

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Ασκήσεις 1^{ου} Κεφαλαίου

1. Σε ένα δείγμα 90 δοχείων ελαιολάδου το μέσο βάρος των δοχείων είναι 500 γραμμάρια. Από μετρήσεις έχει γίνει γνωστή η διακύμανση που είναι ίση με 100. Να προσδιορισθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των δοχείων ελαιολάδου που παράγονται με πιθανότητα 99,50 % (Επίπεδο Εμπιστοσύνης).

2. Ένα εργοστάσιο παράγει κουτιά για κονσέρβες σχήματος κυλινδρικού. Παίρνουμε τυχαία ένα δείγμα 100 κουτιών και προσδιορίζουμε ότι η μέση διάμετρος της βάσης είναι 12,4 εκατοστά. Αν γνωρίζουμε ότι η διακύμανση της μέσης διαμέτρου της βάσης των παραγομένων κουτιών είναι 2,25 να βρεθεί εντός ποιων ορίων βρίσκεται με πιθανότητα 96,70% η πραγματική διάμετρος της βάσης των κουτιών, εφόσον η τυχαία μεταβλητή X που μετρά τη μέση διάμετρο έχει κανονική κατανομή.

3. Το μέσο βάρος δείγματος 169 κονσερβών είναι 400 γραμμάρια. Από μετρήσεις έχει γίνει γνωστή η διακύμανση του βάρους των κονσερβών που είναι ίση με 100. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των κονσερβών που παράγονται με πιθανότητα 97, 50 %.

4. Σε μια μεγάλη επιχείρηση που απασχολεί χιλιάδες εργαζόμενους παίρνουμε ένα δείγμα 250 εργαζομένων και βρίσκουμε το μέσο ημερομίσθιο ότι είναι 6.500 δραχμές. Γνωρίζουμε ότι η διακύμανση του μέσου ημερομισθίου των εργαζομένων είναι 1440. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το μέσο ημερομίσθιο των εργαζομένων με πιθανότητα 98,80 %.

5. Σε ένα δείγμα από 50 καλλιέργειες ενός αγροτικού προϊόντος σε περιοχή της Θράκης έχουμε μέση στρεμματική απόδοση 250 κιλά. Γνωρίζουμε ότι η διακύμανση της μέσης στρεμματικής απόδοσης στο σύνολο των καλλιεργητών αυτού του προϊόντος στην εν λόγω περιοχή είναι 64. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται η μέση στρεμματική απόδοση για το εν λόγω προϊόν στην περιοχή της Θράκης με πιθανότητα 99,40 %.

6. Το μέσο βάρος δείγματος 121 κονσερβών είναι 440 γραμμάρια και η δειγματική διακύμανση του βάρους των κονσερβών είναι ίση με 121. Να προσδιορισθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου των κονσερβών που παράγονται με πιθανότητα 96,30 %, αν θεωρήσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή X που εκφράζει το βάρος των κονσερβών ακολουθεί κανονική κατανομή.

7. Σε μια μεγάλη εμπορική εταιρεία που απασχολεί χιλιάδες εργαζόμενους παίρνουμε ένα δείγμα 225 εργαζομένων και βρίσκουμε ότι ο μέσος μισθός τους είναι 220.000 δραχμές και η διακύμανση του μέσου μισθού των εργαζομένων είναι 44.000. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται ο μέσος μισθός των εργαζομένων με πιθανότητα 99,90 %.

8. Σε ένα δείγμα 26 ανταλλακτικών με μέσο βάρος 2,3 κιλών και διακύμανση 0,5 να βρεθούν τα όρια στα οποία βρίσκεται το μέσο βάρος του συνόλου της παραγωγής με πιθανότητα 98,90 %. Θεωρούμε ότι η τυχαία μεταβλητή X που εκφράζει το βάρος των ανταλλακτικών ακολουθεί κανονική κατανομή.

9. Τα εργαστηριακά αποτελέσματα 100 ανταλλακτικών που παράγει μια μηχανή δείχνουν ότι το μέσο μήκος τους είναι 18 εκατοστά με διακύμανση 16. Να προσδιορισθεί το κατώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου μήκους των παραγομένων ανταλλακτικών με πιθανότητα 95%. Να προσδιορισθεί το ανώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου μήκους των παραγομένων ανταλλακτικών με πιθανότητα 97%.

10. Σε ένα έλεγχο των εσόδων 300 επιχειρήσεων προέκυψε ότι ο μέσος όρος των εσόδων που δεν είχαν δηλωθεί ήταν 600.000 δραχμές με διακύμανση 120.000 δραχμές. Να προσδιορισθεί το ανώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου όρου των εσόδων που δεν είχαν δηλωθεί με πιθανότητα 95,3%.

11. Σε ένα μικρό δείγμα 8 ομοειδών επιχειρήσεων μιας περιφέρειας που ελέγχθηκαν για το μέσο όρο του αριθμού των εργαζομένων προέκυψε ότι ο μέσος όρος αυτός ήταν 30 εργαζόμενοι με διακύμανση 9. Να προσδιορισθούν τα όρια του μέσου όρου του αριθμού των εργαζομένων για το σύνολο των ομοειδών επιχειρήσεων της περιφέρειας και το ανώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου όρου του αριθμού των εργαζομένων με πιθανότητα 97%.

