Πολυτεχνική Σχολή
Τομέας Υδραυλικών Έργων
Εργαστήριο Υδρολογίας και Υδραυλικών Έργων

Τεχνική Υδρολογία

Κεφάλαιο 7ο : Διόδευση πλημμυρών

Φώτιος Π. ΜΑΡΗΣ
Καθηγητής

ΓΕΝΙΚΑ

Ένα από τα συνηθέστερα προβλήματα στην επιστήμη της υδρολογίας είναι ο χωροχρονικός προσδιορισμός του πλημμυρικού κύματος, καθώς αυτό μετακινείται μέσα σε τμήμα ποταμού ή σε ταμιευτήρα.

Το πρόβλημα αυτό επιλύεται με τεχνικές διόδευσης πλημμύρας

Στην περίπτωση της διόδευσης σε τμήμα ποταμού, είναι συνήθως γνωστό το υδρογράφημα σε ένα σημείο του υδατορεύματος και αναζητείται το υδρογράφημα σε μία θέση που βρίσκεται στα κατάντη. Το γνωστό υδρογράφημα ονομάζεται και **υδρογράφημα εισόδου** (γιατί περιγράφει την είσοδο του νερού σε ένα συγκεκριμένο τμήμα υδατορεύματος) και το ζητούμενο υδρογράφημα ονομάζεται **υδρογράφημα εξόδου**.

Το πρόβλημα της διόδευσης μέσα από ταμιευτήρα είναι ανάλογο με αυτό της διόδευσης σε ποταμό, με τη διαφορά ότι η παροχή στην έξοδο πραγματοποιείται μέσα από τον υπερχειλιστή και συνδέεται μονοσήμαντα με τη στάθμη. Η μέγιστη στάθμη που παρατηρείται στον υπερχειλιστή υπεισέρχεται στη διαστασιολόγηση και το σχεδιασμό του φράγματος.

Έστω ότι ζητείται η μετατόπιση του πλημμυρογραφήματος από τη θέση *A* στη θέση *B* στα κατάντη ενός ποταμού. Είναι, δηλαδή, γνωστό το ολικό πλημμυρογράφημα στη θέση *A*, $Q_A(t)$, που προκλήθηκε από μία καταιγίδα, και ζητείται το αντίστοιχο πλημμυρογράφημα στη θέση *B*, $Q_B(t)$. Με την παραδοχή ότι η πλευρική εισροή στο τμήμα *A-B*, δηλαδή η απορροή της ενδιάμεσης λεκάνης είναι αμελητέα, το πλημμυρογράφημα $Q_B(t)$ σε σχέση με το $Q_A(t)$ παρουσιάζει τις ακόλουθες ιδιότητες:

1. Μικρότερη πλημμυρική αιχμή
2. Μεγαλύτερη διάρκεια
3. Μεγαλύτερη χρονική υστέρηση
4. Ίδιο πλημμυρικό όγκο

$$\max Q_A(t) > \max Q_B(t) \qquad (7.1)$$

$$T_B(A) < T_B(B) \qquad (7.2)$$

$$\max Q_A \leftarrow t_A < t_B \rightarrow \max Q_B \qquad (7.3)$$

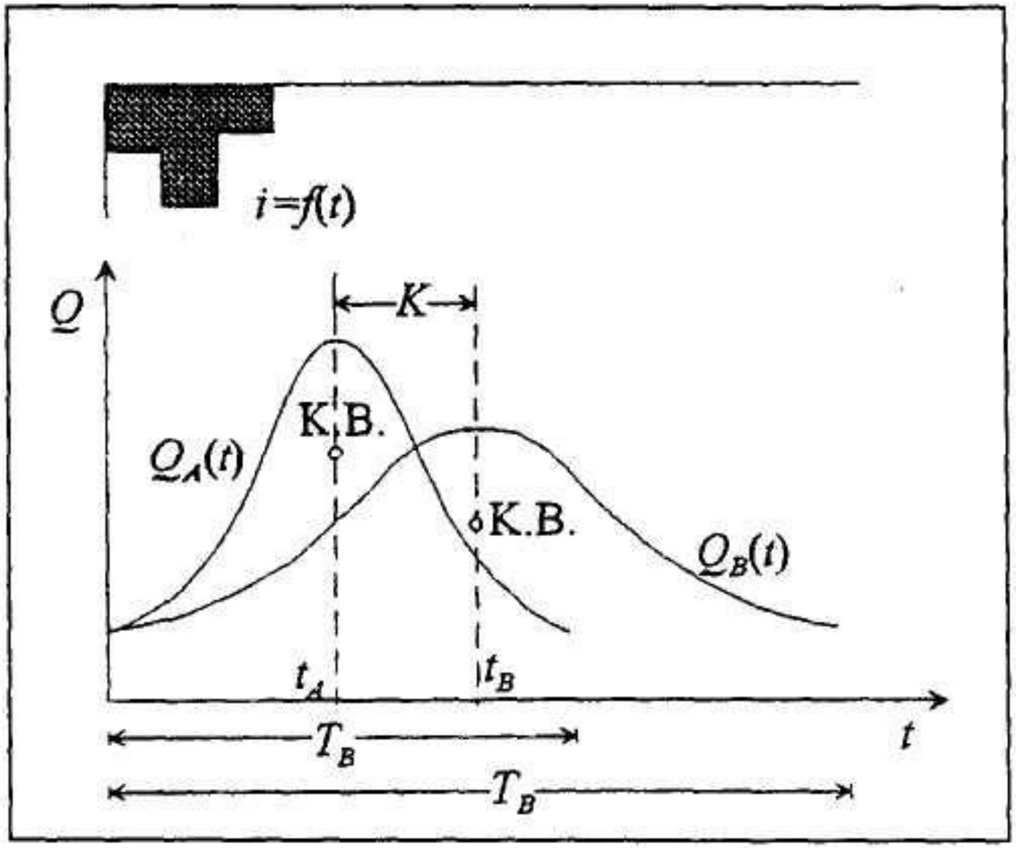
$$V_A = \int Q_A dt = \int Q_B dt = V_B \qquad (7.4)$$

Οι ιδιότητες αυτές, που μπορούν να παρατηρηθούν και στο Σχήμα 7.1, οφείλονται στην αποθηκευτικότητα των φυσικών υδατορευμάτων και στις τριβές που αναπτύσσονται.

Αν τα υδατορεύματα δεν είχαν αποθηκευτικότητα, η διαταραχή στην είσοδο του τμήματος υδατορεύματος θα μεταφερόταν ανεπηρέαστη στην έξοδο του τμήματος, με μια χρονική υστέρηση, όπως γίνεται στους πρισματικούς ανοιχτούς αγωγούς.

Αυτή η εξασθένιση της πλημμυρικής αιχμής, δρα ανακουφιστικά ως προς την αποτροπή καταστροφών από πλημμύρες.

