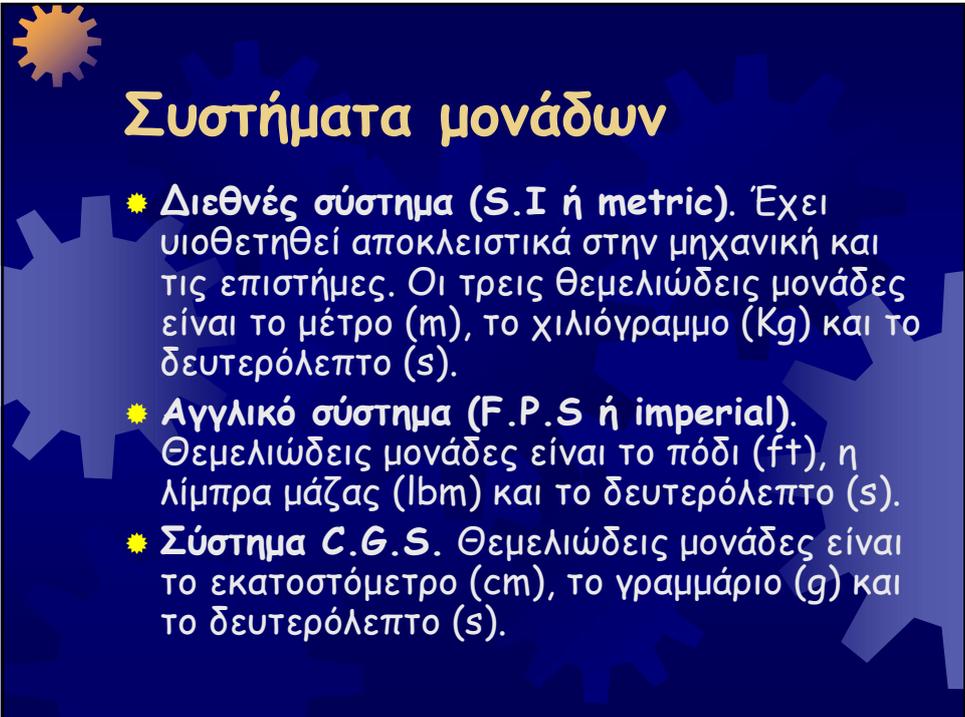




Μηχανική Τροφίμων

Θεμελιώδεις Έννοιες Μηχανικής



Συστήματα μονάδων

- **Διεθνές σύστημα (S.I ή metric).** Έχει υιοθετηθεί αποκλειστικά στην μηχανική και τις επιστήμες. Οι τρεις θεμελιώδεις μονάδες είναι το μέτρο (m), το χιλιόγραμμο (Kg) και το δευτερόλεπτο (s).
- **Αγγλικό σύστημα (F.P.S ή imperial).** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το πόδι (ft), η λίμπρα μάζας (lbm) και το δευτερόλεπτο (s).
- **Σύστημα C.G.S.** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το εκατοστόμετρο (cm), το γραμμάριο (g) και το δευτερόλεπτο (s).



Βασικές & Σύνθετες μονάδες συστημάτων

Ποσότητα	S.I.	F.P.S	C.G.S.
Μήκος	m	ft	cm
Μάζα	kg	lb _m	g
Χρόνος	s	s	s
Δύναμη	N	lb _f	dyn
Ενέργεια	J	ftlb _f	erg
Ισχύς	W	ftlb _f /s	erg/s
Πίεση	Pa	p.s.i	dyn/cm ²
Θερμοκρασία	°K	°F	°C
Θερμότητα	J	BTU	cal
Επιτ Βαρ (g)	9,8 m/s ²	32,2 ft/s ²	980,7 cm/s ²