12. Τα εργαστηριακά αποτελέσματα 9 ανταλλακτικών (μικρό δείγμα) που παράγει μια μηχανή δείχνουν ότι το μέσο μήκος τους είναι 20 εκατοστά με διακύμανση 17.

1. Να προσδιορισθούν τα όρια στα οποία βρίσκεται το μέσο μήκος των παραγομένων ανταλλακτικών με πιθανότητα 97%.

2. Να προσδιορισθεί το κατώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου μήκους των παραγομένων ανταλλακτικών με πιθανότητα 96%.

3. Να προσδιορισθεί το ανώτατο όριο εμπιστοσύνης του μέσου μήκους των παραγομένων ανταλλακτικών με πιθανότητα 98%.

13. Οι μισθοί δείγματος 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση ακολουθούν κανονική κατανομή με διακύμανση $s^2 = 25 \text{ €}^2$. Να εκτιμηθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διακύμανσης σ^2 των μισθών του συνόλου των εργαζομένων σε επίπεδο σημαντικότητας 0,02.

14. Η ακτίνα βάσης ενός κυλινδρικού δοχείου που κατασκευάζεται μαζικά για την κονσερβοποίηση φρούτων ακολουθεί κανονική κατανομή. Παίρνουμε ένα δείγμα 50 τέτοιων δοχείων και εκτιμούμε ότι η δειγματική διακύμανση της ακτίνας είναι $s^2 = 0,36 \text{ cm}^2$. Να εκτιμηθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διακύμανσης σ^2 των ακτινών του συνόλου των κυλινδρικών δοχείων με πιθανότητα 0,95.

15. Ο χρόνος ζωής ενός υβριδίου που παράγεται μαζικά σε ένα θερμοκήπιο φυτών ακολουθεί κανονική κατανομή. Αν πάρουμε ένα δείγμα 38 υβριδίων και δειγματική διακύμανση της ζωής τους είναι $s^2 = 6 \text{ ημέρες}^2$, να εκτιμηθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διακύμανσης σ^2 της ζωής του πληθυσμού των υβριδίων με πιθανότητα 0,98.

16. Ο αριθμός των ελαττωματικών αγροτικών προϊόντων που εντοπίστηκαν σε ένα δείγμα 250 προϊόντων είναι 30. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το πραγματικό ποσοστό των ελαττωματικών της παραγωγής με πιθανότητα 99%, όταν είναι γνωστή η τυπική απόκλιση $\sigma_p=0,01$ του ποσοστού των ελαττωματικών στο σύνολο της παραγωγής.

17. Ο αριθμός των ελαττωματικών ανταλλακτικών που εντοπίστηκαν σε ένα δείγμα 320 ανταλλακτικών είναι 35. Να βρεθούν τα όρια στα οποία θα βρίσκεται το πραγματικό ποσοστό των ελαττωματικών ανταλλακτικών της συνολικής παραγωγής με πιθανότητα 96%. Η σ_p είναι άγνωστη.

18. Δύο εργοστάσια παράγουν το ίδιο προϊόν. Παίρνουμε ένα δείγμα 300 προϊόντων από το πρώτο εργοστάσιο και διαπιστώνουμε ότι το μέσο βάρος τους είναι 550 γραμμάρια. με διακύμανση 200. Παίρνουμε ένα δείγμα από το δεύτερο εργοστάσιο 400 προϊόντων και διαπιστώνουμε ότι το μέσο βάρος τους είναι 500 γραμμάρια. με διακύμανση 180. Να βρεθεί το διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς των πραγματικών μέσων βαρών των πληθυσμών με πιθανότητα 98%. Ποιου εργοστασίου το προϊόν είναι βαρύτερο κατά μέσο όρο; Αν είναι γνωστές οι διακυμάνσεις $\sigma_1^2 = 210$, $\sigma_2^2 = 190$ των βαρών των προϊόντων των δύο εργοστασίων αντίστοιχα, να βρεθεί επίσης το διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς των πραγματικών μέσων βαρών των πληθυσμών με πιθανότητα 99%.

Ασκήσεις 2^ο Κεφαλαίου

1. Μετρήθηκε το βάρος 120 ομοειδών αγροτικών προϊόντων και είχαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα

Ομάδα βάρους (σε κιλά)	συχνότητα
2 - 4	32
4 - 6	28
6 - 8	11
8-10	25
10-12	23
12-14	1

Μπορούμε να πούμε ότι το βάρος αυτών των αγροτικών προϊόντων ακολουθεί κανονική κατανομή με πιθανότητα 99,5% χρησιμοποιώντας τον έλεγχο προσαρμογής χ^2 ;

2. Ο αριθμός των εργατικών ατυχημάτων κατά εβδομάδα μετρήθηκε επί συνόλου 40 εβδομάδων και πήραμε τα εξής δεδομένα :

Αριθμός εργατικών ατυχημάτων	Αριθμός εβδομάδων
0	30
1	48
2	35
3	37
4	20

Να εξεταστεί με τον έλεγχο χ^2 αν ο αριθμός των εργατικών ατυχημάτων ακολουθεί την κατανομή Poisson με $\lambda = 1,32$ (εκτίμηση του λ από τα δεδομένα) και με πιθανότητα το 99%.

