



1



2

Προφίλ Ροής ρευστών

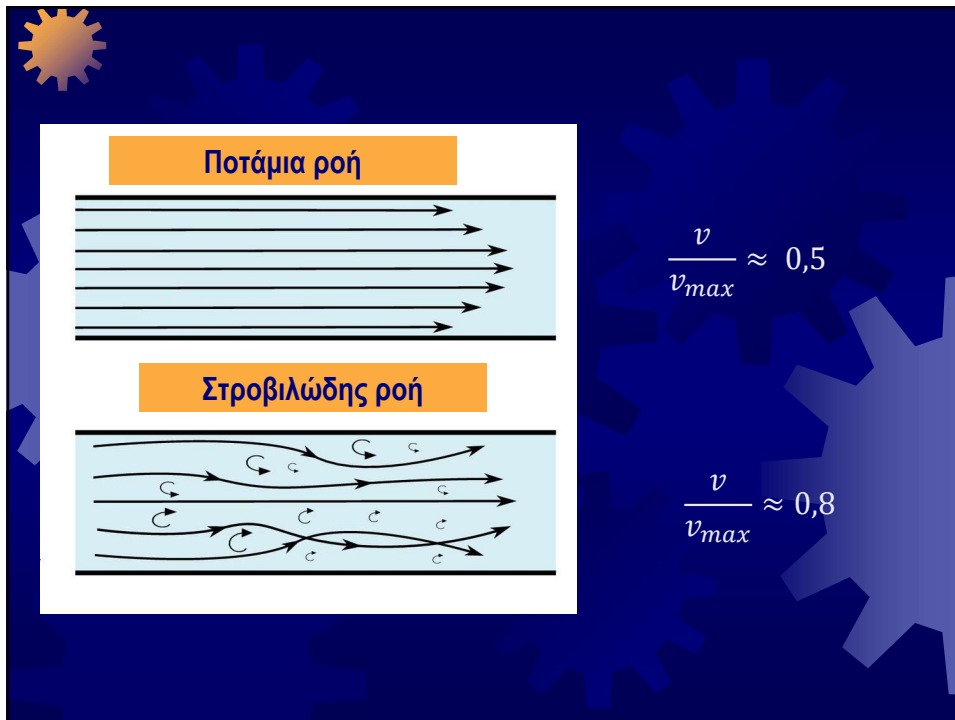
- Το προφίλ ταχύτητας ενός ρευστού που κινείται σε έναν σωλήνα είναι παραβολικό. Αυτό σημαίνει ότι τα μόρια του ρευστού που βρίσκονται στο κέντρο ενός σωλήνα τρέχουν με μεγαλύτερη ταχύτητα εξαιτίας του ότι στο σημείο αυτό δεν υπάρχουν τριβές με τα τοιχώματα (ποτάμια ή γραμμική ροή). Στην περίπτωση αυτή το κάθε μόριο του ρευστού κινείται σε μια πορεία παράλληλη προς το διπλανό του μόριο.
- Στην αντίθετη περίπτωση, ως αποτέλεσμα των συνεχών κινήσεων των μορίων και την «ανάδευση» μέσα στον αγωγό ή τις τριβές, η κίνηση μετατρέπεται σε στροβιλώδη (ή τυρβώδη ροή).

3

Ταχύτητα ροής ρευστού

- Στην ποτάμια ροή
 - Η ταχύτητα του ρευστού δεν είναι ίδια σε όλη την μάζα του. Επίσης διαφοροποιείται έντονα κατά την κίνηση του ρευστού μέσα στον αγωγό. Έτσι ο λόγος της μέσης προς την μέγιστη ταχύτητα είναι σχετικά μικρός : $(v/v_{\max} \approx 0,5)$
- Στην στροβιλώδη ροή
 - Η ταχύτητα του ρευστού είναι περισσότερο ομοιογενής σε όλη την μάζα του και αυτή η ομοιογένεια αυξάνει κατά την μετακίνηση του ρευστού στον αγωγό: $(v/v_{\max} \approx 0,8)$