Ανάλυση σύνθετων μονάδων

ΔΥΝΑΜΗ = ΜΑΖΑ x ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ					
S.I.:	Newton (N)	=	kg	x	m/s ² = kgm/s ²
F.P.S.:	lb _f	=	lb _m	x	ft/s ² = lb _m ft/s ²
C.G.S.:	Dyne (dyn)	=	g	x	cm/s ² = gcm/s ²
ΠΙΕΣΗ = ΔΥΝΑΜΗ : ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ					
S.I.:	Pascal (Pa)	=	N	: m ²	= (kgm/s ²)/m ² = kg/ms ²
F.P.S.:	p.s.i.	=	lb _f	: in ²	= (lb _m ft/s ²)/ft ² = lb _m /fts ²
C.G.S.:	dyn/cm ²	=	dyn	: cm ²	= (gcm/s ²)/cm ² = g/cms ²
ΕΝΕΡΓΕΙΑ = ΔΥΝΑΜΗ x ΑΠΟΣΤΑΣΗ					
S.I.:	Joule (J)	=	N	x m	= (kgm/s ²)m = kgm ² /s ²
F.P.S.:	ftlb _f	=	lb _f	x ft	= (lb _m ft/s ²)ft = lb _m ft ² /s ²
C.G.S.:	Erg	=	dyn	x cm	= (gcm/s ²)cm = gcm ² /s ²
ΙΣΧΥΣ = ΕΝΕΡΓΕΙΑ : ΧΡΟΝΟΣ					
S.I.:	W	=	J	: s	= (kgm ² /s ²)/s = kgm ² /s ³
F.P.S.:	ftlb _f /s	=	ftlb _f	: s	= ft(lb _m ft/s ²)/s = lb _m ft ² /s ³
C.G.S.:	Erg/s	=	erg	: s	= (gcm ² /s ²)/s = gcm ² /s ³

Σταθερές μετατροπής

- ✦ Στο S.I. η σταθερά μετατροπής για τον νόμο του Newton είναι 1 και παραλείπεται.
- ✦ Στο F.P.S η σταθερά μετατροπής (g_c) είναι: $32,174 \text{ lb}_m \text{ ft} / \text{lb}_f \text{ s}^2$
- ✦ Στο C.G.S. είναι επίσης 1 και παραλείπεται.

Μονάδες και κλίμακες θερμοκρασιών

	°C	°F	°K	°R (Rankine)
Βρασμός Νερού	100	212	373,15	671,7
Λιώσιμο Πάγου	0	32	273,15	491,7
Απόλυτο Μηδέν	-273,15	-459,7	0	0

Μετατροπές Θερμοκρασιών

- $^{\circ}\text{F} = 1,8 (^{\circ}\text{C}) + 32$
- $^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$
- $^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 458,67$ και $(^{\circ}\text{C} + 273,15) \times 9/5$

Παρατηρούμε ότι μεταβολή κατά 1°C ισοδυναμεί με μεταβολή 1°K και μεταβολή 1°F ισοδυναμεί με μεταβολή 1°R ή

$$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{K} = 9/5^{\circ}\text{F} = 9/5^{\circ}\text{R}$$

Οι ισοδυναμίες διαφοράς θερμοκρασιών βρίσκουν εφαρμογή στις μετατροπές μονάδων.

π.χ. $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 180 \text{ kcal}/^{\circ}\text{C} (\times 1,8)$
 $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{R} (\times 1)$

Μέθοδοι έκφρασης σύστασης & συγκέντρωσης

- Γραμμομόριο (mole): ποσότητα ουσίας ίση με το μοριακό της βάρος.
- Μοριακό κλάσμα (x_A mole fraction): ο αριθμός των μορίων της ουσίας προς τον αριθμό του συνόλου των μορίων.
- Κλάσμα βάρους ή μάζας (w_A weight fraction): η μάζα της ουσίας προς την συνολική μάζα.
- Μοριακότητα (molarity): τα g/mole μιας ουσίας ανά λίτρο (L) διαλύματος.
 - Οι αναλύσεις στερεών και υγρών δίνονται συνήθως σαν κλάσμα βάρους ή %, ή σε ppm και ppb ενώ για τα αέρια χρησιμοποιείται το μοριακό κλάσμα ή αναλογία.

