

**ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ – ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**1. ΘΕΜΑ**

α. Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{AA, AB, BA, BB\}$  ενός πειράματος τύχης με τα ενδεχόμενα  $A, B$  τέτοια ώστε  $A \cup B = \Omega$  και  $A \cap B = \Phi$ . Να ορισθεί μια τυχαία μεταβλητή  $X$  και να προσδιορισθεί το σύνολο των τιμών της.

β. Δίδεται μια τυχαία μεταβλητή  $X$  που παίρνει τις τιμές  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 3$ . Αν  $p(x_1) = 0,2, p(x_2) = 3 p(x_3), p(x_4) = 2 p(x_2)$  τότε να βρεθεί το  $p(x_3)$ .

γ. Έστω η τυχαία μεταβλητή  $X$  με τις τιμές  $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6$ . Αν  $E[X] = 0,8$  και  $p(x_1) = p(x_2), p(x_3) = 2 p(x_1)$  τότε να υπολογισθεί το  $p(x_3)$ .

δ. Τι εκφράζει η  $\text{Var}[X]$  μιας τυχαίας διακριτής μεταβλητής  $X$ .

Έστω η τυχαία διακριτή μεταβλητή  $X$  με τιμές  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ .

Αν  $p(x_1) = p(x_2) = p(x_3)$  να δειχθεί ότι  $\text{Var}[X] = \frac{1}{3} E[X]$ .

**2. ΘΕΜΑ**

α. Γιατί σε μια συνεχή τυχαία μεταβλητή  $X$  έχουμε  $p(X = x_0) = 0$ .

β. Έστω μια συνάρτηση  $f(x)$  με  $f(x) \geq 0$  και  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 0,9$ . Μπορεί η  $f(x)$  να αποτελέσει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής  $X$  Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τυχαίας συνεχούς μεταβλητής είναι:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + m & , x \in [0,1] \\ 0 & , x \notin [0,1] \end{cases}$$

και  $E[X] = \frac{1}{5}$ . Να βρεθούν οι σταθερές  $k, m$ . Να προσδιορισθεί η  $F(x)$  και να βρεθούν οι πιθανότητες  $P[0,5 \leq X \leq 2], P[X \geq 0,6]$ .

**3. ΘΕΜΑ**

α. Έχουμε την κατανομή  $B(5, 0,4)$ . Τι ασυμμετρία παρουσιάζει η κατανομή των συχνοτήτων της  $X$ ;

β. Σε τι ομοιάζουν και σε τι διαφέρουν οι κατανομές: Διωνυμική, Γεωμετρική και Αρνητική Διωνυμική ;

γ. Σε μια κατανομή Poisson ένα φαινόμενο πραγματοποιείται 10 φορές σε χρόνο 5 λεπτών. Ποιος θα είναι ο μέσος χρόνος εμφάνισης του φαινομένου σε χρόνο 3 λεπτών;

δ. Έχουμε ότι ο μέσος  $\mu$  ενός πληθυσμού ως προς μια συνεχή μεταβλητή του  $X$  είναι το 90 και η  $\sigma = 8$ . Να βρεθεί η κανονικοποιημένη τιμή της  $x = 105$ .

ε. Σε μια παραγωγή κονσερβών το βάρος τους ακολουθεί κανονική κατανομή με  $\mu = 10,3$  και  $\sigma = 0,96$ . Να βρεθεί το βάρος κονσέρβας πέραν του οποίου βρίσκεται το 4,35 % του πληθυσμού των κονσερβών.

ζ. Η άφιξη πελατών σε μια θυρίδα εμπορικής τράπεζας ακολουθεί κατανομή Poisson. Αν κατά μέσο όρο χρειάζονται 4 λεπτά για να εξυπηρετηθεί ο πελάτης, ποια η πιθανότητα ένας πελάτης να εξυπηρετηθεί σε λιγότερο από 3 λεπτά, μεταξύ 3 και 4 λεπτών. Αν ένας πελάτης έχει στην διάθεσή του 20 λεπτά να περιμένει στην θυρίδα και διέθεσε τα 17 να περιμένει στην σειρά ποια η πιθανότητα να εξυπηρετηθεί;

#### 4. ΘΕΜΑ

α. Από ένα κανονικό πληθυσμό που έχει άγνωστη μέση τιμή  $\mu$  και  $\sigma^2 = 1$  ως προς μια μεταβλητή  $X$ , πήραμε το δείγμα των τιμών : 0,36, 0,07, 1,32, 1,07. Να εκτιμηθεί το διάστημα εμπιστοσύνης με πιθανότητα 0,95 του μέσου  $\mu$  του πληθυσμού.

β. Από το τμήμα Α μιας επιχείρησης παίρνουμε δείγμα 40 εργαζομένων που έχουν μέσο ημερομίσθιο 40 ευρώ και τυπική απόκλιση του ημερομισθίου τους 4 ευρώ. Από το τμήμα Β της επιχείρησης παίρνουμε ένα άλλο δείγμα 60 εργαζομένων που έχουν μέσο ημερομίσθιο 25 ευρώ και τυπική απόκλιση του ημερομισθίου τους 3 ευρώ. Αν οι πληθυσμοί από όπου προέρχονται τα δείγματα έχουν ίσες αλλά άγνωστες διακυμάνσεις, να βρεθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05 το επίπεδο εμπιστοσύνης της διαφοράς των μέσων ημερομισθίων των δύο πληθυσμών.

γ. Σε τυχαίο δείγμα 40 δοχείων υπολογίζεται η δειγματική διακύμανση του βάρους τους  $s^2 = 0,81 \text{ (kg)}^2$ . Να εκτιμηθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διακύμανσης του συνόλου των παραγομένων δοχείων σε πιθανότητα 0,99, όταν τα βάρη των δοχείων ακολουθούν κανονική κατανομή.

#### 5. ΘΕΜΑ

Ο ποιοτικός έλεγχος προϊόντος σε μια επιχείρηση πραγματοποιείται ανά 10 ώρες σε δείγμα 100 προϊόντων. Ο κάτωθι πίνακας δίνει τα αποτελέσματα 150 ελέγχων:

Αριθμός κακής ποιότητας προϊόντος	Αριθμός ελέγχων
0	64
1	36
2	22

3 18  
4 10

Να γίνει ο έλεγχος  $\chi^2$  της προσαρμοστικότητας της διωνυμικής κατανομής, με πιθανότητα  $p = 0,05$  να πετύχουμε κακής ποιότητας προϊόν, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,01$ .

## 6. ΘΕΜΑ

α. Τις ακόλουθες μεταβλητές : φύλο εργαζομένων, επάγγελμα εργαζομένων, υγεία εργαζομένων, θρήσκευμα εργαζομένων, εκπαιδευτικό επίπεδο εργαζομένων, να τις κατατάξετε στις βασικές κατηγορίες των ποιοτικών μεταβλητών.

β. Να αναφέρετε για μια επιχείρηση μερικά από τα εσωτερικά και τα εξωτερικά στατιστικά δεδομένα που θα μπορούσαν να την ενδιαφέρουν.

γ. Όταν θέλουμε να ελέγξουμε την ποιότητα ενός προϊόντος ποιο στατιστικό τρόπο συλλογής στοιχείων επιλέγουμε ; Να δώσετε ένα παράδειγμα

δ. Τι θα πρέπει να προσέχουμε στην κατασκευή ενός ερωτηματολογίου

ε. Πότε κάνουμε συστηματική δειγματοληψία;

## 7. ΘΕΜΑ

Η απόδοση σε κιλά ενός φυτού, σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο είναι:

3,1 6 4,9 5,2 3,1 2,3 1,7 6,9 4,5 5,2 5,1  
5,2 2,8 2,8 4,5 6 5,2 2,3 3,1 4,5 6 2,3

α. Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων

β. Να ομαδοποιηθούν τα δεδομένα σε κλάσεις ίσου πλάτους και να βρεθεί επίσης ο πίνακας συχνοτήτων

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση στις δύο περιπτώσεις και να εξηγηθεί γιατί υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο τυπικών αποκλίσεων;

δ. Να βρεθεί το ενδοτεταρτημοριακό εύρος  $Q$  γραφικά στις μη ομαδοποιημένες παρατηρήσεις.

ε. Να γίνει το θηκόγραμμα του δείγματος όπως δίδεται, τι συμμετρία παρουσιάζει η κατανομή των τιμών;

## 8. ΘΕΜΑ

α. Μια ομάδα ελληνικών αγροτικών νοικοκυριών έχει μέσο ετήσιο εισόδημα 10.000 ευρώ με τυπική απόκλιση 1000 ευρώ. Μια ομάδα αγροτικών νοικοκυριών στις ΗΠΑ έχει μέσο ετήσιο εισόδημα 22.000 δολάρια με τυπική απόκλιση 4000 δολάρια. Ποια ομάδα παρουσιάζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα ( διασπορά ) ;

β. Έχουμε 7 καλλιεργητές που καλλιεργούν το φυτό Α και το φυτό Β. Μια χρονιά είχαν στρεμματική απόδοση την ακόλουθη:

Γεωργοί	Απόδοση στο φυτό Α ( κιλά ανά στρ)	Απόδοση στο φυτό Β ( κιλά ανά στρ)
1	130	830
2	140	860
3	170	965
4	174	840
5	186	1100
6	200	990
7	210	750

Να βρεθεί η σχετική θέση του 5<sup>ου</sup> γεωργού ως προς τους υπόλοιπους γεωργούς στις δύο αναφερόμενες καλλιέργειες.

## 9. ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X ότι είναι :

$$f(x) = \begin{cases} m(x^2 - 1) & , \quad x \in [3, 8] \\ 0 & , \quad x \notin [3, 8] \end{cases}$$

α. Να υπολογισθεί η παράμετρος m.

β. Να υπολογισθεί η μέση τιμή και η διακύμανση της X.

γ. Να βρεθεί η πιθανότητα  $P[0,2 \leq X \leq 4,3]$ .

## 10. ΘΕΜΑ

α. Να περιγραφούν εν συντομία οι κλάδοι της Στατιστικής.

β. Σε ποια είδη ανήκουν οι μεταβλητές: Αμοιβή εργαζομένων, Αριθμός εργαζομένων, επάγγελμα εργαζομένων, υγεία εργαζομένων, επίπεδο σπουδών εργαζομένων, θρήσκευμα εργαζομένων, αριθμός μελών οικογενείας, τιμή προϊόντος, παραγόμενη ποσότητα χύμα προϊόντος.

γ. Που χρησιμοποιείται το φύλλο ποιοτικού ελέγχου;

δ. Σε ποιες περιπτώσεις καταφεύγουμε σε συστηματική δειγματοληψία;

ε. Τι ονομάζουμε απογραφή πληθυσμού. Να αναφερθούν περιπτώσεις ειδών απογραφής.

## 11. ΘΕΜΑ

Ἡ απόδοση σε κιλά ανά φυτό μιας ποικιλίας φασολιών είναι:

3	6	4	6	4	6	5	5	2	5
7	3	6	3	2	4	7	5	4	3

- α. Να υπολογισθούν η μέση τιμή, η δειγματική διακύμανση και η τυπική απόκλιση.
- β. Να υπολογισθούν τα  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  και το  $Q$ . Τι μορφή παρουσιάζει η κατανομή των συχνοτήτων των εν λόγω τιμών;
- γ. Να ομαδοποιηθούν τα δεδομένα και να βρεθούν η μέση τιμή, η δειγματική διακύμανση και η τυπική απόκλιση. Υπάρχει διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων των α και γ ερωτημάτων και αν ναι γιατί;

## 12. ΘΕΜΑ

Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:

<u>Κλάσεις</u>	<u>Συχνότητα</u>
7 – 10	1
10 – 13	3
13 – 16	5
16 – 19	2
19 – 22	4
22 - 25	1

Να γίνει ο πίνακας όλων των συχνοτήτων και να σχεδιασθούν όλα τα διαγράμματα συχνοτήτων με τις αντίστοιχες πολυγωνικές γραμμές.

## 13. ΘΕΜΑ

1. Δίνεται η τ. μ  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που ορίζεται από τα παρακάτω δεδομένα:

<b>X</b>	2	3	5	7	8
<b>P(x)</b>	3/15	2/15	7/15	1/15	2/15

Να βρεθούν η μέση αναμενόμενη τιμή, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση.

2. Η τ. μ  $X$  έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} 0,3 & \text{για } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{για τα άλλα } x. \end{cases}$$

- i. Να βρεθεί η σταθερά  $a$ .
- ii. Να βρεθεί η  $F(x)$ .
- iii. Να η σταθερά  $\beta$  ώστε:  $P(x \geq \beta) = 0,7$
- iv. Να βρεθεί η  $P(-1 \leq x \leq 1)$

## 14. ΘΕΜΑ

1. Ένας εντομολόγος μελετά τον αριθμό των ζωυφίων στα φύλλα ενός δένδρου. Ο αριθμός αυτός ακολουθεί την κατανομή Poisson με  $\lambda = 2$ .

α. Ποια η πιθανότητα να πάρει ένα φύλλο με τουλάχιστον 4 ζώφια;

β. Ποια η πιθανότητα να πάρει 5 φύλλα από τα οποία τα 2 να έχουν τουλάχιστον 4 ζώφια;

2. Οι μηνιαίοι μισθοί των υπαλλήλων μιας επιχείρησης ακολουθούν κανονική κατανομή  $N(1000, 14^2)$ .

α. Ποια η πιθανότητα ένας υπάλληλος να έχει μηνιαίο μισθό μεταξύ 980 και 1010 ευρώ;

β. Ποια η πιθανότητα ένας υπάλληλος να έχει μηνιαίο μισθό πάνω από 1030 ευρώ;

3. Δίνεται ο πίνακας επιδόσεων 5 αθλητριών σε δύο αγωνίσματα :

<u>Αθλήτριες</u>	<u>Ύψος</u>	<u>Άλμα εις μήκος</u>
1	1,80	5,30
2	1,70	5,90
3	1,90	6,30
4	2,10	6,40
5	1,70	6,70

Να συγκριθούν οι σχετικές θέσεις της 4<sup>ης</sup> αθλήτριας στα δύο αγωνίσματα.

## 15. ΘΕΜΑ

1. Ποιες οι ιδιότητες των εκτιμητών  $\theta$  για τα μικρά δείγματα ;

(να αναφερθούν η κάθε μια αναλυτικά). Πότε ένας εκτιμητής  $\theta$  ονομάζεται BLUE ;

2. Σε ένα δείγμα 80 κονσερβών γάλακτος, από μια ημερήσια παρτίδα παραγωγής, το μέσο βάρος είναι 300 γραμμάρια και κατανέμεται κανονικά. Από μετρήσεις που έγιναν είναι γνωστή η διακύμανση που παρατηρείται στο μέσο βάρος και είναι ίση με 40 γραμμάρια<sup>2</sup>. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης στο οποίο βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των κονσερβών γάλακτος που παράγονται ημερησίως με πιθανότητα 99,6 %.

3. Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων, μιας μεταποιητικής βιομηχανίας αγροτικών προϊόντων, που εντοπίστηκαν στα 400 προϊόντα ήταν 13. Να βρεθούν τα όρια μέσα στα οποία βρίσκεται το πραγματικό ποσοστό  $p$  των ελαττωματικών προϊόντων της συνολικής παραγωγής με πιθανότητα 98%.