4



5

Ποτάμια ροή

- Στην φύση η ποτάμια ροή παρατηρείται σε υγρά τα οποία κινούνται με μικρές ταχύτητες και στα οποία η ανάδευση ή η διαταραχή της ροής είναι η ελάχιστη. Τέτοια παραδείγματα είναι η ροή (με μικρή ταχύτητα) του νερού σε ποτάμια ή κανάλια με ομαλή κοίτη, η ροή της λάβας των ηφαιστειών, του αίματος στα τριχοειδή αγγεία, ο καπνός μόλις βγαίνει από τα φουγάρα όταν δεν φυσάει, το νερό στα σιντριβάνια ή σε μικρούς καταρράκτες, η ροή του αέρα γύρω από τα φτερά ενός αεροπλάνου ή ενός καλά σχεδιασμένου αυτοκινήτου.
- Εντούτοις, οι ροές των περισσότερων ρευστών στην φύση είναι ή γρήγορα μετατρέπονται, σε στροβιλώδεις.

6

☀ Νόμος του Poiseuille (Hagen-Poiseuille)

- ☀ Η ποτάμια (ή νηματική) παροχή ενός ασυμπίεστου ρευστού που ρέει διαμέσου ενός κυλινδρικού αγωγού, είναι ανάλογη της διαφοράς πίεσης και της τέταρτης δύναμης της ακτίνας του αγωγού και αντιστρόφως ανάλογη του ιξώδους και του μήκους του αγωγού.

$$Q = \frac{(P_2 - P_1) \cdot \pi \cdot r^4}{8 \cdot \mu \cdot L}$$

7

☀ Στη ποτάμια ροή:



- ☀ Η ταχύτητα των μορίων του ρευστού είναι σχεδόν σταθερή και χαμηλή
- ☀ Το προφίλ της ροής είναι ομοιόμορφο
- ☀ Δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας
- ☀ Ισχύει ο νόμος του Poiseuille

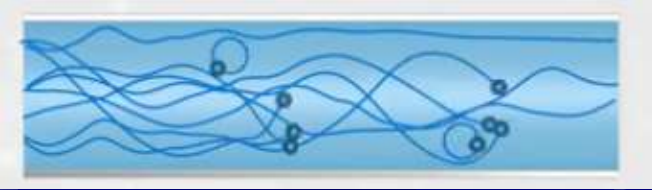
8



Ποτάμια ροή

9

Στη στροβιλώδη ροή:



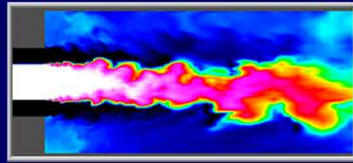
- Η ταχύτητα των μορίων του ρευστού είναι άνιση και υψηλή
- Το προφίλ ροής αλλάζει διαρκώς
- Υπάρχει απώλεια ενέργειας
- Δεν ικανοποιείται ο νόμος του Poiseuille

10



Είδη στροβιλώδους ροής

- Στην φύση και σε μηχανικές κατασκευές η κίνηση ρευστών (υγρά & αέρια) είναι στροβιλώδης
- Ροή του αίματος στα περισσότερα αγγεία, υγρά εντός σωλήνων, ο καπνός, η κίνηση των αερίων μαζών στην ατμόσφαιρα, τα θαλάσσια ρεύματα κ.α.



11



Αριθμός Reynolds

- Ο αριθμός Reynolds (Re) είναι μια αδιάστατη ποσότητα που χρησιμοποιείται ως δείκτης του τύπου ροής (ποτάμια ή στροβιλώδης) ενός ρευστού. Είναι συνάρτηση της διαμέτρου (D)* του σωλήνα, της μέσης ταχύτητας του ρευστού (v), της πυκνότητας (ρ) και του ιξώδους (μ).