Αντίστοιχα, η σταδιακή εκτόνωση της πλημμύρας μέσα από τον υπερχειλιστή κατά τη διόδευση της πλημμύρας στον ταμιευτήρα, δρα υπέρ της ασφαλείας και συμβάλλει στη δημιουργία οικονομικότερων κατασκευών αποταμίευσης του νερού.



Σχήμα 7.1 *Πλημμυρογραφήματα εισόδου Q_A (t) και εξόδου Q_B (t).*

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Μέθοδοι επίλυσης
του γενικού προβλήματος
της διόδευσης

- Υδραυλικές μέθοδοι
- Υδρολογικές μέθοδοι

Υδραυλικές Μέθοδοι

Οι **υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης χρησιμοποιούν τις εξισώσεις ασταθούς ροής σε ανοικτούς αγωγούς (εξισώσεις Saint Venant). Η επίδραση της αποθήκευσης του ποταμού πάνω στο κύμα περιγράφεται με την εξίσωση συνέχειας και η επίδραση των ανωμαλιών και της τραχύτητας της κοίτης με την εξίσωση των ροπών (Chow, 1959, Henderson, 1966).** Οι εξισώσεις αυτές, στην περίπτωση διόδευσης του πλημμυρικού κύματος σε τμήμα υδατορεύματος με υδραυλικό βάθος *D*, πλευρική εισροή q_0, κλίση πυθμένα *50* και κλίση γραμμής ενέργειας S_f λαμβάνουν τη μορφή:

$$V\frac{\partial y}{\partial x} + D\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = q_0$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x} = S_0 - S_f \qquad (7.5)$$

όπου:

χ, t οι ανεξάρτητες μεταβλητές που εκφράζουν την απόσταση και το χρόνο και *y(x,t), V(x,t)* οι εξαρτημένες μεταβλητές που εκφράζουν το βάθος ροής και την ταχύτητα, αντίστοιχα (Μιμίκου, 1990)

Υδρολογικές Μέθοδοι

Η υδρολογική διόδευση ενέχει τις εξισώσεις συνέχειας σε γραμμική ή μη γραμμική μορφή και τις εξισώσεις ποσότητας κίνησης ως σχέσεις ανάμεσα στην αποθηκευτικότητα και την παροχή ή στάθμη σε τμήμα ποταμού ή σε ταμιευτήρα. Στην περίπτωση της διόδευσης σε ταμιευτήρα υπεισέρχεται ακόμα μια σχέση που συνδέει την παροχή εξόδου με τη στάθμη στον υπερχειλιστή. Πρόκειται γενικά για απλούστερες εξισώσεις σε σχέση με τις υδραυλικές, στις οποίες γίνονται αρκετές παραδοχές ως προς την περιγραφή των φαινομένων διόδευσης.

Συγκριτικά, οι υδραυλικές μέθοδοι συνήθως επιτυγχάνουν μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με τις υδρολογικές, απαιτούν, όμως, πολλά και αξιόπιστα δεδομένα και έχουν μεγάλο υπολογιστικό φόρτο. Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται μόνο οι υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης, για την περίπτωση υδατορεύματος και ταμιευτήρα.

ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΗ ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΣΕ ΠΟΤΑΜΙ

Όλες οι μέθοδοι διόδευσης σε ποτάμι, από μία θέση *A* ανάντη σε μία άλλη θέση κατάντη *B,* βασίζονται στην απλοποιημένη από τον ***McCarthy*** (1938) μορφή της εξίσωσης της συνέχειας:

$$I - Q = dS / dt \qquad (7.6)$$

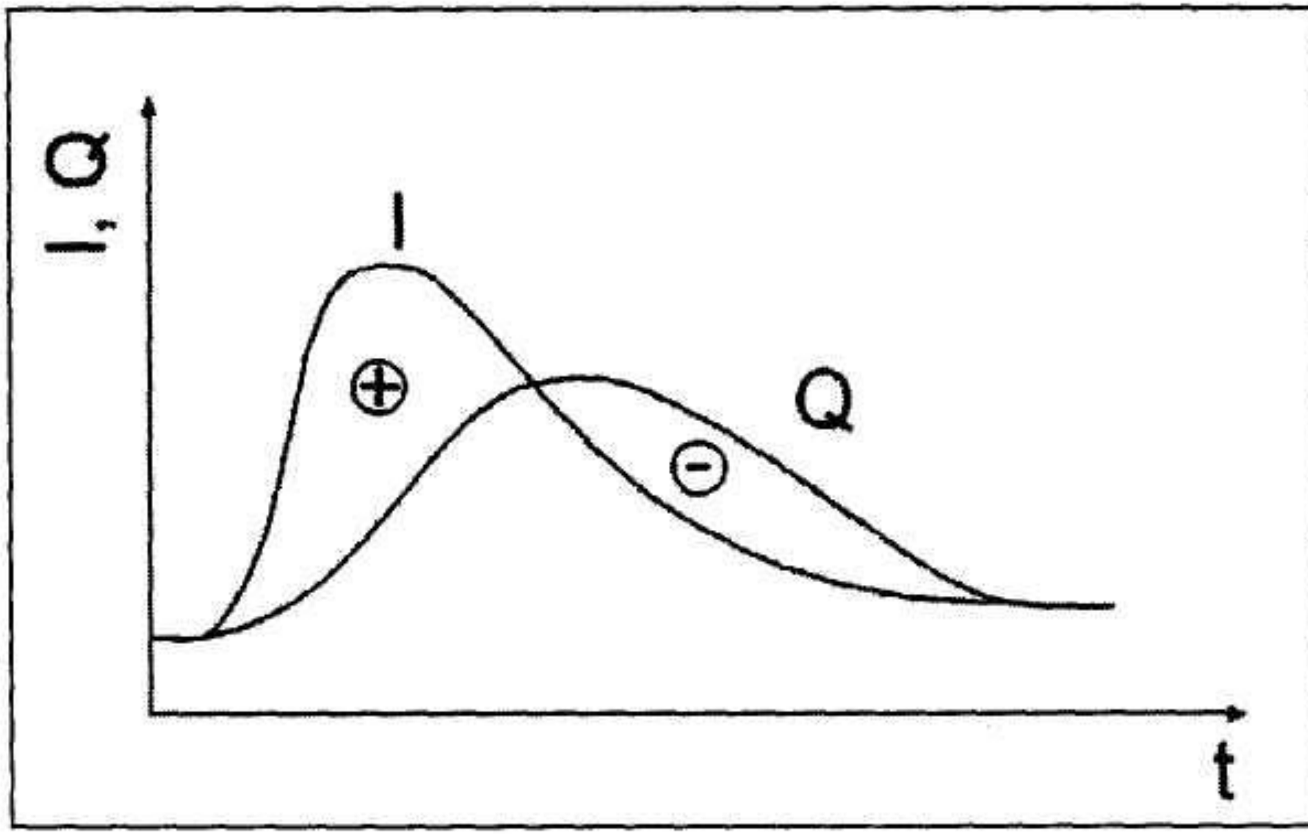
όπου:

- I : η εισροή στο τμήμα του ποταμού A-B,
- *Q* : η εκροή από το τμήμα του ποταμού και
- d_S/d_t : η μεταβολή της αποθηκευτικότητας στο τμήμα του ποταμού.