4. Παίρνουμε δυο μικρά δείγματα 11 και 10 στοιχείων αντίστοιχα από κανονικούς πληθυσμούς που εκφράζουν την μέση ετήσια παραγωγή ενός αγροτικού προϊόντος. Έστω οι μέσες ετήσιες τιμές παραγωγής (σε τόνους) είναι  $\mu_1, \mu_2$  με διακυμάνσεις  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  και επιπλέον  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$  (άγνωστη). Να βρεθεί το 95 % διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς  $(\mu_1 - \mu_2)$  των  $\mu_1, \mu_2$ .

## 16. ΘΕΜΑ

1. Έχουμε ένα δείγμα μικρό 11 στοιχείων, που εκφράζει το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με μέση τιμή 7,3 και διακύμανση 3,4. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_0^2 = 3$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_E: \sigma_0^2 \neq 3$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . Θεωρούμε ότι το δείγμα προέρχεται από κανονικό πληθυσμό  $N(\mu, \sigma^2)$ .

2. Θεωρούμε δυο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με στοιχεία αντίστοιχα 11 και 10. Οι μέσες τιμές τους είναι αντίστοιχα 7,3 και 8,1, ενώ οι διακυμάνσεις τους είναι επίσης αντίστοιχα 3,4 και 9,3. Θεωρούμε ότι προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_E: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . (όπου  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  οι πραγματικές διακυμάνσεις των κανονικών πληθυσμών).

## 17. ΘΕΜΑ

1. Εφαρμόστηκαν τέσσερα εμβόλια Α, Β, Γ, Δ σε χοιρίδια για να μην αρρωστήσουν από μια συγκεκριμένη ασθένεια και είχαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Εμβόλια	Α	Β	Γ	Δ
<b>Ασθένησαν ή όχι</b>				
Δεν ασθένησαν	120	110	105	108
Ασθένησαν ελαφρά	19	21	18	15
Ασθένησαν σοβαρά	11	13	16	15

Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5 % αν τα εμβόλια Α, Β, Γ, Δ είναι τα ίδια.

2. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές της αθροιστικής συχνότητας  $F(x)$  μιας θεωρητικής κατανομής που εφαρμόστηκε σε ένα δείγμα 10 στοιχείων.

$\kappa$	$F(x)$
1	0,08
2	0,15
3	0,22
4	0,31
5	0,48
6	0,56
7	0,68
8	0,79
9	0,89
10	1

Να ελεγχθεί η προσαρμοστικότητα της θεωρητικής κατανομής στα δεδομένα με τον έλεγχο Kolmogorov - Smirnov (K - S) σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,01$

## 18. ΘΕΜΑ

1. Δίνονται οι ετήσιες πωλήσεις σε χιλιάδες τόνους μιας επιχείρησης τροφίμων

<u>Έτη</u>	<u>Πωλήσεις</u>	
1993	110	
1994	130	Na υπολογισθεί η γραμμή τάσης της χρονολογικής
1995	125	σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων
1996	117	4 - ετιών.
1997	105	Na γίνει η γραφική παράσταση της γραμμής τάσης
1998	98	μαζί με την γραφική παράσταση της χρονολογικής
1999	103	σειράς.
2000	128	
2001	110	
2002	119	

2. Μια επιχείρηση κονσερβοποιίας χυμών είχε τις ακόλουθες μηνιαίες πωλήσεις σε εκατοντάδες χιλιάδες ευρώ.

<u>Έτος</u>	<u>Ιαν.</u>	<u>Φεβρ.</u>	<u>Μαρτ.</u>	<u>Απριλ.</u>	<u>Μάιος</u>	<u>Ιούν.</u>	<u>Ιούλ.</u>	<u>Αυγ.</u>	<u>Σεπτ.</u>	<u>Οκτ.</u>	<u>Νοε.</u>	
<u>Δεκ</u>												
1999	1,2	1,7	2,1	2,2	2,5	4,3	5,1	4,9	4,2	3,5	2,9	1,5
2000	1,8	1,6	2,3	2	2,3	4,5	4,8	5,1	4,1	3,2	2,5	1,4
2001	1,9	1,4	2	2,3	3,1	4,7	5,2	5,3	4,3	3,1	2,4	1,3
2002	1,5	1,9	2,1	1,9	4,2	4,9	5	4,8	4	3	2,3	1,2

Na υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο.

Na γίνει απαλοιφή της εποχικότητας στα δεδομένα με βάση τους δείκτες εποχικότητας (εφαρμόζεται το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα).

Πόσο είναι ο δείκτης εποχικότητας τον Φεβρουάριο και τι σημαίνει;

## 19. ΘΕΜΑ

1. Τι ονομάζουμε τυχαία μεταβλητή. Na δοθεί ένα παράδειγμα διακριτής τυχαίας μεταβλητής.

2. Τι ονομάζουμε συνάρτηση πιθανότητας της συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X ; Na δοθεί ένα παράδειγμα.

3. Na προσδιορισθεί η τιμή της σταθεράς β ώστε η συνάρτηση f(x) με την μορφή  $f(x) = 2bx$  για  $x = 1, 2, 3, 4$  και  $f(x) = 0$  για τις άλλες τιμές του x να είναι συνάρτηση πιθανότητας της X.



4. Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας  $F(x)$  στη προηγούμενη συνάρτηση πιθανότητας  $f(x)$  του 3 ερωτήματος, όταν οι τιμές  $x = 1, 2, 3, 4$  και να γίνει το γράφημα της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας  $F(x)$  για  $x = 1, 2, 3, 4$ .  
Να βρεθεί η πιθανότητα  $P(2 \leq X \leq 4)$ .

## 20. ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \mu x$  για  $1 < x < 5$  και  $f(x) = 0$  για τις άλλες τιμές του  $x$ .

1. Να βρεθεί η σταθερά  $\mu$  ώστε η συνάρτηση  $f(x)$  να είναι συνάρτηση πιθανότητας της  $X$ .
2. Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $F(x)$ .
3. Να υπολογισθεί η πιθανότητα  $P(1 \leq X \leq 4)$ .
4. Να βρεθεί ο μέσος και η διακύμανση της  $X$ .

## 21. ΘΕΜΑ

Έχουμε τις παρακάτω παρατηρήσεις για τη μεταβλητή  $X$ : «παραγωγή πατάτας σε χιλιόγραμμα» που συγκέντρωσαν 30 παραγωγοί.

730	547	326	532	720	350	428
560	728	391	810	428	634	728
710	570	660	730	425	730	640
665	728	396	810	280	490	650
	520	430				

1. Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων (συχνότητα, αθροιστική συχνότητα, σχετική συχνότητα, αθροιστική σχετική συχνότητα) εφόσον ομαδοποιηθούν πρώτα τα δεδομένα.
2. Να γίνουν τα διαγράμματα και οι πολυγωνικές γραμμές των συχνοτήτων, των αθροιστικών συχνοτήτων, των σχετικών συχνοτήτων, των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων

## 22. ΘΕΜΑ

1. α. Ποιες είναι οι διαφορές μεταξύ της διωνυμικής κατανομής και της γεωμετρικής κατανομής μιας τυχαίας διακριτής μεταβλητής;

β. Τι ονομάζουμε διαδικασίες Poisson; Τι μετρά η τυχαία μεταβλητή στην κατανομή Poisson;

γ. Σε τι διαφέρει η Αρνητική Διωνυμική κατανομή από την Γεωμετρική κατανομή;

2. Από ορισμένη παραγωγική διαδικασία παράγονται μαζικώς προϊόντα όπου η πιθανότητα ελαττωματικού είναι 0,09. Ποια η πιθανότητα σε τυχαίο δείγμα 15 προϊόντων να πάρουμε περισσότερα από 2 ελαττωματικά προϊόντα.

3. Η πιθανότητα να πετύχουμε ένα ελαττωματικό προϊόν είναι 3 στα 100. Ποια η πιθανότητα να πετύχουμε ελαττωματικό προϊόν όταν λάβουμε τυχαίως ένα την πέμπτη φορά;

4. Μια εταιρεία έχει 100 ασφαλισμένους και η πιθανότητα ότι ένας από αυτούς θα αρρωστήσει σε μια δεδομένη χρονική περίοδο είναι 0,01. Ποια είναι η πιθανότητα ότι 4 ασφαλισμένοι θα αρρωστήσουν κατά την διάρκεια αυτής της χρονικής περιόδου (Να υπολογισθεί η πιθανότητα προσεγγιστικά με την κατανομή Poisson)

### 23. ΘΕΜΑ

A. Σε μια μελέτη μετρήθηκαν οι σπόροι σε άνθη τριφυλλίου και για το λόγο αυτό διαλέχθηκαν 8 υγιή φυτά με άνθη ελεύθερα εκτεθειμένα στην κορυφή και 10 υγιή φυτά με άνθη όσο το δυνατό κρυμμένα στο κάτω μέρος του φυτού. Τα αποτελέσματα ήσαν:

Τριφύλλι	1	2	3	4	5	6	7	8
Σπόροι								
Άνθη Ελεύθερα	4	5	3	4	3	4	3	5
Άνθη Κρυμμένα	5	2	2	2	4	5	2	4

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

B. Σε μια μελέτη που σύγκρινε αριθμό παρασίτων στα ψάρια είχαμε τα εξής αποτελέσματα. Στην θαλάσσια περιοχή I από τα 537 ψάρια που πιάστηκαν τα 239 βρέθηκαν με παράσιτα, ενώ στην θαλάσσια περιοχή II από τα 256 που πιάστηκαν τα 72 βρέθηκαν με παράσιτα. Να συγκριθεί η αναλογία των παρασίτων στις δύο θαλάσσιες περιοχές χρησιμοποιώντας ένα διάστημα 90% εμπιστοσύνης.

### 24. ΘΕΜΑ

A. Η διακύμανση των βαρών 51 φυτών μιας ποικιλίας ρεβυθιού είναι  $2,1 \text{ γρ}^2$ . Να εξετασθεί αν η διακύμανση αυτή διαφέρει στατιστικώς σημαντικά του αριθμού 2,35 σε επίπεδο σφάλματος 5%.

B. Ενός δείγματος 21 φυτών φασολιού η διακύμανση των υψών τους είναι  $7 \text{ εκ.}^2$ , ενώ ενός άλλου δείγματος 16 φυτών φασολιού η διακύμανση των υψών τους είναι  $4 \text{ εκ.}^2$ . Να συγκριθούν οι διακυμάνσεις αν διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά σε επίπεδο σημαντικότητας 2%.

### 25. ΘΕΜΑ

1. Ποιες οι ιδιότητες των εκτιμητών  $\theta$  για τα μικρά δείγματα ;  
(να αναφερθούν η κάθε μια αναλυτικά). Πότε ένας εκτιμητής  $\theta$  ονομάζεται BLUE ;

2. Σε ένα δείγμα 80 κονσερβών γάλακτος, από μια ημερήσια παρτίδα παραγωγής, το μέσο βάρος είναι 300 γραμμάρια και κατανέμεται κανονικά. Από μετρήσεις που έγιναν είναι γνωστή η διακύμανση που παρατηρείται στο μέσο βάρος και είναι ίση με

40 γραμμάρια<sup>2</sup>. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης στο οποίο βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των κονσερβών γάλακτος που παράγονται ημερησίως με πιθανότητα 99,6 %.

3. Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων, μιας μεταποιητικής βιομηχανίας αγροτικών προϊόντων, που εντοπίστηκαν στα 400 προϊόντα ήταν 13. Να βρεθούν τα όρια μέσα στα οποία βρίσκεται το πραγματικό ποσοστό  $\rho$  των ελαττωματικών προϊόντων της συνολικής παραγωγής με πιθανότητα 98%.

4. Παίρνουμε δυο μικρά δείγματα 11 και 10 στοιχείων αντίστοιχα από κανονικούς πληθυσμούς που εκφράζουν την μέση ετήσια παραγωγή ενός αγροτικού προϊόντος. Έστω οι μέσες ετήσιες τιμές παραγωγής (σε τόνους) είναι  $\mu_1, \mu_2$  με διακυμάνσεις  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  και επιπλέον  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$  (άγνωστη). Να βρεθεί το 95 % διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς  $(\mu_1 - \mu_2)$  των  $\mu_1, \mu_2$ .

## 26. ΘΕΜΑ

1. Έχουμε ένα δείγμα μικρό 11 στοιχείων, που εκφράζει το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με μέση τιμή 7,3 και διακύμανση 3,4. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_0^2 = 3$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_E: \sigma_0^2 \neq 3$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . Θεωρούμε ότι το δείγμα προέρχεται από κανονικό πληθυσμό  $N(\mu, \sigma^2)$ .

## 27. ΘΕΜΑ

Θεωρούμε δυο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με στοιχεία αντίστοιχα 11 και 10. Οι μέσες τιμές τους είναι αντίστοιχα 7,3 και 8,1, ενώ οι διακυμάνσεις τους είναι επίσης αντίστοιχα 3,4 και 9,3. Θεωρούμε ότι προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_E: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . (όπου  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  οι πραγματικές διακυμάνσεις των κανονικών πληθυσμών).

## 28. ΘΕΜΑ

Μετρήθηκαν 10 φυτά, μιας κάποιας ηλικίας, στο βάρος τους  $\Psi$  (σε γραμμάρια) και στο ύψος τους  $X$  (σε εκατοστά). Η γραμμική σχέση που προσδιορίστηκε (παλινδρόμηση του  $X$  πάνω στο  $\Psi$ ) έδωσε συντελεστή συσχέτισης 0,9. Να εξετασθεί σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 5\%$  αν όντως υφίσταται γραμμική εξάρτηση μεταξύ των  $X$  και  $\Psi$ .

## 29. ΘΕΜΑ

1. Ένα δείγμα από 35 κόκκους καλαμποκιού ελέγχεται αν η διακύμανση του μεγέθους των κόκκων του διαφέρει στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ , από την τιμή  $\sigma_0^2 = 33,2$ . Η δειγματική διακύμανση είναι  $\sigma^2 = 42,4$ . Να εξετασθεί αν οι  $\sigma_0^2 = 33,2$  και  $\sigma^2 = 42,4$  διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ .

2. Τα ύψη σε 12 φυτά μιας ποικιλίας σόγιας είναι τα ακόλουθα:

78    75    88    100    96    82  
85    93    111    92    84    93

Θεωρούμε ότι το δείγμα πάρθηκε από πληθυσμό όπου τα ύψη ακολουθούν κανονική κατανομή. Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου του πληθυσμού της ποικιλίας με σφάλμα  $\alpha = 0,05$ .

### 30. ΘΕΜΑ

1. Δύο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος (σε γραμ.) δύο διαφορετικών ποικιλιών ενός φυτού και προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς έχουν δειγματικές διακυμάνσεις  $S_1^2 = 1,39$  και  $S_2^2 = 2,15$ . Τα μεγέθη των δειγμάτων είναι αντίστοιχα  $n_1 = 12$  και  $n_2 = 15$ . Έχουν οι δύο ποικιλίες την ίδια διακύμανση, ως προς το βάρος, με  $\alpha = 0,02$ .

2. Ανήκει η τιμή  $X = 2$  στον πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι  $\mu = 1,76$  και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,35$ . Να εφαρμοσθεί η ελαχίστη σημαντική διαφορά (ΕΣΔ).  $\alpha = 0,05$ .

### 31. ΘΕΜΑ

1. Έχουμε δύο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση (κιλά/ στρ.) σίτου:

$$\bar{X}_1 = 182 \quad n_1 = 17 \quad \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 1260$$
$$\bar{X}_2 = 176 \quad n_2 = 13 \quad \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 1310$$

Να συγκριθούν οι μέσοι  $\bar{X}_1$  και  $\bar{X}_2$  με σφάλμα  $\alpha = 0,05$ .

