

Μηχανική Τροφίμων

Θεμελιώδεις Έννοιες Μηχανικής

Συστήματα μονάδων

- * **Διεθνές σύστημα (S.I).** Έχει υιοθετηθεί αποκλειστικά στην μηχανική και τις επιστήμες. Οι τρεις θεμελιώδεις μονάδες είναι το μέτρο (m), το χιλιόγραμμο (Kg) και το δευτερόλεπτο (s).
- * **Αγγλικό σύστημα (F.P.S).** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το πόδι (ft), η λίμπρα μάζας (lbm) και το δευτερόλεπτο (s).
- * **Σύστημα C.G.S.** Θεμελιώδεις μονάδες είναι το εκατοστόμετρο (cm), το γραμμάριο (g) και το δευτερόλεπτο (s).

Βασικές & Σύνθετες μονάδες συστημάτων

Ποσότητα	S.I.	F.P.S	C.G.S.
Μήκος	m	ft	cm
Μάζα	kg	lb _m	g
Χρόνος	s	s	s
Δύναμη	N	lb _f	dyn
Ενέργεια	J	ftlb _f	erg
Ισχύς	W	ftlb _f /s	erg/s
Πίεση	Pa	p.s.i	dyn/cm ²
Θερμοκρασία	°K	°F	°C
Θερμότητα	J	BTU	cal
Επιτ Βαρ (g)	9,8 m/s ²	32,2 ft/s ²	980,7 cm/s ²

Ανάλυση σύνθετων μονάδων

		<i>ΔΥΝΑΜΗ</i> = <i>ΜΑΖΑ</i> x <i>ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ</i>			
<i>S.I.</i> :	Newton (N)	=	kg	x	m/s ² = kgm/s ²
<i>F.P.S.</i> :	lb _f	=	lb _m	x	ft/s ² = lb _m ft/s ²
<i>C.G.S.</i> :	Dyne (dyn)	=	g	x	cm/s ² = gcm/s ²

		<i>ΠΙΕΣΗ</i> = <i>ΔΥΝΑΜΗ</i> : <i>ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ</i>			
<i>S.I.</i> :	Pascal (Pa)	=	N	: m ²	= (kgm/s ²)/m ² = kg/ms ²
<i>F.P.S.</i> :	p.s.i.	=	lb _f	: in ²	= (lb _m ft/s ²)/ft ² = lb _m /fts ²
<i>C.G.S.</i> :	dyn/cm ²	=	dyn	: cm ²	= (gcm/s ²)/cm ² = g/cms ²

		<i>ΕΝΕΡΓΕΙΑ</i> = <i>ΔΥΝΑΜΗ</i> x <i>ΑΠΟΣΤΑΣΗ</i>			
<i>S.I.</i> :	Joule (J)	=	N	x m	= (kgm/s ²)m = kgm ² /s ²
<i>F.P.S.</i> :	ftlb _f	=	lb _f	x ft	= (lb _m ft/s ²)ft = lb _m ft ² /s ²
<i>C.G.S.</i> :	Erg	=	dyn	x cm	= (gcm/s ²)cm = gcm ² /s ²

		<i>ΙΣΧΥΣ</i> = <i>ΕΝΕΡΓΕΙΑ</i> : <i>ΧΡΟΝΟΣ</i>			
<i>S.I.</i> :	W	=	J	: s	= (kgm ² /s ²)/s = kgm ² /s ³
<i>F.P.S.</i> :	ftlb _f /s	=	ftlb _f	: s	= ft(lb _m ft/s ²)/s = lb _m ft ² /s ³
<i>C.G.S.</i> :	Erg/s	=	erg	: s	= (gcm ² /s ²)/s = gcm ² /s ³

Σταθερές μετατροπής

- ✱ Στο S.I. η σταθερά μετατροπής για τον νόμο του Newton είναι 1 και παραλείπεται.
- ✱ Στο F.P.S η σταθερά μετατροπής (g_c) είναι: $32,174 \text{ lb}_m \text{ ft} / \text{lb}_f \text{ s}^2$
- ✱ Στο C.G.S. είναι επίσης 1 και παραλείπεται.