Η εξίσωση συνδέει την εισροή και την εκροή στο υπό εξέταση τμήμα του ποταμού, με τη μεταβολή της αποθηκευτικότητας.

Όταν η εισροή είναι μεγαλύτερη από την εκροή, όπως συμβαίνει κατά τις πρώτες χρονικές στιγμές της πλημμύρας, η μεταβολή της αποθηκευτικότητας είναι θετική, που σημαίνει ότι η αποθηκευτικότητα του τμήματος του ποταμού αυξάνει.

Από κάποια χρονική στιγμή και μετά η εκροή του τμήματος γίνεται μεγαλύτερη από την εισροή, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 7.2. Τότε η μεταβολή της αποθηκευτικότητας είναι αρνητική, που σημαίνει ότι πραγματοποιείται αποφόρτιση του υδατορεύματος.

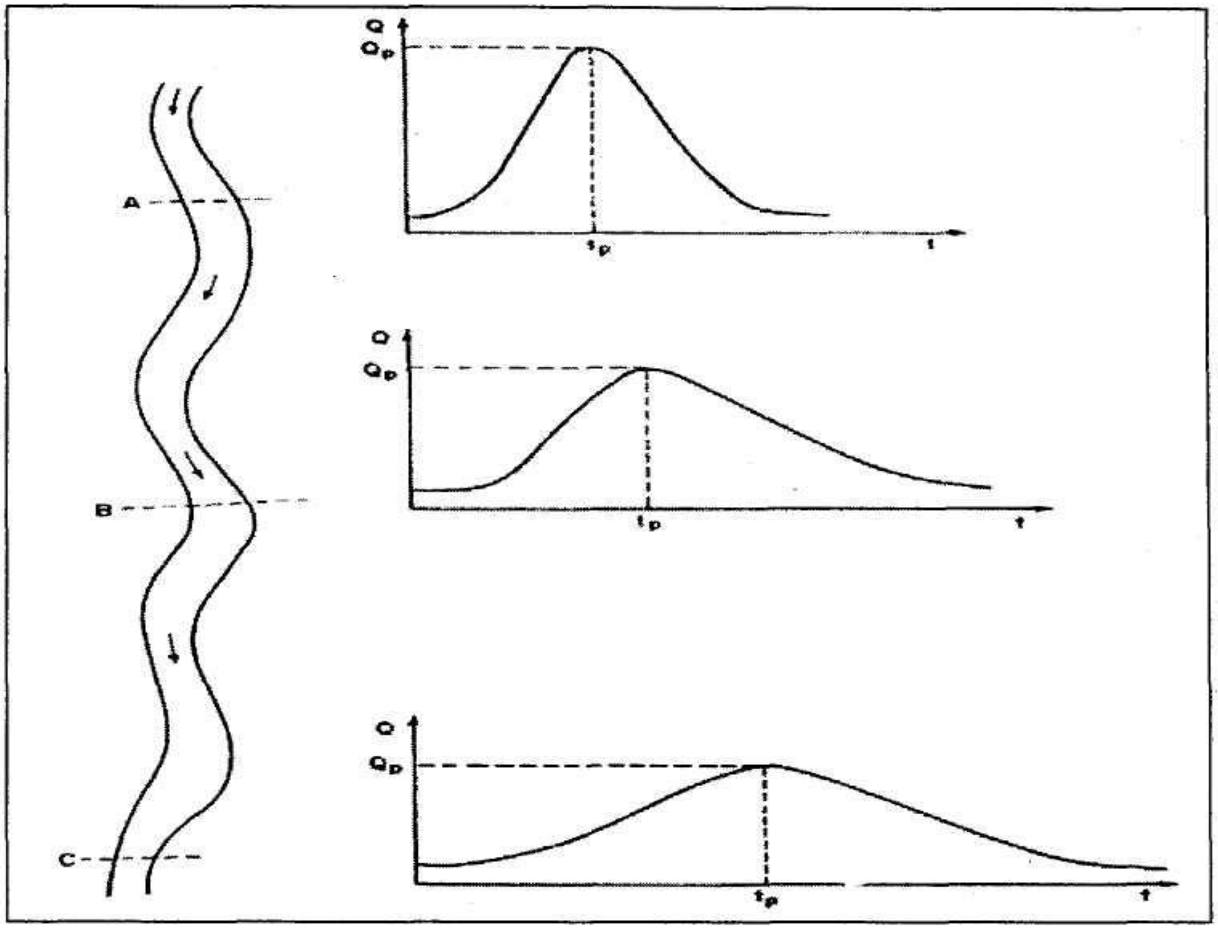


Σχήμα 7.2 *Μεταβολή ισοζυγίου εισροής και εκροής με το χρόνο.*

Η αιχμή του πλημμυρογραφήματος εισροής είναι πάντα μεγαλύτερη από την αιχμή του πλημμυρογραφήματος εκροής, όταν δεν υπάρχει πλευρική εισροή.

Αυτή η μείωση της αιχμής, αντισταθμίζεται από την αύξηση της χρονικής διάρκειας του πλημμυρογραφήματος, ώστε ο συνολικός όγκος κάτω από τις καμπύλες εισροής και εκροής να είναι ίσος (με την προϋπόθεση φυσικά ότι δεν υπάρχουν απώλειες).