2. Θεωρούμε δύο δείγματα μοσχευμάτων  $n_1 = 42$  και  $n_2 = 48$ . Τα δείγματα εμβαπτίστηκαν σε δύο ορμόνες I, II για να εκτιμηθεί η ικανότητα των ορμονών να προκαλούν αύξηση της ριζοβολίας. Από το πρώτο δείγμα ριζοβόλησαν 23 και από το δεύτερο 25. Να ελεγχθεί με  $\alpha = 0,01$  αν οι ορμόνες είναι το ίδιο αποτελεσματικές.

### 32. ΘΕΜΑ

Έχουμε  $X$ : το βάρος φυτού (σε μονάδες βάρους) και  $\Psi$ : το ύψος του ιδίου φυτού. (σε μονάδες ύψους)

$X$ : 20    40    60    80    100  
 $\Psi$ : 19    38    59    79    89

1. Να προσαρμοσθεί στα δεδομένα η απλή ευθύγραμμη συμμεταβολή  $\Psi = \alpha + \beta X$

2. Σε μια απλή γραμμική συμμεταβολή  $\Psi = \alpha + \beta X$  που προήλθε από 20 παρατηρήσεις έχουμε  $r^2 = 0,96$ . Να ελεγχθεί αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των  $X, \Psi$ .  $\alpha = 0,05$ .

### 33. ΘΕΜΑ

1. Τι ονομάζουμε τυχαία μεταβλητή. Να δοθεί ένα παράδειγμα διακριτής τυχαίας μεταβλητής.
2. Τι ονομάζουμε συνάρτηση πιθανότητας της συνεχούς τυχαίας μεταβλητής  $X$  ;  
Να δοθεί ένα παράδειγμα.
3. Να προσδιορισθεί η τιμή της σταθεράς  $\beta$  ώστε η συνάρτηση  $f(x)$  με την μορφή  $f(x) = 2\beta x$  για  $x = 1, 2, 3, 4$  και  $f(x) = 0$  για τις άλλες τιμές του  $x$  να είναι συνάρτηση πιθανότητας της  $X$ .
4. Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας  $F(3)$  στη προηγούμενη συνάρτηση πιθανότητας  $f(x)$  του 3 ερωτήματος, όταν οι τιμές  $x = 1, 2, 3, 4$  και να γίνει το γράφημα της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας  $F(x)$  για  $x = 1, 2, 3, 4$ .  
Να βρεθεί η πιθανότητα  $P(2 \leq X \leq 4)$ .

### 34. ΘΕΜΑ

Έχουμε τις παρακάτω παρατηρήσεις για τη μεταβλητή  $X$ : «παραγωγή πατάτας σε χιλιόγραμμα» που συγκέντρωσαν 30 παραγωγοί.

730	547	326	532	720	350	428
560	728	391	810	428	634	728
710	570	660	730	425	730	640
665	728	396	810	280	490	650
	520	430				

1. Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων (συχνότητα, αθροιστική συχνότητα, σχετική συχνότητα, αθροιστική σχετική συχνότητα) εφόσον ομαδοποιηθούν πρώτα τα δεδομένα.
2. Να γίνουν τα διαγράμματα και οι πολυγωνικές γραμμές των συχνοτήτων, των αθροιστικών συχνοτήτων, των σχετικών συχνοτήτων, των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων

### 35. ΘΕΜΑ

1. **α.** Ποιες είναι οι διαφορές μεταξύ της διωνυμικής κατανομής και της γεωμετρικής κατανομής μιας τυχαίας διακριτής μεταβλητής;
- β.** Τι ονομάζουμε διαδικασίες Poisson; Τι μετρά η τυχαία μεταβλητή στην κατανομή Poisson;
- γ.** Σε τι διαφέρει η Αρνητική Διωνυμική κατανομή από την Γεωμετρική κατανομή;
2. Από ορισμένη παραγωγική διαδικασία παράγονται μαζικώς προϊόντα όπου η πιθανότητα ελαττωματικού είναι 0,09. Ποια η πιθανότητα σε τυχαίο δείγμα 15 προϊόντων να πάρουμε περισσότερα από 2 ελαττωματικά προϊόντα.

### 36. ΘΕΜΑ

1. Η πιθανότητα να πετύχουμε ένα ελαττωματικό προϊόν είναι 3 στα 100. Ποια η πιθανότητα να πετύχουμε ελαττωματικό προϊόν όταν λάβουμε τυχαίως ένα την πέμπτη φορά;

2. Μια εταιρεία έχει 100 υπαλλήλους. Σε διάστημα μισού χρόνου ασθένησαν 5 εξ' αυτών. Ποια είναι η πιθανότητα ότι 2 ασφαλισμένοι θα αρρωστήσουν κατά την διάρκεια του επόμενου μήνα;

(Θεωρούμε ότι η εμφάνιση της ασθένειας ακολουθεί την διαδικασία Poisson)

### 37. ΘΕΜΑ

Σε μια μελέτη μετρήθηκαν οι σπόροι σε άνθη τριφυλλίου και για το λόγο αυτό διαλέχθηκαν 8 υγιή φυτά με άνθη ελεύθερα εκτεθειμένα στην κορυφή και 10 υγιή φυτά με άνθη όσο το δυνατό κρυμμένα στο κάτω μέρος του φυτού. Τα αποτελέσματα ήσαν:

Τριφύλλι Σπόροι	1	2	3	4	5	6	7	8
Άνθη Ελεύθερα	7	5	3	4	3	4	3	5
Άνθη Κρυμμένα	5	2	2	2	4	5	2	4

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

Τι συμπεραίνετε; (Να εφαρμοσθεί η μέθοδος των ζευγών)

### 38. ΘΕΜΑ

Σε μια μελέτη που σύγκρινε αριθμό παρασίτων στα ψάρια είχαμε τα εξής αποτελέσματα. Στην θαλάσσια περιοχή I από τα 537 ψάρια που πιάστηκαν τα 239 βρέθηκαν με παράσιτα, ενώ στην θαλάσσια περιοχή II από τα 256 που πιάστηκαν τα 72 βρέθηκαν με παράσιτα. Να συγκριθεί η αναλογία των παρασίτων στις δύο θαλάσσιες περιοχές χρησιμοποιώντας ένα διάστημα 90% εμπιστοσύνης. Ερμηνεύστε το διάστημα.

### 39. ΘΕΜΑ

Η διακύμανση των βαρών 21 φυτών μιας ποικιλίας ρεβυθιού είναι  $2,1 \text{ γρ}^2$ . Να εξετασθεί αν η διακύμανση αυτή είναι μεγαλύτερη του αριθμού 2,35 σε επίπεδο σφάλματος 5%.

### 40. ΘΕΜΑ

Δίνεται ότι:

$$X : 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$Y : 2 \quad 4 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 10$$

A. Να βρεθεί η ευθεία παλινδρόμησης του Y πάνω στο X.

**B.** Να βρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης  $r$  των  $X$  και  $Y$  και ο συντελεστής προσδιορισμού.

**Γ.** Τι ερμηνεύει ο συντελεστής συσχέτισης  $r$  των  $X$  και  $Y$  και τι ερμηνεύει ο συντελεστής προσδιορισμού; Ποια η διαφορά τους;

**Δ.** Να εξετασθεί αν ισχύει η υπόθεση ότι οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

#### 41. ΘΕΜΑ

1. Ένα δείγμα από 32 κόκκους καλαμποκιού ελέγχεται ώστε η διακύμανση του μεγέθους των κόκκων να μην υπερβαίνει την τιμή  $\sigma_0^2 = 23,18$ . Η δειγματική διακύμανση είναι  $s^2 = 33,15$ . Είναι η  $s^2$  μεγαλύτερη από την καθορισμένη  $\sigma_0^2$  με πιθανότητα σφάλματος 10%;

2. Τα ύψη σε εκατοστά 13 φυτών μιας ποικιλίας σιταριού είναι τα ακόλουθα:

82	73	85	110	105	81	93	95
	84	92	116	90	83		

Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου της ποικιλίας με πιθανότητα σφάλματος 5%;

3. Ανήκει η τιμή  $X = 5$  στον πληθυσμό με πιθανότητα 95% του οποίου η μέση τιμή είναι  $\mu = 4,3$  και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,7$ ;

#### 42. ΘΕΜΑ

1. Δύο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος σε γραμμάρια δυο διαφορετικών ποικιλιών ενός φυτού προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς έχουν  $S_1^2 = 2,32$   $S_2^2 = 2,16$ . Τα μεγέθη των μικρών δειγμάτων αντίστοιχα είναι  $n_1 = 13$ ,  $n_2 = 15$ . Έχουν οι δύο ποικιλίες την ίδια διακύμανση με  $\alpha = 0,05$ ;

2. Σε ένα δείγμα μικρό  $n = 15$  που εκφράζει το βάρος σε γραμμάρια των εμβρύων μιας ποικιλίας βρέθηκε ότι η μέση τιμή είναι 125,16 και η διακύμανση 110,3. Να ελεγχθεί αν το μέσο βάρος των εμβρύων της εν λόγω ποικιλίας διαφέρει με πιθανότητα σφάλματος 5% του βάρους 112,53.

3. Να συγκριθούν αν διαφέρουν δυο ποικιλίες με  $\alpha = 5\%$ , όταν έχουμε πάρει δύο μεγάλα δείγματα από τις δύο ποικιλίες που εκφράζουν το ύψος ενός φυτού, με 41 και 55 στοιχεία αντίστοιχα, με δειγματικές μέσες τιμές 86,1 και 79,3 και με δειγματικές διακυμάνσεις 68,3 και 76,5.

**α.** Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των δειγματικών μέσων τιμών και επιβεβαιώσετε το συμπέρασμα από την σύγκριση των δυο ποικιλιών

**β.** Το ίδιο να γίνει και με την εύρεση της ελαχίστης σημαντικής διαφοράς ΕΣΔ

4. Σε μια γραμμική ευθύγραμμη συμμεταβολή των X: βάρος του φυτού και Ψ: ύψος του φυτού, που προέκυψε από δείγμα 12 στοιχείων, να ελεγχθεί αν υφίσταται όντως η γραμμική ευθύγραμμη συμμεταβολή των X και Ψ με  $\alpha=5\%$ .

#### 43. ΘΕΜΑ

Τα δεδομένα που ακολουθούν είναι τελικά βάρη ινδικών χοιριδίων σε ένα πείραμα συγκρίσεως τριών σιτηρεσίων που διέφεραν ως προς την περιεκτικότητα σε λίπος. Τα ζώα είχαν χωριστεί σε έξι ομάδες με βάση το αρχικό τους βάρος. Τα βάρη σε γραμμάρια είναι τα εξής:

<u>Σιτηρέσιο</u>	<u>Ομάδα</u>					
	1	2	3	4	5	6
1	96	96	94	99	99	106
2	103	101	103	105	101	107
3	103	104	106	108	109	110

Υπήρχε σημαντική διαφορά μεταξύ των σιτηρεσίων; Αν ναι ποιο σιτηρέσιο έδωσε το μεγαλύτερο βάρος;

#### 44. ΘΕΜΑ

Τα παρακάτω δεδομένα είναι αποδόσεις (κιλά σύσπορου βαμβακιού/ πειραματικό τεμάχιο) τεσσάρων ποικιλιών βαμβακιού. Το πειραματικό σχέδιο που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση των ποικιλιών ήταν το τελείως τυχαιοποιημένο με τέσσερις επαναλήψεις. Οι αποδόσεις είναι οι εξής:

<u>Ποικιλίες</u>	<u>Επαναλήψεις</u>			
	1	2	3	4
1	13,1	12,4	12,85	12,45
2	13,65	13,42	13,8	13,67
3	15,2	14,8	15,62	14,75
4	19,1	10,08	19,65	18,5

Να συγκριθεί η απόδοση των τεσσάρων ποικιλιών.

#### 45. ΘΕΜΑ

A. Σε μια μελέτη μετρήθηκαν οι σπόροι σε άνθη τριφυλλίου και για το λόγο αυτό επελέγησαν 9 υγιή φυτά με άνθη ελεύθερα εκτεθειμένα στην κορυφή και με άνθη όσο το δυνατό κρυμμένα στο κάτω μέρος του φυτού. Τα αποτελέσματα ήταν:

<u>Τριφύλλι:</u>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<u>Σπόροι:</u>									
Άνθη Ελεύθερα	4	5	4	5	4	3	4	5	4
Άνθη Κρυμμένα	6	3	2	3	4	5	3	4	3



Να βρεθεί ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για την πραγματική διαφορά των μέσων όρων των αριθμών των σπόρων του τριφυλλίου που προέρχονται από λουλούδια στο πάνω και στο κάτω μέρος του φυτού.

**B.** Σε μια μελέτη που σύγκρινε αριθμό παρασίτων στα ψάρια είχαμε τα εξής αποτελέσματα. Στην θαλάσσια περιοχή I από τα 528 ψάρια που πιάστηκαν τα 225 βρέθηκαν με παράσιτα, ενώ στην θαλάσσια περιοχή II από τα 232 που πιάστηκαν τα 58 βρέθηκαν με παράσιτα. Να συγκριθεί η αναλογία των παρασίτων στις δύο θαλάσσιες περιοχές χρησιμοποιώντας ένα διάστημα 90% εμπιστοσύνης. Να ερμηνευθεί το αποτέλεσμα.

#### 46. ΘΕΜΑ

**A.** Η διακύμανση των βαρών 21 φυτών μιας ποικιλίας ρεβιθιού είναι  $2,41 \text{ γρ}^2$ . Να εξετασθεί αν η διακύμανση αυτή διαφέρει στατιστικώς σημαντικά του αριθμού 2,56 σε επίπεδο σφάλματος 5%. Ο πληθυσμός απ' όπου πάρθηκε το δείγμα είναι κανονικός

**B.** Ενός δείγματος 25 φυτών φασολιού η διακύμανση των υψών τους είναι  $8 \text{ εκ.}^2$ , ενώ ενός άλλου δείγματος 17 φυτών φασολιού η διακύμανση των υψών τους είναι  $5 \text{ εκ.}^2$ . Να βρεθεί αν οι δύο διακυμάνσεις διαφέρουν σημαντικά για πιθανότητα 2%. Οι πληθυσμοί είναι κανονικοί και τα δείγματα ανεξάρτητα.

