



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΡΑΚΗΣ

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Υδρολογίας και Υδραυλικών Έργων

## Μάθημα: ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

**8<sup>ο</sup> Κεφάλαιο : Ροή κλειστών αγωγών  
με μερική πλήρωση**

Καθηγητής **Φώτιος Π. Μάρης**

## 8.1 Κυκλική διατομή κλειστών αγωγών

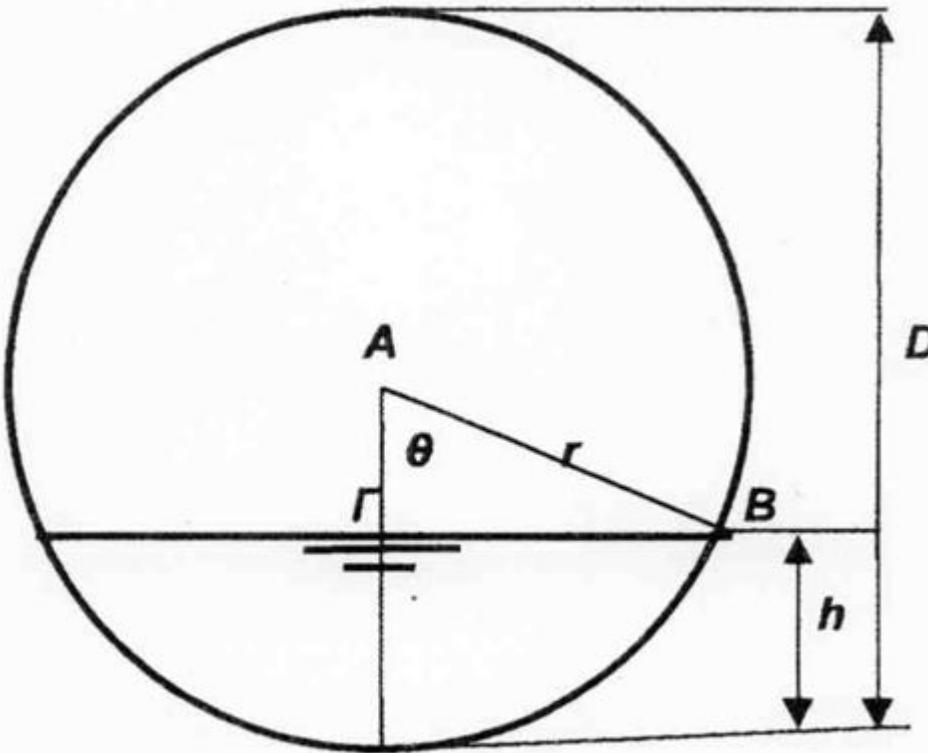
Ροή μέσα σε κλειστούς αγωγούς αλλά με μερική πλήρωση είναι συνηθισμένο φαινόμενο στα περισσότερα έργα των Πολιτικών Μηχανικών όπως π.χ. στους αποχετευτικούς αγωγούς και στους αγωγούς αποστράγγισης. Επειδή το ρέον υγρό παρουσιάζει μία ελεύθερη επιφάνεια, η ροή ελέγχεται από τις ίδιες μαθηματικές αρχές με εκείνες οι οποίες διέπουν την κίνηση του ρευστού εντός ενός πλήρη ανοικτού αγωγού. Υπάρχουν όμως, ειδικά χαρακτηριστικά μεγέθη τα οποία προκύπτουν από τη σύγκλιση των ορίων προς την κορυφή. Για κλειστούς αγωγούς κυκλικής διατομής, βλέπε Σχήμα 8.1, το εμβαδόν της επιφάνειας της υγρής διατομής του ρευστού είναι,

$$A = r^2\theta - 2\left(\frac{r}{2}\eta\mu\theta \cdot r\sigma\nu\theta\right) \quad (8.1)$$

$$\dot{\eta} \\ A = r^2\left(\theta - \frac{1}{2}\eta\mu2\theta\right) \quad (8.2)$$

