Τμήμα Επιστήμης Φυσικής Αγωγής & Αθλητισμού

Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

Στατιστική στη Φυσική Αγωγή

(Ν161)

8η Διάλεξη

Κοκκότης Χρήστος, PhD

Στόχοι Διάλεξης

Κατανόηση βασικών εννοιών:

- ✓ Έλεγχος Συχνοτήτων

Σύγκριση **παρατηρούμενων συχνοτήτων** με τις αντίστοιχες **θεωρητικές** συχνότητες

Θεωρητικές συχνότητες:

- από τη βιβλιογραφία
- αναμενόμενες τιμές

Ερώτημα:

Αν οι παρατηρούμενες συχνότητες συμφωνούν (είναι ίδιες) με τις θεωρητικές

Μηδενική υπόθεση:

- Δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των δύο υπό έλεγχο συχνοτήτων

Έλεγχος καλής προσαρμογής (μιας ποιοτικής μεταβλητής)
X^2- κατανομή

Όταν ένα δείγμα είναι ***ταξινομημένο σε κλάσεις*** και διαθέτουμε την κατανομή συχνοτήτων του, αυτή η κατανομή

- προέρχεται από μια άλλη γνωστή κατανομή ή
- είναι κάποια που μπορούμε να την υποθέσουμε;

Παράδειγμα:

Σε ένα συγκεκριμένο αριθμό αγώνων μπάσκετ καταγράφεται ο αριθμός των φάουλ (ποιοτική μεταβλητή) των παικτών που συμμετέχουν.

Έστω ότι συνολικά καταγράφτηκε ο αριθμός των φάουλ 80 παικτών.

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο αριθμός των παικτών που σημείωσαν από 1 έως 5 φάουλ (κατηγορίες, κλάσεις, τάξεις), δηλαδή υπολογίζεται η συχνότητα με την οποία πραγματοποιούνται 1, 2, 3, 4 ή 5 φάουλ σε κάθε αγώνα.

Αυτή η συχνότητα πραγματοποίησης του αντίστοιχου αριθμού φάουλ, που αποτελεί την «παρατηρούμενη συχνότητα», παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός φάουλ	1	2	3	4	5
Παρατηρούμενη συχνότητα= αριθμός παικτών που σημείωσαν τον αντίστοιχο αριθμό φάουλ	18	22	25	10	5

Υπολογισμός θεωρητικής συχνότητας:

ίδια πιθανότητα να σημειωθούν από 1 έως 5 φάουλ

$$\textbf{Θεωρητικη συχνότητα} = \frac{\textbf{Άθροισμα πραγματικών τιμών}}{\textbf{Σύνολο περιπτώσεων}}$$

Αριθμός φάουλ	1	2	3	4	5
Παρατηρούμενη συχνότητα= αριθμός παικτών που σημείωσαν τον αντίστοιχο αριθμό φάουλ	18	22	25	10	5

$$\textbf{Θεωρητικη συχνότητα} = \frac{18 + 22 + 25 + 10 + 5}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

Αριθμός φάουλ	1	2	3	4	5
Παρατηρούμενη συχνότητα (Π)	18	22	25	10	5
Θεωρητική συχνότητα (Θ)	16	16	16	16	16

Μηδενική υπόθεση:

Δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των δύο υπό έλεγχο συχνοτήτων

(οι παρατηρούμενες και οι θεωρητικές συχνότητες είναι ίδιες μεταξύ τους)

ο έλεγχος πραγματοποιείται μέσω της χ^2- κατανομής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

X	**Π**	**Θ**
1	18	16
2	22	16
3	25	16
4	10	16
5	5	16

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Х	П	Ө	П - Ө
1	18	16	2
2	22	16	6
3	25	16	9
4	10	16	- 6
5	5	16	-11