**Γ.** Δίνεται ότι:

<b>X</b> :	1	2	3	4	5	6	7
<b>Ψ</b> :	2	3	5	8	9	10	11

1. Να βρεθεί η ευθεία παλινδρόμησης του Ψ πάνω στο X.
2. Να βρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης  $r$  των X και Ψ.
3. Να βρεθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.
4. Τι ερμηνεύει ο συντελεστής συσχέτισης  $r$  των X και Ψ και τι ερμηνεύει ο συντελεστής προσδιορισμού; Ποια η διαφορά τους;
5. Να εξετασθεί αν ισχύει η υπόθεση ότι οι μεταβλητές X και Ψ είναι ανεξάρτητες σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

#### 47. ΘΕΜΑ

1. Τι ονομάζουμε σφάλμα δειγματοληψίας;
2. Τι είναι η κατανομή δειγματοληψίας ενός στατιστικού και τι είναι το τυπικό σφάλμα του στατιστικού;

3. Πότε η σημειακή εκτιμήτρια μιας παραμέτρου του πληθυσμού είναι αμερόληπτη;

4. Σε ένα δείγμα 12 αγροτικών οικογενειών από ένα χωριό μετράμε τα μέλη που εργάζονται στον αγροτικό τομέα και βρίσκουμε :

3, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 3

Αν ο αριθμός των μελών που εργάζονται ανά οικογένεια στο χωριό είναι 3,5 μέλη. Να βρεθούν:

A. Το σφάλμα δειγματοληψίας

B. Το σφάλμα μεροληψίας

Γ. Η διακύμανση του μέσου του δείγματος (μέσο σφάλμα τετραγώνου)

Δ. Το τυπικό σφάλμα εκτίμησης του μέσου του δείγματος

5. Θεωρούμε ότι η μέση ετήσια παραγωγή (σε τόνους) αγελαδινού γάλακτος αγελαδοτροφικών εκμεταλλεύσεων σε κάθε διοικητική περιφέρεια της χώρας ακολουθεί κανονική κατανομή. Παίρνουμε ένα δείγμα από 31 αγελαδοτροφικές εκμεταλλεύσεις μιας διοικητικής περιφέρειας και το συγκρίνουμε με ένα δείγμα από 31 αγελαδοτροφικές εκμεταλλεύσεις μιας άλλης διοικητικής περιφέρειας. Έστω ότι οι δειγματικές μέσες τιμές είναι 4,65 και 4,12 και οι δειγματικές διακυμάνσεις 0,56 και 0,67 αντίστοιχα. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά της μέσης ετήσιας παραγωγής γάλακτος στις δυο περιφέρειες σε επίπεδο εμπιστοσύνης 98%. Κατά μέση ετήσια παραγωγή ποια διοικητική περιφέρεια παράγει περισσότερο γάλα ;

6. Ποια η διαφορά μεταξύ του σφάλματος τύπου I και II στον έλεγχο υποθέσεων;

7. Θεωρούμε ότι η άγνωστος παράμετρος  $\Theta$  του πληθυσμού έχει την τιμή  $\Theta_0 = 3,1$ . Να διατυπωθεί ο έλεγχος υπόθεσης με μονόπλευρο έλεγχο (δεξιά) .

Έστω  $T$  το στατιστικό με το οποίο ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση και  $T_\alpha$  η κριτήρια τιμή. Να ορισθεί γραφικά η περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .

8. Έχουμε τέσσερις επιχειρήσεις  $E_1, E_2, E_3, E_4$  που παράγουν κονσέρβες ντοματοπολτού και παίρνουμε από κάθε επιχείρηση 57 κονσέρβες για να τις ελέγξουμε αν πληρούν τις προδιαγραφές που ετέθησαν. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν πληρούν τις προδιαγραφές 8 από την επιχείρηση  $E_1$ , 13 από την  $E_2$ , 5 από την  $E_3$  και 11 από την  $E_4$ . Μπορεί να ελεγχθεί αν υπάρχει διαφορά στην ποιότητα των προϊόντων στις 4 επιχειρήσεις ( $\alpha = 0,05$ ). Τι έλεγχος γίνεται;

9. Για την ύπαρξη γραμμικού μοντέλου στον πληθυσμό, στον έλεγχο υπόθεσης αν είναι στατιστικά σημαντικός ο συντελεστής  $b$ , ευρέθη ότι το εκτιμώμενο  $b$  είναι ίσον με 1,92 του τυπικού σφάλματος εκτίμησής του, τι απαντάτε στην ερώτηση «υπάρχει η όχι γραμμικό μοντέλο στον πληθυσμό»; Να δικαιολογηθεί η απάντηση. ( $\alpha = 0,05$ )

10. Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας δεδομένων ενός δείγματος:

Τιμή προϊόντος X : 5 4 3 6 4,5 3,5 4,1 5,5  
Ποσότητα προϊόντος Ψ : 7 11 18 6 13 22 16 9

Να προσδιορισθεί ο συντελεστής συσχέτισης και να εξετασθεί αν υφίσταται στον πληθυσμό γραμμική σχέση μεταξύ των X, Ψ, σε  $\alpha = 0,05$ .

11. Ποια η ουσιώδης διαφορά μεταξύ της κυκλικής κύμανσης και της εποχικής κύμανσης σε μια χρονική σειρά; Που εμφανίζεται η κάθε μία ; ( 5 μονάδες )

12. Έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα χρονικής σειράς, που δίνει την ετήσια παραγωγή (σε χιλιάδες τόνους) ενός αγροτικού προϊόντος :

**1988 1989 1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998**

221 278 210 201 231 256 245 276 263 277 235

**1999 2000 2001**

254 266 258

Να σχεδιασθεί η γραμμή τάσης των κινητών μέσων όρων τεσσάρων ετών.

13. Εφαρμόζοντας την μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο, για τον προσδιορισμό των δεικτών εποχικότητας σε μια χρονική σειρά, με μηνιαίες καταναλώσεις σε ένα αγροτικό προϊόν, ευρέθη ότι ο δείκτης εποχικότητας του μηνός Αυγούστου είναι 78,9%, τι σημαίνει αυτό για σας;

#### 48. ΘΕΜΑ

1. Τι ονομάζουμε απλό τυχαίο δείγμα;

2. Τι εκφράζει το τυπικό σφάλμα ενός στατιστικού που λαμβάνουμε για να εκτιμήσουμε μια άγνωστη παράμετρο ενός πληθυσμού και γιατί η κατανομή δειγματοληψίας ενός στατιστικού ουσιαστικά είναι θεωρητική κατανομή;

3. Πότε η σημειακή εκτιμήτρια μιας άγνωστης παραμέτρου  $\Theta$  του πληθυσμού είναι συνεπής;

4. Τι ονομάζουμε διάστημα εμπιστοσύνης για μια άγνωστη παράμετρο  $\Theta$  του πληθυσμού; Υπολογίζεται ένα 98% διάστημα εμπιστοσύνης για μια άγνωστη παράμετρο  $\Theta$  πληθυσμού και σας έχει ζητηθεί να απαντήσετε με σφάλμα 5%. Έχετε δώσει ένα διάστημα για τη  $\Theta$  μεγαλύτερο από αυτό που σας ζητήθηκε και αν ναι γιατί;

5. Υποθέστε ότι η ετήσια αποταμίευση μιας κατηγορίας νοικοκυριών, με ορισμένο επίπεδο εισοδήματος και περιουσιακών στοιχείων, είναι μια τυχαία μεταβλητή X που ακολουθεί κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση  $\sigma = 1.700$  ευρώ. Παίρνουμε ένα τυχαίο δείγμα 20 νοικοκυριών της κατηγορίας αυτής από όλη τη χώρα που έδωσε μέση ετήσια αποταμίευση 5.500 ευρώ. Να κατασκευασθεί ένα

90% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση ετήσια αποταμίευση όλων των νοικοκυριών της χώρας τα οποία ανήκουν στην κατηγορία αυτή.

6. Θεωρούμε δύο δείγματα ίσου μεγέθους από 15 αγρότες που προέρχονται από δύο πληθυσμούς τους οποίους μελετάμε ως προς την μεταβλητή  $X$ , που μετρά την στρεμματική απόδοση σε ένα αγροτικό προϊόν, και γνωρίζοντας ότι οι πληθυσμοί είναι κανονικοί ως προς στην κατανομή της  $X$  με άγνωστες διακυμάνσεις διαφορετικές μεταξύ τους. Οι μέσες δειγματικές τιμές και οι δειγματικές διακυμάνσεις είναι  $380$  (κιά/ στρ.)<sup>2</sup>,  $150$  (κιά/ στρ.)<sup>2</sup> και  $420$  κιά/στρ.,  $170$  (κιά/ στρ.)<sup>2</sup>. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς των αγνώστων μέσων όρων των δύο πληθυσμών με πιθανότητα 90%.
7. Μια απόφαση των υπευθύνων της χάραξης της αγροτικής πολιτικής φαίνεται ότι παρουσιάζει μεγάλη διάσταση απόψεων στους αγρότες. Μια εφημερίδα αποφάσισε να εκτιμήσει αυτή την διάσταση εκτιμώντας την τυπική απόκλιση  $\sigma$  του αγροτικού πληθυσμού. Για το σκοπό αυτό επέλεξε τυχαία 41 αγρότες και τους ζήτησε να βαθμολογήσουν την απόφαση. Αν η τυπική απόκλιση στο δείγμα είναι 6 και αν υποθεθεί ότι οι βαθμοί αυτοί ακολουθούν την κανονική κατανομή, να προσδιορισθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την παράμετρο  $\sigma^2$ .
8. Ποια η διαφορά μεταξύ του σφάλματος τύπου I και II στον έλεγχο υποθέσεων;
9. Θεωρούμε ότι η άγνωστος παράμετρος  $\Theta$  του πληθυσμού έχει την τιμή  $\Theta_0 = -1,3$ . Να διατυπωθεί ο έλεγχος μηδενικής υπόθεσης με μονόπλευρο έλεγχο (αριστερά). Έστω  $T$  το στατιστικό με το οποίο ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση και  $T_\alpha$  η κριτήρια τιμή. Να ορισθεί γραφικά η περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .
10. Ρωτήθηκαν 250 αγρότες, οι οποίοι χωρίστηκαν σε τρεις ηλικιακές κατηγορίες νέοι, μεσήλικες, ηλικιωμένοι για να απαντήσουν αν χρησιμοποιούν τον συνεταιρισμό για να προμηθευθούν λιπάσματα και έδωσαν τις ακόλουθες απαντήσεις

	<u>Χρησιμοποιούν τον συνεταιρισμό</u>	<u>Δεν χρησιμοποιούν τον συνεταιρισμό</u>
Ηλικιωμένοι	37	13
Μεσήλικες	40	60
Νέοι	68	38

Να εξετασθεί αν το σύνολο των αγροτών συμπεριφέρεται κατά τον ίδιο τρόπο όσον αφορά την χρησιμοποίηση του συνεταιρισμού για την προμήθεια λιπασμάτων. ( $\alpha=5\%$ ). Τι έλεγχος γίνεται;

11. Ποια η ουσιαστική διαφορά μεταξύ της κυκλικής κύμανσης και της εποχικής κύμανσης σε μια χρονική σειρά; Που εμφανίζεται η κάθε μία;

12. Έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα χρονικής σειράς, που δίνει την στρεμματική απόδοση (κιά /στρ.) ενός αγροτικού προϊόντος στα έτη 1990-2000 :

1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000

232 258 230 241 239 266 259 272 268 287 274

**2001 2002 2003**

265 287 278

Να σχεδιασθεί η γραμμή τάσης των κινητών μέσων όρων πέντε ετών.

#### **49. ΘΕΜΑ**

1. Να προσδιορισθεί η τιμή της σταθεράς  $a$  ώστε η συνάρτηση  $f(x)$  με την μορφή  $f(x) = 2ax$  για  $x = 2, 3, 4, 5$  και  $f(x) = 0$  για τις άλλες τιμές του  $x$  να είναι συνάρτηση πιθανότητας της  $X$ .

2. Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας  $F(4)$  στη προηγούμενη συνάρτηση πιθανότητας  $f(x)$  του 3 ερωτήματος και να γίνει το γράφημα της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας  $F(x)$  για  $x = 2, 3, 4, 5$ .

Να βρεθεί η πιθανότητα  $P(3 \leq X \leq 5)$ .

#### **50. ΘΕΜΑ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \lambda x$  για  $1 < x < 7$  και  $f(x) = 0$  για τις άλλες τιμές του  $x$ .

1. Να βρεθεί η σταθερά  $\lambda$  ώστε η συνάρτηση  $f(x)$  να είναι συνάρτηση πιθανότητας της  $X$ .

2. Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $F(x)$ .

3. Να υπολογισθεί η πιθανότητα  $P(1 \leq X \leq 5)$ .

4. Να βρεθεί ο μέσος και η διακύμανση της  $X$ .

#### **51. ΘΕΜΑ**

1. Από ορισμένη παραγωγική διαδικασία παράγονται μαζικώς προϊόντα όπου η πιθανότητα ελαττωματικού είναι 0,08. Ποια η πιθανότητα σε τυχαίο δείγμα 18 προϊόντων να πάρουμε περισσότερα από 3 ελαττωματικά προϊόντα.

2. Η πιθανότητα να πετύχουμε ένα ελαττωματικό προϊόν είναι 2 στα 100. Ποια η πιθανότητα να πετύχουμε ελαττωματικό προϊόν όταν λάβουμε τυχαίως ένα την έκτη φορά;

3. Ο αριθμός των αγροτών που φθάνουν σε υποκατάστημα της Αγροτικής τράπεζας για να διεκπεραιώσουν τις υποθέσεις τους ακολουθεί κατανομή Poisson. Αν κατά μέσο όρο χρειάζονται 5 λεπτά για να εξυπηρετηθεί ένας αγρότης ποια η πιθανότητα ένας αγρότης να εξυπηρετηθεί σε λιγότερο από 3 λεπτά;

#### **52. ΘΕΜΑ**

Σε μια μελέτη μετρήθηκαν οι σπόροι σε άνθη τριφυλλίου και για το λόγο αυτό επελέγησαν 9 υγιή φυτά με άνθη ελεύθερα εκτεθειμένα στην κορυφή και με άνθη όσο το δυνατό κρυμμένα στο κάτω μέρος του φυτού. Τα αποτελέσματα ήταν:

<b>Τριφύλλι:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>Σπόροι:</b>									
Άνθη Ελεύθερα	4	5	4	5	4	3	4	5	4
Άνθη Κρυμμένα	6	3	2	3	4	5	3	4	3

Να βρεθεί ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για την πραγματική διαφορά των μέσων όρων των αριθμών των σπόρων του τριφυλλίου που προέρχονται από λουλούδια στο πάνω και στο κάτω μέρος του φυτού.

### 53. ΘΕΜΑ

Σε μια μελέτη που σύγκρινε αριθμό παρασίτων στα ψάρια είχαμε τα εξής αποτελέσματα. Στην θαλάσσια περιοχή I από τα 528 ψάρια που πιάστηκαν τα 225 βρέθηκαν με παράσιτα, ενώ στην θαλάσσια περιοχή II από τα 232 που πιάστηκαν τα 58 βρέθηκαν με παράσιτα. Να συγκριθεί η αναλογία των παρασίτων στις δύο θαλάσσιες περιοχές χρησιμοποιώντας ένα διάστημα 90% εμπιστοσύνης. Να ερμηνευθεί το αποτέλεσμα.

### 54. ΘΕΜΑ

1. Σε ένα δείγμα 90 κονσερβών γάλακτος, από μια ημερήσια παρτίδα παραγωγής, το μέσο βάρος είναι 350 γραμμάρια και κατανέμεται κανονικά. Από μετρήσεις που έγιναν είναι γνωστή η διακύμανση που παρατηρείται στο μέσο βάρος και είναι ίση με 42 γραμμάρια<sup>2</sup>. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης στο οποίο βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των κονσερβών γάλακτος που παράγονται ημερησίως με πιθανότητα 99 %.

2. Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων, μιας μεταποιητικής βιομηχανίας αγροτικών προϊόντων, που εντοπίστηκαν στα 450 προϊόντα ήταν 10. Να βρεθούν τα όρια μέσα στα οποία βρίσκεται το πραγματικό ποσοστό  $p$  των ελαττωματικών προϊόντων της συνολικής παραγωγής με πιθανότητα 98%.