3. Ο αριθμός των βλαβών που συμβαίνουν σε ένα γεωργικό μηχάνημα κάθε δέκα μέρες δίνεται στον παρακάτω πίνακα για συνολικά 80 δεκαήμερα:

Αριθμός βλαβών	Αριθμός δεκαημέρων
0	2

1	20
2	25
3	18
4	7
5	6
6	2

Μπορούμε να μελετήσουμε τα δεδομένα εφαρμόζοντας την θεωρητική κατανομή Poisson; Να ελεγχθεί η προσαρμοστικότητα με το χ^2 -test της εν λόγω θεωρητικής κατανομής στα δεδομένα με πιθανότητα 99%. Ο αριθμός των βλαβών ακολουθεί κατανομή Poisson;

4. Ένας ποιοτικός έλεγχος προϊόντος σε μια επιχείρηση μεταποίησης αγροτικής παραγωγής που πραγματοποιείται κάθε δώδεκα ώρες σε δείγμα 90 προϊόντων και επί 140 δωδεκάωρα συνεχώς, έδωσε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Αριθμός ελαττωματικών	Αριθμός δωδεκαώρων
------------------------------	---------------------------

0	56
1	25
2	26
3	24
4	7
5	2

Να ελεγχθεί με το χ^2 -έλεγχο αν μπορεί να προσαρμοσθεί η διωνυμική κατανομή ($p=0,03$ πιθαν. ελαττωμ.) στα δεδομένα σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$. Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων ακολουθεί διωνυμική κατανομή;

5. Στην διάρκεια 100 ημερών που εργάζονται οι Τράπεζες καταγράφηκε ο αριθμός των αγροτών που έφθαναν στο υποκατάστημα της Αγροτικής Τράπεζας της περιοχής τους στο χρονικό διάστημα μεταξύ 13 και 13.30. Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Αριθμός αφίξεων	Αριθμός ημερών
------------------------	-----------------------

0	18
1	34
2	27
3	15
4	6

Μπορεί να προσαρμοσθεί η θεωρητική κατανομή Poisson στις παρατηρήσεις σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,04$. Ακολουθούν οι παρατηρήσεις κατανομή Poisson;

6. Στο πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές της αθροιστικής συχνότητας της κανονικής κατανομής $F(x)$ που εφαρμόστηκε σε ένα δείγμα.

κ	$F(x)$
1	0,057
2	0,235
3	0,397
4	0,340
5	0,523
6	0,668
7	0,756
8	0,832
9	0,934
10	0,979

Να ελεγχθεί η προσαρμοστικότητα της κανονικής κατανομής στα δεδομένα του δείγματος με τον έλεγχο Kolmogorov - Smirnov (K - S) σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

7. Στο πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές της αθροιστικής συχνότητας $F(x)$ μιας θεωρητικής κατανομής που εφαρμόστηκε σε ένα δείγμα.

κ	$F(x)$
1	0,139
2	0,349
3	0,456
4	0,567
5	0,714
6	0,878
7	0,946

Να ελεγχθεί η προσαρμοστικότητα της θεωρητικής κατανομής στα δεδομένα του δείγματος με τον έλεγχο Kolmogorov - Smirnov (K - S) σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,01$

Ασκήσεις 3^ο Κεφαλαίου

1. Ο αριθμός των σπιτιών που κτίστηκαν στην Αγγλία και στην Ουαλία (σε χιλιάδες) κατά την διάρκεια μιας δεκαετίας από τις τοπικές αρχές και από ιδιώτες δίνεται από τον παρακάτω πίνακα :

Χρόνια	X Τοπική αρχή	Ψ Ιδιώτες
1	40	64
2	43	62
3	48	45
4	55	42
5	77	37
6	100	31
7	104	30
8	108	29
9	110	28
10	112	27

1. Να σχεδιασθεί με το μάτι μια γραμμή που να εκφράζει το νέφος των σημείων.
 2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στην μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα, μέσω της θεωρίας των ελαχίστων τετραγώνων.
 3. Να σχολιασθούν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ευθεία της παλινδρόμησης.
2. Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει για οκτώ νέους τα πιστοποιητικά που απέκτησαν κατά τις σπουδές τους (βασικές σπουδές και μετεκπαιδεύσεις , έτος 1987) και τους μισθούς που πήραν τέσσερα χρόνια αργότερα στις δουλειές τους .