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

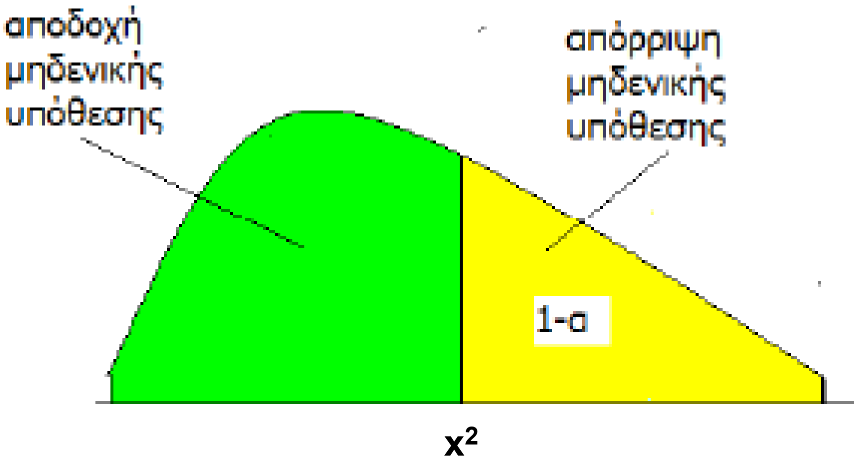
Χ	Π	Θ	Π - Θ	(Π - Θ)^2
1	18	16	2	4
2	22	16	6	36
3	25	16	9	81
4	10	16	- 6	36
5	5	16	-11	121

$$\mathrm{X}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

X	Π	Θ	Π - Θ	(Π - Θ)^2	$\frac{(\Pi - \Theta)2}{\Theta}$
1	18	16	2	4	0.25
2	22	16	6	36	2.25
3	25	16	9	81	5.0625
4	10	16	- 6	36	2.25
5	5	16	-11	121	7.5625
					$\mathrm{X}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$= 17.375

Η τιμή x^2= 17.375 θα πρέπει να συγκριθεί με μία κρίσιμη x^2-τιμή για

- επίπεδο σημαντικότητας α= 0.05 (1-0.05 = 0.95) και
- βαθμούς ελευθερίας k-1



Επίπεδο σημαντικότητας

α=0.05

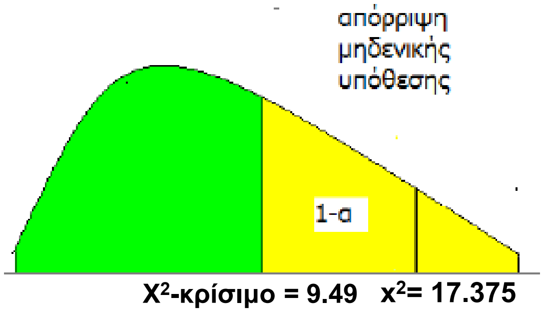
1- 0.05= 0.95

β.ε.: k-1 (όπου

k= αριθμός

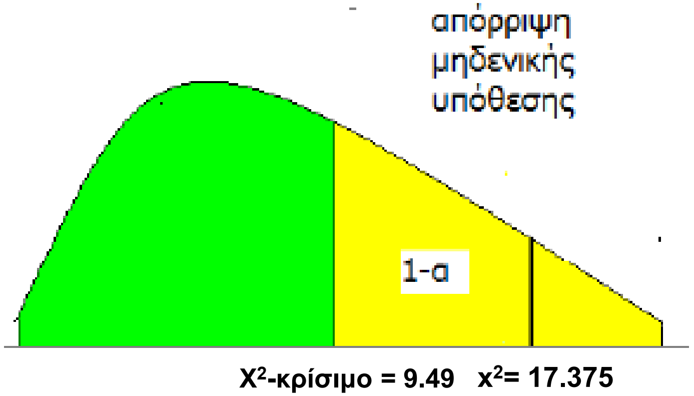
κλάσεων)

= 5-1= 4



df |p	.005	.01	.025	.05	.10	.90	.95	.975	.99	.995
1	.00004	.00016	.00098	.0039	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
.6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.6	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
120	83.85	86.92	91.58	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95	163.64

$$x^2 = 17.375 > X^2\text{-κρίσιμο} = 9.49$$



$x^2 = 17.375 > X^2$ - κρίσιμο = 9.49

Απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

H_o : οι πραγματικές τιμές δεν διαφέρουν από τις θεωρητικές

Αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση

H_A : οι πραγματικές τιμές διαφέρουν από τις θεωρητικές

Δεν υπάρχει η ίδια πιθανότητα να σημειωθούν από 1 έως 5 φάουλ

Έλεγχος ανεξαρτησίας (δύο ποιοτικών μεταβλητών)