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = \text{Δυνάμεις ροής} / \text{δυνάμεις ιξώδους.}$$

Για $Re < 2300$ η ροή θεωρείται ποτάμια

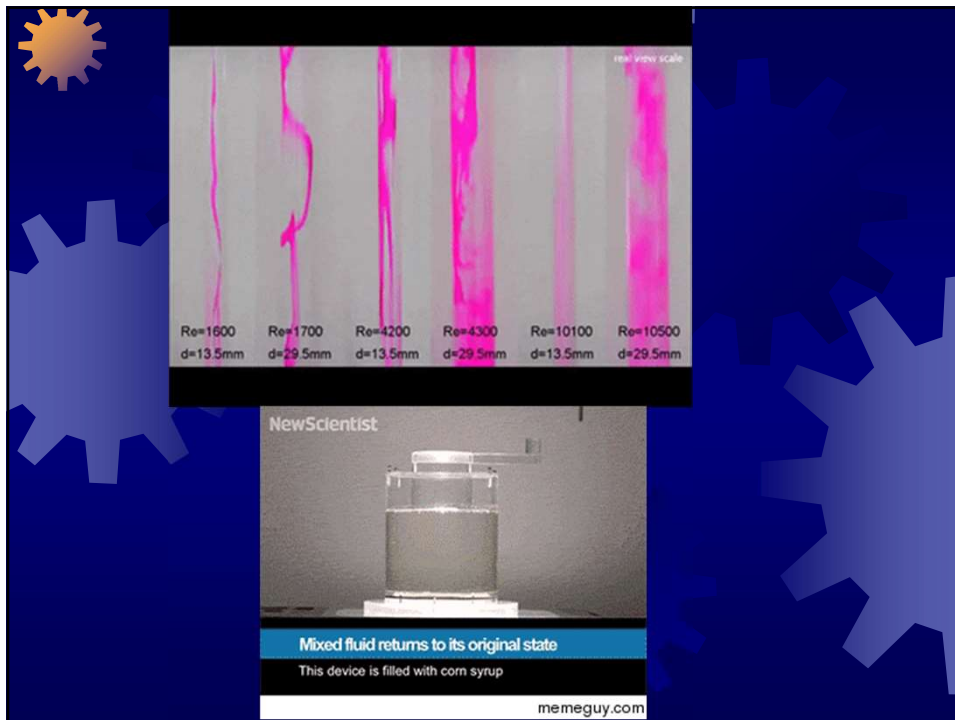
Για $Re > 4000$ η ροή θεωρείται στροβιλώδης**

Για $2300 < Re < 4000$ η θεωρείται ως μικτή ή μεταβατική.

*Για την ακρίβεια είναι μέτρο διάστασης (μήκος, διάμετρος κλπ)

**Στα εκθετικά ρευστά η στροβιλώδης ροή εμφανίζεται σε πολύ υψηλότερους αριθμούς Re (> 70.000)

12



13

Παράδειγμα:

- Να εκτιμηθεί το προφίλ ροής ελαιολάδου (πυκνότητα $0,910 \text{ kg/L}$ κ' με ιξώδες $107,5 \text{ mPas}$) το οποίο ρέει εντός σωλήνα διαμέτρου $0,2 \text{ m}$ με ταχύτητα 2 m/s .

14

Παράδειγμα:

- Να εκτιμηθεί το προφίλ ροής ελαιολάδου (πυκνότητα 0,910 kg/L κ' με ιξώδες 107,5 mPas) το οποίο ρέει εντός σωλήνα διαμέτρου 0,2 m με ταχύτητα 2 m/s.

$$Re = 910 \cdot 2 \cdot 0,2 / 0,1075 = 3336,05 (< 4000)$$

15

Κυλινδρικοί αγωγοί και σωλήνες

- Σωλήνες (pipes): λέγονται οι λεπτότοιχοι δίαυλοι των οποίων το ονομαστικό μέγεθος βασίζεται στην εξωτερική τους διάμετρο.
- Οι σωλήνες υγιεινής κλάσης είναι δίαυλοι ανοξείδωτου ατσάλιου που η ονομασία τους βασίζεται στην εξωτερική διάμετρο.
- Αγωγοί (tubes): είναι οι παχείς στο τοίχωμα δίαυλοι των οποίων το ονομαστικό μέγεθος βασίζεται στην εσωτερική διάμετρο.

Τις μετατροπές από ονομαστική σε εσωτερική διάμετρο τις λαμβάνουμε από την χρήση πινάκων.