Πυκνότητα (d)

- Είναι η συνηθέστερη έκφραση της συνολικής συγκέντρωσης της μάζας ανά μονάδα όγκου.
- Εκφράσεις πυκνότητας είναι τα kg/m^3 , g/cm^3 ή lb_m/ft^3
- Ερώτηση 1: Ποια είναι η πυκνότητα του νερού?
- Ερώτηση 2: Πως βρίσκουμε πειραματικά την πυκνότητα ενός υγρού?

Ειδικό βάρος (e)

- Μερικές φορές η πυκνότητα δίνεται και σαν ειδικό βάρος (η πυκνότητα της ουσίας διαιρεμένης με την πυκνότητα ουσίας αναφοράς σε συγκεκριμένη θερμοκρασία)
- Ερώτηση 1: Ποιο είναι το ειδικό βάρος του νερού?
- Ερώτηση 2: Ποιες είναι οι μονάδες του ειδικού βάρους?

☀️ Αέρια και Υγρά

- ☀️ **Ατμοσφαιρική πίεση (atmospheric pressure ή atm):**

Η πίεση που δέχεται ένα σώμα στην επιφάνεια της γης.

Για το επίπεδο της θάλασσας είναι $1 \text{ Atm} = 760 \text{ mmHg} = 29,9 \text{ inHg} = 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 = 101,3 \text{ kPa}$

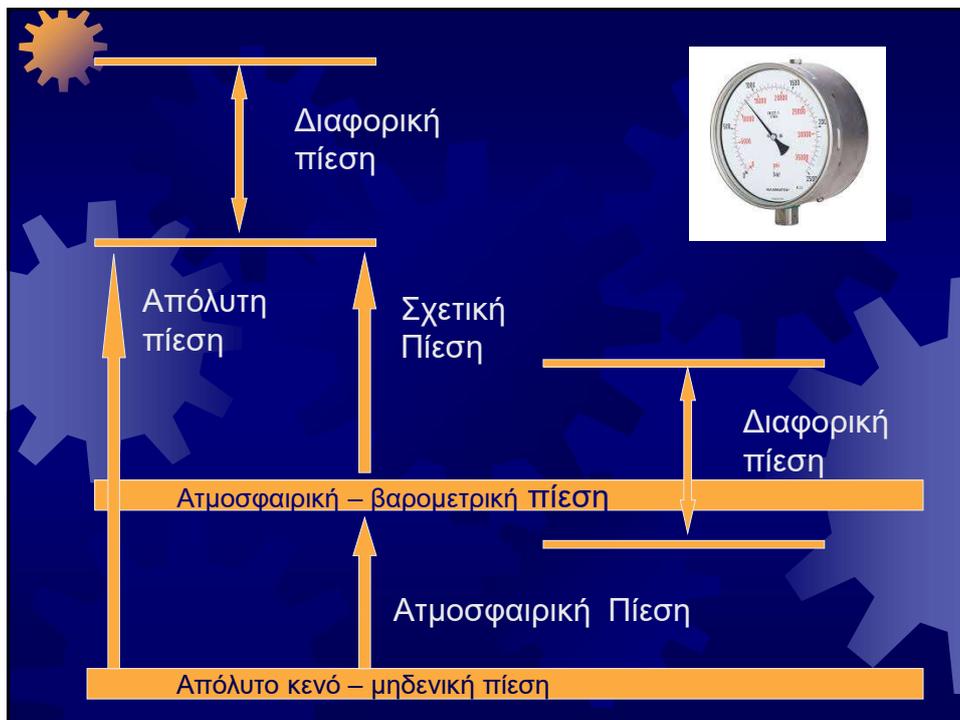
- ☀️ **Σχετική πίεση (gauge pressure ή p.s.i.g):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η ατμοσφαιρική. Είναι η πίεση που αναγράφουν οι διάφοροι μετρητές πίεσης (gauge).