αν δύο ποιοτικά χαρακτηριστικά
είναι ανεξάρτητα ή όχι μεταξύ τους

Ανεξάρτητα: οι συχνότητες του ενός ΔΕΝ μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο
Μη ανεξάρτητα: οι συχνότητες του ενός μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο

Μηδενική υπόθεση:
Οι συχνότητες του ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού
είναι ανεξάρτητες από τις συχνότητες του άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού
(οι συχνότητες του ενός **ΔΕΝ** μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο)

Δεδομένα:

Πίνακας συνάφειας (συχνοτήτων)

(πόσες φορές εμφανίζεται ταυτόχρονα αυτό που αντιστοιχεί στη διασταύρωση της γραμμής και της στήλης)

R= γραμμές

C= στήλες

Πίνακας παρατηρούμενων συχνοτήτων

	B_1	B_2	…	B_C	Σύνολο
A_1	N_{11}	N_{12}	…	N_{1C}	N_1
A_2	N_{21}	N_{22}	…	N_{2C}	N_2
A_3	N_{31}	N_{32}	…	N_{3C}	N_3
			…		
A_R	N_{R1}	N_{R2}	…	N_{RC}	N_R
Σύνολο	N_1	N_2	…	N_C	N

	B_1	B_2	…	B_C	Σύνολο
A_1	N_{11}	N_{12}	…	N_{1C}	N_1
A_2	N_{21}	N_{22}	…	N_{2C}	N_2
A_3	N_{31}	N_{32}	…	N_{3C}	N_3
			…		
A_R	N_{R1}	N_{R2}	…	N_{RC}	N_R
Σύνολο	N_1	N_2	…	N_C	N

Καθορισμός **θεωρητικών συχνοτήτων**

Πιθανότητα εμφάνισης οποιουδήποτε στοιχείου

με το χαρακτηριστικό A_i, $\frac{N_i}{N}$ και με το χαρακτηριστικό B_i, $\frac{N_i}{N}$

Αν A_i ανεξάρτητο του B_i, τότε η πιθανότητα ταυτόχρονης εμφάνισης A_i και B_i

$$\frac{N_i}{N} \times \frac{N_i}{N} = \frac{N_i \times N_i}{N}$$

Ο έλεγχος πραγματοποιείται μέσω της χ^2-κατανομής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

- ✓ για προεπιλεγμένο επίπεδο σημαντικότητας α: (1-α)
- ✓ και βαθμούς ελευθερίας: (R-1) × (C-1)

Παράδειγμα:

Ένας ερευνητής καταγράφει ένα δείγμα 100 κολυμβητών σε δύο ποιοτικές μεταβλητές.

Η πρώτη ποιοτική μεταβλητή αναφέρεται στο είδος της ξηρής προπόνησης που εκτελούν οι κολυμβητές και διαχωρίζεται σε τρεις κατηγορίες:

A_1= «ξηρή προπόνηση μόνο με λάστιχα»,

A_2= «ξηρή προπόνηση μόνο με βάρη»,

A_3= «ξηρή προπόνηση και με λάστιχα και με βάρη».

Η δεύτερη ποιοτική μεταβλητή αναφέρεται στην συμμετοχή των κολυμβητών σε αγώνες:

B_1= «σε προημιτελικές σειρές»,

B_2= «σε ημιτελικές σειρές»,

B_3 = «σε τελικές σειρές».

Το ερώτημα που τίθεται είναι

κατά πόσο το είδος της ξηρής προπόνησης που εκτελούν οι κολυμβητές επηρεάζει ή όχι τη συμμετοχή τους σε «προημιτελικές», «ημιτελικές» ή «τελικές» σειρές αγώνων, αν δηλαδή **οι δύο ποιοτικές μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ή όχι**.