Μονάδες και κλίμακες θερμοκρασιών

	°C	°F	°K	°R (Rankine)
Βρασμός Νερού	100	212	373,15	671,7
Λιώσιμο Πάγου	0	32	273,15	491,7
Απόλυτο Μηδέν	-273,15	-459,7	0	0

Μετατροπές Θερμοκρασιών

- * $^{\circ}\text{F} = 1,8 (^{\circ}\text{C}) + 32$
- * $^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273,15$
- * $^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 458,67$ και $(^{\circ}\text{C} + 273,15) \times 9/5$

Παρατηρούμε ότι μεταβολή κατά 1°C ισοδυναμεί με μεταβολή 1°K και μεταβολή 1°F ισοδυναμεί με μεταβολή 1°R ή

$$1^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{K} = 9/5^{\circ}\text{F} = 9/5^{\circ}\text{R}$$

Οι ισοδυναμίες διαφοράς θερμοκρασιών βρίσκουν εφαρμογή στις μετατροπές μονάδων.

π.χ. $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 180 \text{ kcal}/^{\circ}\text{C} (\times 1,8)$
 $100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{F} = 100 \text{ kcal}/^{\circ}\text{R} (\times 1)$

Μέθοδοι έκφρασης σύστασης & συγκέντρωσης

- * **Γραμμομόριο (mole):** ποσότητα ουσίας ίση με το μοριακό της βάρος.
- * **Μοριακό κλάσμα (x_A mole fraction):** ο αριθμός των μορίων της ουσίας προς τον αριθμό του συνόλου των μορίων.
- * **Κλάσμα βάρους ή μάζας (w_A weight fraction):** η μάζα της ουσίας προς την συνολική μάζα.
- * **Μοριακότητα (molarity):** τα g/mole μιας ουσίας ανά λίτρο (L) διαλύματος.
 - * Οι αναλύσεις στερεών και υγρών δίνονται συνήθως σαν κλάσμα βάρους ή %, ή σε ppwt και ppb ενώ για τα αέρια χρησιμοποιείται το μοριακό κλάσμα ή αναλογία.

Πυκνότητα (d)

- * Είναι η συνηθέστερη έκφραση της συνολικής συγκέντρωσης της μάζας ανά μονάδα όγκου.
- * Εκφράσεις πυκνότητας είναι τα kg/m^3 , g/cm^3 ή lb_m/ft^3
- * Ερώτηση 1: Ποια είναι η πυκνότητα του νερού?
- * Ερώτηση 2: Πως βρίσκουμε πειραματικά την πυκνότητα ενός υγρού?

Ειδικό βάρος (e)

- * Μερικές φορές η πυκνότητα δίνεται και σαν ειδικό βάρος (η πυκνότητα της ουσίας διαιρεμένης με την πυκνότητα ουσίας αναφοράς σε συγκεκριμένη θερμοκρασία)
- * Ερώτηση 1: Ποιο είναι το ειδικό βάρος του νερού?
- * Ερώτηση 2: Ποιες είναι οι μονάδες του ειδικού βάρους?

Αέρια και Υγρά

- * **Ατμοσφαιρική πίεση:** Η πίεση που δέχεται ένα σώμα στην επιφάνεια της γης.

Για το επίπεδο της θάλασσας είναι $1 \text{ Atm} = 760 \text{ mmHg} = 29,9 \text{ inHg} = 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 = 101,3 \text{ kPa}$

