

# Μηχανική Τροφίμων

Θεμελιώδεις Έννοιες Μηχανικής

Μέρος 1<sup>ο</sup>

## Συστήματα μονάδων

- \* **Διεθνές σύστημα (S.I).** Έχει υιοθετηθεί αποκλειστικά στην μηχανική και τις επιστήμες. Οι τρεις θεμελιώδεις μονάδες είναι το μέτρο (m), το χιλιόγραμμο (Kg) και το δευτερόλεπτο (s).
- \* **Αγγλικό σύστημα (F.P.S).** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το πόδι (ft), η λίμπρα μάζας (lbm) και το δευτερόλεπτο (s).
- \* **Σύστημα C.G.S.** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το εκατοστόμετρο (cm), το γραμμάριο (g) και το δευτερόλεπτο (s).

## Βασικές & Σύνθετες μονάδες συστημάτων

Ποσότητα	S.I.	F.P.S	C.G.S.
Μήκος	m	ft	cm
Μάζα	kg	lb <sub>m</sub>	g
Χρόνος	s	s	s
Δύναμη	N	lb <sub>f</sub>	dyn
Ενέργεια	J	ftlb <sub>f</sub>	erg
Ισχύς	W	ftlb <sub>f</sub> /s	erg/s
Πίεση	Pa	p.s.i	dyn/cm <sup>2</sup>
Θερμοκρασία	°K	°F	°C
Θερμότητα	J	BTU	cal
Επιτ Βαρ (g)	9,8 m/s <sup>2</sup>	32,2 ft/s <sup>2</sup>	980,7 cm/s <sup>2</sup>

## Ανάλυση σύνθετων μονάδων

		ΔΥΝΑΜΗ	=	ΜΑΖΑ	x	ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ		
S.I.:	Newton (N)	=	kg	x	.	m/s <sup>2</sup>	=	kgm/s <sup>2</sup>
F.P.S.:	lb <sub>f</sub>	=	lb <sub>m</sub>	x	.	ft/s <sup>2</sup>	=	lb <sub>m</sub> ft/s <sup>2</sup>
C.G.S.:	Dyne (dyn)	=	g	x	.	cm/s <sup>2</sup>	=	gcm/s <sup>2</sup>

		ΠΙΕΣΗ	=	ΔΥΝΑΜΗ	:	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ		
S.I.:	Pascal (Pa)	=	N	:	m <sup>2</sup>	=	(kgm/s <sup>2</sup> )/m <sup>2</sup>	= kg/ms <sup>2</sup>
F.P.S.:	p.s.i.	=	lb <sub>f</sub>	:	in <sup>2</sup>	=	(lb <sub>m</sub> ft/s <sup>2</sup> )/ft <sup>2</sup>	= lb <sub>m</sub> /fts <sup>2</sup>
C.G.S.:	dyn/cm <sup>2</sup>	=	dyn	:	cm <sup>2</sup>	=	(gcm/s <sup>2</sup> )/cm <sup>2</sup>	= g/cms <sup>2</sup>

		ΕΝΕΡΓΕΙΑ	=	ΔΥΝΑΜΗ	x	ΑΠΟΣΤΑΣΗ		
S.I.:	Joule (J)	=	N	x	m	=	(kgm/s <sup>2</sup> )m	= kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
F.P.S.:	ftlb <sub>f</sub>	=	lb <sub>f</sub>	x	ft	=	(lb <sub>m</sub> ft/s <sup>2</sup> )ft	= lb <sub>m</sub> ft <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
C.G.S.:	Erg	=	dyn	x	cm	=	(gcm/s <sup>2</sup> )cm	= gcm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>

		ΙΣΧΥΣ	=	ΕΝΕΡΓΕΙΑ	:	ΧΡΟΝΟΣ		
S.I.:	W	=	J	:	s	=	(kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )/s	= kgm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
F.P.S.:	ftlb <sub>f</sub> /s	=	ftlb <sub>f</sub>	:	s	=	ft(lb <sub>m</sub> ft/s <sup>2</sup> )/s	= lb <sub>m</sub> ft <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
C.G.S.:	Erg/s	=	erg	:	s	=	(gcm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )/s	= gcm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>