όπου η γωνία  $\theta$  (rad), ενώ η υγρή περίμετρος  $P$  είναι,

$$P = 2r\theta \quad (8.3)$$



**Σχήμα 8.1** Ροή εντός κλειστών αγωγών κυκλικής διατομής με μερική πλήρωση

Από την εξίσωση Manning μπορεί να υπολογισθεί η μέση ταχύτης  $u$ ,

$$u = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} \quad (8.4)$$

επομένως,

$$u = \frac{1}{n} \left( \frac{r^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\theta \right)}{2r\theta} \right)^{2/3} S_o^{1/2} \quad (8.5)$$

και κατόπιν επειδή η παροχή, είναι

$$Q = uA \quad (8.6)$$

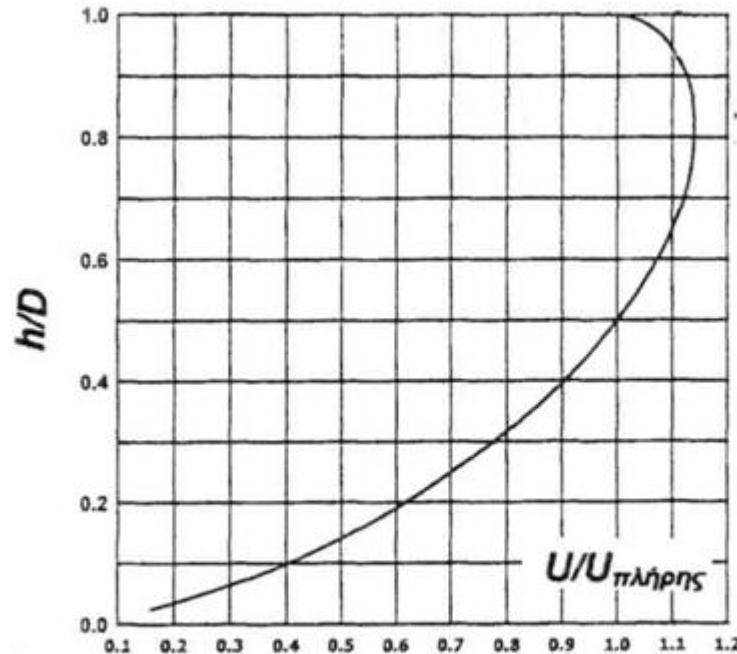
είναι,

$$Q = \frac{1}{n} \left( \frac{r^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\theta \right)}{2r\theta} \right)^{2/3} S_o^{1/2} r^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\theta \right) \quad (8.7)$$

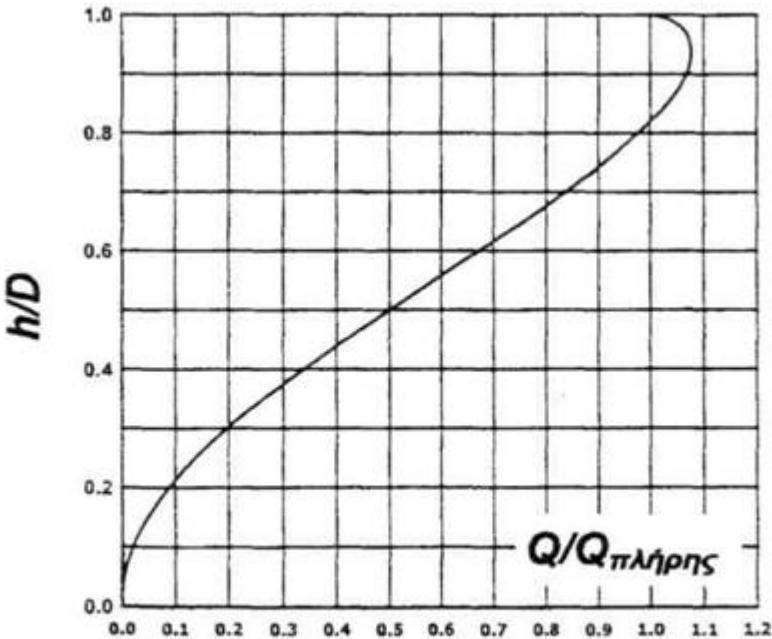
Έτσι, για κάθε μία τιμή του  $\theta$  για δεδομένο κλειστό αγωγό, με δεδομένη κλίση  $S_o$ , είναι δυνατόν να υπολογισθεί η παροχή  $Q$ . Στο Σχήμα 8.2 απεικονίζεται η μεταβολή της ταχύτητας  $u$  με το βάθος ροής  $h$ . Οι τιμές της ταχύτητας αλλά και του βάθους έχουν εκφρασθεί ως ποσοστά των τιμών όταν ο αγωγός είναι πλήρης με υγρό. Στο Σχήμα 8.3 φαίνεται η μεταβολή της παροχής  $Q$  με το βάθος ροής  $h$ .