Τα συμπεράσματα αυτά μπορούν να παρατηρηθούν και στο Σχήμα 7.3, όπου παριστάνεται η διόδευση ενός πλημμυρικού κύματος ανάμεσα σε τρεις διαφορετικές θέσεις του υδατορεύματος



Σχήμα 7.3 *Το πλημμυρογράφημα στη θέση A, B και C όταν η πλευρική εισροή είναι μηδενική.*

Οι γενικές σχέσεις που συνδέουν την αποθήκευση *S* στο τμήμα *A*-*B* και την παροχή *Q*, με τη στάθμη του νερού στο υδατόρευμα είναι:

$$S = b(H - H_o)^m \qquad (7.7)$$

$$Q = a(H - H_o)^n \qquad (7.8)$$

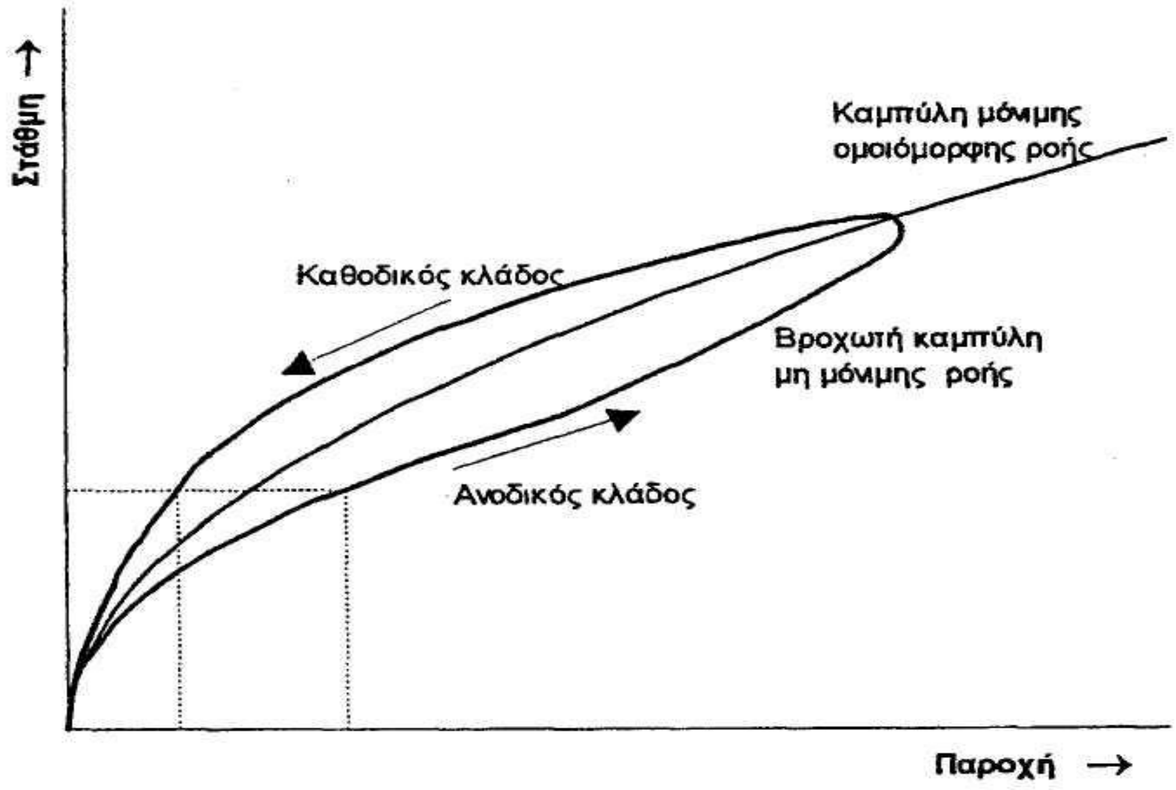
Όπου:

- *a*, *b*, *m* και *n* είναι σταθερές που προκύπτουν από γραμμική παλινδρόμηση,
- *H* η στάθμη στο ποτάμι και
- H_o η στάθμη όταν η αποθηκευτικότητα ή η παροχή αντίστοιχα είναι μηδενική.

Η εξίσωση 7.8 προϋποθέτει ότι η σχέση στάθμης-παροχής ορίζεται κατά μοναδικό τρόπο, που ισχύει μόνο σε συνθήκες μόνιμης και ομοιόμορφης ροής.

Στην πράξη, ο ανοδικός και καθοδικός κλάδος της πλημμύρας σχηματίζουν βρόχο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.4.

Ανάλογη είναι και η μορφή της εξίσωσης 7.7 και κατά συνέπεια και η εξίσωση που συνδέει την αποθηκευτικότητα *S* με την παροχή *Q*.



Σχήμα 7.4 *Σχέση ανάμεσα στη στάθμη και την παροχή.*

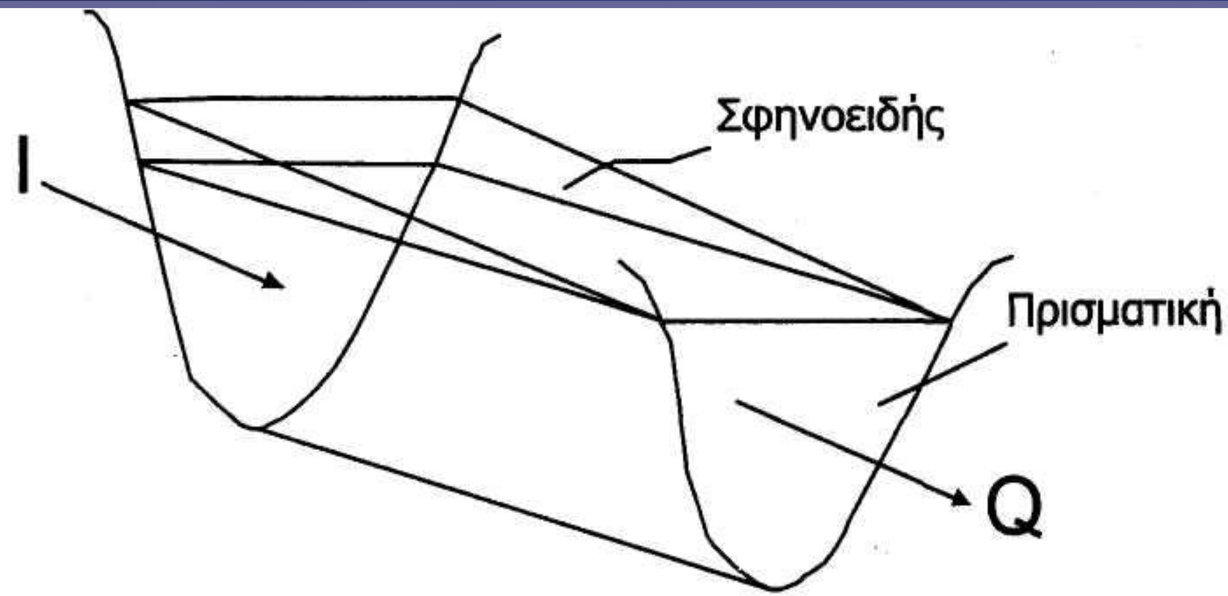
Οι υδρολογικές μέθοδοι συσχετίζουν την αποθηκευτικότητα με την παροχή εισόδου και εξόδου με μια γενικότερη σχέση της μορφής:

$$S = \frac{b}{a}\left[xI^{m/n} + (1-x)Q^{m/n}\right] \quad (7.9)$$

όπου οι συντελεστές *b, a, m, n* είναι αυτοί που περιγράφονται στις εξισώσεις 7.7 και 7.8. Έχουν γίνει πολλές εκτιμήσεις για την τιμή αυτών των συντελεστών, οι απλούστερες από τις οποίες θεωρούν γραμμική συσχέτιση μεταξύ της αποθηκευτικότητας και της εισροής και εκροής.