### 55. ΘΕΜΑ

Παίρνουμε δυο μικρά ανεξάρτητα δείγματα 12 και 11 στοιχείων αντίστοιχα από κανονικούς πληθυσμούς που εκφράζουν την μέση ετήσια παραγωγή (σε τόνους) ενός αγροτικού προϊόντος με δειγματικές μέσες τιμές 4,2 και 3,8 αντίστοιχα και δειγματικές διακυμάνσεις  $s_1^2 = 17$ ,  $s_2^2 = 21$ . Έστω ότι οι μέσες ετήσιες τιμές παραγωγής (σε τόνους) είναι  $\mu_1, \mu_2$  με διακυμάνσεις  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  και επιπλέον  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

=  $\sigma^2$  (άγνωστη). Να βρεθεί το 95 % διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς ( $\mu_1 - \mu_2$ ) των  $\mu_1, \mu_2$ .

### 56. ΘΕΜΑ

1. Έχουμε ένα δείγμα μικρό 10 στοιχείων, που εκφράζει το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με μέση τιμή 7,1 και διακύμανση 3,2. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_0^2 = 3$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_\epsilon: \sigma_0^2 \neq 3$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . Θεωρούμε ότι το δείγμα προέρχεται από κανονικό πληθυσμό  $N(\mu, \sigma^2)$ .

2. Θεωρούμε δυο μικρά ανεξάρτητα δείγματα που εκφράζουν το βάρος σε χιλιόγραμμα ενός αγροτικού προϊόντος, με στοιχεία αντίστοιχα 10 και 9. Οι μέσες τιμές τους είναι αντίστοιχα 7,2 και 8,3, ενώ οι διακυμάνσεις τους είναι επίσης αντίστοιχα 3,1 και 3,4. Θεωρούμε ότι προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς. Να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_\epsilon: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ . (όπου  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  οι πραγματικές διακυμάνσεις των κανονικών πληθυσμών).

### 57. ΘΕΜΑ

Ο αριθμός των άρρωστων πουλερικών κατά εβδομάδα σε ένα πτηνοτροφείο μετρήθηκε για 50 εβδομάδες και έδωσε:

αριθμός αρρώστων	0	1	2	3	$\geq 4$
αριθμός εβδομάδων	16	17	13	6	1

Να εξετασθεί αν ο αριθμός των αρρώστων πουλερικών ακολουθεί την κατανομή Poisson σε επίπεδο σημαντικότητας 1%. Έχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα;

### 58. ΘΕΜΑ

Δίνονται οι ετήσιες πωλήσεις σε χιλιάδες τόνους μιας επιχείρησης τροφίμων

<u>Έτη</u>	<u>Πωλήσεις</u>	
1994	117	
1995	138	Να υπολογισθεί η γραμμή τάσης της χρονολογικής
1996	129	σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων
1997	118	4 - ετών.
1998	108	Να γίνει η γραφική παράσταση της γραμμής τάσης
1999	99	μαζί με την γραφική παράσταση της χρονολογικής
2000	106	σειράς.
2001	124	
2002	117	
2003	115	

### 59. ΘΕΜΑ

1. Ένα δείγμα από 35 κόκκους καλαμποκιού ελέγχεται αν η διακύμανση του μεγέθους των κόκκων του διαφέρει στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ , από την τιμή  $\sigma_0^2 = 33,2$ . Η δειγματική διακύμανση είναι  $\sigma^2 = 42,4$ . Να εξετασθεί αν οι  $\sigma_0^2 = 33,2$  και  $\sigma^2 = 42,4$  διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 0,05$ .

2. Τα ύψη σε 12 φυτά μιας ποικιλίας σόγιας είναι τα ακόλουθα:

78	75	88	100	96	82
85	93	111	92	84	93

Θεωρούμε ότι το δείγμα πάρθηκε από πληθυσμό όπου τα ύψη ακολουθούν κανονική κατανομή. Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου του πληθυσμού της ποικιλίας με σφάλμα  $\alpha = 0,05$ .

3. Δύο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος (σε γραμ.) δύο διαφορετικών ποικιλιών ενός φυτού και προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς έχουν δειγματικές διακυμάνσεις  $S_1^2 = 1,39$  και  $S_2^2 = 2,15$ . Τα μεγέθη των δειγμάτων είναι αντίστοιχα  $n_1 = 12$  και  $n_2 = 15$ . Έχουν οι δύο ποικιλίες την ίδια διακύμανση, ως προς το βάρος, με  $\alpha = 0,02$ .

4. Ανήκει η τιμή  $X = 2$  στον πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι  $\mu = 1,76$  και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,35$ . Να εφαρμοσθεί η ελαχίστη σημαντική διαφορά (ΕΣΔ).  $\alpha = 0,05$ .

## 60. ΘΕΜΑ

1. Έχουμε δύο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση (κιλά/ στρ.) σίτου:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= 182 & n_1 &= 17 & \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 &= 1260 \\ \bar{X}_2 &= 176 & n_2 &= 13 & \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 &= 1310 \end{aligned}$$

Να συγκριθούν οι μέσοι  $\bar{X}_1$  και  $\bar{X}_2$  με σφάλμα  $\alpha = 0,05$ .

2. Θεωρούμε δύο δείγματα μοσχευμάτων  $n_1 = 42$  και  $n_2 = 48$ . Τα δείγματα εμβαπτίστηκαν σε δύο ορμόνες I, II για να εκτιμηθεί η ικανότητα των ορμονών να προκαλούν αύξηση της ριζοβολίας. Από το πρώτο δείγμα ριζοβόλησαν 23 και από το δεύτερο 25. Να ελεγχθεί με  $\alpha = 0,01$  αν οι ορμόνες είναι το ίδιο αποτελεσματικές.

3. Έχουμε X: το βάρος φυτού (σε μονάδες βάρους) και Ψ: το ύψος του ίδιου φυτού. (σε μονάδες ύψους)

<b>X:</b>	20	40	60	80	100
<b>Ψ:</b>	19	38	59	79	89

I. Να προσαρμοσθεί στα δεδομένα η απλή ευθύγραμμη συμμεταβολή  $\Psi = \alpha + \beta X$



II. Σε μια απλή γραμμική συμεταβολή  $\Psi = \alpha + \beta X$  που προήλθε από 20 παρατηρήσεις έχουμε  $r^2 = 0,96$ . Να ελεγχθεί αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των  $X, \Psi$ .  
 $\alpha = 0,05$ .

### 61. ΘΕΜΑ

1. Ένα ινστιτούτο γεωργικών ερευνών για να εκτιμήσει την αποδοτικότητα δύο υβριδίων καλαμποκιού τα έδωσε σε 9 γεωργούς που τα χωράφια τους βρισκόταν σε διαφορετικές περιοχές και υπολόγισε τις αποδόσεις κατά στρέμμα που δίνονται πιο κάτω:

Γεωργός	Υβρίδιο I	Υβρίδιο II
1	358	296
2	352	313
3	310	321
4	298	286
5	369	311
6	381	323
7	285	285
8	322	310
9	305	296

Να ελεγχθεί αν διαφέρουν σε απόδοση τα υβρίδια με  $\alpha = 10\%$ .

2. Ένα δείγμα από 32 κόκκους καλαμποκιού ελέγχεται ώστε η διακύμανση του μεγέθους των κόκκων να μην υπερβαίνει την τιμή  $\sigma_0^2 = 23,18$ . Η δειγματική διακύμανση είναι  $s^2 = 33,15$ . Είναι η  $s^2$  μεγαλύτερη από την καθορισμένη  $\sigma_0^2$  με πιθανότητα σφάλματος 10%;

3. Τα ύψη σε εκατοστά 13 φυτών μιας ποικιλίας σιταριού είναι τα ακόλουθα:

82    73    85    110    105    81    93    95  
 84    92    116    90    83

Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου της ποικιλίας με πιθανότητα σφάλματος 5%;

4. Ανήκει η τιμή  $X = 5$  στον πληθυσμό με πιθανότητα 95% του οποίου η μέση τιμή είναι  $\mu = 4,3$  και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,7$ ;

### 62. ΘΕΜΑ

1. Δύο μικρά δείγματα που εκφράζουν το βάρος σε γραμμάρια δυο διαφορετικών ποικιλιών ενός φυτού προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς έχουν  $S_1^2 = 2,32$   $S_2^2 = 2,16$ . Τα μεγέθη των μικρών δειγμάτων αντίστοιχα είναι  $n_1 = 13$ ,  $n_2 = 15$ . Έχουν οι δύο ποικιλίες την ίδια διακύμανση με  $\alpha = 0,05$ ;

2. Σε ένα δείγμα μικρό  $n = 15$  που εκφράζει το βάρος σε γραμμάρια των εμβρύων μιας ποικιλίας βρέθηκε ότι η μέση τιμή είναι 125,16 και η διακύμανση 110,3. Να

ελεγχθεί αν το μέσο βάρος των εμβρύων της εν λόγω ποικιλίας διαφέρει με πιθανότητα σφάλματος 5% του βάρους 112,53.

3. Να συγκριθούν αν διαφέρουν δυο ποικιλίες με  $\alpha = 5\%$ , όταν έχουμε πάρει δύο μεγάλα δείγματα από τις δύο ποικιλίες που εκφράζουν το ύψος ενός φυτού, με 41 και 55 στοιχεία αντίστοιχα, με δειγματικές μέσες τιμές 86,1 και 79,3 και με δειγματικές διακυμάνσεις 68,3 και 76,5.

α. Να βρεθούν τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των δειγματικών μέσων τιμών και επιβεβαιώσετε το συμπέρασμα από την σύγκριση των δυο ποικιλιών

β. Το ίδιο να γίνει και με την εύρεση της ελαχίστης σημαντικής διαφοράς ΕΣΔ

4. Σε μια γραμμική ευθύγραμμη συμμεταβολή των X: βάρος του φυτού και Ψ: ύψος του φυτού, που προέκυψε από δείγμα 12 στοιχείων, να ελεγχθεί αν υφίσταται όντως η γραμμική ευθύγραμμη συμμεταβολή των X και Ψ με  $\alpha = 5\%$ .

### 63. ΘΕΜΑ

α. Ένας ερευνητής πήρε 24 φυτά φασολιού ηλικίας 3 εβδομάδων. Στα 12 από τα φυτά χρησιμοποίησε μια ορμόνη για βελτίωση της βλάστησης του φυτού και στα υπόλοιπα 12 τα άφησε έτσι. Μετά από 2 εβδομάδες πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

<u>Μήκος βλάστησης</u>	<u>Με ορμόνη</u>	<u>Χωρίς ορμόνη</u>
0 - 28	1	1
29 - 57	4	3
58 - 86	2	3
87 - 115	5	4
116 - 144	0	1

Ήταν η επίδραση της ορμόνης αποτελεσματική; ( $\alpha = 5\%$ )

### 64. ΘΕΜΑ

Θεωρούμε δύο δείγματα  $n_1 = 130$  και  $n_2 = 160$  φυλλοφόρων μοσχευμάτων δύο ποικιλιών ελιάς που ριζοβόλησαν ή όχι κάτω από υδρονέφωση. Μετά από 90 ημέρες τα αποτελέσματα ήσαν:

<u>Ποικιλίες μοσχευμάτων</u>	<u>Με ρίζες</u>	<u>Χωρίς ρίζες</u>	<u>Σύνολο</u>
I	100	30	130
II	120	40	160

Να ελεγχθεί με πιθανότητα σφάλματος  $\alpha=1\%$  αν διαφέρουν τα ποσοστά ριζοβολίας των δύο ποικιλιών.

### 65. ΘΕΜΑ

α. Το βάρος (σε κιλά) των χοιριδίων μιας φυλής που διατρέφονται επί 25 ημέρες με ένα σιτηρέσιο παρουσιάζει διακύμανση 16. Ένας ερευνητής πήρε τυχαία επτά χοιρίδια και τα διέθρεψε επί 25 ημέρες με ένα νέο σιτηρέσιο με τα εξής αποτελέσματα:

20            23            14            18            27            24            22

Επηρεάσε το νέο σιτηρέσιο τη διακύμανση του σωματικού βάρους των χοιριδίων;  
( $\alpha = 5\%$ )

## 66. ΘΕΜΑ

1. Η περιεκτικότητα σε σίδηρο ( $\text{gr Fe/cm}^3$ ) του εδάφους δύο καλλιεργούμενων περιοχών I, II παρουσιάζει κανονική κατανομή. Παίρνουμε δύο δείγματα από τις περιοχές αυτές (ένα δείγμα από κάθε περιοχή) και έχουμε:

$$\begin{aligned} n_1 &= 15 & \bar{x}_1 &= 68,3 & S_1^2 &= 2,1 \\ n_2 &= 21 & \bar{x}_2 &= 73,5 & S_2^2 &= 4,3 \end{aligned}$$

Να εξετασθεί αν οι διακυμάνσεις στις εν λόγω περιοχές είναι ίσες ή άνισες ( $\alpha = 10\%$ )

2. Ένα λίπασμα χρησιμοποιήθηκε στα ζαχαρότευτλα σε 6 διαφορετικές δόσεις και ελήφθησαν οι αντίστοιχες αποδόσεις κατά πειραματικό τεμάχιο:

Ποσότητα λιπάσματος:	1	2	3	4	5	6	(X)
Απόδοση σε χιλιόγραμμα:	10	15	17	20	22	25	(Y)

i. Να οριστεί η ευθεία παλινδρόμησης της Y επί της X.

ii. Να υπολογισθούν οι συντελεστές συσχέτισης και διασποράς. Τι ποσοστό ερμηνείας έχουμε της μεταβλητότητας της Y από την μεταβλητότητα της X.

ii. Να εξετασθεί η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των X και Y στο πληθυσμό ( $\alpha = 5\%$ ).

## ΘΕΜΑΤΑ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### 1<sup>η</sup> Άσκηση

Αν η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής X, που εκφράζει ένα ποσοτικό γνώρισμα ενός πληθυσμού, είναι κανονική με μέσο όρο 43 και τυπική απόκλιση 3, να βρεθούν :

A. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μεγαλύτερη από 49.

B. Το ποσοστό του πληθυσμού με τιμή μεταξύ 47 και 57

Γ. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μικρότερη από 39.

### 2<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν μια τιμή  $\chi = 3$  προέρχεται από ένα πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι 4,1 και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,89$  σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Να εφαρμοσθούν και οι τρεις μέθοδοι.

### 3<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν ο αριθμός 5 ανήκει στο 10% των μικρότερων τιμών X του πληθυσμού που έχει μέσο όρο 6,1 και τυπική απόκλιση 0,97.

#### 4<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω 12 δείγματα μεγέθους 14 για τα οποία γνωρίζουμε  $S_2^2 = 2,35$ ,  $S_1^2 = 0,96$ . Να γίνει ο έλεγχος αν τα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

#### 5<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω τα δεδομένα .

<u>Αριθμός</u>	<u>Πραγματικές</u>	<u>Θεωρητικές</u>
<u>Συχνότητων</u>	<u>Συχνότητες</u>	<u>Συχνότητες Κανονικής κατανομής</u>
1	1	0,8
2	2	3,1
3	8	6,1
4	16	18,2
5	29	28,1
6	14	12,5
7	9	7,6
8	5	3,2

Να εξετασθεί αν η κανονική κατανομή προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

#### 6<sup>η</sup> Άσκηση

Αν η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$ , που εκφράζει ένα ποσοτικό γνώρισμα ενός πληθυσμού, είναι κανονική με μέσο όρο 56 και τυπική απόκλιση 5, να βρεθούν :  
Α. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μεγαλύτερη από 52.  
Β. Το ποσοστό του πληθυσμού με τιμή μεταξύ 57 και 62  
Γ. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μικρότερη από 49.