16



Διαστάσεις αγωγών και σωλήνων

Πίνακας 3.1. Διαστάσεις αγωγών και σωλήνων

Όνομαστική διάμετρος (in)	Αγωγοί Χάλυβα		Σωλήνες Υγιεινής Κλάσης		Σωλήνες Εναλ. Θερμ/τας	
	ID* in (m)	OD** in (m)	ID in (m)	OD in (m)	ID in (m)	OD in (m)
0,5	0,622 (0,01579)	0,840 (0,02134)	-	-	0,402 (0,01021)	0,50 (0,0127)
0,75	0,824 (0,02093)	1,050 (0,02667)	-	-	0,652 (0,01656)	0,75 (0,01905)
1	1,049 (0,026644)	1,315 (0,03310)	0,902 (0,02291)	1,00 (0,0254)	0,902 (0,02291)	1,00 (0,0251)
1,5	1,610 (0,04089)	1,900 (0,04826)	1,402 (0,03561)	1,50 (0,0381)	1,402 (0,03561)	1,50 (0,03810)
2,0	2,067 (0,05250)	2,375 (0,06033)	1,870 (0,04749)	2,00 (0,0635)	-	-
2,5	2,469 (0,06271)	2,875 (0,07302)	2,370 (0,06019)	2,50 (0,0635)	-	-
3,0	3,068 (0,07793)	3,500 (0,08890)	2,870 (0,07289)	3,00 (0,0762)	-	-
4,0	4,026 (0,10226)	4,500 (0,11430)	3,834 (0,09739)	4,00 (0,1016)	-	-

*ID=Εσωτερική διάμετρος (inside diameter) **OD=εξωτερική διάμετρος (outside diameter)

17



Πτώση πίεσης λόγω τριβών

- Είναι προφανές ότι η ροή μέσω ενός σωληνοειδούς αγωγού συνοδεύεται από κάποια πτώση πίεσης λόγω των τριβών που αναπτύσσονται.
- Η πτώση της πίεσης ισοδυναμεί με την δύναμη που πρέπει να εφαρμοσθεί στο ρευστό για να υπερνικήσει τις τριβές (αντίσταση τριβής στην ροή).
- Έτσι, θα ήταν χρήσιμη μια έκφραση της πτώσης της πίεσης σαν συνάρτηση των χαρακτηριστικών του ρευστού αλλά και αυτών του αγωγού.

18

Τριβές ροής Νευτώνειων ρευστών

- Γενικά, το μέτρο των δυνάμεων των τριβών δίνεται από τον τύπο:

$$F = \rho \cdot A \cdot K_E \cdot f$$

όπου (ρ) η πυκνότητα του ρευστού, (A) η επιφάνεια που αναπτύσσονται οι τριβές, (K_E) η κινητική ενέργεια και (f) ο συντελεστής τριβών.

19

Πτώση πίεσης ανά μονάδα μήκους αγωγού:

- Από την εξίσωση του Poiseuille (για νευτώνεια ρευστά και ποτάμια ροή):

$$\Delta P/L = 32 \cdot \nu \cdot \mu / D^2 \text{ ή με χρήση του αριθμού } Re:$$

$$\Delta P/L = 2 \cdot (16/Re) \cdot \nu^2 \cdot \rho / D \text{ ή με τον συντελεστή τριβής:}$$

$$\Delta P/L = 2 \cdot f \cdot \rho \cdot \nu^2 / D \text{ (γενικός τύπος όπου για ποτάμια ροή } f=16/Re)$$

(Re : αριθμός Re , ν : ταχύτητα, μ : ιξώδες, D : διάμετρος, ρ : πυκνότητα, f : συντελεστής τριβής)

Ο συντελεστής τριβής (f), για ποτάμια ή στροβιλώδη ροή, μπορεί να προσδιορισθεί από τα διαγράμματα Moody με βάση τον αριθμό Re και τον συντελεστή αδρότητας, ενώ για λείους αγωγούς όπως αυτούς των βιομηχανικών τροφίμων δίνεται από τις σχέσεις :