Παρατηρούμενες συχνότητες

	A_1	A_2	A_3	**Σύνολο**
B_1	20	20	10	50
B_2	5	5	15	25
B_3	5	5	15	25
Σύνολο	30	30	40	100

Θεωρητικές συχνότητες

	A_1
B_1	$(50 \times 30) / 100 = 15$

Παρατηρούμενες συχνότητες

	A_1	A_2	A_3	**Σύνολο**
B_1	20	20	10	50
B_2	5	5	15	25
B_3	5	5	15	25
Σύνολο	30	30	40	100

Θεωρητικές συχνότητες

	A_1	A_2	A_3	**Σύνολο**
B_1	$(50 \times 30) / 100 = 15$	$(50 \times 30) / 100 = 15$	$(50 \times 40) / 100 = 20$	50
B_2	$(25 \times 30) / 100 = 7.5$	$(25 \times 30) / 100 = 7.5$	$(25 \times 40) / 100 = 10$	25
B_3	$(25 \times 30) / 100 = 7.5$	$(25 \times 30) / 100 = 7.5$	$(25 \times 40) / 100 = 10$	25
Σύνολο	30	30	40	100

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ
20	15
20	15
10	20
5	7.5
5	7.5
15	10
5	7.5
5	7.5
15	10

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ	Π - Θ
20	15	5
20	15	5
10	20	-10
5	7.5	-2.5
5	7.5	-2.5
15	10	5
5	7.5	-2.5
5	7.5	-2.5
15	10	5

Υπολογισμός x² -τιμής

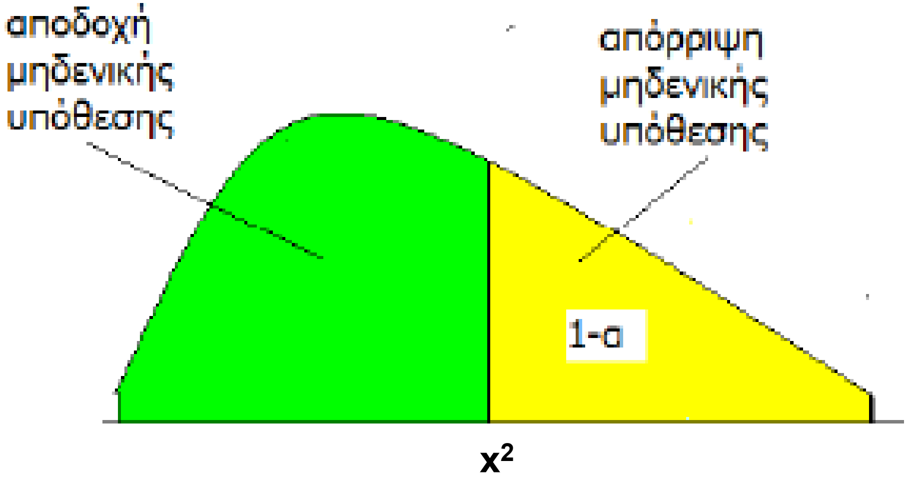
$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ	Π - Θ	(Π - Θ)²
20	15	5	25
20	15	5	25
10	20	-10	100
5	7.5	-2.5	6.25
5	7.5	-2.5	6.25
15	10	5	25
5	7.5	-2.5	6.25
5	7.5	-2.5	6.25
15	10	5	25

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	**Θ**	**Π - Θ**	**$(\Pi - \Theta)^2$**	**$\frac{(\Pi - \Theta)2}{\Theta}$**
20	15	5	25	1.66
20	15	5	25	1.66
10	20	-10	100	5
5	7.5	-2.5	6.25	0.83
5	7.5	-2.5	6.25	0.83
15	10	5	25	2.5
5	7.5	-2.5	6.25	0.83
5	7.5	-2.5	6.25	0.83
15	10	5	25	2.5
				$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$ = 16.64



Η τιμή x^2= 16.64 θα πρέπει να συγκριθεί με μία κρίσιμη x^2-τιμή για

- επίπεδο σημαντικότητας α= 0.05 (1-0.05 = 0.95) και
- βαθμούς ελευθερίας (R-1) × (C-1)= (3-1) × (3-1)= 4