#### 7<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν μια τιμή  $\chi = 2$  προέρχεται από ένα πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι 3,2 και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,56$  σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.  
Να εφαρμοσθούν και οι τρεις μέθοδοι.

#### 8<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν ο αριθμός 6 ανήκει στο 1% των μικρότερων τιμών  $X$  του πληθυσμού που έχει μέσο όρο 8,2 και τυπική απόκλιση 0,83.

#### 9<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω 19 δείγματα μεγέθους 17 για τα οποία γνωρίζουμε  $S_2^2 = 3,42$ ,  $S_1^2 = 1,37$ . Να γίνει ο έλεγχος αν τα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

#### 10<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω τα δεδομένα .

<u>Αριθμός</u>	<u>Πραγματικές</u>	<u>Θεωρητικές</u>
<u>Συχνότητων</u>	<u>Συχνότητες</u>	<u>Συχνότητες Κανονικής κατανομής</u>

1	5	3,5
2	9	6,7
3	11	10,1
4	19	16,2
5	21	22,1
6	15	14,5
7	11	9,6
8	7	4,2

Να εξετασθεί αν η κανονική κατανομή προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα σε επίπεδο σημαντικότητας 1%.

### 11<sup>η</sup> Άσκηση

Αν η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$ , που εκφράζει ένα ποσοτικό γνώρισμα ενός πληθυσμού, είναι κανονική με μέσο όρο 79 και τυπική απόκλιση 8, να βρεθούν :

A. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μεγαλύτερη από 68.

B. Το ποσοστό του πληθυσμού με τιμή μεταξύ 73 και 81

Γ. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μικρότερη από 69.

### 12<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν μια τιμή  $\chi = 8$  προέρχεται από ένα πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι 9,1 και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,55$  σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Να εφαρμοσθούν και οι τρεις μέθοδοι.

### 13<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν ο αριθμός 10 ανήκει στο 0,2% των μεγαλύτερων τιμών  $X$  του πληθυσμού που έχει μέσο όρο 13,1 και τυπική απόκλιση 0,67.

### 14<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω 21 δείγματα μεγέθους 22 για τα οποία γνωρίζουμε  $S_2^2 = 4,53$ ,  $S_1^2 = 2,98$ . Να γίνει ο έλεγχος αν τα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

### 15<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω τα δεδομένα .

<u>Αριθμός</u>	<u>Πραγματικές</u>	<u>Θεωρητικές</u>
<u>Συχνοτήτων</u>	<u>Συχνότητες</u>	<u>Συχνότητες Κανονικής κατανομής</u>

1	2	0,9
2	6	5,1
3	9	8,1
4	15	13,2
5	22	24,1
6	18	14,6
7	11	9,8
8	7	4,9

Να εξετασθεί αν η κανονική κατανομή προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα σε επίπεδο σημαντικότητας 2%.

### 16<sup>η</sup> Άσκηση

Αν η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$ , που εκφράζει ένα ποσοτικό γνώρισμα ενός πληθυσμού, είναι κανονική με μέσο όρο 132 και τυπική απόκλιση 12, να βρεθούν :

Α. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μεγαλύτερη από 128.

Β. Το ποσοστό του πληθυσμού με τιμή μεταξύ 134 και 148

Γ. Το ποσοστό του πληθυσμού που έχει τιμή μικρότερη από 98.

### 17<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν μια τιμή  $\chi = 19$  προέρχεται από ένα πληθυσμό του οποίου η μέση τιμή είναι 20,1 και η τυπική απόκλιση  $\sigma = 0,83$  σε επίπεδο σημαντικότητας 10%. Να εφαρμοσθούν και οι τρεις μέθοδοι.

### 18<sup>η</sup> Άσκηση

Να εξετασθεί αν ο αριθμός 25 ανήκει στο 1% των μεγαλύτερων τιμών  $X$  του πληθυσμού που έχει μέσο όρο 26,1 και τυπική απόκλιση 1,28.

### 19<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω 25 δείγματα μεγέθους 19 για τα οποία γνωρίζουμε  $S_2^2 = 2,82$ ,  $S_1^2 = 0,36$ . Να γίνει ο έλεγχος αν τα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

### 20<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω τα δεδομένα .

<u>Αριθμός</u> <u>Συχνότητων</u>	<u>Πραγματικές</u> <u>Συχνότητες</u>	<u>Θεωρητικές</u> <u>Συχνότητες</u> <u>Κανονικής κατανομής</u>
1	3	2,8
2	7	6,1
3	13	8,1
4	18	15,2
5	24	23,1
6	19	18,4
7	14	9,5
8	8	3,3

Να εξετασθεί αν η κανονική κατανομή προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

### 21<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται το δείγμα των βαρών 38 φυτών αραβοσίτου σε γραμμάρια από μια ποικιλία του φυτού :

85 93 74 82 105 107 98 96 89 94 86 100 99 88 87 95 111 87 85  
93 96 85 94 109 79 102 85 92 95 82 109 95 89 82 97 107 99 86

Να προσδιορισθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου του πληθυσμού απ' όπου προέρχεται το δείγμα σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

### 22<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δύο δείγματα που εκφράζουν τις καταβολές επιδοτήσεων για μια παραγωγή στους γεωργούς μιας περιοχής σε χιλιάδες ευρώ:

$$\text{Μέση τιμή } X_1 = 3,3 \quad S_1 = 0,4 \quad n_1 = 37$$

$$\text{Μέση τιμή } X_2 = 2,8 \quad S_2 = 0,6 \quad n_2 = 41$$

Να εξετασθεί αν οι μέσοι όροι  $X_1$ ,  $X_2$  διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά με πιθανότητα σφάλματος 10%. Να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος με τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των  $X_1$ ,  $X_2$

### 23<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται δείγμα 35 που εκφράζει το ύψος εμβρύων φυτών σιταριού σε εκατοστά με μέση τιμή

$X = 34,27$  και  $S_x = 1,56$ . Να συγκριθεί η μέση τιμή  $X = 34,27$  με τον αριθμό  $X_0 = 39,3$  και να ελεγχθεί αν διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά σε πιθανότητα 5%. (να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος του  $Z$  - κριτηρίου).

### 24<sup>η</sup> Άσκηση

α. Έστω το δείγμα που εκφράζει το ύψος υβριδίων ενός φυτού σε εκατοστά

8 9 13 11 8 12 9 8,3 9,5 10,3 12,1

11 9,5 13 8,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου του δείγματος.

β. Λαμβάνουμε και δεύτερο δείγμα του ύψους υβριδίων του φυτού σε εκατοστά

8,5 9,5 10 12 8,6 12,3 8 9,3 9 10 13,1

12 10,5 12 9,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων όρων των δύο δειγμάτων.

### 25<sup>η</sup> Άσκηση

Τα 90% όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου ενός πληθυσμού, ως προς μια τυχαία μεταβλητή  $X$ , είναι από 56,3 έως 70,2. Ποιος είναι ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του πληθυσμού ως προς την μεταβλητή  $X$ ;

### 26<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται το δείγμα των βαρών 28 φυτών αραβοσίτου σε γραμμάρια από μια ποικιλία του φυτού:

83 95 77 88 115 100 93 96 89 94 86 100 89 98 77 102 81 92 90  
82 109 95 81 82 97 107 99 86

Να προσδιορισθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου του πληθυσμού απ' όπου προέρχεται το δείγμα σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

### 27<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δύο δείγματα που εκφράζουν τις καταβολές επιδοτήσεων για μια παραγωγή στους γεωργούς μιας περιοχής σε χιλιάδες ευρώ:

$$\text{Μέση τιμή } X_1 = 3,4 \quad S_1 = 0,5 \quad n_1 = 40$$

$$\text{Μέση τιμή } X_2 = 4,3 \quad S_2 = 0,3 \quad n_2 = 38$$

Να εξετασθεί αν οι μέσοι όροι  $X_1$ ,  $X_2$  διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά με πιθανότητα σφάλματος 5 % (να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος με την ΕΣΔ).

### 28<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται δείγμα 24 που εκφράζει το ύψος εμβρύων φυτών σιταριού σε εκατοστά με μέση τιμή

$X = 34, 27$  και  $S_x = 1,56$ . Να συγκριθεί η μέση τιμή  $X = 34, 27$  με τον αριθμό  $X_o = 39,3$  και να ελεγχθεί αν διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά σε πιθανότητα 5%. (να χρησιμοποιηθεί το t - κριτήριο)

### 29<sup>η</sup> Άσκηση

α. Έστω το δείγμα που εκφράζει τα βάρη σε κιλά καρπουζιών

8 9 13 11 8 12 9 8,3 9,5 10,3 12,1

11 9,5 13 8,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου του δείγματος.

β. Λαμβάνουμε και δεύτερο δείγμα καρπουζιών

8,1 9,2 11,2 12 8,3 11,3 8 9,2 8 12 11,1

12,1 10,6 12 8,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων όρων των δύο δειγμάτων.

### 30<sup>η</sup> Άσκηση

Τα 99 % όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου ενός πληθυσμού, ως προς μια τυχαία μεταβλητή  $X$ , είναι από 78,3 έως 90,7 . Ποιος είναι ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του πληθυσμού ως προς την μεταβλητή  $X$  ;

### 31<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται το δείγμα των βαρών 29 φυτών αραβοσίτου σε γραμμάρια από μια ποικιλία του φυτού :

82 90 75 84 105 110 99 99 88 93 87 110 98 108 96 105 111 87 95

93 91 95 94 109 89 103 86 92 99

Να προσδιορισθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου του πληθυσμού απ' όπου προέρχεται το δείγμα σε επίπεδο σημαντικότητας 1%.

### 32<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δύο δείγματα που εκφράζουν τις καταβολές επιδοτήσεων για μια παραγωγή στους γεωργούς μιας περιοχής σε χιλιάδες ευρώ:

$$\text{Μέση τιμή } X_1 = 4,3 \quad S_1 = 0,7 \quad n_1 = 32$$

$$\text{Μέση τιμή } X_2 = 5,8 \quad S_2 = 0,6 \quad n_2 = 37$$

Να εξετασθεί αν οι μέσοι όροι  $X_1$ ,  $X_2$  διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά με πιθανότητα σφάλματος 5% (να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος του Z - κριτηρίου).

### 33<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται δείγμα 27 που εκφράζει το ύψος εμβρύων φυτών σιταριού σε εκατοστά με μέση τιμή



$X = 22,13$  και  $S_x = 2,37$ . Να συγκριθεί η μέση τιμή  $X = 22,13$  με τον αριθμό  $X_o = 29,3$  και να ελεγχθεί αν διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά σε πιθανότητα 1%. (να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος του ορίου εμπιστοσύνης του  $X$ ).

### 34<sup>η</sup> Άσκηση

α. Έστω το δείγμα που εκφράζει το ύψος σε εκατοστά ενός φυτού  
18,1 13,4 13,3 11,2 18,5 17,6 19 18,3 19,5 16,3 15,1  
17 19,5 18 18,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου του δείγματος.

β. Λαμβάνουμε και δεύτερο δείγμα του φυτού

18,5 19,5 20 22 18,6 22,3 18 19,3 19 20 19,1  
18 18,5 18 19,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων όρων των δύο δειγμάτων.

### 35<sup>η</sup> Άσκηση

Τα 95 % όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου ενός πληθυσμού, ως προς μια τυχαία μεταβλητή  $X$ , είναι από 104,3 έως 120,2. Ποιος είναι ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του πληθυσμού ως προς την μεταβλητή  $X$ ;

### 36<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται το δείγμα των βαρών 37 φυτών αραβοσίτου σε γραμμάρια από μια ποικιλία του φυτού :

88 95 77 88 115 120 93 106 89 94 96 110 89 98 87 102 86 92  
80 82 108 97 81 82 97 107 97 84

Να προσδιορισθούν τα όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου του πληθυσμού απ' όπου προέρχεται το δείγμα σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

### 37<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δύο δείγματα που εκφράζουν τις καταβολές επιδοτήσεων για μια παραγωγή στους γεωργούς μιας περιοχής σε χιλιάδες ευρώ:

Μέση τιμή  $X_1 = 7,4$      $S_1 = 0,9$      $n_1 = 32$

Μέση τιμή  $X_2 = 8,3$      $S_2 = 0,7$      $n_2 = 37$

Να εξετασθεί αν οι μέσοι όροι  $X_1$ ,  $X_2$  διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά με πιθανότητα σφάλματος 5% ( να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος με την ΕΣΔ ).

### 38<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται δείγμα 44 που εκφράζει το ύψος εμβρύων φυτών σιταριού σε εκατοστά με μέση τιμή

$X = 64,35$  και  $S_x = 2,01$ . Να συγκριθεί η μέση τιμή  $X = 64,35$  με τον αριθμό  $X_o = 79,3$  και να ελεγχθεί αν διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά σε πιθανότητα 5%. (να χρησιμοποιηθεί ο τρόπος με την ΕΣΔ ).

### 39<sup>η</sup> Άσκηση

α. Έστω το δείγμα που εκφράζει το βάρος ενός φυτού σε γραμμάρια

28 29 23 21 28 32 29 28,3 29,5 30,3 32,1  
31 29,5 33 28,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου του δείγματος.

β. Λαμβάνουμε και δεύτερο δείγμα βαρών του φυτού

38,1 39,2 41,2 42 38,3 41,3 38 39,2 38 42 41,1  
42,1 40,6 42 38,9

Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων όρων των δύο δειγμάτων.

#### 40<sup>η</sup> Άσκηση

Τα 90 % όρια εμπιστοσύνης του μέσου όρου ενός πληθυσμού, ως προς μια τυχαία μεταβλητή  $X$ , είναι από 98,8 έως 110,6 . Ποιος είναι ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του πληθυσμού ως προς την μεταβλητή  $X$  ;

#### 41<sup>η</sup> Άσκηση

Δυο Διαφορετικές φυλές προβάτων ελέγχθηκαν ως προς την ικανότητα πάχυνσής τους. Η αύξηση σε κιλά κάτω από τις ίδιες συνθήκες διατροφής ήταν η ακόλουθη:

<u>Ζευγάρι</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
Φυλή I.	10	13	15	12	17	11
Φυλή II.	15	18	11	16	17	9

Διαφέρουν οι δύο φυλές ως προς την ικανότητα πάχυνσης σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 1\%$  ; ( Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης μικρών δειγμάτων με άνισες διακυμάνσεις )

#### 42<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δυο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση αραβοσίτου σε κιλά :

$$\text{μέσος όρος } X_1 = 985,3 \quad n_1 = 19 \quad \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 1316$$

$$\text{μέσος όρος } X_2 = 977,8 \quad n_2 = 16 \quad \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 1096,5$$

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι με πιθανότητα  $\alpha = 5\%$ . ( Να χρησιμοποιηθεί το  $t$  - κριτήριο )

#### 43<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας φυσιολόγος πήρε 26 φυτά ρεβιθιού ηλικίας 3 εβδομάδων και έκοψε τις κορυφές τους . Στα 12 φυτά επάλειψε το σημείο τομής με μια ανασταλτική ορμόνη και τα υπόλοιπα 14 τα άφησε έτσι. Μετά από δύο εβδομάδες πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Μήκος Βλάστησης</u>	<u>ορμόνη</u>	<u>χωρίς ορμόνη</u>
0 - 28	4	1
29 - 56	5	6
57 - 89	2	3
90 - 110	1	2
111 - 129	0	2

Υπήρξε η επίδραση της ορμόνης αποτελεσματική; (  $\alpha = 5\%$  )

#### 44<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έλεγξε την αποδοτικότητα δύο ποικιλιών σε 10 πειραματικούς σταθμούς και πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Σταθμός</u>	<u>Ποικιλία I</u>	<u>Ποικιλία II</u>
1	25	18
2	23	16
3	20	17
4	19	22
5	23	27
6	25	24
7	26	19
8	33	28
9	32	30
10	28	29

Ποια ποικιλία είναι πιο αποδοτική; ( $\alpha = 5\%$ )

( Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης δειγμάτων κατά ζεύγη ).