Για να ληφθεί η μέγιστη δυνατή παροχή η κατά Manning εξίσωση δηλώνει ότι ο όρος  $AR^{2/3}$ , η **αγωγιμότητα** δηλαδή, πρέπει να είναι ο μέγιστος. Επιλύοντας λοιπόν την εξίσωση (8.7) ως προς  $\theta$ ,

θέτοντας το κλάσμα ίσο με το μηδέν και λύνοντας ως προς  $\theta$  λαμβάνεται ότι  $\theta = 151.2^\circ$  το οποίο αντιστοιχεί σε  $h/d = 0.938$



**Σχήμα 8.2** Μεταβολή της μέσης ταχύτητος με το βάθος ροής εντός κλειστών αγωγών κυκλικής διατομής



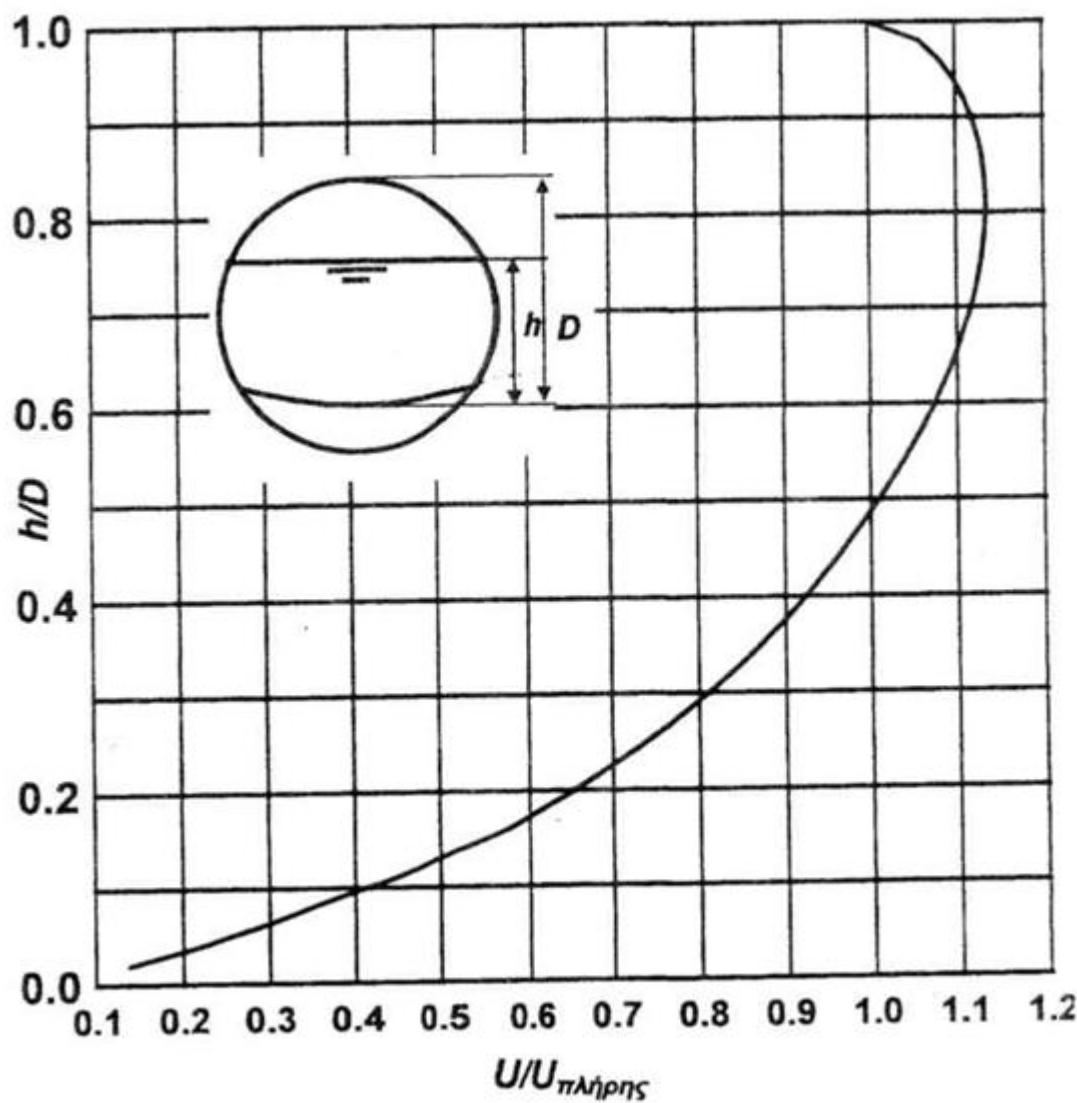
**Σχήμα 8.3** Μεταβολή της παροχής (βαθμός πληρώσεως) με το βάθος ροής εντός κλειστών αγωγών κυκλικής διατομής