Η εξίσωση 7.9 κάνει την παραδοχή ότι η αποθηκευτικότητα εξαρτάται συγχρόνως από την εισροή και την εκροή και στηρίζεται στο διαχωρισμό της αποθηκευτικότητας του τμήματος ποταμού σε πρισματική και σφηνοειδή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.5.

Η πρισματική αποθηκευτικότητα θεωρείται συνάρτηση της εκροής, ενώ η σφηνοειδής οφείλεται στη διαφορά εισροής και εκροής και είναι συνάρτηση αυτής της διαφοράς.



Σχήμα 7.5 *Διαχωρισμός αποθηκευτικότητας υδατορεύματος σε πρισματική και σφηνοειδή.*

Μέθοδος Muskingum

Η μέθοδος Muskingum είναι μια απλή υδρολογική μέθοδος για τον υπολογισμό της διόδευσης πλημμυρογραφήματος σε τμήμα υδατορεύματος. Συνδυάζει την εξίσωση της συνέχειας με μια εξίσωση υπολογισμού της αποθήκευσης που στηρίζεται στο διαχωρισμό της αποθηκευτικότητας σε πρισματική και σφηνοειδή, για την εξαγωγή μιας αναδρομικής σχέσης, υπολογισμού της εκροής.

Σύμφωνα με τη μέθοδο Muskingum η συνολική αποθήκευση του υδατορεύματος μπορεί να θεωρηθεί ίση με το άθροισμα της πρισματικής αποθήκευσης και της σφηνοειδούς αποθήκευσης, που σύμφωνα με τον McCarthy (1938), μπορεί να απλοποιηθεί στην ακόλουθη γραμμική εξίσωση:

$$S_{ολ} = S_{πρισμ} + S_{σφην} = \mathrm{K}Q + Kx(I - Q) = K[xI + (1 - x)Q] \quad (7.10)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας στο τμήμα του υδατορεύματος με τη μορφή πεπερασμένων διαφορών προκύπτει:

$$\bar{I} - \bar{Q} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta S = (\bar{I} - \bar{Q})\Delta t \qquad (7.11)$$

$$S_{j+1} - S_j = \frac{I_{j+1} + I_j}{2}\Delta t - \frac{Q_{j+1} + Q_j}{2}\Delta t \qquad (7.12)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (7.10) η διαφορά S_{j+1} S_j γράφεται:

$$S_{j+1} - S_j = K\left\{ \left(xI_{j+1} + (1-x)Q_{j+1}\right) - \left(xI_j + (1-x)Q_j\right) \right\} \qquad (7.13)$$

και τέλος, εξισώνοντας τις (7.12) και (7.13) λαμβάνεται:

$$K\left\{ \left(xI_{j+1} + (1-x)Q_{j+1}\right) - \left(xI_j + (1-x)Q_j\right) \right\} = \frac{I_{j+1} + I_j}{2}\Delta t - \frac{Q_{j+1} + Q_j}{2}\Delta t \qquad (7.14)$$

Η τελευταία, αν λυθεί ως προς *K*, δίνει:

$$K = \frac{0.5\Delta t\left[(I_{j+1} + I_j) - (Q_{j+1} + Q_j)\right]}{\left(xI_{j+1} + (1-x)Q_{j+1}\right) - \left(xI_j + (1-x)Q_j\right)} \Rightarrow$$

$$K = \frac{0.5\Delta t\left[(I_{j+1} + I_j) - (Q_{j+1} + Q_j)\right]}{x\left(I_{j+1} - I_j\right) + (1-x)\left(Q_{j+1} - Q_j\right)} \qquad (7.15)$$

ενώ αν λυθεί ως προς Q_{j+1} λαμβάνεται η γενική μορφή της εξίσωσης Muskingum:

$$Q_{j+1} = C_0 I_{j+1} + C_1 I_j + C_2 Q_j \qquad (7.16)$$

όπου οι συντελεστές C_O, Q_1 και C_2 δίνονται από τις σχέσεις:

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \qquad (7.17)$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \qquad (7.18)$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} \qquad (7.19)$$

Η εξίσωση Muskingum είναι μια αναδρομική σχέση που συνδέει την παροχή εξόδου μιας χρονικής στιγμής *j+1,* με την παροχή εξόδου την προηγούμενη χρονική στιγμή *j* και τις παροχές εισόδου τις χρονικές στιγμές *j, j+1.* Συνεπώς, όταν επιλύεται ένα πρόβλημα διόδευσης με μορφή πίνακα, η επίλυση γίνεται ανά γραμμή.

Οι δε συντελεστές C_0, Q_1 και C_2, λειτουργούν ουσιαστικά ως συντελεστές βαρύτητας και αθροίζονται στη μονάδα.

Η παράμετρος *K* εκφράζει το χρόνο που χρειάζεται το πλημμυρικό κύμα για να διανύσει το συγκεκριμένο τμήμα του ποταμού και είναι περίπου ίση με τη χρονική απόσταση των αιχμών των πλημμυρογραφημάτων εισόδου και εξόδου.

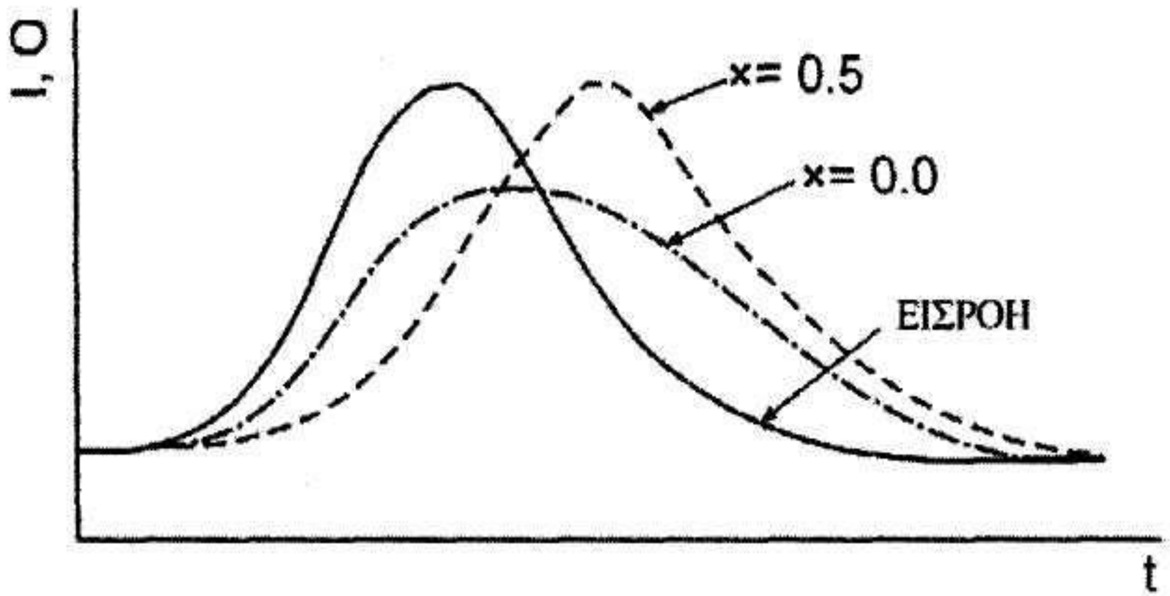
Η παράμετρος *χ* είναι αδιάστατο μέγεθος και εκφράζει την εξασθένιση του πλημμυρικού κύματος. Λαμβάνει τιμές από 0 έως 0.5, με τις μεγάλες τιμές να αντιστοιχούν σε μικρή εξασθένιση και συνεπώς παραπλήσιες παροχές αιχμής στα πλημμυρογραφήματα εισόδου και εξόδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.6.