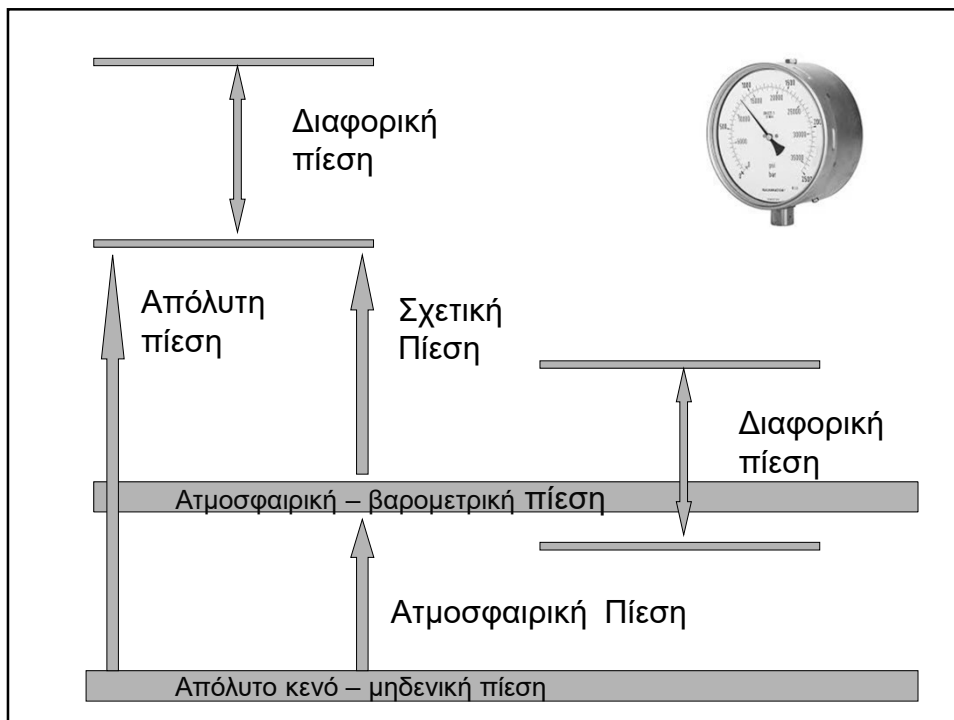
- * **Απόλυτη πίεση (absolute pressure - p.s.i.a.):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό σε ατμοσφαιρικές συνθήκες (ατμοσφαιρική + σχετική)

- * **Σχετική πίεση (gauge pressure - p.s.i.g):**

Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η ατμοσφαιρική. Είναι η πίεση που αναγράφουν οι διάφοροι μετρητές πίεσης (gauge ή gauge).

Οπότε: $36,2 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.a.)} = 21,55 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (p.s.i.g.)} + 14,7 \text{ lb}_f/\text{in}^2 \text{ (atm)}$



Νόμοι ιδανικών αερίων

- ✱ Εδώ ισχύουν οι απλοί κανόνες με κυριότερο τον νόμο των ιδανικών αερίων του Boyle ($PV = nRT$), όπου R (σταθερά των αερίων):
- ✱ $R = 8,31 \text{ Kg m}^2/\text{s}^2\text{Kgmol}^\circ\text{K}$ για το S.I.
- ✱ $R = 0,73 \text{ ft}^3\text{atm/lbmol}^\circ\text{R}$ για το F.P.S
- ✱ $R = 82 \text{ cm}^3\text{atm/gmol}^\circ\text{K}$ για το C.G.S

Μείγματα ιδανικών αερίων

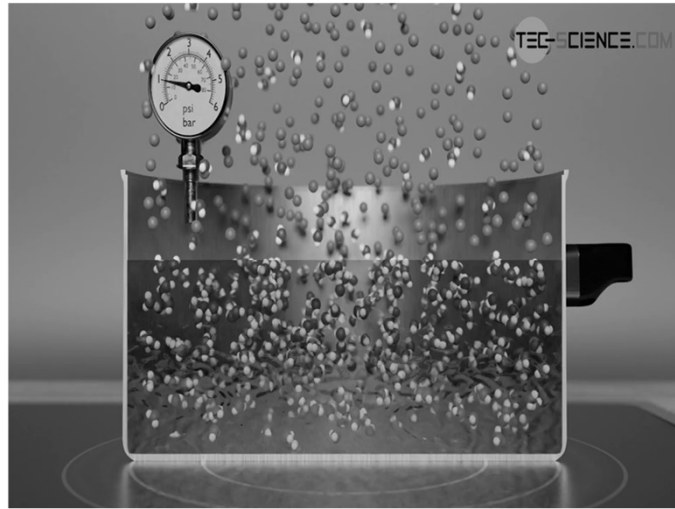
- ✱ Εδώ ισχύει ο νόμος του Dalton για τα μείγματα ιδανικών αερίων:
($P = P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu$) οπότε αφού ο αριθμός των μορίων κάθε συστατικού είναι ανάλογος της μερικής του πίεσης, το μοριακό κλάσμα του συστατικού (α) θα είναι:
$$X_\alpha = P_\alpha/P = P_\alpha/(P_\alpha + P_\beta + \dots + P_\nu)$$