$$10.000 < Re < 1.000.000 : f = 0,048 \cdot Re^{-0,20} \quad (1)$$

$$3000 < Re < 10.000 : f = 0,193 \cdot Re^{-0,35} \quad (2)$$

20



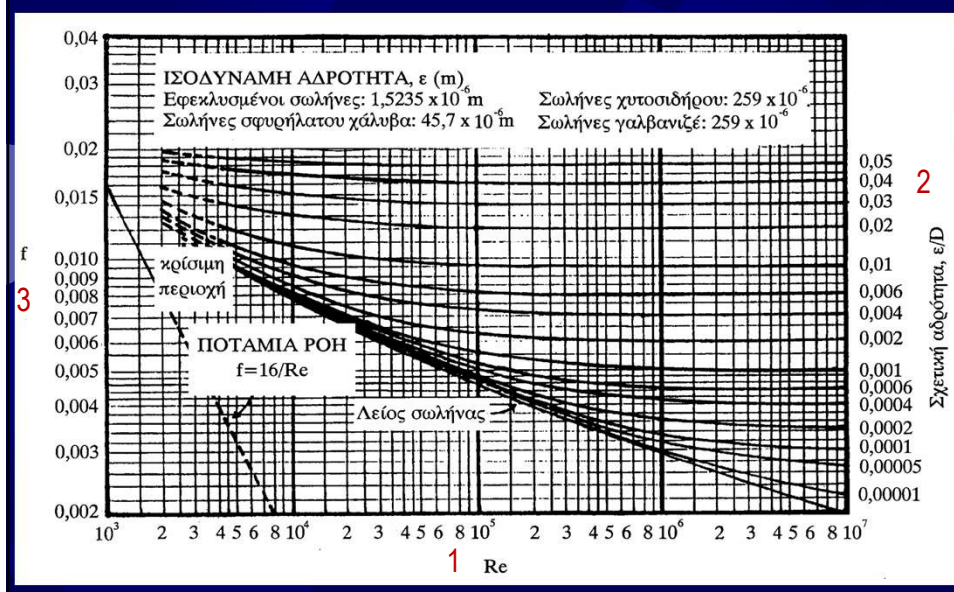
Προσδιορισμός τριβής με την χρήση διαγράμματος Moody

☀ Για τον προσδιορισμό της τριβής αρχικά εκτιμάμε την τιμή του αριθμού Re . Στην συνέχεια από την τιμή της ισοδύναμης αδρότητας (ϵ) που δίνεται από τους πίνακες, εκτιμάμε την σχετική αδρότητα (ϵ/D). Με βάση τις δύο αυτές τιμές βρίσκουμε τον συντελεστή τριβής f από το σχετικό διάγραμμα Moody.