- ☀️ **Απόλυτη πίεση (absolute pressure ή p.s.i.a.):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό σε ατμοσφαιρικές συνθήκες (ατμοσφαιρική + σχετική)

Οπότε: $36,2 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.a)} = 21,55 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.g)} + 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (atm)}$



Νόμοι ιδανικών αερίων

• Εδώ ισχύουν οι απλοί κανόνες με κυριότερο τον νόμο των ιδανικών αερίων του Boyle ($PV = nRT$), όπου

R (σταθερά των αερίων):

• $R = 8,31 \text{ Kg}m^2/s^2\text{Kg}mol^\circ K$ για το S.I.

• $R = 0,73 \text{ ft}^3\text{atm}/\text{lb}mol^\circ R$ για το F.P.S

• $R = 82 \text{ cm}^3\text{atm}/\text{g}mol^\circ K$ για το C.G.S

Μείγματα ιδανικών αερίων

• Εδώ ισχύει ο νόμος του Dalton για τα μείγματα ιδανικών αερίων:

($P = P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu$) οπότε αφού ο αριθμός των μορίων κάθε συστατικού είναι ανάλογος της μερικής του πίεσης, το μοριακό κλάσμα του συστατικού (α) θα είναι:

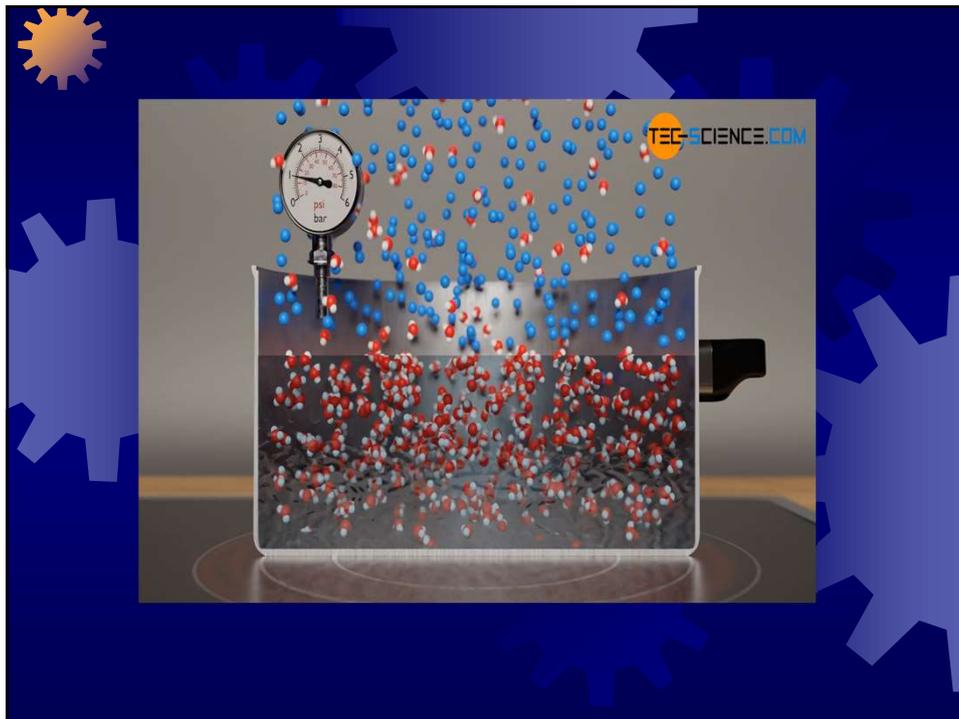
$$X_\alpha = P_\alpha/P = P_\alpha/(P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu)$$

Παράδειγμα:

- Ένα αέριο μείγμα περιέχει τα παρακάτω συστατικά στις αντίστοιχες μερικές πιέσεις: CO_2 30 mmHg, CO 50 mmHg, N_2 500 mmHg, O_2 20 mmHg.
- Να προσδιορισθεί η ολική πίεση του μείγματος και η σύστασή του σε μοριακά κλάσματα.