Εκφράζει επίσης τη συμμετοχή της εισροής και της εκροής στην αποθηκευτικότητα του τμήματος του υδατορεύματος, όπως φάνηκε στην εξίσωση (7.10).

Όταν οι στάθμες σε ένα τμήμα ποταμού καθορίζονται αποκλειστικά από την παροχή στο κατάντη άκρο, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση ενός υπερχειλιστή ή ταμιευτήρα, η τιμή του συντελεστή *χ* είναι ίση με το 0.

Όταν όμως, η απορροή στα ανάντη συμμετέχει στον καθορισμό του προφίλ της υδάτινης επιφάνειας, σχηματίζοντας τη σφηνοειδή αποθήκευση, η τιμή του *χ* αυξάνεται και φτάνει το 0.50 σε ομοιόμορφους αγωγούς, όπου η εισροή και η εκροή συμμετέχουν εξίσου.

Στο Σχήμα 7.6 φαίνεται το διοδευμένο πλημμυρογράφημα για χαρακτηριστικές τιμές της παραμέτρου *χ.* Ευστάθεια της αριθμητικής μεθόδου Muskingum επιτυγχάνεται εάν η τιμή του βήματος Δt κυμαίνεται ανάμεσα στο $2K\chi$ και $2K(1-\chi)$.



Σχήμα 7.6 *Διοδευμένα πλημμυρογραφήματα για χαρακτηριστικές τιμές του X.*

Εάν τα πλημμυρογραφήματα εισόδου και εξόδου στο τμήμα του ποταμού δεν είναι διαθέσιμα, τότε η μέση ταχύτητα του πλημμυρικού κύματος για διάφορα σχήματα του ποταμού μπορεί να εκτιμηθεί ως συνάρτηση της μέσης ταχύτητας *V* για μία αντιπροσωπευτική τιμή παροχής *Q*. Η ταχύτητα του κύματος για μόνιμη και ομοιόμορφη ροή μπορεί να εκτιμηθεί με χρήση της εξίσωσης Manning ή Chezy. Οι ταχύτητες του πλημμυρικού κύματος για διάφορα σχήματα του ποταμού δίνονται στον Πίνακα 7.1

***Πίνακας 7.1** Οι ταχύτητες του πλημμυρικού κύματος για διάφορα σχήματα του ποταμού.*

Σχήμα ποταμού	Manning	Chezy
Πλατύ Ορθογώνιο	5/3 V	3/2 V
Τριγωνικό	4/3 V	5/4 V
Πλατύ Παραβολικό	11/9 V	7/6 V

Τα **δυο βασικά προβλήματα** που εξετάζονται με τη μέθοδο **Muskingum** είναι:

1. Δίνονται το πλημμυρογράφημα εισόδου και οι συντελεστές *K* και *χ* και ζητείται το πλημμυρογράφημα εξόδου (γνωστό ως ευθύ πρόβλημα στη διόδευση σε ποτάμι).

2. Δίνονται τα πλημμυρογραφήματα εισόδου και εξόδου και ζητούνται οι συντελεστές *K* και *χ* (γνωστό ως αντίστροφο πρόβλημα στη διόδευση σε ποτάμι)

Ευθύ πρόβλημα: Διόδευση πλημμυρογραφήματος

Για την επίλυση του ευθέως προβλήματος υπολογίζονται αρχικά οι συντελεστές Muskingum C_0, C_1 και C_2 αντικαθιστώντας στις εξισώσεις (7.17) έως (7.19) τις τιμές των *K, Δt* και χ.

Στη συνεχεία γίνεται χρήση της εξίσωσης Muskingum, η οποία έχει αναδρομική εφαρμογή. Οι εισροές I_{j-1} και I^j είναι γνωστές για κάθε χρονική στιγμή και η διόδευση πραγματοποιείται για διαδοχικά χρονικά βήματα, χρησιμοποιώντας το υπολογισμένο Q_{j+1} ως Q_j για το επόμενο χρονικό βήμα.

Το ευθύ πρόβλημα επιλύεται στο ακόλουθο παράδειγμα:

Αντίστροφο πρόβλημα: Εκτίμηση των παραμέτρων K και χ

Η επίλυση του αντίστροφου προβλήματος στηρίζεται στη γραμμική συσχέτιση των όρων S και *[xI+(1-x)Q]*, σύμφωνα με την εξίσωση:

$$S = K\left[xI + (1-x)Q\right] \qquad (7.20)$$

Η αποθηκευτικότητα S μπορεί να υπολογιστεί για κάθε χρονική στιγμή αναδρομικά, με βάση την προηγούμενη τιμή της αποθηκευτικότητας, χρησιμοποιώντας την εξίσωση συνέχειας με μορφή πεπερασμένων διαφορών:

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \Rightarrow S_{j+1} - S_j = \Delta t\left[\frac{I_j + I_{j+1}}{2} - \frac{Q_j + Q_{j+1}}{2}\right] \qquad (7.21)$$

Εάν τα πλημμυρογραφήματα εισροής και εκροής είναι γνωστά τότε η διαδικασία που ακολουθείται για την εκτίμηση των παραμέτρων *K* και *χ* είναι η εξής:

1. Υπολογισμός των μέσων τιμών εισροής $(I_{j+1}+I_j)/2$ και εκροής $(Q_{j+1}+Q_j)/2$ *για* κάθε χρονική στιγμή

2. Υπολογισμός της στιγμιαίας αποθηκευτικότητας S (αναδρομικά, με χρήση της εξίσωσης 7.20) και της ποσότητας $xI+(1-x)Q$

3. Γραφική απεικόνιση των στιγμιαίων τιμών της αποθηκευτικότητας S σε σχέση με την ποσότητα $xI+(1-x)Q$ *για* διάφορες τιμές του *χ*

4. Επιλογή του γραφήματος που περιγράφει τα δύο μεγέθη γραμμικά, δηλαδή έτσι ώστε τα σημεία $[xI+(1-x)Q, S]$ να διατάσσονται όσο το δυνατόν πλησιέστερα σε ευθεία.