## Σταθερές μετατροπής

- ✱ Στο S.I. η σταθερά μετατροπής για τον νόμο του Newton είναι 1 και παραλείπεται.
- ✱ Στο F.P.S η σταθερά μετατροπής ( $g_c$ ) είναι:  $32,174 \text{ lb}_m \text{ ft} / \text{lb}_f \text{ s}^2$
- ✱ Στο C.G.S. είναι επίσης 1 και παραλείπεται.

## Μονάδες και κλίμακες θερμοκρασιών

	°C	°F	°K	°R (Rankine)
Βρασμός Νερού	100	212	373,15	671,7
Λιώσιμο Πάγου	0	32	273,15	491,7
Απόλυτο Μηδέν	-273,15	-459,7	0	0

## Μετατροπές Θερμοκρασιών

- \*  $^{\circ}\text{F} = 1,8 (^{\circ}\text{C}) + 32$
- \*  $^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$
- \*  $^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 458,67$  και  $(^{\circ}\text{C} + 273,15) \times 9/5$

Παρατηρούμε ότι μεταβολή κατά  $1^{\circ}\text{C}$  ισοδυναμεί με μεταβολή  $1^{\circ}\text{K}$  και μεταβολή  $1^{\circ}\text{F}$  ισοδυναμεί με μεταβολή  $1^{\circ}\text{R}$  ή

$$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{K} = 9/5^{\circ}\text{F} = 9/5^{\circ}\text{R}$$

Οι ισοδυναμίες διαφοράς θερμοκρασιών βρίσκουν εφαρμογή στις μετατροπές μονάδων.

- π.χ.  $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 180 \text{ kcal}/^{\circ}\text{C} (\times 1,8)$   
 $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{R} (\times 1)$

## Μέθοδοι έκφρασης σύστασης & συγκέντρωσης

- \* **Γραμμομόριο (mole):** ποσότητα ουσίας ίση με το μοριακό της βάρος.
- \* **Μοριακό κλάσμα ( $x_A$  mole fraction):** ο αριθμός των μορίων της ουσίας προς τον αριθμό του συνόλου των μορίων.
- \* **Κλάσμα βάρους ή μάζας ( $w_A$  weight fraction):** η μάζα της ουσίας προς την συνολική μάζα.
- \* **Μοριακότητα (molarity):** τα g/mole μιας ουσίας ανά λίτρο (L) διαλύματος.
  - \* Οι αναλύσεις στερεών και υγρών δίνονται συνήθως σαν κλάσμα βάρους ή %, ή σε ppwt και ppb ενώ για τα αέρια χρησιμοποιείται το μοριακό κλάσμα ή αναλογία.

## Πυκνότητα (d)

- \* Είναι η συνηθέστερη έκφραση της συνολικής συγκέντρωσης της μάζας ανά μονάδα όγκου.
- \* Εκφράσεις πυκνότητας είναι τα  $\text{kg/m}^3$ ,  $\text{g/cm}^3$  ή  $\text{lb}_m/\text{ft}^3$
- \* Ερώτηση 1: Ποια είναι η πυκνότητα του νερού?
- \* Ερώτηση 2: Πως βρίσκουμε πειραματικά την πυκνότητα ενός υγρού?

## Ειδικό βάρος (e)

- \* Μερικές φορές η πυκνότητα δίνεται και σαν ειδικό βάρος (η πυκνότητα της ουσίας διαιρεμένης με την πυκνότητα ουσίας αναφοράς σε συγκεκριμένη θερμοκρασία)
- \* Ερώτηση 1: Ποιο είναι το ειδικό βάρος του νερού?
- \* Ερώτηση 2: Ποιες είναι οι μονάδες του ειδικού βάρους?