Αυτή λοιπόν είναι η συνθήκη για να υπάρξει η μέγιστη παροχή της ροής. Επίλυση της εξισώσεως (8.5) ως προς  $\theta$  και εξισώνοντας τη σχέση που προκύπτει με το μηδέν, δίνει ότι η μέγιστη των ταχυτήτων εμφανίζεται στην θέση  $h/d = 0.810$ .

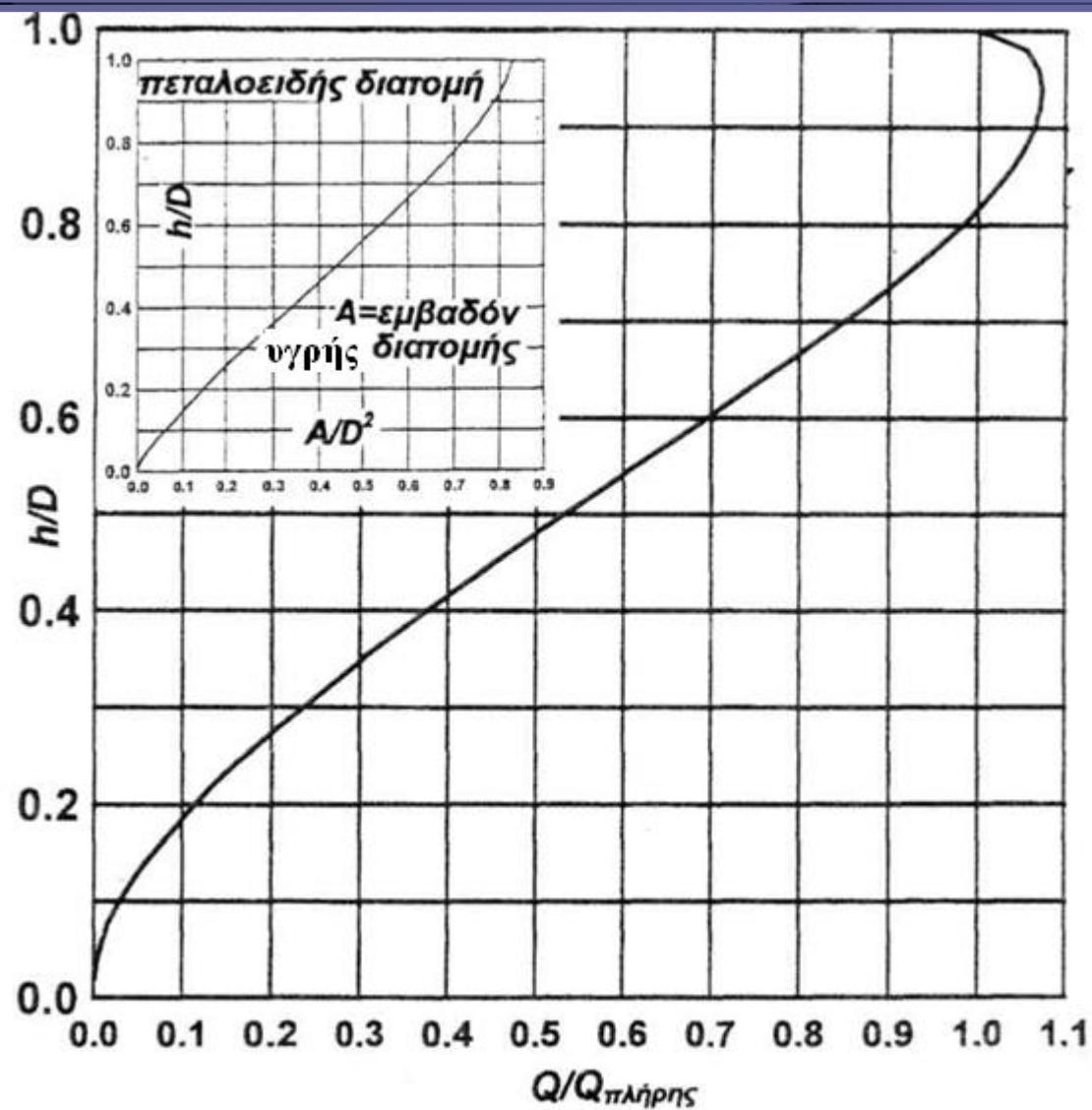
Ο πλέον απλός αλλά και αποτελεσματικός τρόπος για να λυθούν τα προβλήματα εντός κλειστών αγωγών με μερική πλήρωση είναι να υπολογισθεί η ταχύτητα και η παροχή για πλήρη πλήρωση και να γίνει μία προσαρμογή για μερική πλήρωση χρησιμοποιώντας ένα διαθέσιμο υδραυλικό πίνακα. Όλα τα παραπάνω βασίζονται στη παραδοχή ότι η τιμή του συντελεστή τραχύτητας κατά Manning η παραμένει ανεξάρτητη του βάθους ροής. Στην πραγματικότητα ο η μπορεί να αυξηθεί μέχρι και 25.0 % καθώς το βάθος της ροής μειώνεται από την τιμή του πλήρη βάθους  $d$  προς το  $d/4$  και έτσι τα βάθη για την μέγιστη ταχύτητα και παροχή υποεκτιμώνται ελαφρώς με την προηγούμενη αναφερθείσα απλή ανάλυση.