Τάση ατμών και σημείο βρασμού

- **Τάση ατμών:** Η πίεση που εξασκούν οι ατμοί ενός υγρού σε ένα δοχείο σε ισορροπία και σε συγκεκριμένη θερμοκρασία (νερό $50^\circ C = 12,3$ kPa ή 92,5 mmHg, νερό $75^\circ C = 38,5$ kPa ή 228,8 mmHg, νερό $100^\circ C = 101,3$ kPa ή 760 mmHg)
- **Σημείο βρασμού:** Η θερμοκρασία στην οποία η τάση ατμών ενός υγρού είναι ίση ή μεγαλύτερη από την ολική πίεση στον ελεύθερο χώρο πάνω από το υγρό.



 **Παράδειγμα:**

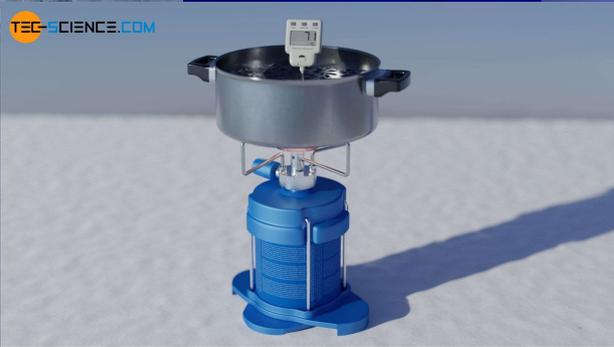
- Στην κορυφή του Έβερεστ (8884m) η ατμοσφαιρική πίεση είναι: 32,5 KPa. Σε τι θερμοκρασία θα βράσει το νερό?

Πίνακας 9. Πίνακας Κορεσμένου Ατμού σε Μετρικές Μονάδες

Θερμοκρασία (°C)	Απόλυτη Πίεση (kPa)	Ενθάλπια		
		Κορεσμένου Υγρού	Εξάτμισης	
			Κορεσμένου Ατμού	(MJ/kg)
0	0.6108	0.00001	2.5013	2.5013
2.5	0.7314	0.01099	2.4957	2.5067
5	0.8724	0.03166	2.4897	2.5108
7.5	1.0365	0.05151	2.4839	2.5153
10	1.2270	0.07098	2.4778	2.5200
12.5	1.4489	0.08953	2.4720	2.5245
15	1.7049	0.06292	2.4661	2.5291
17.5	2.0326	0.07483	2.4605	2.5342
20	2.3366	0.08386	2.4544	2.5381
22.5	2.7248	0.09780	2.4484	2.5425
25	3.1599	0.10877	2.4425	2.5472
27.5	3.6708	0.11822	2.4367	2.5518
30	4.2415	0.12566	2.4307	2.5563
32.5	4.8913	0.13011	2.4246	2.5609
35	5.6238	0.14050	2.4188	2.5653
37.5	6.4488	0.15011	2.4129	2.5699
40	7.3749	0.16043	2.4069	2.5744
42.5	8.4185	0.17089	2.4009	2.5788
45	9.5851	0.18138	2.3949	2.5832
47.5	10.8868	0.19080	2.3889	2.5877
50	12.3354	0.20029	2.3829	2.5921
52.5	13.9524	0.21078	2.3769	2.5966
55	15.7459	0.22017	2.3705	2.6000
57.5	17.7295	0.23052	2.3648	2.6034
60	19.9203	0.24106	2.3586	2.6068
62.5	22.3466	0.26155	2.3525	2.6140
65	25.0159	0.27202	2.3464	2.6181
67.5	27.9479	0.28349	2.3402	2.6225
70	31.1622	0.29598	2.3339	2.6270
72.5	34.6961	0.30145	2.3276	2.6312
75	38.5575	0.31194	2.3214	2.6354
77.5	42.7706	0.32442	2.3151	2.6395
80	47.3601	0.33492	2.3089	2.6437
82.5	52.3777	0.34542	2.3025	2.6479
85	57.8159	0.34639	2.2961	2.6519
87.5	63.7196	0.34643	2.2897	2.6558
90	70.1059	0.34595	2.2832	2.6595
92.5	77.0489	0.34747	2.2766	2.6640
95	84.5676	0.34998	2.2703	2.6681
97.5	92.6579	0.40853	2.2634	2.6724
100	101.3250	0.41908	2.2562	2.6766
102.5	110.7410	0.42862	2.2488	2.6798
105	120.8548	0.44017	2.2414	2.6830
107.5	131.7114	0.45074	2.2354	2.6870
110	143.3489	0.46132	2.2294	2.6910
112.5	155.8051	0.47190	2.2233	2.6950
115	169.1284	0.48249	2.2173	2.6989
117.5	183.3574	0.49308	2.2112	2.7028
120	198.5414	0.50372	2.2052	2.7067
122.5	214.8337	0.51434	2.1991	2.7107
125	232.1809	0.52499	2.1930	2.7146
127.5	250.6391	0.53565	2.1869	2.7185
130	270.2538	0.54631	2.1807	2.7224
132.5	291.0837	0.55698	2.1745	2.7263
135	313.1771	0.56768	2.1683	2.7301