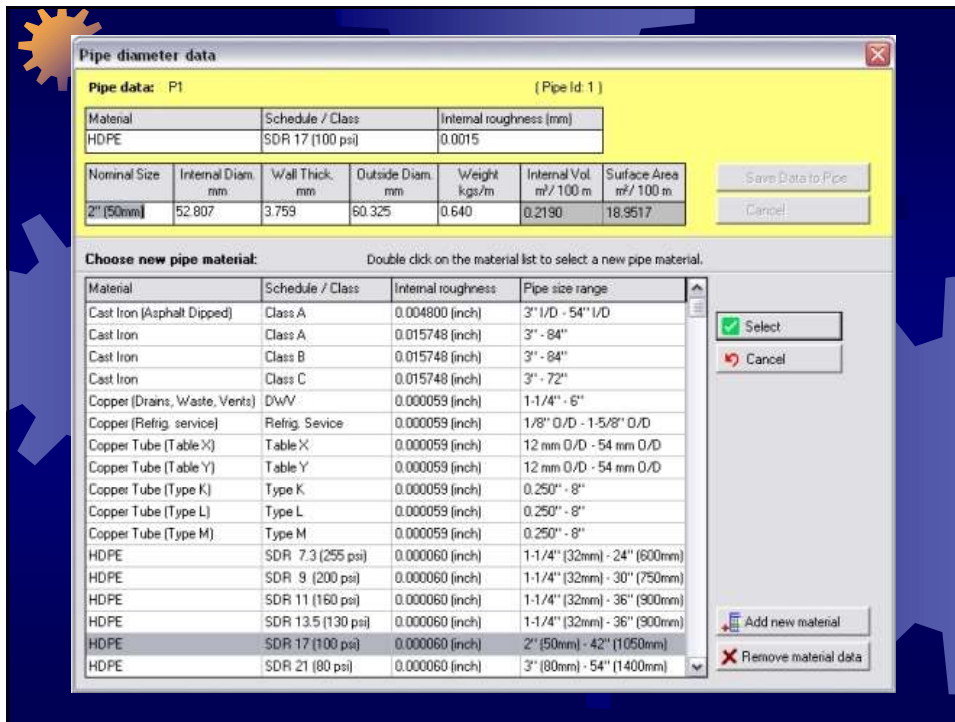
21



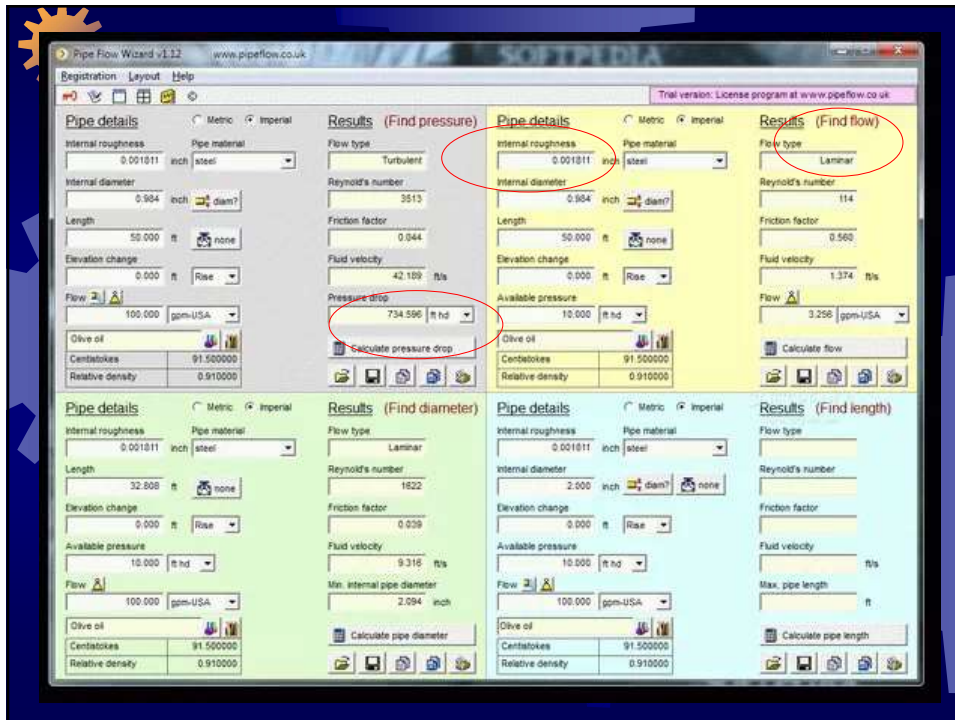
Διάγραμμα Moody



22



23



24

Παράδειγμα

- Ποιος ο τύπος της ροής και τι πίεση πρέπει να αναπτυχθεί στην έξοδο μιας αντλίας που δίνει 100 l/min ρευστού με ειδικό βάρος 1,02 και ιξώδες 0,1 Kg/m·s. Το ρευστό πρέπει να κινείται μέσα σε ανοξείδωτο σωλήνα (υγιεινής κλάσης) 1,5 in (ονομαστικό μέγεθος), μήκους 50 m. Ο σωλήνας είναι ευθύς και οριζόντιος και το άνοιγμα κένωσής του βρίσκεται σε ατμοσφαιρική πίεση.

25

Απάντηση

- $D = 0,03561\text{m}$ (από πίνακα διαστάσεων αγωγών και σωλήνων)
- $\rho = 1,02 \times 1000\text{ kg/m}^3 = 1020\text{ kg/m}^3$
- $\mu = 0,1\text{ Kg/m}\cdot\text{s}$ ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)
- Από τον τύπο της ογκομετρικής παροχής ισχύει ότι $q = v \cdot A$ ή $v = q/A$ δηλ. οπότε:
 $q = 100\text{ l/min} = 0,1\text{ m}^3/\text{min} = 0,1\text{ m}^3/60\text{ s} = 0,00167\text{ m}^3/\text{s}$
 $A = 3,14 \cdot (0,03561/2)^2 = 0,0009954\text{ m}^2$
 $v = 0,00167/0,0009954 = 1,677\text{ m/s}$
- $Re = (1020 \cdot 1,677 \cdot 0,03561)/0,1 = 609,1$ (< 2100) δηλ. ποτάμια ροή
- $\Delta P = 2 \cdot (16/Re) \cdot v^2 \cdot \rho \cdot L/D = 211,7\text{ kPa}$