#### 45<sup>η</sup> Άσκηση

Δυο Διαφορετικές φυλές προβάτων ελέγχθηκαν ως προς την ικανότητα πάχυνσής τους. Η αύξηση σε κιλά κάτω από τις ίδιες συνθήκες διατροφής ήταν η ακόλουθη:

<u>Ζευγάρι</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
<b>Φυλή A</b>	15	14	17	12	18	16
<b>Φυλή B</b>	14	16	19	15	17	13

Διαφέρουν οι δύο φυλές ως προς την ικανότητα πάχυνσης σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 10\%$ ; ( Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης δειγμάτων κατά ζεύγη ).

#### 46<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δυο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση αραβοσίτου σε κιλά :

$$\text{μέσος όρος } X_1 = 977,8 \quad n_1 = 16 \quad \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 846$$

$$\text{μέσος όρος } X_2 = 965,4 \quad n_2 = 21 \quad \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 1129,1$$

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι με πιθανότητα  $\alpha = 5\%$ . ( Να χρησιμοποιηθεί το t – κριτήριο )

#### 47<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας φυσιολόγος πήρε 27 φυτά φασολιού ηλικίας 4 εβδομάδων και έκοψε τις κορυφές τους . Στα 13 φυτά επάλειψε το σημείο τομής με μια ανασταλτική ορμόνη και τα υπόλοιπα 14 τα άφησε έτσι. Μετά από δύο εβδομάδες πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Μήκος Βλάστησης</u>	<u>ορμόνη</u>	<u>χωρίς ορμόνη</u>
0 - 38	6	1
39 - 61	4	6
62 - 95	1	5
96 - 115	2	1
116 - 145	0	1

Υπήρξε η επίδραση της ορμόνης αποτελεσματική; ( $\alpha = 1\%$ )

### 48<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έλεγξε την αποδοτικότητα δύο ποικιλιών σε 10 πειραματικούς σταθμούς και πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Σταθμός</u>	<u>Ποικιλία I</u>	<u>Ποικιλία II</u>
1	38	32
2	33	31
3	40	32
4	39	29
5	38	31
6	39	28
7	36	31
8	30	27
9	32	30
10	29	31

Ποια ποικιλία είναι πιο αποδοτική; ( $\alpha = 2\%$ )

(Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης μικρών δειγμάτων με άνισες διακυμάνσεις).

### 49<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έκανε επιλογή σε ένα φυτικό είδος και δημιούργησε δυο διαφορετικές σειρές την I και την II. Έλεγξε κατόπιν αν διαφέρουν οι δύο σειρές ως προς ένα κοινό γνώρισμά τους για τον λόγο αυτό έκανε 8 μετρήσεις σε τυχαία φυτά από την σειρά I και αντίστοιχα άλλες 8 μετρήσεις σε τυχαία φυτά από την σειρά II, με τα ακόλουθα αποτελέσματα:

I	13	15	18	13	19	16	13	18
II	12	18	14	16	18	13	10	16

Διαφέρουν οι δύο σειρές ως προς το κοινό γνώρισμά τους σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 5\%$ ;

(Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης δειγμάτων κατά ζεύγη).

### 50<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δυο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση σίτου σε κιλά :

$$\text{μέσος όρος } X_1 = 234,1 \quad n_1 = 20 \quad \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 858$$

$$\text{μέσος όρος } X_2 = 199,2 \quad n_2 = 19 \quad \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 810,36$$

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι με πιθανότητα  $\alpha = 2\%$ .

(Να χρησιμοποιηθούν τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των μέσων όρων)

### 51<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας φυσιολόγος πήρε 28 φυτά φασολιού ηλικίας 3 εβδομάδων και έκοψε τις κορυφές τους. Στα 13 φυτά επάλειψε το σημείο τομής με μια ανασταλτική ορμόνη και τα υπόλοιπα 15 τα άφησε έτσι. Μετά από δύο εβδομάδες πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Μήκος Βλάστησης</u>	<u>ορμόνη</u>	<u>χωρίς ορμόνη</u>
0 - 29	2	1
39 - 61	2	4
62 - 95	6	6
96 - 115	2	2

Υπήρξε η επίδραση της ορμόνης αποτελεσματική; ( $\alpha = 10\%$ )

### 52<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έλεγξε την αποδοτικότητα δύο ποικιλιών σε 10 πειραματικούς σταθμούς και πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Σταθμός</u>	<u>Ποικιλία I</u>	<u>Ποικιλία II</u>
1	35	18
2	28	36
3	31	27
4	29	22
5	27	25
6	25	24
7	36	29
8	30	27
9	32	31
10	29	28

Ποια ποικιλία είναι πιο αποδοτική; ( $\alpha = 0,1\%$ )

(Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης μικρών δειγμάτων με άνισες διακυμάνσεις).

### 53<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έκανε επιλογή σε ένα φυτικό είδος και δημιούργησε δυο διαφορετικές σειρές την Α και την Β. Έλεγξε κατόπιν αν διαφέρουν οι δύο σειρές ως προς ένα κοινό γνώρισμά τους για τον λόγο αυτό έκανε 8 μετρήσεις σε τυχαία φυτά από την σειρά I και αντίστοιχα άλλες 8 μετρήσεις σε τυχαία φυτά από την σειρά II, με τα ακόλουθα αποτελέσματα:

I	15	16	15	12	14	17	14	19
II.	17	19	17	18	16	16	15	17

Διαφέρουν οι δύο σειρές ως προς το κοινό γνώρισμά τους σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 2\%$ ; (Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης μικρών δειγμάτων με άνισες διακυμάνσεις).

### 54<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δυο δείγματα που εκφράζουν στρεμματική απόδοση σίτου σε κιλά :

$$\text{μέσος όρος } X_1 = 254,5 \quad n_1 = 22 \quad \Sigma (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 956$$

$$\text{μέσος όρος } X_2 = 243,1 \quad n_2 = 23 \quad \Sigma (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 1001,52$$

Να συγκριθούν οι μέσοι όροι με πιθανότητα  $\alpha = 0,1\%$ . (Να χρησιμοποιηθεί η ΕΣΔ)

### 55<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας φυσιολόγος πήρε 29 φυτά φασολιού ηλικίας 4 εβδομάδων και έκοψε τις κορυφές τους. Στα 15 φυτά επέλειψε το σημείο τομής με μια ανασταλτική ορμόνη και τα υπόλοιπα 14 τα άφησε έτσι. Μετά από δύο εβδομάδες πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

<u>Μήκος Βλάστησης</u>	<u>ορμόνη</u>	<u>χωρίς ορμόνη</u>
0 - 32	2	2
33 - 77	3	2
78 - 99	6	3

99 – 123	2	4
124 – 155	2	3

Υπήρξε η επίδραση της ορμόνης αποτελεσματική; ( $\alpha = 0,1\%$ )

### 56<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας βελτιωτής έλεγξε την αποδοτικότητα δύο ποικιλιών σε 10 πειραματικούς σταθμούς και πήρε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Σταθμός	Ποικιλία I	Ποικιλία II
1	27	28
2	24	26
3	30	27
4	29	32
5	33	35
6	27	34
7	36	29
8	38	27
9	39	30
10	38	26

Ποια ποικιλία είναι πιο αποδοτική; ( $\alpha = 1\%$ )

(Να εφαρμοσθεί ο τρόπος σύγκρισης δειγμάτων κατά ζεύγη).

### 57<sup>η</sup> Άσκηση

Μια εταιρεία προμηθεύεται σπόρους από ένα φυτό εφόσον παρουσιάζουν φυτρωτική ικανότητα μεγαλύτερη ή ίση από 70%. Ένας συνεταιρισμός προσφέρει σπόρους του φυτού αυτού που σε μια δοκιμή φύτρωσαν 50 από τους 85 σπόρους. Πρέπει η εταιρεία να προμηθευτεί σπόρους από τον συνεταιρισμό με πιθανότητα να πέσει έξω το πολύ 1% ;

### 58<sup>η</sup> Άσκηση

Σε μια δοκιμαστική καλλιέργεια δύο δειγμάτων  $n_1 = 210$  και  $n_2 = 320$  απέτυχαν να φυτρώσουν από το πρώτο δείγμα τα 28 και από το δεύτερο δείγμα τα 38. Τα ποσοστά επιτυχούς καλλιέργειας είναι τα ίδια σε επίπεδο σφάλματος 5% ; (να εφαρμοσθεί το Z- κριτήριο)

### 59<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δείγμα μικρό  $n = 18$  που εκφράζει το βάρος (σε γραμμάρια) κονσερβών με διακύμανση

$S^2 = 600$ . Μια εταιρεία εμπορίας κονσερβών θέτει ως κριτήριο να προμηθεύεται κονσέρβες όταν η διακύμανση τους δεν υπερβαίνει την τιμή  $\sigma^2 = 520$ . Είναι η διακύμανση του δείγματος μεγαλύτερη από την καθορισμένη τιμή  $\sigma^2 = 520$  με πιθανότητα 2% ;

### 60<sup>η</sup> Άσκηση

Το βάρος των χοιριδίων μιας φυλής που διατρέφονται επί 22 μέρες με ένα σιτηρέσιο παρουσιάζουν διακύμανση 19. Ένας ερευνητής πήρε τυχαία εννιά χοιρίδια και τα διέθρεψε επί 22 ημέρες με ένα νέο σιτηρέσιο με τα εξής αποτελέσματα :

18 20 19 18 20 24 18 19 22

Επηρέασε το νέο σιτηρέσιο τη διακύμανση του βάρους τους σε επίπεδο σημαντικότητας 2%;

### 61<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω ένα μεγάλο δείγμα  $n = 32$  που αναφέρεται στο ύψος (σε εκατοστά) μιας ποικιλίας σίτου σε μια χρονική στιγμή από την σπορά. Η διακύμανση του δείγματος είναι  $\sigma^2 = 66,75$ . Να ελεγχθεί αν διαφέρει στατιστικώς σημαντικά σε επίπεδο σφάλματος 10% η διακύμανση του δείγματος από την διακύμανση που είναι ίση με 68,1 και θεωρείται ως βάση σύγκρισης.

### 62<sup>η</sup> Άσκηση

Χρησιμοποιούμε δύο είδη λιπασμάτων A, B σε δύο δείγματα φυτών της ίδιας ποικιλίας. Το πρώτο δείγμα έχει 8 φυτά και το δεύτερο 9 φυτά. Το βάρος σε γραμμάρια που αποκτά κάθε φυτό μετά από 10 ημέρες φύτευσης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Λίπασμα A : 67,1 72 74,3 75,9 69,5 75 79,2 80

Λίπασμα B : 69,3 77 75,2 79,9 77,3 78 72,2 70 77

Να ελεγχθεί αν έχουν τις ίδιες διακυμάνσεις τα δύο δείγματα σε επίπεδο σφάλματος 10%.

### 63<sup>η</sup> Άσκηση

Μια εταιρεία προμηθεύεται σπόρους από ένα φυτό εφόσον παρουσιάζουν φυτρωτική ικανότητα γύρω στο 65%. Ένας γεωργός προσφέρει σπόρους του φυτού αυτού που σε μια δοκιμή φύτευσαν 40 από τους 75 σπόρους. Πρέπει η εταιρεία να προμηθευτεί σπόρους από τον γεωργό με πιθανότητα να πέσει έξω το πολύ 5% ;

### 64<sup>η</sup> Άσκηση

Σε μια δοκιμαστική καλλιέργεια δύο δειγμάτων  $n_1 = 210$  και  $n_2 = 320$  απέτυχαν να φυτρώσουν από το πρώτο δείγμα τα 28 και από το δεύτερο δείγμα τα 38. Τα ποσοστά επιτυχούς καλλιέργειας είναι τα ίδια σε επίπεδο σφάλματος 5% ; (να εφαρμοσθεί το Z- κριτήριο)

### 65<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δείγμα μικρό  $n = 28$  που εκφράζει τη ζωή μπαταριών με  $S^2 = 265$ . Μια εταιρεία εμπορίας μπαταριών θέτει ως κριτήριο να προμηθεύεται μπαταρίες όταν η διακύμανση τους δεν υπερβαίνει την τιμή  $\sigma^2 = 254$ . Είναι η διακύμανση του δείγματος μεγαλύτερη από την καθορισμένη τιμή  $\sigma^2 = 520$  με πιθανότητα 2% ;

### 66<sup>η</sup> Άσκηση

Το βάρος των χοιριδίων μιας φυλής που διατρέφονται επί 25 μέρες με ένα σιτηρέσιο παρουσιάζουν διακύμανση 16. Ένας ερευνητής πήρε τυχαία επτά χοιρίδια και τα διέθρεψε επί 25 ημέρες με ένα νέο σιτηρέσιο με τα εξής αποτελέσματα :

17 21 18 19 22 26 17

Επηρέασε το νέο σιτηρέσιο τη διακύμανση του βάρους τους σε επίπεδο σημαντικότητας 5%;

### 67<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω ένα μεγάλο δείγμα  $n = 35$  που αναφέρεται στο ύψος (σε εκατοστά) μιας ποικιλίας αραβοσίτου σε μια χρονική στιγμή από την σπορά. Η διακύμανση του δείγματος είναι  $\sigma^2 = 78,65$ . Να ελεγχθεί αν διαφέρει στατιστικώς σημαντικά σε

επίπεδο σφάλματος 1% η διακύμανση του δείγματος από την διακύμανση που είναι ίση με 88,1 και θεωρείται ως βάση σύγκρισης.

### 68<sup>η</sup> Άσκηση

Χρησιμοποιούμε δύο είδη λιπασμάτων I, II σε δύο δείγματα φυτών της ίδιας ποικιλίας. Το πρώτο δείγμα έχει 9 φυτά και το δεύτερο 7 φυτά. Το βάρος σε γραμμάρια που αποκτά κάθε φυτό μετά από 10 ημέρες φύτευσης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Λίπασμα I: 78,1 75 78,3 76,7 66,3 78 78,2 81 75

Λίπασμα II: 79,3 75 72,2 78,8 76,2 79 71,2

Να ελεγχθεί αν έχουν τις ίδιες διακυμάνσεις τα δύο δείγματα σε επίπεδο σφάλματος 2%.