Παράδειγμα:

- ✱ Ένα αέριο μείγμα περιέχει τα παρακάτω συστατικά στις αντίστοιχες μερικές πιέσεις: CO_2 30 mmHg, CO 50 mmHg, N_2 500 mmHg, O_2 20 mmHg.
- ✱ Να προσδιορισθεί η ολική πίεση του μείγματος και η σύστασή του σε μοριακά κλάσματα.

Τάση ατμών και σημείο βρασμού

- ✱ **Τάση ατμών:** Η πίεση που εξασκούν οι ατμοί ενός υγρού σε ένα δοχείο σε ισορροπία και σε συγκεκριμένη θερμοκρασία (νερό $50^\circ\text{C} = 12,3$ kPa ή 92,5 mmHg, νερό $75^\circ\text{C} = 38,5$ kPa ή 228,8 mmHg, νερό $100^\circ\text{C} = 101,3$ kPa ή 760 mmHg)
- ✱ **Σημείο βρασμού:** Η θερμοκρασία στην οποία η τάση ατμών ενός υγρού είναι ίση ή μεγαλύτερη από την ολική πίεση στον ελεύθερο χώρο πάνω από το υγρό.



Παράδειγμα:

- Στην κορυφή του Έβερεστ (8884m) η ατμοσφαιρική πίεση είναι: 32,5 KPa. Σε τι θερμοκρασία θα βράσει το νερό?

Πίνακας
κορεσμένου
ατμού σε
μετρικές
μονάδες

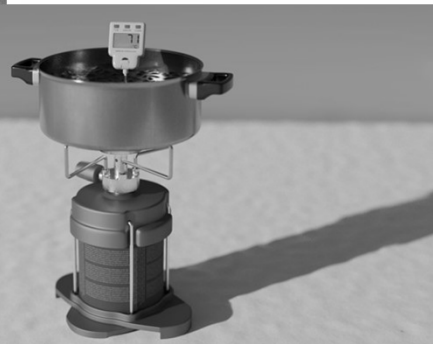
Πίνακας 9. Πίνακας Κορεσμένου Ατμού σε Μετρικές Μονάδες				
Θερμοκρασία (°C)	Απόλυτη Πίεση (kPa)	Ενthalπία		
		Κορεσμένου Υγρού	Εξάτμισης (MJ/kg)	Κορεσμένου Ατμού
0	0.6108	0.0000	2.3615	2.3615
2.5	0.7314	0.0100	2.4857	2.5000
5	0.8724	0.0315	2.4839	2.5153
7.5	1.0365	0.0484	2.4776	2.5305
10	1.2270	0.0625	2.4720	2.5455
12.5	1.4489	0.0629	2.4661	2.5601
15	1.7049	0.0743	2.4595	2.5742
17.5	2.0326	0.0838	2.4544	2.5881
20	2.3366	0.0978	2.4484	2.6018
22.5	2.7248	0.1087	2.4425	2.6153
25	3.1599	0.1182	2.4367	2.6288
27.5	3.6708	0.1256	2.4307	2.6421
30	4.2415	0.1311	2.4246	2.6553
32.5	4.8913	0.1465	2.4188	2.6689
35	5.6238	0.1571	2.4129	2.6824
37.5	6.4488	0.1674	2.4069	2.6958
40	7.3749	0.1778	2.3948	2.7091
42.5	8.4185	0.1884	2.3829	2.7221
45	9.5851	0.1980	2.3705	2.7350
47.5	10.8868	0.2062	2.3648	2.7478
50	12.3354	0.2109	2.3586	2.7605
52.5	13.9524	0.2155	2.3525	2.7731
55	15.7459	0.2202	2.3464	2.7856
57.5	17.7295	0.2249	2.3402	2.7980
60	19.9203	0.2298	2.3339	2.8103
62.5	22.3466	0.2345	2.3276	2.8225
65	25.0159	0.2394	2.3214	2.8346
67.5	27.9479	0.2442	2.3151	2.8466
70	31.1622	0.2492	2.3087	2.8585
72.5	34.6961	0.2542	2.3024	2.8703
75	38.5575	0.2593	2.2961	2.8820
77.5	42.7706	0.2644	2.2897	2.8936
80	47.3601	0.2695	2.2832	2.9051
82.5	52.3777	0.2747	2.2769	2.9165
85	57.8159	0.2800	2.2705	2.9278
87.5	63.7196	0.2853	2.2642	2.9390
90	70.1059	0.2906	2.2578	2.9501
92.5	77.0489	0.2960	2.2514	2.9611
95	84.5676	0.3014	2.2450	2.9720
97.5	92.6379	0.3068	2.2386	2.9828
100	101.3250	0.3122	2.2322	2.9935
102.5	110.7410	0.3176	2.2258	3.0041
105	120.8548	0.3230	2.2194	3.0146
107.5	131.7114	0.3284	2.2130	3.0250
110	143.3489	0.3338	2.2066	3.0353
112.5	155.8051	0.3392	2.2002	3.0456
115	169.1284	0.3446	2.1938	3.0558
117.5	183.3574	0.3500	2.1874	3.0659
120	198.5414	0.3554	2.1810	3.0760
122.5	214.8337	0.3608	2.1746	3.0861
125	232.1809	0.3662	2.1682	3.0961
127.5	250.6391	0.3716	2.1618	3.1061
130	270.2538	0.3770	2.1554	3.1161
132.5	291.0837	0.3824	2.1490	3.1261
135	313.1771	0.3878	2.1426	3.1361