## 8.2 Άλλες διατομές κλειστών αγωγών

Ο κλειστός αγωγός της κυκλικής διατομής πολλές φορές τροποποιείται στην πράξη. Παράδειγμα, όταν αναμένονται μεγάλες διαφοροποιήσεις στην παροχή του ρευστού τότε αντί της κυκλικής διατομής κλειστού αγωγού χρησιμοποιούνται πεταλοειδείς, στοματοειδείς κ.ά. διατομές. Έτσι, στην περίπτωση κατά την οποία ο αγωγός τυγχάνει να παροχετεύει μικρή παροχή δημιουργείται μία ταχύτητα πλησίον του πυθμένα αρκετά μεγάλη ώστε να αποτρέπεται η εναπόθεση υλών στον πυθμένα. Βεβαίως, σε αντίθετη περίπτωση πολύ μεγάλη ταχύτητα εντός του αγωγού είναι ανεπιθύμητη διότι πιθανόν να δημιουργήσει φθορές στο υλικό επικαλύψεως του αγωγού. Στο Σχήμα 8.4 απεικονίζεται η μεταβολή της ταχύτητας  $u$  με το βάθους ροής  $h$  για πεταλοειδείς διατομές κλειστών αγωγών. Οι τιμές της ταχύτητας αλλά και του βάθους έχουν εκφρασθεί ως ποσοστά των τιμών όταν ο αγωγός είναι πλήρης με υγρό. Στο Σχήμα 8.5 φαίνεται η μεταβολή της παροχής  $Q$  με το βάθους ροής  $h$ .



**Σχήμα 8.4** Μεταβολή της μέσης ταχύτητος με το βάθος ροής σε κλειστούς αγωγούς πεταλοειδούς διατομής



**Σχήμα 8.5** Μεταβολή της παροχής (βαθμός πληρώσεως) με το βάθος ροής εντός κλειστών αγωγών πεταλοειδούς διατομής