ διαιρείται του } 7\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad \text{Σύνολο φυσικών Αριθμών}$$

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\} \quad \text{Σύνολο Ακέραιων Αριθμών}$$

$$\emptyset = \{\}$$

Κενό σύνολο - Δεν έχει κανένα στοιχείο  $n(\emptyset) = 0$

$$\rightarrow \Delta = \{\text{φοιτητές Ατφισθέατρο Κόκκιν. Καλλιτ.}\} = \{\} = \emptyset$$

$$\left. \begin{array}{l} \emptyset \text{ αριθμός} \\ \emptyset \text{ σύνολο} \end{array} \right\} n(\emptyset) = 0 \text{ στοιχεία}$$

$n(A) \neq A$ :  $n$  ή αριθμός του συνόλου,  $\delta$  ή  $\alpha$  ή  $\beta$

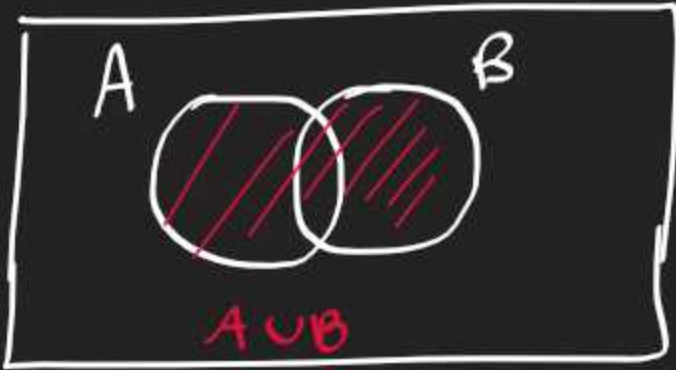
πόσα στοιχεία έχει το σύνολο

# Πράξεις Συνόλων

Έστω ότι έχουμε σύνολα A, B

- Ένωση συμβολίζεται U

Παίρνω όλα τα στοιχεία του A και B.

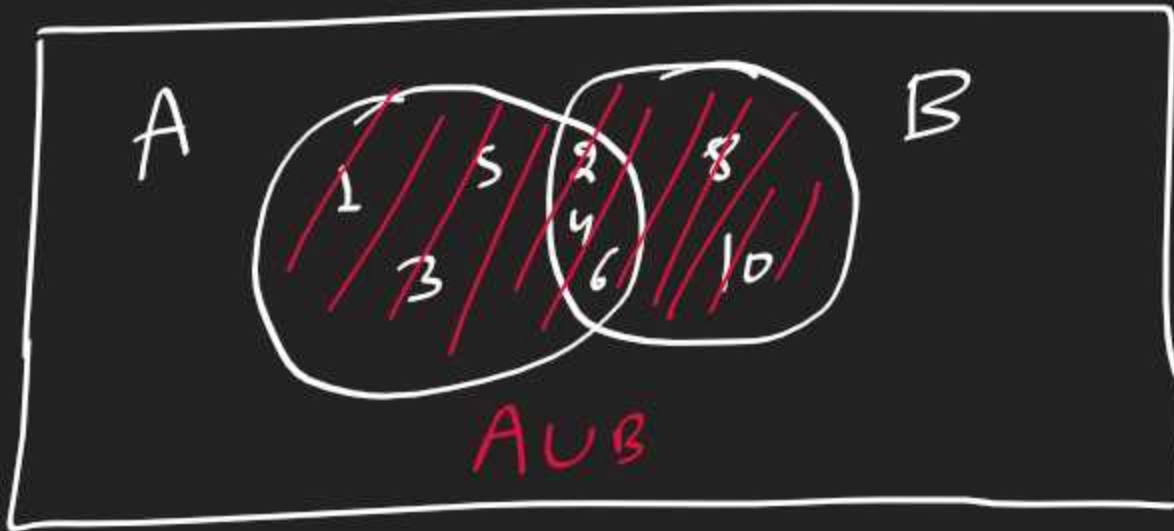


Διάγραμμα Venn

πχ  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$      $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$