Πηγή: ASME. 1967. Steam Tables. Properties of Saturated and Superheated Steam

Έβερεστ 8848m



TEC-SCIENCE.COM

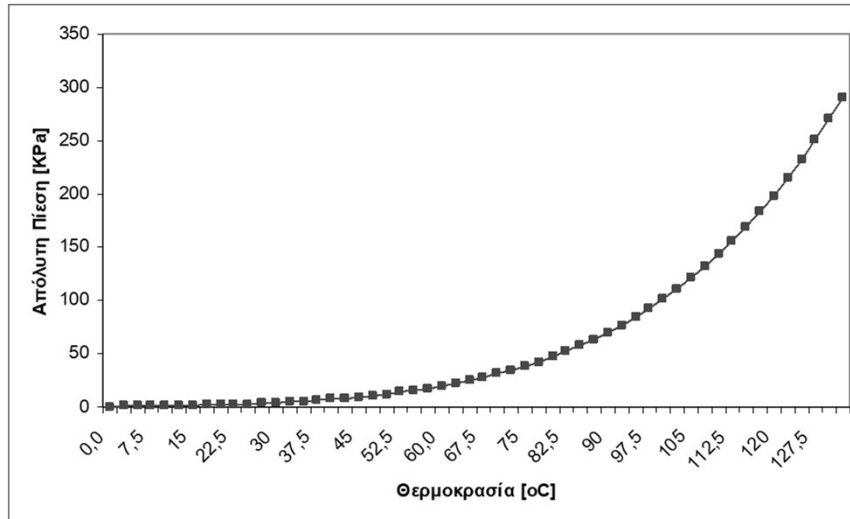


Παράδειγμα:

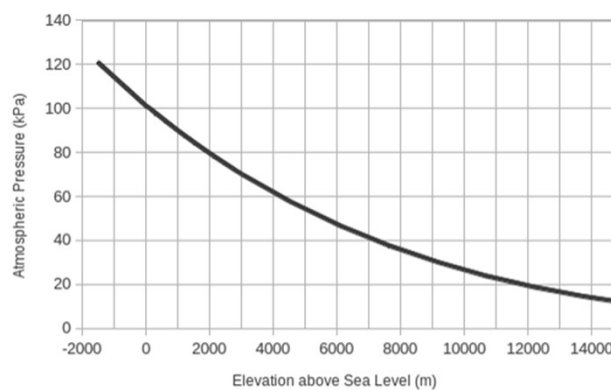
- ✱ Φρουτοχυμός με 5% στερεά συμπυκνώνεται με εξάτμιση του νερού. Για να μην καταστραφούν οι βιταμίνες η θερμοκρασία δεν πρέπει να ξεπεράσει τους $37,7^{\circ}\text{C}$. Ποια πρέπει να είναι η ολική πίεση στον εξατμιστήρα;