## Αέρια και Υγρά

- \* **Ατμοσφαιρική πίεση:** Η πίεση που δέχεται ένα σώμα στην επιφάνεια της γης.

Για το επίπεδο της θάλασσας είναι  $1 \text{ Atm} = 760 \text{ mmHg} = 29,9 \text{ inHg} = 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 = 101,3 \text{ kPa}$

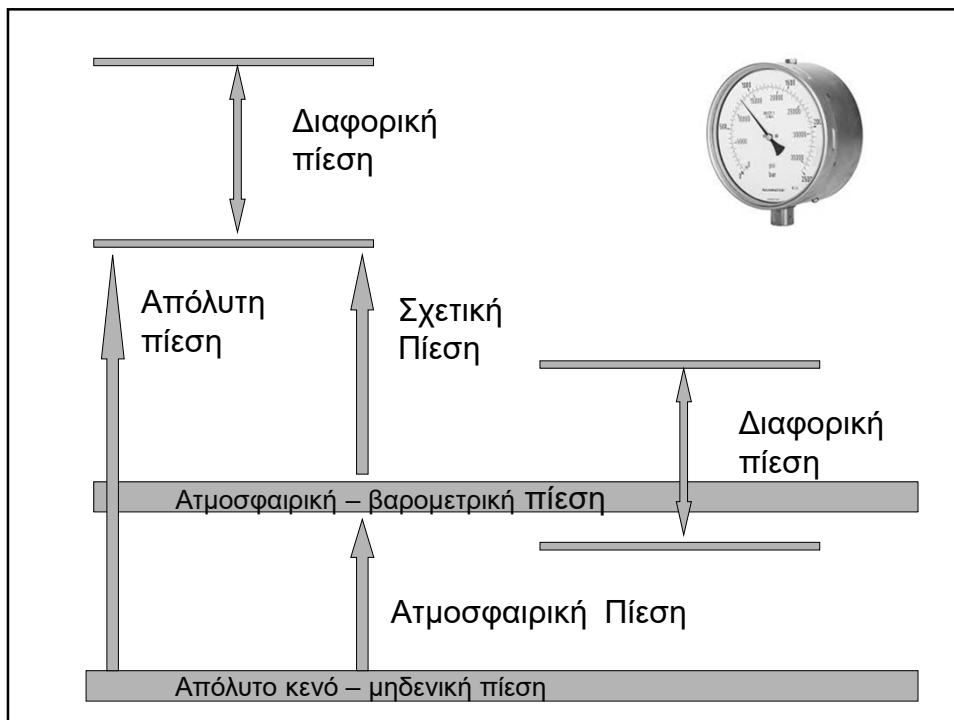
- \* **Σχετική πίεση (gauge pressure - p.s.i.g):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η ατμοσφαιρική. Είναι η πίεση που αναγράφουν οι διάφοροι μετρητές πίεσης (gauge ή gauge).

- \* **Απόλυτη πίεση (absolute pressure - p.s.i.a.):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό σε ατμοσφαιρικές συνθήκες (ατμοσφαιρική + σχετική)

Οπότε:  $36,2 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.a.)} = 21,55 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.g.)} + 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (atm)}$



## Νόμοι ιδανικών αερίων

- ✱ Εδώ ισχύουν οι απλοί κανόνες με κυριότερο τον νόμο των ιδανικών αερίων του Boyle ( $PV = nRT$ ), όπου

R (σταθερά των αερίων):

- ✱  $R = 8,31 \text{ Kg m}^2/\text{s}^2\text{Kgmol}^\circ\text{K}$  για το S.I.
- ✱  $R = 0,73 \text{ ft}^3\text{atm/lbmol}^\circ\text{R}$  για το F.P.S
- ✱  $R = 82 \text{ cm}^3\text{atm/gmol}^\circ\text{K}$  για το C.G.S