- Το  $A \cap B$  είναι τα κοινά στοιχεία των συνόλων A και B,

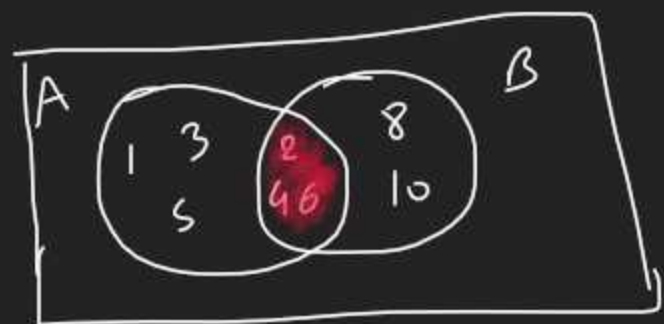
δηλαδή ανήκουν αμφότερα και στο A και στο B



πχ  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

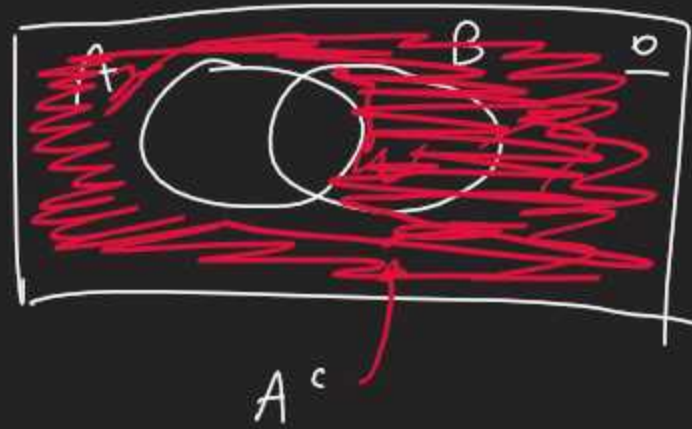
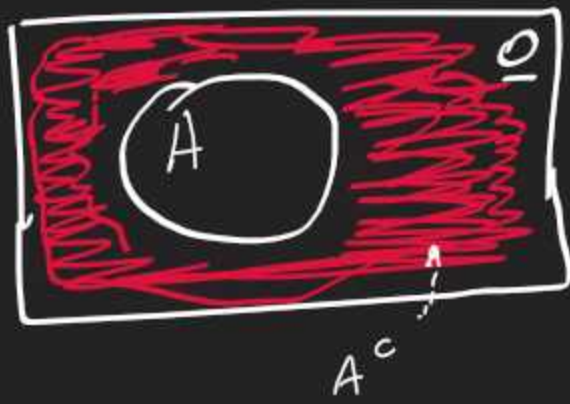
$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$



- Συμπλήρωμα ενός συνόλου  $A$  ως προς ένα βάσιμο σύνολο  $\Omega$   
σημειώνεται  $A'$  ή  $A^c$  (3)

$A^c$ : οποιοδήποτε στοιχείο δεν ανήκει στο  $A$ .



πχ 1:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

τότε  $A^c = \{7, 8, 9, 10\}$

πχ 2:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

τότε  $A^c = \{7\}$

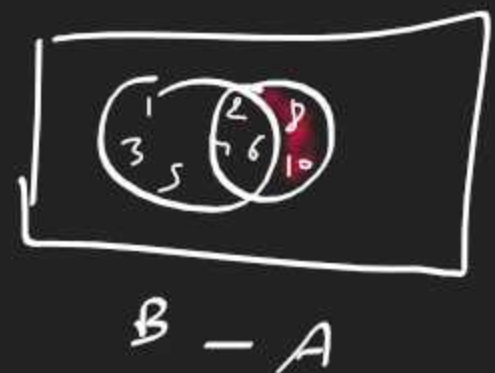
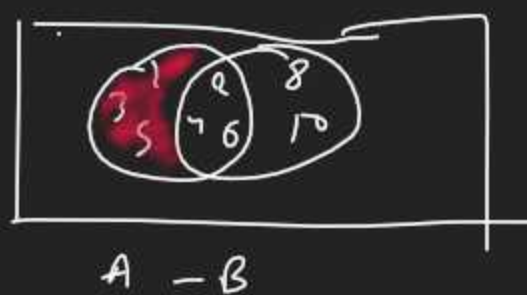
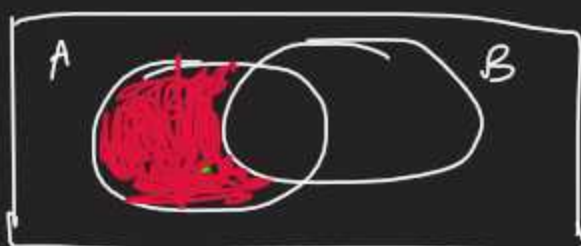
πχ 3:  $\Omega = \{, , , , , \}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