- ✱ Σημ 1: Κανένας πίνακας δεν δίνει με ακρίβεια αυτό που ζητάμε και έτσι δεν μας καλύπτει όσον αφορά την «ποσοτική έκφραση» των μεγεθών στην μηχανική των τροφίμων!
- ✱ Σημ 2: Η σχέση της τάσης ατμών ενός υγρού με την θερμοκρασία του δεν δίνει ευθεία αλλά καμπύλη, οπότε δεν μπορεί να εκτιμηθεί με την απλή «μέθοδο των τριών» ή αλλιώς με ένα γραμμικό μοντέλο πρόβλεψης (π.χ. ευθεία ελαχίστων τετραγώνων).

Σχέση Θερμοκρασίας και τάσης ατμών του καθαρού νερού



Elevation and Atmospheric Pressure



°C	kPa
32.5	4.8913
35	5.6238
37.5	6.4488
40	7.3749
42.5	8.4185
45	9.5851

Έστω οι τιμές ενός πίνακα:

X1 Y1 (όλες γνωστές)

X3 Y3 (Y3 άγνωστη)

X2 Y2 (όλες γνωστές)

Για την γραμμική παρεμβολή θεωρούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} = \frac{(Y3 - Y1)}{(X3 - X1)} \Rightarrow Y3 = Y1 + (X3 - X1) \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)}$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα Y3 = ?

Πολλές φορές οι πίνακες δεν μας δίνουν τις τιμές που αναζητούμε.

Ένας απλός τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι η γραμμική παρεμβολή.

°C	kPa
32.5	4.8913
35	5.6238
37.5	6.4488
40	7.3749
42.5	8.4185
45	9.5851

Έστω οι τιμές ενός πίνακα:

X1 Y1 (όλες γνωστές)

X3 Y3 (Y3 άγνωστη)

X2 Y2 (όλες γνωστές)

Για την γραμμική παρεμβολή θεωρούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} = \frac{(Y3 - Y1)}{(X3 - X1)} \Rightarrow Y3 = Y1 + (X3 - X1) \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)}$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα Y3 = 6,56 kPa

Πολλές φορές οι πίνακες δεν μας δίνουν τις τιμές που αναζητούμε.

Ένας απλός τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι η γραμμική παρεμβολή.

Σε πολλές περιπτώσεις η εύρεση μιας τιμής προϋποθέτει τη γνώση μιας μαθηματικής έκφρασης (μαθηματικού μοντέλου).

Το πόσο καλά ένα μαθ. μοντέλο προσομοιώνει τα δεδομένα μας, μας το εκφράζουν οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης (r) και του τυπικού σφάλματος (S).

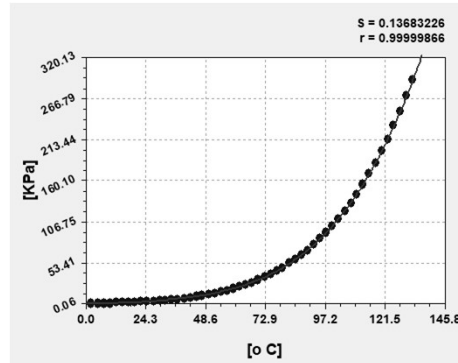
Για παράδειγμα η προηγούμενη σχέση εκφράζεται με ένα πολυώνυμο 4^{ου} βαθμού:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

Συντελεστής

Τιμή:

a =	0,93969778
b =	-0,042165326
c =	0,0062640805
d =	-0,000074193961
e =	0,00000116168



Άσκηση

- Από το προηγούμενο πολυώνυμο να υπολογίσετε την τιμή της πίεσης (kPa) όταν η θερμοκρασία λαμβάνει τιμές : 50 και 75.
- Σε ποια τιμή θερμοκρασίας αντιστοιχεί πίεση 60 kPa?
- Κάντε τους ίδιους υπολογισμούς χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα κορεσμένου ατμού.