26



Τριβές κατά τη ροή Μη Νευτώνειων ρευστών

- Για ποτάμια ροή και μη Νευτώνεια ρευστά η πτώση πίεσης μπορεί να υπολογισθεί από την γενική εξίσωση με την διαφορά ότι ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται διαφορετικά και καλείται γενικευμένος (GRe):

$$GRe = \frac{8\bar{V}^{2-n} R^n \rho}{b \left(\frac{3n+1}{n} \right)^n}$$

- R: η ακτίνα του αγωγού
- n: ο δείκτης συμπεριφοράς στην ροή
- b: ο δείκτης συνεκτικότητας του ρευστού

27



Τριβές στενώσεων ή διεύρυνσης αγωγών

- Στην περίπτωση στένωσης, η σχέση που χρησιμοποιείται για προσδιορισμό των τριβών είναι:

$$\Delta P / \rho = k_f \cdot v_2^2 / a,$$

- Στην περίπτωση διεύρυνσης των αγωγών, οι απώλειες λόγω τριβών δίνονται από τη σχέση:

$$\Delta P / \rho = (P_1 - P_2) / \rho = k_f \cdot v_1^2 / a$$

όπου:

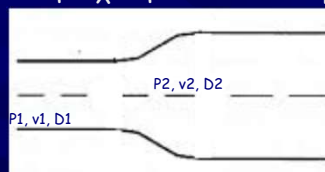
$$k_f = 0,94[1,25 - (D_2/D_1)^2] \text{ όταν } (D_2/D_1)^2 < 0,7$$

$$k_f = 0,75[1 - (D_2/D_1)^2] \text{ όταν } (D_2/D_1)^2 > 0,7$$

για νευτώνεια ρευστά το $a=2$ και για μη νευτώνεια:

για ποτάμια το $a = (4n+2)(5n+3)/3(3n+1)$ ενώ για στροβιλώδη $a=2$

Όπου P_1 και v_1 η πίεση και η ταχύτητα στο στενό τμήμα του αγωγού.



28

Περίπτωση δεξαμενής με σωλήνα μεταφοράς.

- Ειδική περίπτωση στένωσης είναι αυτή δεξαμενής με σωλήνα μεταφοράς του ρευστού. Στην περίπτωση αυτή η πτώση πίεσης δίδεται από σχετικό τύπο (Skelland, 1967).

$$\frac{\Delta P}{\rho} = v_2^2 \left[\frac{16L}{G Re} + C_\alpha \right]$$

L: η απόσταση που απαιτείται για τέλεια ανάπτυξη της ροής

R: η ακτίνα του αγωγού

C_α: σταθερά

29

Τριβές συνδεσµιακού υλικού

- Για τον προσδιορισμό της αντίστασης στην ροή που οφείλεται σε εξαρτήματα διασύνδεσης πολλαπλασιάζουμε το κλάσμα (L'/D - ειδική αντίσταση) του κάθε εξαρτήματος επί την διάμετρο και βρίσκουμε το ισοδύναμο μήκος (L') ευθύγραμμου σωλήνα που παρουσιάζει την ίδια αντίσταση με το εξάρτημα.
- Η ειδική αντίσταση εξαρτημάτων δίνεται από σχετικούς πίνακες.