Πηγή: ASME. 1967. Steam Tables. Properties of Saturated and Superheated Steam

Έβερεστ 8848m

TEC-SCIENCE.COM

Παράδειγμα:

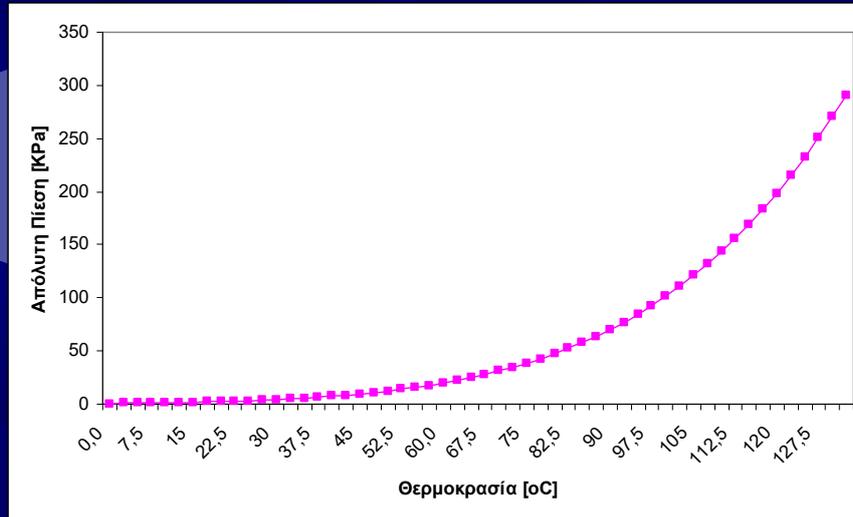
- Φρουτοχυμός με 5% στερεά συμπυκνώνεται με εξάτμιση του νερού. Για να μην καταστραφούν οι βιταμίνες η θερμοκρασία δεν πρέπει να ξεπεράσει τους $37,7^{\circ}\text{C}$. Ποια πρέπει να είναι η ολική πίεση στον εξατμιστήρα;