τότε  $A^c = \{ \} = \emptyset$

- Διαφορά Συνόλων  $A - B$

είναι τα στοιχεία του  $A$  που δεν ανήκουν στο  $B$



πχ  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$A - B = \{1, 3, 5\}$

$B - A = \{8, 10\}$

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

$$\underline{\Omega} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$$

(4)

είναι ο δειγματικός χώρος του πειράματος και το σύνολο που περιέχει όλα τα δυνατά αποτελέσματα του πειράματος  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$ : ανλό ενδεχόμενο του πειράματος

Πίχλω ένα νόμισμα  $\underline{\Omega} = \{κ, ρ\} = \{\text{κορώνα}, \text{ρσίτατα}\}$

Πίχλω ένα ζάρι  $\underline{\Omega} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

### ▷ Κλασικός Ορισμός πιθανότητας

Έστω Δειγματικός Χώρος ενός πειράματος τύχης και τα ανλό ενδεχόμενα  $\omega_1, \omega_2, \dots$  έχουν την ίδια πιθανότητα να εμφανισούν (ισοπιθανά). Τότε:

Η πιθανότητα ενδεχομένου A του  $\underline{\Omega}$  ορίζεται ως εξής:

$$P(A) = \frac{\text{ηλικός εννοικία αποτελεσμάτων}}{\text{ηλικός όλων των δυνατών περιητήσεων}} = \frac{\#A}{\#\underline{\Omega}} = \frac{n(A)}{n(\underline{\Omega})} = \frac{N(A)}{N(\underline{\Omega})}$$

Ιδιότητες πιθανοτήτων:

$$P(\underline{\Omega}) = \frac{N(\underline{\Omega})}{N(\underline{\Omega})} = 1 = 100\%$$

(Αν  $P(A) = 1$  τότε το A είναι βέβαιο ενδεχόμενο)

$$P(\emptyset) = \frac{N(\emptyset)}{N(\underline{\Omega})} = \frac{0}{N(\underline{\Omega})} = 0 = 0\%$$

(Αν  $P(A) = 0$  τότε το A είναι αδύνατο ενδεχόμενο)

Αν Πίχλω ένα ζάρι.  $\underline{\Omega} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
A είναι το ενδεχόμενο να πέσω 7.  
 $P(A) = \frac{0}{6} = 0$

Πίχνω ένα ζάρι.  
A είναι το ενδεχόμενο να φέρω άρτιο αριθμό. (2, 4, 6, 8, 10, 12, ...)

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A = \{2, 4, 6\}$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{6}$$

B είναι το ενδεχόμενο να φέρω αριθμό μικρότερο του 5.

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{4}{6}$$

Γ είναι το ενδεχόμενο να φέρω άρτιο, ο οποίος είναι μικρότερος του 5.

$$\Gamma = \{2, 4\}$$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- Ισχύει πάντα:  $0 \leq P(A) \leq 1 \Leftrightarrow 0\% \leq P(A) \leq 100\%$
- $P(A) + P(A^c) = 1$

Ρίχνω δύο βάρια.

(6)

Ποια είναι η πιθανότητα να φέρω αθροιστά 7?

Πιθανότητες Αιτιας Ειρώσεων

Ζάρφι 1	Ζάρφι 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	

A είναι το ενδεχόμενο το αθροιστά να είναι 7.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

B είναι το ενδεχόμενο το αθροιστά να είναι 5.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$