30

Ειδική αντίσταση εξαρτημάτων

Εξάρτημα	L'/D
Στάνταρ γωνία 90°	35
Στάνταρ γωνία 45°	15
Ταυ σε θέση συνδέσμου (κλειστή η βάση $\rightarrow \perp \rightarrow$)	20
Ταυ σε θέση γωνίας (είσοδος η βάση $\leftarrow \perp \rightarrow$)	70
Ταυ σε θέση γωνίας (είσοδος το ένα σκέλος $\rightarrow \perp \leftarrow$)	60
Ταυ για διακλάδωση ροής ($\leftarrow \perp \rightarrow$)	45
Βαλβίδα τύπου θυρίδας (πλήρως ανοικτή)	10
Βαλβίδα τύπου σφαίρας (πλήρως ανοικτή)	290
Βαλβίδα διαφράγματος (πλήρως ανοικτή)	105
Σύνδεσμοι και παρεμβολές σωλήνων	αμελητέα



31

Παράδειγμα

Η πτώση πίεσης για 5 γωνίες 90° (1in) θα είναι ίση με την πτώση πίεσης που προκαλεί ισοδύναμο μήκος σωλήνα : $5 \times (L'/D) \times D = 5 \times 35 \times 0,02291 \text{ m} = 4 \text{ m}$ ή για κάθε μια γωνία που προστίθεται, αυξάνεται η πτώση της πίεσης το ίδιο με την προσθήκη σωλήνα με ισοδύναμο μήκος 0,8 m.



32

Ισοζύγιο μηχανικής ενέργειας

- Για να υπερνικηθούν οι τριβές και να προκληθεί ροή σε ένα ρευστό θα πρέπει να προσφερθεί ενέργεια είτε με μηχανικό τρόπο (αντλία) ή απλά εξαιτίας αλλαγής της δυναμικής ενέργειας του ρευστού. Άρα, η μηχανική ή η δυναμική ενέργεια που απαιτείται για την προώθηση του ρευστού θα πρέπει να ισοσταθμίζει τις τριβές. Η σχέση αυτή είναι μια **σχέση ισοζυγίου μηχανικής ενέργειας** και λαμβάνει υπόψη όλες τις εμπλεκόμενες μορφές της ενέργειας.

Πίνακας 3.3. Μορφές ενέργειας σε ένα σύστημα ροής ρευστών

Μορφή Ενέργειας	Τύπος προοδ/σμού	Μονάδες	Τύπος (βάση: 1 kg)	Μονάδες
<i>Δυναμική Ενέργεια:</i>				
α) Λόγω Πίεσης	$m(P/\rho)$	$\text{kg}[(\text{N/m}^2)/(\text{kg/m}^3)]$	P/ρ	J/kg
β) Λόγω υψομ/κής διαφοράς	mgh	$\text{kg}(\text{m/s}^2)\text{m}$	gh	J/kg
<i>Κινητική Ενέργεια</i>	$m \bar{v}^2/a$	$\text{kg}(\text{m/s})^2$	\bar{v}^2/a	J/kg
<i>Προσαθμενη Ενέργεια (αντλία)</i>	mw_s	$\text{kg}(\text{J/kg})$	w_s	J/kg
<i>Απώλειες λόγω τριβών</i>	$m(\Delta P/\rho)$	$\text{kg}[(\text{N/m}^2)/(\text{kg/m}^3)]$	$\Delta P/\rho$	J/kg

33

Εξίσωση Bernoulli

- Μια τέτοιου τύπου σχέση μηχανικής ενέργειας εκφράζεται με την εξίσωση Bernoulli και χρησιμοποιείται εκτεταμένα στην ανάλυση συστημάτων ροής, κύρια για το προσδιορισμό της ενέργειας (W_s) που πρέπει να προσφέρει η χρησιμοποιούμενη αντλία. Το γινόμενο της ενέργειας αυτής επί την μαζική παροχή μας δίνει την ισχύ της απαιτούμενης αντλίας.

$$\frac{P_1}{\rho} + gh_1 + \frac{\bar{V}_1^2}{\alpha} + W_s = \frac{P_2}{\rho} + gh_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{\alpha} + \frac{\Delta P}{\rho}$$

34



Άσκηση

- Να προσδιοριστεί η πτώση της πίεσης ενός ρευστού πυκνότητας 950 Kg/m^3 , ιξώδους $7,7 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, το οποίο ρέει με παροχή $0,0008 \text{ m}^3/\text{s}$ σε οριζόντιο ευθύγραμμο σωλήνα από σφυρήλατο χάλυβα με μήκος 100 m και εσωτερική διάμετρο $0,03 \text{ m}$.