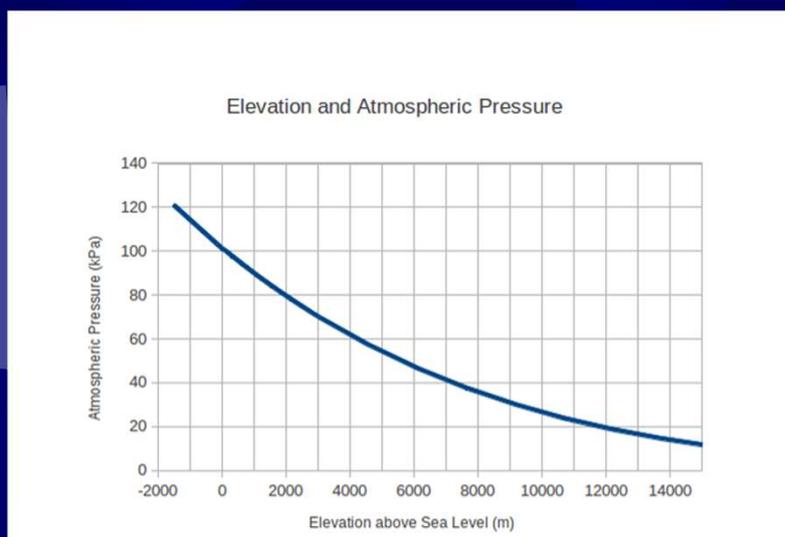
- Σημ 1: Κανένας πίνακας δεν δίνει με ακρίβεια αυτό που ζητάμε και έτσι δεν μας καλύπτει όσον αφορά την «ποσοτική έκφραση» των μεγεθών στην μηχανική των τροφίμων!
- Σημ 2: Η σχέση της τάσης ατμών ενός υγρού με την θερμοκρασία του δεν δίνει ευθεία αλλά καμπύλη, οπότε δεν μπορεί να εκτιμηθεί με την απλή «μέθοδο των τριών» ή αλλιώς με ένα γραμμικό μοντέλο πρόβλεψης (π.χ. ευθεία ελαχίστων τετραγώνων).



Σχέση θερμοκρασίας και τάσης ατμών του καθαρού νερού



Διάγραμμα ατμοσφαιρικής πίεσης και υψόμετρου





°C	kPa
32.5	4.8913
35	5.6238
37.5	6.4488
40	7.3749
42.5	8.4185
45	9.5851

Πολλές φορές οι πίνακες δεν μας δίνουν τις τιμές που αναζητούμε.

Ένας απλός τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι η γραμμική παρεμβολή.

Έστω οι τιμές ενός πίνακα:

- X1 Y1 (όλες γνωστές)
- X3 Y3 (Y3 άγνωστη)
- X2 Y2 (όλες γνωστές)

Για την γραμμική παρεμβολή θεωρούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} = \frac{(Y3 - Y1)}{(X3 - X1)} \Rightarrow Y3 = Y1 + (X3 - X1) \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)}$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα Y3 = ?



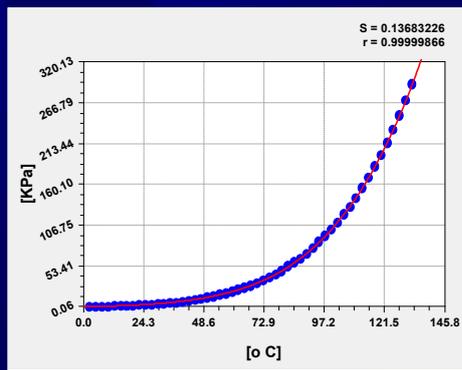
Σε πολλές περιπτώσεις η εύρεση μιας τιμής προϋποθέτει τη γνώση μιας μαθηματικής έκφρασης (μαθηματικού μοντέλου).

Το πόσο καλά ένα μαθ. μοντέλο προσομοιώνει τα δεδομένα μας, μας το εκφράζουν οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης (r ή R²) και του τυπικού σφάλματος (S).

Για παράδειγμα η προηγούμενη σχέση εκφράζεται με ένα πολυώνυμο 4^{ου} βαθμού:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

Συντελεστής	Τιμή:
a =	0,93969778
b =	-0,042165326
c =	0,0062640805
d =	-0,000074193961
e =	0,00000116168





Άσκηση

- Από το προηγούμενο πολυώνυμο να υπολογίσετε την τιμή της πίεσης (kPa) όταν η θερμοκρασία λαμβάνει τιμές : 58 και 70,8.
- Σε ποια τιμή θερμοκρασίας αντιστοιχεί πίεση 60 kPa?
- Κάντε τους ίδιους υπολογισμούς χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα κορεσμένου ατμού.
- Προκειμένου να βράσουμε νερό σε θερμοκρασίες άνω των 100°C τι συνθήκες πίεσης θα πρέπει να συμβούν?