Απόφοιτοι	X Αριθμός πιστοποιητικών	Ψ Μισθός (σε χιλιάδε)
A	2	200
B	3	270
Γ	5	400
Δ	7	600
E	2	210
Z	3	280
H	4	390
Θ	3	300

1. Να σχεδιασθεί με το μάτι μια γραμμή που να εκφράζει το νέφος των σημείων.
 2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στη μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα.
 3. Να σχολιασθούν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ευθεία της παλινδρόμησης.
 4. Να προσδιορισθεί ο συντελεστής συσχέτισης .
3. Για μια ομάδα εννέα ατόμων σχεδιαστών μόδας ηλικίας μεταξύ 27 και 35 ετών αναφέρονται τα χρόνια εμπειρίας στο χώρο της σχεδίασης και οι αντίστοιχες αμοιβές τους (σε χιλιάδες) το έτος 1990 στον ακόλουθο πίνακα :

Σχεδιαστές	X Χρόνια εμπειρίας	Ψ Μισθός
A	2	250
B	3	230
Γ	8	350
Δ	13	450
E	14	500
Z	12	440
H	7	360
Θ	6	300

1. Να σχεδιασθεί με το μάτι μια γραμμή που να εκφράζει το νέφος των σημείων.
 2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στη μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα.
 3. Να σχολιασθούν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ευθεία της παλινδρόμησης.
 4. Να προσδιορισθεί ο συντελεστής συσχέτισης .
4. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρεται για οκτώ μαγαζιά ανά εβδομάδα ο μέσος όρος του τζίρου και ο μέσος όρος του κέρδους (σε χιλιάδες) :

Μαγαζιά	Ψ Μέσος όρος κέρδους	X Μέσος όρος τζίρους
1	45	250
2	60	210
3	85	476
4	90	432

5	240	1400
6	125	800
7	70	350
8	40	240

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης του μέσου όρου τζίρου πάνω στο μέσο όρο κέρδους που ταιριάζει στα δεδομένα.
 2. Να σχολιαστούν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ευθεία της παλινδρόμησης.
 3. Να προσδιορισθεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.
5. Ρωτήθηκε ένας πωλητής για τα έξοδα που έκανε για να επιτευχθεί η παραγγελία και την αξία της παραγγελίας που πραγματοποίησε για κάθε ένα από δέκα πελάτες του και έδωσε τα εξής :

Πελάτες	X Αξία παραγγελίας (σε εκατομμύρια)	Ψ Έξοδα για την παραγγελία (σε χιλιάδες)
1	5	85
2	4	56
3	7,5	180
4	3	24
5	6	150
6	1,5	36
7	2,5	42
8	4,5	60
9	4	57
10	16,8	260

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στην μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα.
 2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα.
 3. Συγκριθούν τα αποτελέσματα.
6. Δίνεται για το έτος 1998 η μηνιαία παραγωγή (σε τόνους) μιας επιχείρησης και το αντίστοιχο μηνιαίο κέρδος :

X Μηνιαία παραγωγή (σε τόνους)	Ψ Μηνιαία κέρδη (σε εκατομμύρια)
102	154
104	156
106	166
108	164
108	169
109	176
109	181
109	186
107	189
106	191
106	200
104	208

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα
2. Να βρεθεί ο συντελεστής καλής προσαρμογής.

7. Δίνεται ο πίνακας που αναγράφει τα μηνιαία έσοδα (μηνός Απριλίου) και τα μηνιαία έξοδα για ρεύμα και νερό δώδεκα αγροτικών οικογενειών :

Οικογένειες	X Μηνιαία έσοδα Απριλίου (σε χιλιάδες)	Ψ Έξοδα για ρεύμα - νερό (σε χιλιάδες)
1	162	29
2	145	24
3	230	42
4	156	27
5	192	34
6	140	20
7	185	28
8	165	30
9	154	21
10	120	22

11	180	32
12	148	25

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στην μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα.
2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα.
3. Συγκριθούν τα αποτελέσματα.

8. Δίνονται οι ποσότητες σε τόνους ενός προϊόντος (X) και η τιμή του Ψ (χιλιάδες) κατά τα έτη 1985 - 1994 :

Έτος	X Ποσότητα	Ψ Τιμή
1985	4	42
1986	7	35
1987	11	26
1988	16	33
1989	27	16
1990	32	15
1991	34	7
1992	42	12
1993	22	6
1994	28	13

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στην μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα.
2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα.
3. Συγκριθούν τα αποτελέσματα.

9. Δίνεται το κατά κεφαλή εισόδημα (μεταβλητή X σε χιλιάδες) δέκα αγροτών και η μέση ετήσια κατανάλωση ενός προϊόντος Ψ (σε κιλά) :

Αγρότες	X Κατά κεφαλή εισόδημα	Ψ Κατανάλωση του προϊόντος
1	20	6,7
2	22	7,1

3	24	7,2
4	27	7,6
5	30	7,8
6	32	8,0
7	33	8,1
8	34	8,3
9	35	8,6
10	36	8,7

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής X πάνω στην μεταβλητή Ψ που ταιριάζει στα δεδομένα.
2. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα.
3. Συγκριθούν τα αποτελέσματα.

10. Δέκα επιχειρήσεις κατά το έτος 1995 είχαν πραγματοποιήσει επενδύσεις (μεταβλητή X σε εκατομμύρια) και τα κέρδη τους (σε εκατομμύρια) ήταν :

Επιχειρήσεις	X Επενδύσεις	Ψ Κέρδη
1	35	6
2	42	7
3	50	11
4	140	27
5	210	34
6	180	31
7	70	16
8	200	42
9	130	28
10	160	32

1. Να προσδιορισθεί και να σχεδιασθεί η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης της μεταβλητής Ψ πάνω στην μεταβλητή X που ταιριάζει στα δεδομένα
2. Να βρεθεί ο συντελεστής καλής προσαρμογής και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα
3. Να εξετασθεί η προσαρμοστικότητα της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα.