## Μείγματα ιδανικών αερίων

- ✱ Εδώ ισχύει ο νόμος του Dalton για τα μείγματα ιδανικών αερίων:  
( $P = P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu$ ) οπότε αφού ο αριθμός των μορίων κάθε συστατικού είναι ανάλογος της μερικής του πίεσης, το μοριακό κλάσμα του συστατικού ( $\alpha$ ) θα είναι:

$$X_\alpha = P_\alpha/P = P_\alpha/(P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu)$$

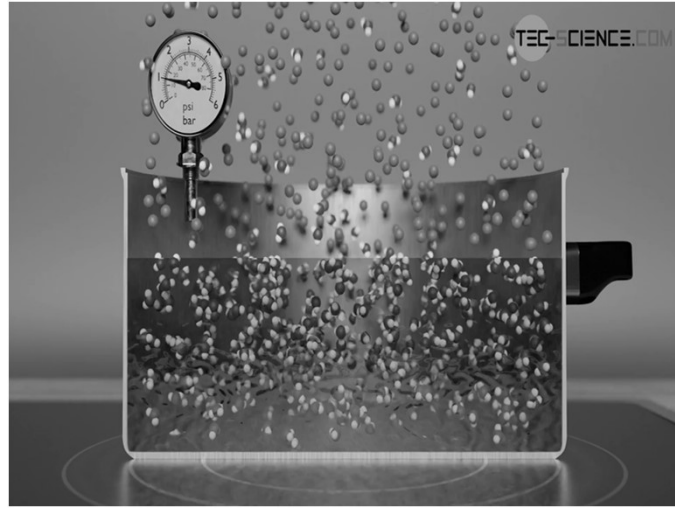
## Παράδειγμα:

- \* Ένα αέριο μείγμα περιέχει τα παρακάτω συστατικά στις αντίστοιχες μερικές πιέσεις:  $CO_2$  30 mmHg,  $CO$  50 mmHg,  $N_2$  500 mmHg,  $O_2$  20 mmHg.
- \* Να προσδιορισθεί η ολική πίεση του μείγματος και η σύστασή του σε μοριακά κλάσματα.

## Τάση ατμών και σημείο βρασμού

- \* **Τάση ατμών:** Η πίεση που εξασκούν οι ατμοί ενός υγρού σε ένα δοχείο σε ισορροπία και σε συγκεκριμένη θερμοκρασία (νερό  $50^\circ C = 12,3$  kPa ή 92,5 mmHg, νερό  $75^\circ C = 38,5$  kPa ή 228,8 mmHg, νερό  $100^\circ C = 101,3$  kPa ή 760 mmHg)
- \* **Σημείο βρασμού:** Η θερμοκρασία στην οποία η τάση ατμών ενός υγρού είναι ίση ή μεγαλύτερη από την ολική πίεση στον ελεύθερο χώρο πάνω από το υγρό.