Επίπεδο σημαντικότητας

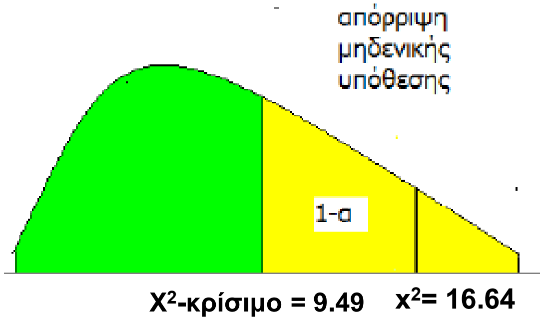
α=0.05

1- 0.05= 0.95

β.ε.:

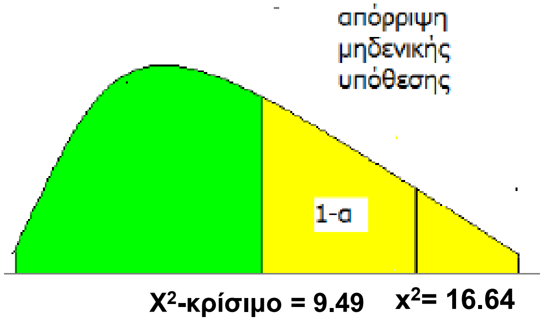
(R-1) × (C-1)=

(3-1) × (3-1)= 4



df |*p*	.005	.01	.025	.05	.10	.90	.95	.975	.99	.995
1	.00004	.00016	.00098	.0039	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.064	7.78	9.49	1.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
.6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.6	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
120	83.85	86.92	91.58	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95	163.64

x^2= 16.64 > X^2 -κρίσιμο = 9.49



$x^2 = 16.64 > X^2\text{-κρίσιμο} = 9.49$

Απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

H_o: Οι συχνότητες του ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού είναι ανεξάρτητες από τις συχνότητες του άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού

(**οι συχνότητες του ενός ΔΕΝ μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο**)

Αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση

H_A : Οι συχνότητες του ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού δεν είναι ανεξάρτητες από τις συχνότητες του άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού

(**οι συχνότητες του ενός μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο**)

Παράδειγμα:

(έλεγχος της επίδρασης δύο ποιοτικών μεταβλητών):

η επίδραση της προθέρμανσης στην εμφάνιση τραυματισμών

Παρατηρούμενες συχνότητες

	Προθέρμανση	Απουσία προθέρμανσης	Σύνολο
Τραυματισμοί	5	15	20
Απουσία τραυματισμών	25	5	30
Σύνολο	30	20	50

Να εξεταστεί σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05 **αν η διεξαγωγή της προθέρμανσης και η εμφάνιση τραυματισμών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους**

Παράδειγμα:

Παρατηρούμενες συχνότητες

	Προθέρμανση	**Απουσία προθέρμανσης**	**Σύνολο**
Τραυματισμοί	5	15	20
Απουσία τραυματισμών	25	5	30
Σύνολο	30	20	50

Θεωρητικές συχνότητες

	Προθέρμανση	**Απουσία προθέρμανσης**	**Σύνολο**
Τραυματισμοί	(20 × 30) / 50= 12	(20 × 20) / 50= 8	20
Απουσία τραυματισμών	(30 × 30) / 50= 18	(30 × 20) / 50= 12	30
Σύνολο	30	20	50

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ
5	12
15	8
25	18
5	12

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ	Π - Θ
5	12	-7
15	8	7
25	18	7
5	12	-7