11. Η τιμή ενός αγροτικού προϊόντος (μεταβλητή X σε δραχμές) και η ζητούμενη ποσότητα του προϊόντος (Ψ σε κιλά) για οκτώ άτομα είναι :

X :	320	330	210	240	280	350	270	290
Ψ :	18	17	20	22	15	10	16	13

1. Να προσδιορισθεί η εξίσωση ζήτησης του αγροτικού προϊόντος
2. Να τοποθετηθεί στο διάγραμμα διασποράς.
3. Να ελεγχθεί η προσαρμοστικότητα της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα

Ασκήσεις 4ου Κεφαλαίου

1. Δίνονται οι τιμές λιανικής πώλησης (σε δραχμές) και οι ποσότητες (σε κιλά) που καταναλώθηκαν για έξη αγαθά τα έτη 1992 και 1993 :

Αγαθά	μονάδα	1992		1993	
		τιμή	ποσότητα	τιμή	ποσότητα
Γάλα	ένα λίτρο	120	11	133	27
Ψωμί	κιλό	18	35	20	42
Πατάτες	κιλό	17	45	23	56
Ρύζι	κιλό	30	50	38	78
Ελαιόλαδο	κιλό	128	79	135	95
Κρέας	κιλό	358	125	378	134

1. Να βρεθούν οι σχετικές τιμές και οι σχετικές ποσότητες των αγαθών αυτών με έτος βάσης το 1992.
2. Να βρεθούν οι αριθμοδείκτες των αξιών με έτος βάσης το 1992.
3. Να βρεθούν οι σχετικές τιμές, οι σχετικές ποσότητες και οι αριθμοδείκτες των αξιών με έτος βάσης το 1993.

2. Κατά το έτος 1994 η αμοιβή ενός ανειδίκευτου εργάτη σε μια βιοτεχνία ήταν 400 δραχμές την ώρα και το κόστος μεταφοράς του στη βιοτεχνία την ημέρα ήταν 200 δραχμές. Το έτος 1998 οι αντίστοιχες τιμές ήταν 600 και 250 δραχμές .

1. Να βρεθεί ο αστάθμητος σύνθετος αριθμοδείκτης τιμών για το έτος 1998 με έτος βάσης το 1994.
2. Να βρεθεί ο αστάθμητος σύνθετος αριθμοδείκτης τιμών για το έτος 1998 με έτος βάσης το 1994, λαμβάνοντας ως αμοιβή το ποσό που παίρνει ο ανειδίκευτος εργάτης το 8ωρο.
3. Να συγκριθούν οι δύο αριθμοδείκτες και να εξηγηθεί γιατί δεν χρησιμοποιείται ο αστάθμητος σύνθετος αριθμοδείκτης.
4. Να βρεθεί ο μέσος αριθμητικός των σχετικών τιμών.

3. Στον παρακάτω πίνακα έχουμε τις τιμές και τις ποσότητες ενός προϊόντος για τα έτη 1987 - 1990:

Έτη	τιμές (δραχμές)	ποσότητες κιλά
1987	450	1546
1988	478	1876
1989	534	1967
1990	656	1345

1. Να βρεθούν οι απλοί αριθμοδείκτες τιμών (τιμάριθμοι), ποσοτήτων και αξιών με έτος βάσης το 1987.

2. Να βρεθούν οι απλοί αριθμοδείκτες τιμών (τιμάριθμοι), ποσοτήτων και αξιών με έτος βάσης το 1988.

4. Η μέση ετήσια τιμή του γαλλικού φράγκου σε δραχμές την περίοδο 1970 - 1980 ήταν : (ΕΣΥΕ 1981)

Έτη	Τιμή φράγκου (σε δραχμές)
1970	5,445
1971	5,463
1972	6,010
1973	6,736
1974	6,372
1975	7,558
1976	7,745
1977	7,671
1978	8,245
1979	8,795
1980	10,198

Να υπολογισθεί ο τιμάριθμος του γαλλικού φράγκου με έτος βάσης το 1970 και κατόπιν με έτος βάσης το 1975.

5. Η παραγωγή αραβοσίτου (σε χιλιάδες τόνους) στην Ελλάδα κατά τα έτη 1975 - 1983 βήταν η ακόλουθη : ΕΣΥΕ Στατιστική επετηρίδα 1984

Έτη	Παραγωγή αραβοσίτου (σε χιλιάδες τόνους)
1975	488
1976	505
1977	496
1978	523
1979	711
1980	1.279
1981	1.507

1982	1.550
1983	1.763

Να μετατραπεί η παραγωγή κάθε έτους σε αριθμοδείκτη με βάση 100 την παραγωγή του αμέσως προηγούμενου έτους και να υπολογισθεί η ποσοστιαία μεταβολή κάθε έτους σε σχέση με το προηγούμενο έτος.