**Πίνακας 9. Πίνακας Κορεσμένου Ατμού σε Μετρικές Μονάδες**

Θερμοκρασία (°C)	Απόλυτη Πίεση (kPa)	Ενθαλία	
		Κορεσμένου Υγρού (MJ/kg)	Κορεσμένου Ατμού (MJ/kg)
0	0.6108	0.0000	2.2012
2.5	0.7314	0.02100	2.4897
5	0.8724	0.03151	2.4839
7.5	1.0365	0.04204	2.4779
10	1.2270	0.05253	2.4720
12.5	1.4489	0.06292	2.4661
15	1.7049	0.07433	2.4595
17.5	2.0326	0.08386	2.4544
20	2.3366	0.09789	2.4484
22.5	2.7248	0.10477	2.4425
25	3.1599	0.12366	2.4307
27.5	3.6708	0.13222	2.4367
30	4.2415	0.13966	2.4307
32.5	4.8913	0.13611	2.4246
35	5.6238	0.14656	2.4188
37.5	6.4488	0.15701	2.4128
40	7.3749	0.16745	2.4069
42.5	8.4185	0.17789	2.4009
45	9.5851	0.18834	2.3948
47.5	10.8868	0.19880	2.3889
50	12.3354	0.20925	2.3829
52.5	13.9524	0.21971	2.3768
55	15.7459	0.23017	2.3705
57.5	17.7295	0.24062	2.3648
60	19.9203	0.25109	2.3586
62.5	22.3466	0.26155	2.3525
65	25.0159	0.27202	2.3464
67.5	27.9479	0.28249	2.3402
70	31.1622	0.29298	2.3339
72.5	34.6961	0.30348	2.3276
75	38.5575	0.31394	2.3214
77.5	42.7706	0.32442	2.3151
80	47.3601	0.33492	2.30879
82.5	52.3777	0.34542	2.30251
85	57.8159	0.34659	2.29611
87.5	63.7196	0.34663	2.28971
90	70.1059	0.34663	2.28320
92.5	77.0489	0.34747	2.27669
95	84.5676	0.34798	2.27023
97.5	92.6379	0.34853	2.26349
100	101.3250	0.34908	2.25682
102.5	110.7410	0.34962	2.25035
105	120.8548	0.34977	2.24354
107.5	131.7114	0.34978	2.23694
110	143.3489	0.34972	2.22994
112.5	155.8051	0.34960	2.22313
115	169.1284	0.34940	2.21615
117.5	183.3574	0.34920	2.20929
120	198.5414	0.34907	2.20225
122.5	214.8337	0.34894	2.19519
125	232.1809	0.34899	2.18807
127.5	250.6391	0.34865	2.18081
130	270.2538	0.34863	2.17362
132.5	291.0837	0.34898	2.16632
135	313.1771	0.34923	2.15894

Πίνακας  
κορεσμένου  
ατμού σε  
μετρικές  
μονάδες

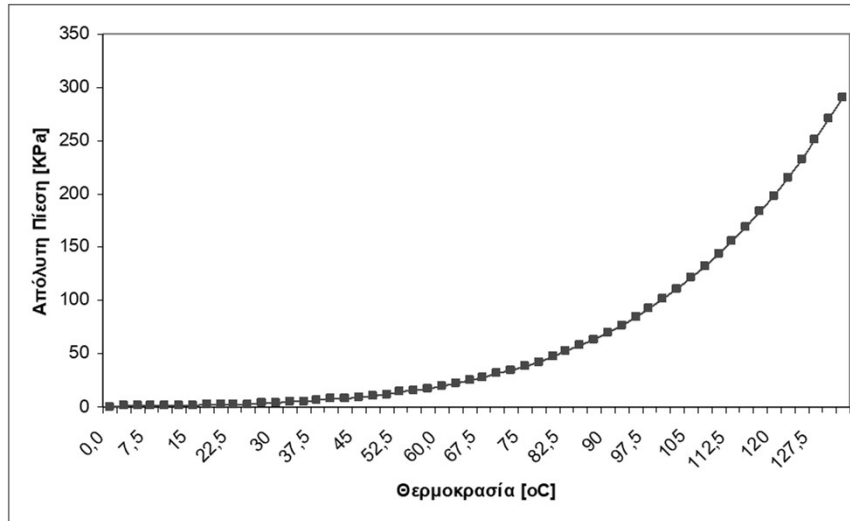
Πηγή: ASME. 1967. Steam Tables. Properties of Saturated and Superheated Steam

## Παράδειγμα:

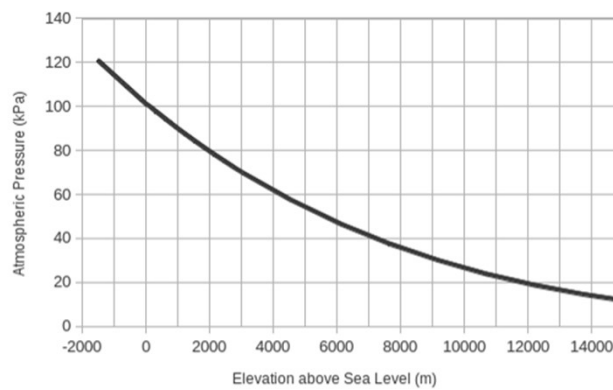
- \* Φρουτοχυμός με 5% στερεά συμπυκνώνεται με εξάτμιση του νερού. Για να μην καταστραφούν οι βιταμίνες η θερμοκρασία δεν πρέπει να ξεπεράσει τους 100 °F. Ποια πρέπει να είναι η ολική πίεση στον εξατμιστήρα;