Υπολογισμός x^2 -τιμής

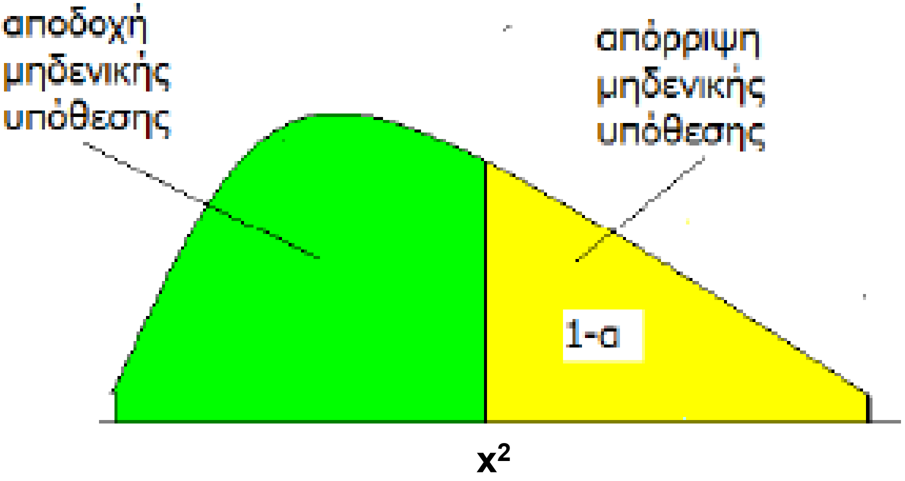
$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	Θ	Π - Θ	$(\Pi - \Theta)^2$
5	12	-7	49
15	8	7	49
25	18	7	49
5	12	-7	49

Υπολογισμός x^2 -τιμής

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$$

Π	**Θ**	**Π - Θ**	**$(\Pi - \Theta)^2$**	**$\frac{(\Pi - \Theta)2}{\Theta}$**
5	12	-7	49	(49 / 12) = 4.08
15	8	7	49	(49 / 8) = 6.125
25	18	7	49	(49 / 18) = 2.72
5	12	-7	49	(49 / 12) = 4.08
				$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\Pi - \Theta)^2}{\Theta}$ = 17.005



Η τιμή x^2= 17.005 θα πρέπει να συγκριθεί με μία κρίσιμη x^2-τιμή για

- επίπεδο σημαντικότητας α= 0.05 (1-0.05 = 0.95) και
- βαθμούς ελευθερίας (R-1) × (C-1)= (2-1) × (2-1)= 1

Επίπεδο σημαντικότητας

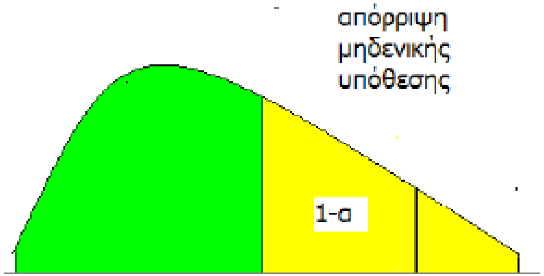
α=0.05

1- 0.05= 0.95

β.ε.:

(R-1) × (C-1)=

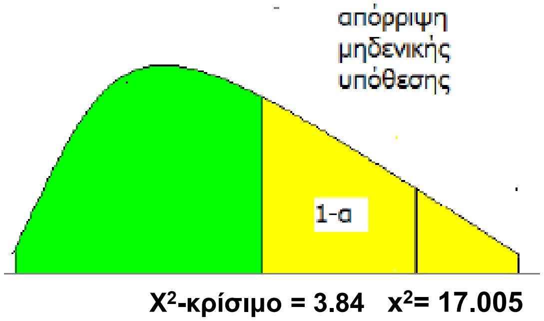
(2-1) × (2-1)= 1



X^2-κρίσιμο = 3.84 x^2= 17.005

x^2= 17.005 > X^2-κρίσιμο = 3.84

df |p	.005	.01	.025	.05	.10	.90	.95	.975	.99	.995
1	.00004	.00016	.00098	.0039	.0158	2.71	3.84	.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
.6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.6	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
120	83.85	86.92	91.58	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95	163.64



$x^2 = 17.005 > X^2$-κρίσιμο $= 3.84$

Απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

H_o: Οι συχνότητες του ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού είναι ανεξάρτητες από τις συχνότητες του άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού

(**οι συχνότητες του ενός ΔΕΝ μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο**)

Αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση

H_A : Οι συχνότητες του ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού **δεν είναι ανεξάρτητες** από τις συχνότητες του άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού

(**οι συχνότητες του ενός μεταβάλλονται σε σχέση με το άλλο**)

39

Ερωτήσεις & Συζήτηση