6. Δίνεται ο πίνακας που αναφέρει τις ποσότητες (σε τόνους) και τις τιμές ανά τόνο (σε δραχμές) τριών αγαθών σε δύο διαφορετικά έτη :

Αγαθά	Έτος 1		Έτος 2	
	ποσότητα (τόνοι)	τιμή ανά τόνο (δραχμές)	ποσότητα (τόνοι)	τιμή ανά τόνο (δραχμές)
A	15	3600	12	4800
B	12	5200	10	5400
Γ	8	2300	13	2400

1. Να υπολογισθεί ο δείκτης τιμών ή τιμάρημος Laspeyres και ο αντίστοιχος δείκτης όγκου Laspeyres του έτους 2 με έτος βάσης το 1.
2. Να υπολογισθεί ο δείκτης τιμών ή τιμάρημος Paasche και ο αντίστοιχος δείκτης όγκου Paasche του έτους 2 με έτος βάσης το 1.
3. Να υπολογισθεί ο ιδανικός τιμάρημος Fisher και ο αντίστοιχος ιδανικός δείκτης όγκου Fisher που αντιστοιχεί στους προαναφερόμενους δείκτες.
4. Να υπολογισθεί ο σταθμισμένος σύνθετος αριθμοδείκτης αξίας.
5. Να σχολιασθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα των δεικτών.

7. Σε μια επιχείρηση έχουμε τρεις κατηγορίες εργαζομένων τους διοικητικούς, τους τεχνικούς και τους εργάτες. Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει τον μέσο μισθό (σε χιλιάδες) ανά κατηγορία εργαζομένων και τον αριθμό των εργαζομένων στην κάθε κατηγορία για τα έτη 1995 και 1997.

Κατηγορία εργαζομένων	1995		1997	
	Μέσος μισθός (σε χιλιάδες)	Αριθμός εργαζομένων	Μέσος μισθός (σε χιλιάδες)	Αριθμός εργαζομένων
Διοικητικοί	220	80	250	50
Τεχνικοί	260	60	280	80
Εργάτες	200	120	230	130

1. Να υπολογισθεί ο δείκτης όγκου Laspeyres του έτους 1997 με έτος βάσης το 1995.
2. Να υπολογισθεί ο δείκτης όγκου Paasche του έτους 1997 με έτος βάσης το 1995.
3. Να υπολογισθεί ο ιδανικός δείκτης όγκου Fisher που αντιστοιχεί στους δύο προαναφερόμενους δείκτες.

8. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται ο δείκτης τιμών καταναλωτή ΔTK - τιμάριθμος των ετών 1985 - 1994 με έτος βάσης το 1985 :

Έτος	ΔTK
1985	100
1986	112
1987	121
1988	130
1989	139
1990	145
1991	152
1992	163
1993	167
1994	174

1. Να βρεθεί ο δείκτης πληθωρισμού και ο δείκτης αποπληθωρισμού για τα έτη από το 1985 έως το 1994.

2. Η τιμή ενός προϊόντος το 1985 ήταν 320 δραχμές και το 1992 ήταν 780 δραχμές. Να αποπληθωριστεί η τιμή του προϊόντος το 1992 σε τιμές του 1985. Η τιμή του προϊόντος το 1992 σε τιμές του 1985 είναι πιο κάτω ή πιο πάνω της τιμής που είχε το 1985;

9. Δίνονται στο πίνακα που ακολουθεί οι μέσοι ετήσιοι μισθοί ενός εργαζομένου μιας επιχείρησης τα έτη από το 1990 έως το 1999.

Έτη	Μέσοι ετήσιοι μισθοί (σε χιλιάδες)
1990	210
1991	230
1992	248
1993	280
1994	300

1995	310
1996	320
1997	330
1998	340
1999	360

Γνωρίζουμε ότι ο τιμάρριθμος αυξάνει τα έτη αυτά κατά 8% με έτος βάσης το 1990.

1. Να βρεθούν οι δείκτες πληθωρισμού και αποπληθωρισμού των ετών με έτος βάσης το 1990.
2. Να βρεθούν οι πραγματικοί μέσοι ετήσιοι μισθοί του υπαλλήλου στα έτη αυτά σε τιμές του έτους 1990.
3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής (θετικής - αύξησης ή αρνητικής - μείωσης) του πραγματικού μέσου ετήσιου μισθού του υπαλλήλου σε τιμές του 1990, για κάθε έτος, σε σχέση με το προηγούμενο έτος.

10. Δίνεται ο μέσος μηνιαίος μισθός σε μια κατηγορία μισθωτών υπαλλήλων καθώς και ο τιμάρριθμος (Δ.Τ.Κ) για επτά χρόνια :

Έτη	Μέσος μηνιαίος μισθός (δραχμές)	Δ. Τ. Κ
1	124000	115,4
2	176000	132,7
3	198000	145,3
4	209000	178,6
5	254000	187,9
6	320000	204,7
7	346000	223,8

1. Να βρεθούν οι δείκτες πληθωρισμού και αποπληθωρισμού των ετών με έτος βάσης το έτος 1.
2. Να βρεθούν οι πραγματικοί μέσοι μηνιαίοι μισθοί των υπαλλήλων στα έτη αυτά σε σταθερές τιμές του έτους βάσης.
3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής (θετικής - αύξησης ή αρνητικής - μείωσης) του πραγματικού μέσου μηνιαίου μισθού των υπαλλήλων σε τιμές του έτους βάσης 1, για κάθε έτος, σε σχέση με το μέσο μηνιαίο μισθό του έτους βάσης 1.