- \* Σημ 1: Κανένας πίνακας δεν δίνει με ακρίβεια αυτό που ζητάμε και έτσι δεν μας καλύπτει όσον αφορά την «ποσοτική έκφραση» των μεγεθών στην μηχανική των τροφίμων!
- \* Σημ 2: Η σχέση της τάσης ατμών ενός υγρού με την θερμοκρασία του δεν δίνει ευθεία αλλά καμπύλη, οπότε δεν μπορεί να εκτιμηθεί με την απλή «μέθοδο των τριών» ή αλλιώς με ένα γραμμικό μοντέλο πρόβλεψης (π.χ. ευθεία ελαχίστων τετραγώνων).

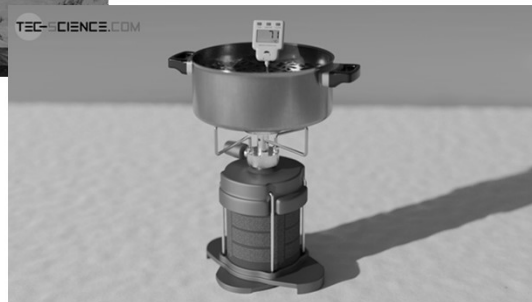
## Σχέση Θερμοκρασίας και τάσης ατμών του καθαρού νερού



Elevation and Atmospheric Pressure



## Έβερεστ 8848m



°C	kPa
32.5	4.8913
35	5.6238
37.5	6.4488
40	7.3749
42.5	8.4185
45	9.5851

Έστω οι τιμές ενός πίνακα:

X1 Y1 (όλες γνωστές)

X3 Y3 (Y3 άγνωστη)

X2 Y2 (όλες γνωστές)

Πολλές φορές οι πίνακες δεν μας δίνουν τις τιμές που αναζητούμε.

Ένας απλός τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι η γραμμική παρεμβολή.

Για την γραμμική παρεμβολή θεωρούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} = \frac{(Y3 - Y1)}{(X3 - X1)} \Rightarrow Y3 = Y1 + (X3 - X1) \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)}$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα Y3 = ?

°C	kPa
32.5	4.8913
35	5.6238
37.5	6.4488
40	7.3749
42.5	8.4185
45	9.5851

Πολλές φορές οι πίνακες δεν μας δίνουν τις τιμές που αναζητούμε.

Ένας απλός τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι η γραμμική παρεμβολή.

Έστω οι τιμές ενός πίνακα:

X1 Y1 (όλες γνωστές)

X3 Y3 (Y3 άγνωστη)

X2 Y2 (όλες γνωστές)

Για την γραμμική παρεμβολή θεωρούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} = \frac{(Y3 - Y1)}{(X3 - X1)} \Rightarrow Y3 = Y1 + (X3 - X1) \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)}$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα Y3 = 6,56 kPa

Σε πολλές περιπτώσεις η εύρεση μιας τιμής προϋποθέτει τη γνώση μιας μαθηματικής έκφρασης (μαθηματικού μοντέλου).

Το πόσο καλά ένα μαθ. μοντέλο προσομοιώνει τα δεδομένα μας, μας το εκφράζουν οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης (r) και του τυπικού σφάλματος (S).

Για παράδειγμα η προηγούμενη σχέση εκφράζεται με ένα πολυώνυμο 4<sup>ου</sup> βαθμού:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

Συντελεστής	Τιμή:
a =	0,93969778
b =	-0,042165326
c =	0,0062640805
d =	-0,000074193961
e =	0,00000116168