### 69<sup>η</sup> Άσκηση

Μια εταιρεία προμηθεύεται σπόρους από ένα φυτό εφόσον παρουσιάζουν φυτρωτική ικανότητα γύρω στο 72 %. Ένας γεωργός προσφέρει σπόρους του φυτού αυτού που σε μια δοκιμή φύτευσης 53 από τους 72 σπόρους. Πρέπει η εταιρεία να προμηθευτεί σπόρους από τον γεωργό με πιθανότητα να πέσει έξω το πολύ 10% ;

### 70<sup>η</sup> Άσκηση

Σε μια δοκιμαστική καλλιέργεια δύο δειγμάτων  $n_1 = 250$  και  $n_2 = 380$  απέτυχαν να φυτρώσουν από το πρώτο δείγμα τα 32 και από το δεύτερο δείγμα τα 40. Τα ποσοστά επιτυχούς καλλιέργειας είναι τα ίδια σε επίπεδο σφάλματος 0,2 % ; ( να εφαρμοσθούν τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των ποσοστών )

### 71<sup>η</sup> Άσκηση

Το βάρος των χοιριδίων μιας φυλής που διατρέφονται επί 25 μέρες με ένα σιτηρέσιο παρουσιάζουν διακύμανση 16. Ένας ερευνητής πήρε τυχαία επτά χοιρίδια και τα διέθρεψε επί 25 ημέρες με ένα νέο σιτηρέσιο με τα εξής αποτελέσματα :

17 21 18 19 22 26 17 .Επηρέασε το νέο σιτηρέσιο τη διακύμανση του βάρους τους σε επίπεδο σημαντικότητας 5%;

### 72<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δείγμα μικρό  $n = 23$  που εκφράζει τη ζωή μπαταριών με  $S^2 = 257$ . Μια εταιρεία εμπορίας μπαταριών θέτει ως κριτήριο να προμηθεύεται μπαταρίες όταν η διακύμανση τους δεν υπερβαίνει την τιμή  $\sigma^2 = 234$ . Είναι η διακύμανση του δείγματος μεγαλύτερη από την καθορισμένη τιμή  $\sigma^2 = 234$  με πιθανότητα 10% ;

### 73<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω ένα μεγάλο δείγμα  $n = 32$  που αναφέρεται στο ύψος ( σε εκατοστά ) μιας ποικιλίας σίτου σε μια χρονική στιγμή από την σπορά. Η διακύμανση του δείγματος είναι  $\sigma^2 = 66,75$ . Να ελεγχθεί αν διαφέρει στατιστικώς σημαντικά σε επίπεδο σφάλματος 10% η διακύμανση του δείγματος από την διακύμανση που είναι ίση με 68,1 και θεωρείται ως βάση σύγκρισης.

### 74<sup>η</sup> Άσκηση

Χρησιμοποιούμε δύο είδη λιπασμάτων I, II σε δύο δείγματα φυτών της ίδιας ποικιλίας. Το πρώτο δείγμα έχει 8 φυτά και το δεύτερο 9 φυτά. Το βάρος σε γραμμάρια που αποκτά κάθε φυτό μετά από 10 ημέρες φύτευσης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:



Λίπασμα I : 72,3 76 71,2 75,6 68,2 77 76,3 82

Λίπασμα II : 76,3 79 78,2 76,8 79,5 78 75,2 77,5 75,8

Να ελεγχθεί αν έχουν τις ίδιες διακυμάνσεις τα δύο δείγματα σε επίπεδο σφάλματος 2%.

### 75<sup>η</sup> Άσκηση

Μια ινστιτούτο προμηθεύεται σπόρους από ένα φυτό εφόσον παρουσιάζουν φυτρωτική ικανότητα μεγαλύτερη ή ίση από 65 %. Ένας γεωργός προσφέρει σπόρους του φυτού αυτού που σε μια δοκιμή φύτεψαν 55 από τους 82 σπόρους. Πρέπει το ινστιτούτο να προμηθευτεί σπόρους από τον γεωργό με πιθανότητα να πέσει έξω το πολύ 10% ;

### 76<sup>η</sup> Άσκηση

Σε μια δοκιμαστική καλλιέργεια δύο δειγμάτων  $n_1 = 248$  και  $n_2 = 393$  απέτυχαν να φυτρώσουν από το πρώτο δείγμα τα 36 και από το δεύτερο δείγμα τα 45. Τα ποσοστά επιτυχούς καλλιέργειας είναι τα ίδια σε επίπεδο σφάλματος 1% ; ( να εφαρμοσθούν τα όρια εμπιστοσύνης της διαφοράς των ποσοστών )

### 77<sup>η</sup> Άσκηση

Το βάρος των χοιριδίων μιας φυλής που διατρέφονται επί 23 μέρες με ένα σιτηρέσιο παρουσιάζουν διακύμανση 19. Ένας ερευνητής πήρε τυχαία οκτώ χοιρίδια και τα διέθρεψε επί 23 ημέρες με ένα νέο σιτηρέσιο με τα εξής αποτελέσματα :

19 22 16 17 21 20 18 21 .Επηρέασε το νέο σιτηρέσιο τη διακύμανση του βάρους τους σε επίπεδο σημαντικότητας 10%;

### 78<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω δείγμα μικρό  $n = 22$  που εκφράζει το βάρος ( σε γραμμάρια ) κονσερβών με  $S^2 = 550$ . Μια εταιρεία εμπορίας κονσερβών θέτει ως κριτήριο να προμηθεύεται κονσερβές όταν η διακύμανση τους δεν υπερβαίνει την τιμή  $\sigma^2 = 510$ . Είναι η διακύμανση του δείγματος μεγαλύτερη από την καθορισμένη τιμή  $\sigma^2 = 510$  με πιθανότητα 0,1% ;

### 79<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω ένα μεγάλο δείγμα  $n = 38$  που αναφέρεται στο ύψος ( σε εκατοστά ) μιας ποικιλίας σίτου σε μια χρονική στιγμή από την σπορά. Η διακύμανση του δείγματος είναι  $\sigma^2 = 69,46$ . Να ελεγχθεί αν διαφέρει στατιστικώς σημαντικά σε επίπεδο σφάλματος 5% η διακύμανση του δείγματος από την διακύμανση που είναι ίση με 75,13 και θεωρείται ως βάση σύγκρισης.

### 80<sup>η</sup> Άσκηση

Χρησιμοποιούμε δύο είδη λιπασμάτων A, B σε δύο δείγματα φυτών της ίδιας ποικιλίας. Το πρώτο δείγμα έχει 9 φυτά και το δεύτερο 8 φυτά. Το βάρος σε γραμμάρια που αποκτά κάθε φυτό μετά από 10 ημέρες φύτευσης δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Λίπασμα I : 78,3 77 75,2 79,3 69,1 79 77,3 81 77,5

Λίπασμα II : 78,2 77 75,8 75,9 74,6 79 79,3 74,5

Να ελεγχθεί αν έχουν τις ίδιες διακυμάνσεις τα δύο δείγματα σε επίπεδο σφάλματος 10%.

### 81<sup>η</sup> Άσκηση

Κατά την ακτινοβόληση προκαλούνται στα χρωμόσωμα ρήγματα που είναι ανάλογα με τη δόση της ακτινοβολίας. Τα δεδομένα που ακολουθούν βασίζονται σε μελέτες με ακτίνες X πάνω σε κουκιά :

<u>Δόση</u>	<u>Ρήγματα σε κάθε 100 κύτταρα</u>
25 ( r )	22
32	29
58	53
77	68
96	92
110	106
120	118
132	125

Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία της απλής ευθύγραμμης συµµεταβολής που ταιριάζει στα δεδομένα θεωρώντας την παλινδρόµηση του αριθµού των ρηγµάτων πάνω στη δόση της ακτινοβολίας. Ερµηνεύστε τον συντελεστή συµµεταβολής.

### 82<sup>η</sup> Άσκηση

Δεκαπέντε φυτά φασολιάς καλλιεργήθηκαν στο θερμοκήπιο. Κατά την περίοδο της συγκομιδής ελήφθη η απόδοση σε γραµµάρια και η περιεκτικότητα των φύλλων σε άζωτο. Τα αποτελέσµατα ήταν τα εξής :

Απόδοση : 256 275 218 267 287 257 254 249 266 277 289 296 299  
275 287

Άζωτο : 2,56 2,78 2,87 2,70 2,63 2,61 2,59 2,46 2,49 2,41 2,49 2,55 2,44  
2,64 2,59

Να υπολογισθεί ο συντελεστής συσχέτισης. Υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ των µεταβλητών ; (  $\alpha = 5\%$  )

### 83<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ερευνητής µέτρησε 10 διαφορετικά φυτά µπιζελιού ως προς το µέγεθος του σπόρου τους ως εξής :

Διάµετρος σπόρου  
μητρικού φυτού X : 18 17 15 19 21 26 25 24 23 25

Διάµετρος σπόρου  
Απογόνων Ψ : 16,2 16 15,2 18 19,4 20,3 18,5 21 20 22

Να βρεθεί αν υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ των X, Ψ . Να βρεθεί η συσχέτιση αυτή. Τι ποσοστό της µεταβολής της Ψ ερµηνεύει η X ;

### 84<sup>η</sup> Άσκηση

Κατά την ακτινοβόληση προκαλούνται στα χρωμόσωμα ρήγματα που είναι ανάλογα με τη δόση της ακτινοβολίας. Τα δεδομένα που ακολουθούν βασίζονται σε μελέτες με ακτίνες X πάνω σε κουκιά :

<u>Δόση</u>	<u>Ρήγματα σε κάθε 100 κύτταρα</u>
-------------	------------------------------------

22 ( r )	20
31	27
59	52
62	58
87	76
104	98
117	111
122	116

Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία της απλής ευθύγραμμης συµµεταβολής που ταιριάζει στα δεδοµένα θεωρώντας την παλινδρόµηση της δόσης της ακτινοβολίας πάνω στον αριθµό των ρηγµάτων. Ερµηνεύστε τον συντελεστή συµµεταβολής.

### 85<sup>η</sup> Άσκηση

Δεκαπέντε φυτά φραουλιάς καλλιεργήθηκαν στο θερμοκήπιο. Κατά την περίοδο της συγκομιδής ελήφθη η απόδοση σε γραµµάρια και η περιεκτικότητα των φύλλων σε άζωτο. Τα αποτελέσµατα ήταν τα εξής :

Απόδοση : 276 265 238 273 291 247 266 281 277 256 293 290 289  
297 274

Άζωτο : 2,46 2,38 2,57 2,60 2,61 2,68 2,69 2,56 2,46 2,49 2,59 2,52 2,64  
2,62 2,79

Να υπολογισθεί ο συντελεστής συσχέτισης. Υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ των µεταβλητών ; (  $\alpha = 1\%$  )

### 86<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ερευνητής µέτρησε 10 διαφορετικά φυτά µπιζελιού ως προς το µέγεθος του σπόρου τους ως εξής :

Διάµετρος σπόρου  
μητρικού φυτού Ψ : 17 19 16 18 21 25 23 24 22 23

Διάµετρος σπόρου  
Απογόνων X : 16,1 15 15,8 17,2 19 20,6 19,5 20 21,1 20

Να βρεθεί αν υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ των X, Ψ . Να βρεθεί η συσχέτιση αυτή. Τι ποσοστό της µεταβολής της Ψ ερµηνεύει η X ; (  $\alpha = 5\%$  )

### 87<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνονται οι ποσότητες σε τόνους και η τιμή σε ευρώ ανά κιλό ενός προϊόντος κατά τα έτη 1984 – 1992.

Έτη	Ποσότητα	Τιμή
1984	5	32
1985	8	28
1986	13	25
1987	21	18
1988	29	16

1989	35	13
1990	38	12
1991	42	9
1992	45	7

Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία της απλής ευθύγραμμης συμμεταβολής που ταιριάζει στα δεδομένα θεωρώντας την παλινδρόμηση της ποσότητας πάνω στην τιμή. Ερμηνεύστε τον συντελεστή συμμεταβολής.

### 88<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ιχθυολόγος μέτρησε την ποσότητα του οξυγόνου που καταναλίσκουν σαρδέλες διαφόρου βάρους και είχε τα εξής αποτελέσματα :

<u>Βάρος σαρδελών</u>	<u>ποσότης οξυγόνου ( κυβ. χιλ.)</u>
7,5	161,1
8,2	170,3
6,4	110,3
7,7	156,2
7,2	164,5
6,8	127,5
8,5	167,9
9,6	210,8
8,8	188,5
7,5	160,3
6,7	175,4

Υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ του βάρους (  $X$  ) και της ποσότητας οξυγόνου ( $\Psi$ ) σε επίπεδο σημαντικότητας 1% ; Να υπολογισθεί ο συντελεστής προσδιορισμού. Τι ποσοστό της μεταβολής της ( $\Psi$ ) ερμηνεύει η μεταβολή της ( $X$ ) ;

### 89<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ερευνητής μέτρησε 10 διαφορετικά φυτά μπιζελιού ως προς το μέγεθος του σπόρου τους ως εξής :

Διάμετρος σπόρου

μητρικού φυτού  $X$  : 19 16 18 20 23 25 29 25 27 25

Διάμετρος σπόρου

Απογόνων  $\Psi$  : 15,2 16 17,2 18 17,4 20 19,5 20 19,1 18,8

Να βρεθεί αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των  $X$ ,  $\Psi$  . Να βρεθεί η συσχέτιση αυτή. Τι ποσοστό της μεταβολής της  $\Psi$  ερμηνεύει η  $X$  ; (  $\alpha = 5\%$  )

### 90<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνονται οι ποσότητες σε τόνους και η τιμή σε ευρώ ανά κιλό ενός προϊόντος κατά τα έτη 1984 – 1992.

<u>Έτη</u>	<u>Ποσότητα</u>	<u>Τιμή</u>
1984	6	42
1985	9	38
1986	14	29

1987	27	19
1988	31	17
1989	37	14
1990	39	11
1991	43	10
1992	47	8

Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία της απλής ευθύγραμμης συµµεταβολής που ταιριάζει στα δεδοµένα θεωρώντας την παλινδρόµηση της τιµής πάνω στην ποσότητα. Ερµηνεύστε τον συντελεστή συµµεταβολής.

### 91<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ιχθυολόγος µέτρησε την ποσότητα του οξυγόνου που καταναλίσκουν σαρδέλες διαφόρου βάρους και είχε τα εξής αποτελέσµατα :

<u>Βάρος σαρδελών</u>	<u>ποσότης οξυγόνου ( κυβ. χιλ.)</u>
7,1	151,1
8,5	160,2
6,8	140,3
7,9	157,3
7,1	162,7
6,3	126,1
8,2	168,2
9,4	211,2
8,6	181,5
7,8	165,2
6,4	176,2

Υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ του βάρους (  $X$  ) και της ποσότητας οξυγόνου (  $\Psi$  ) σε επίπεδο σηµαντικότητας 5% ; Να υπολογισθεί ο συντελεστής προσδιορισµού. Τι ποσοστό της µεταβολής της (  $\Psi$  ) ερµηνεύει η µεταβολή της (  $X$  ) ;

### 92<sup>η</sup> Άσκηση

Ένας ερευνητής µέτρησε 10 διαφορετικά φυτά µπιζελιού ως προς το µέγεθος του σπόρου τους ως εξής :

Διάµετρος σπόρου

μητρικού φυτού  $\Psi$  : 19 20 19 22 24 26 28 26 29 25

Διάµετρος σπόρου

Απογόνων  $X$  : 15,9 17 18,2 19 18,4 21 17,5 20 22 18

Να βρεθεί αν υπάρχει γραµµική συσχέτιση µεταξύ των  $X$ ,  $\Psi$  . Να βρεθεί η συσχέτιση αυτή. Τι ποσοστό της µεταβολής της  $\Psi$  ερµηνεύει η  $X$  ; (  $\alpha = 1\%$  )