Ασκήσεις 5^ο Κεφαλαίου

1. Ο πίνακας δίνει την παραγωγή του βάμβακος (σε χιλιάδες τόνους) τα έτη από το 1975 έως το 1983 : ΕΣΥΕ Στατιστική επετηρίδα 1984

Έτη	Παραγωγή βάμβακος (σε χιλιάδες τόνους)
1975	366
1976	329
1977	382
1978	408
1979	325
1980	357
1981	385
1982	308
1983	407

1. Να εξετασθεί καταρχήν μέσω της γραφικής παράστασης της χρονολογικής σειράς αν έχουμε γραμμική τάση ή καμπυλόγραμμη τάση (2^ο βαθμού - παραβολή, εκθετική μορφή κλπ).

2. Να προσδιορισθεί κατόπιν η μακροχρόνια τάση της χρονολογικής σειράς των τιμών, που εκφράζουν τις παραγόμενες ποσότητες βάμβακος επί εννέα έτη από το 1975 έως το 1983, με την μέθοδο των μέσων σημείων.

3. Να απαλλαγούν τα δεδομένα από την μακροχρόνια τάση και να γίνει το διάγραμμα των δεδομένων χωρίς την τάση.

2. Ο πίνακας δίνει την χρηματοδότηση (σε δισεκατομμύρια) της γεωργίας και της αλιείας την περίοδο των ετών από το 1975 έως το 1983 :

ΕΣΥΕ Στατιστική επετηρίδα 1984

Έτη	Χρηματοδότηση της γεωργίας και της αλιείας (σε δισεκατομμύρια)
1973	37,7
1974	50,9
1975	62,9
1976	76,6
1977	103,0
1978	119,5
1979	142,4

1980	165,6
1981	227,6
1982	277,0
1983	344,7

-
1. Να εξετασθεί καταρχήν μέσω της γραφικής παράστασης της χρονολογικής σειράς αν έχουμε γραμμική τάση ή καμπυλόγραμμη τάση (2^{ου} βαθμού - παραβολή, εκθετική μορφή κλπ).
 2. Να προσδιορισθεί κατόπιν η μακροχρόνια τάση της χρονολογικής σειράς των τιμών, που εκφράζουν την χρηματοδότηση της γεωργίας και της αλιείας επί έντεκα έτη από το 1973 έως το 1983, με την μέθοδο των μέσων σημείων.
 3. Να απαλλαγούν τα δεδομένα από την μακροχρόνια τάση και να γίνει το διάγραμμα των δεδομένων χωρίς την τάση.

3. Τα δηλωθέντα οικογενειακά εισοδήματα τα οικονομικά έτη 1974 - 1983 δίνονται από τον πίνακα: ΕΣΥΕ Στατιστική επετηρίδα 1984

Έτη	Οικογενειακά εισοδήματα (σε δισεκατομμύρια)
-----	--

1974	118,4
1975	140,7
1976	167,1
1977	205,1
1978	256,9
1979	367,4
1980	458,7
1981	559,4
1982	711,2
1983	911,4

1. Να εξετασθεί καταρχήν μέσω της γραφικής παράστασης της χρονολογικής σειράς αν έχουμε γραμμική τάση ή καμπυλόγραμμη τάση (2^{ου} βαθμού - παραβολή, εκθετική μορφή κλπ).
2. Να προσδιορισθεί κατόπιν η μακροχρόνια τάση της χρονολογικής σειράς των τιμών, που εκφράζουν τα οικογενειακά εισοδήματα επί δέκα έτη από το 1974 έως το 1983, με την μέθοδο των μέσων σημείων.

4. Ο πίνακας δίνει τον αριθμό των αυτοκινήτων που κυκλοφορούσαν στην Ελλάδα (σε εκατομμύρια) τα έτη 1970 - 1983:

Έτη	Αριθμός αυτοκινήτων (σε εκατομμύρια)
1970	0,41
1971	0,47
1972	0,52
1973	0,59
1974	0,64
1975	0,74
1976	0,84
1977	1,00
1978	1,15
1979	1,31
1980	1,36
1981	1,47
1982	1,63
1983	1,76

1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
2. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμική τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 5 ετών.
3. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμική τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 4 ετών.

5. Τα επιτόκια χορηγήσεων στην Ελλάδα που αφορούσαν τα βραχυπρόθεσμα κεφάλαια κίνησης την περίοδο των ετών 1984 - 1993 ήταν τα ακόλουθα :
(Πηγή: Τράπεζα της Ελλάδος)

Έτη	Επιτόκια %
1984	20,50
1985	20,50
1986	20,50
1987	21,00
1988	22,90
1989	23,20
1990	27,50
1991	29,50
1992	28,80
1993	27,50

1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
2. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμή τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 3 ετών.
3. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμή τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 4 ετών.

6. Το κατά κεφαλήν Α.Ε.Π σε δολάρια στην Ελλάδα τα Έτη 1978 - 1992 ήταν :
(Πηγή: Γενική Κυβέρνηση - Οργανισμοί Κοινωνικής Ασφάλισης)

Έτη	Κατά Κεφαλήν Α.Ε.Π (σε δολάρια)
1978	3.352
1979	4.040
1980	4.164
1981	3.803
1982	3.937
1983	3.551
1984	3.410
1985	3.366
1986	3.954
1987	4.629
1988	5.303
1989	5.387
1990	6.576
1991	6.873
1992	7.483

1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
2. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμή τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 5 ετών.
3. Να υπολογισθεί η τάση (η γραμμή τάσης) της χρονολογικής σειράς με την μέθοδο των κινητών μέσων όρων 6 ετών.

7. Το ποσοστό των εξαγωγών προς τις εισαγωγές της Ελλάδας κατά τα έτη 1965 - 1983 ήταν :
(Πηγή : Στατιστική επετηρίδα της Ελλάδας 1984).

Έτη	Ποσοστό % των εισαγωγών προς τις εξαγωγές
1970	32,8
1971	31,6
1972	37,1

1973	41,6
1974	46,1
1975	43,3
1976	42,0
1977	40,2
1978	43,0
1979	40,4
1980	48,8
1981	48,2
1982	43,0
1983	46,3

-
1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
 2. Να προσαρμοστεί εξίσωση γραμμικής τάσης στα δεδομένα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
 3. Να προσδιορισθεί το τυπικό σφάλμα εκτίμησης.
 4. Να υπολογισθούν οι τιμές της τάσης της χρονολογικής σειράς στα έτη 1984, 1985.
- 8.** Η παραγόμενη ποσότητα καπνού (σε χιλιάδες τόνους) στην Ελλάδα την περίοδο 1975 - 1983 ήταν :
- (Πηγή : Στατιστική επετηρίδα της Ελλάδος 1984)

Έτη	Παραγωγή καπνού (σε χιλιάδες τόνους)
1975	119
1976	142
1977	120
1978	129
1979	128
1980	118
1981	131
1982	138
1983	116

-
1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
 2. Να προσαρμοστεί εξίσωση γραμμικής τάσης στα δεδομένα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
 3. Να προσδιορισθεί το τυπικό σφάλμα εκτίμησης.
 4. Να υπολογισθούν οι τιμές της τάσης της χρονολογικής σειράς στα έτη 1986, 1987.

9. Μια επιχείρηση κλωστοϋφαντουργίας είχε τις ακόλουθες μηνιαίες πωλήσεις (σε εκατοντάδες εκατομμύρια) τα έτη 1987 -1990 :

Έτος	Ιαν.	φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ
1987	3,2	3,1	4,5	3,7	5,8	6,8	8,8	4,9	3,5	6,7	4,5	7,9
1988	4,2	2,1	4,8	6,7	7,8	7,8	9,7	3,9	5,2	7,7	5,5	8,9
1988	3,6	4,4	5,9	7,7	6,9	6,9	8,7	5,8	4,2	8,6	5,1	7,8
1988	4,9	2,6	4,7	5,8	9,8	8,8	9,6	5,9	6,2	7,7	8,5	7,9

1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
2. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο.
3. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς τη μηνιαία τάση .
4. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς τους μηνιαίους κινητούς μέσους
5. Να γίνει η απαλοιφή της εποχικότητας στα δεδομένα του πίνακα χρησιμοποιώντας τους δείκτες εποχικότητας που προσδιορίστηκαν από την μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο.

10. Μια εμπορική επιχείρηση είχε τις ακόλουθες μηνιαίες δαπάνες για τη μισθοδοσία των υπαλλήλων της (σε εκατομμύρια) τα έτη 1994 -1997 :

Έτος	Ιαν.	φεβρ.	Μαρτ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ
1994	2,2	3,1	4,5	3,7	5,8	6,8	8,3	4,9	3,5	6,7	4,5	7,9
1995	3,2	3,2	5,5	7,7	7,8	8,8	9,4	4,9	4,2	8,7	7,5	8,9
1996	3,6	4,1	5,8	6,9	7,3	7,8	8,4	5,3	3,6	7,8	8,6	9,5
1997	4,1	5,2	6,3	6,9	7,5	7,1	8,6	5,4	3,8	7,1	8,6	8,3

1. Να γίνει το διάγραμμα της χρονολογικής σειράς
2. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο.
3. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς τη μηνιαία τάση .
4. Να υπολογισθούν οι δείκτες εποχικότητας με τη μέθοδο των ποσοστών ως προς τους μηνιαίους κινητούς μέσους
5. Να γίνει η απαλοιφή της εποχικότητας στα δεδομένα του πίνακα χρησιμοποιώντας τους δείκτες εποχικότητας που προσδιορίστηκαν από την μέθοδο των ποσοστών ως προς το μηνιαίο μέσο και να γίνει το διάγραμμα των δεδομένων χωρίς εποχικότητα.