5. Υπολογισμός της παραμέτρου *K* ως κλίσης αυτής της ευθείας, όταν η αποθηκευτικότητα S απεικονίζεται στον κατακόρυφο άξονα.

7.3.2 Μέθοδος MUSKINGUM CREST SEGMENT

Αρκετές φορές είναι επιθυμητό να διοδευτεί μέρος ή μία μόνο τιμή ενός πλημμυρογραφήματος στα κατάντη, δεν ενδιαφέρουν, δηλαδή, όλες οι τιμές της χρονοσειράς εκροής, αλλά μόνο ένα τμήμα αυτής της χρονοσειράς. Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση (7.16) για κάθε χρονική στιγμή n γράφεται ως εξής:

$$Q_n = C_0 I_n + C_1 I_{n-1} + C_2 Q_{n-1} \quad (7.23)$$

Για τη χρονική στιγμή *n-1,* η απορροή Q_{n-1} είναι η εξής:

$$Q_{n-1} = C_0 I_{n-1} + C_1 I_{n-2} + C_2 Q_{n-2} \quad (7.24)$$

Η αντικατάσταση των διαδοχικών Q_{n-1} , Q_{n-2}… οδηγεί στην εξίσωση:

$$Q_n = K_1 I_n + K_2 I_{n-1} + K_3 I_{n-2} + \ldots + K_n I_1 \quad (7.25)$$

$$K_1 = C_0$$

$$K_2 = C_0C_2+C_1$$

$$K_3 = K_2C_2$$

$$K_i = K_{i-1}C_2 \text{ για } i>2$$

Με την παραπάνω διαδικασία επιτρέπεται ο απευθείας υπολογισμός μιας οποιαδήποτε τιμής της παροχής εξόδου Q_n, ως συνάρτηση των παροχών εισόδου I χωρίς να προηγηθεί η αναδρομική διαδικασία της μεθόδου Muskingum. Αντίθετα, απαιτείται ο αναδρομικός υπολογισμός *n* όρων της σταθεράς *K*, που είναι μια απλούστερη διαδικασία.

7.3.3 Μέθοδος SCS CONVEX

Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε από τη SCS (Soil Conservation Service) και είναι παρόμοια της μεθόδου Muskingum και ευρέως διαδεδομένη. Η ανάλυση του Σχήματος 7.10 παρέχει τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο. Επειδή τα εμβαδά κάτω από τις δύο καμπύλες είναι ίσα και η αιχμή εκροής είναι μικρότερη από την αιχμή εισροής, οι καμπύλες διασταυρώνονται σε ένα σημείο Α. Έστω Q_1 και Q_2 δύο διαδοχικές τιμές της εκροής, που απέχουν χρονικά κατά Δt Σε κάθε χρονική στιγμή, η κατακόρυφη απόσταση των Q_1 και Q_2 μπορεί να θεωρηθεί ως κλάσμα της διαφοράς I_1-Q_1, δηλαδή:

$$Q_2=Q_1+C_t(I_1 - Q_1) \tag{7.26}$$

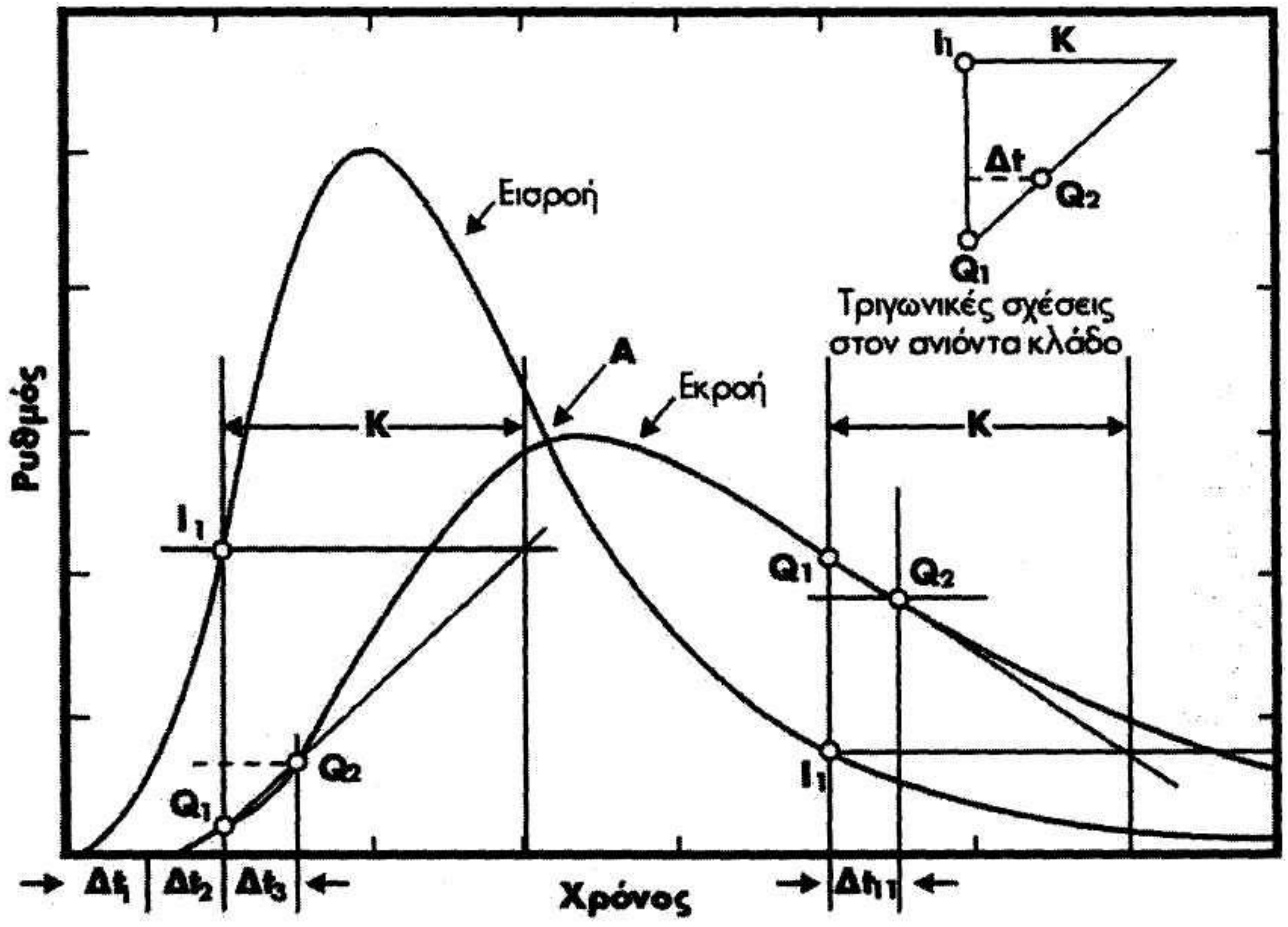
Η εξίσωση αυτή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη διόδευση του πλημμυρογραφήματος εισροής εάν ο συντελεστής *Q* ήταν δυνατόν να εκτιμηθεί. Από την εξίσωση (7.26) λαμβάνεται:

$$C_t = \frac{Q_2 - Q_1}{I_1 - Q_1} \qquad (7.27)$$

ενώ από την αναλογία των πλευρών των τριγώνων που εικονίζονται στο ένθετο σχήμα, προκύπτει:

$$\frac{\Delta_t}{K} = \frac{Q_2 - Q_1}{I_1 - Q_1} \qquad (7.28)$$

όπου *K* είναι ο χρόνος από το I_1 στη σύντμηση με την ευθεία που περνά από τα σημεία Q_1 και Q_2.



Σχήμα 7.10 *Γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην SCS μέθοδο διόδευσης.*

Όπως προκύπτει από τις τελευταίες δύο εξισώσεις, ο συντελεστής *Q* είναι συνάρτηση των *Δt* και *K.* Δηλαδή:

$$C_t = \frac{\Delta t}{K} \qquad (7.29)$$

Η μέθοδος αυτή ισχύει μόνο όταν ο συντελεστής C_t κυμαίνεται μεταξύ *0* και *1.* Αυτό μπορεί να εξασφαλιστεί με την επιλογή του βήματος *Δt* που συνήθως επιλέγεται να είναι μικρότερο ή ίσο του ενός πέμπτου του χρόνου ανόδου του πλημμυρογραφήματος εισροής.

Η παράμετρος *K* είναι σταθερή και μπορεί να προσεγγιστεί από την αντίστοιχη της μεθόδου Muskingum.

Ο συντελεστής *Q* είναι περίπου το διπλάσιο της παραμέτρου *χ* που παρουσιάζεται στη Muskingum.

Εκτίμηση της παραμέτρου *K* μπορεί να γίνει διαιρώντας το μήκος του τμήματος υδατορεύματος με την ταχύτητα κύματος.

Η εκτίμηση του συντελεστή C_t που προτείνεται από την SCS, όταν δεν υπάρχουν άλλες εκτιμήσεις είναι:

$$C_t = \frac{V}{V + 1.7} \qquad (7.30)$$

όπου V η ταχύτητα για σταθερή και αντιπροσωπευτική παροχή και *V+1.7* είναι η ταχύτητα ενός κινηματικού κύματος στο τμήμα του ποταμού (Viessman and Lewis, 1995).

Οι μονάδες στη σχέση (7.30) είναι σε πόδια ανά δευτερόλεπτο.

Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους διόδευσης, στη μέθοδο Convex SCS ο υπολογισμός της παροχής Q_2 είναι ανεξάρτητος από την ταυτόχρονη εισροή I_2.

Ως εκ τούτου, η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση πλημμυρικών παροχών σε χρονικές στιγμές που οι αντίστοιχες εισροές δεν είναι γνωστές. Αυτό παρέχει μια μέθοδο για έγκαιρη πρόγνωση και προστασία από τις πλημμύρες, αν χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με ηλεκτρονικά συστήματα προειδοποίησης, ώστε να εκτιμάται η επικείμενη πλημμύρα στα κατάντη, τουλάχιστον ένα χρονικό βήμα πριν αυτή πραγματοποιηθεί.

7.3.4 Μέθοδος MUSKINGUM - CUNGE

Ο Cunge έδειξε ότι με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών η μέθοδος Muskingum μετατρέπεται σε εξίσωση διάχυσης κύματος, ικανή να προβλέπει την εξασθένιση του πλημμυρικού κύματος. Δηλαδή:

$$\frac{dS}{dt} = \bar{I} - \bar{Q} \Rightarrow K \frac{d}{d_t}[x I + (1-x)Q] = \bar{I} - \bar{Q} \qquad (7.31)$$

Συμβολίζοντας την εισροή I με Q_i, και την εκροή Q με Q_{i+1} προκύπτει:

$$\frac{K}{\Delta t}[xQ_i^{t+1} + (1-x)Q_{i+1}^{t+1} - xQ_i^{t} - (1-x)Q_{i+1}^{t}] = \frac{1}{2}(Q_i^{t+1} - Q_{i+1}^{t+1} + Q_i^{t} - Q_{i+1}^{t}) \qquad (7.32)$$

Στην τελευταία σχέση ο δείκτης i εκφράζει τη θέση, ενώ με *t* συμβολίζεται η χρονική στιγμή. Με *Q* συμβολίζονται όλες οι απορροές, ανεξάρτητα από το αν είναι εισροές ή εκροές. Το μέγεθος $K=\Delta x/c$ είναι μια σταθερά αποθήκευσης που έχει μονάδες χρόνου. Η εξίσωση (7.32) είναι οι πεπερασμένες διαφορές της παρακάτω εξίσωσης που είναι γνωστή ως εξίσωση κινηματικού κύματος:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad (7.33)$$

όπου *c* η ταχύτητα του πλημμυρικού κύματος και Δx τμήματα απόστασης στο ποτάμι.

Επιλύνοντας την εξίσωση (7.32) ως προς την άγνωστη απορροή, προκύπτει η τελική μορφή της εξίσωσης Muskingum-Cunge:

$$Q_{i+1}^{t+1} = C_0 Q_i^{t+1} + C_1 Q_i^t + C_2 Q_{i+t}^t \qquad (7.34)$$

Όπου:

$$C_0 = \frac{\Delta t/K - 2X}{2(1-x) + \Delta t/K} \qquad (7.35)$$

$$C_1 = \frac{\Delta t/K + 2X}{2(1-x) + \Delta t/K} \qquad (7.36)$$

$$C_2 = \frac{2(1-x) - c\Delta t/\Delta x}{2(1-x) + \Delta t/K} \qquad (7.37)$$

οι συντελεστές C_0, C_1 και C_2 αθροίζονται στη μονάδα.

Η σταθερά *χ* έχει τη μορφή:

$$x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{q_0}{S_0 c \Delta x}\right) \qquad (7.38)$$

όπου: S_o = είναι η κλίση του πυθμένα και
q_o = είναι η ειδική απορροή

Η τιμή της ταχύτητας του πλημμυρικού κύματος *c* είναι:

$$c = m\,V \qquad (7.39)$$

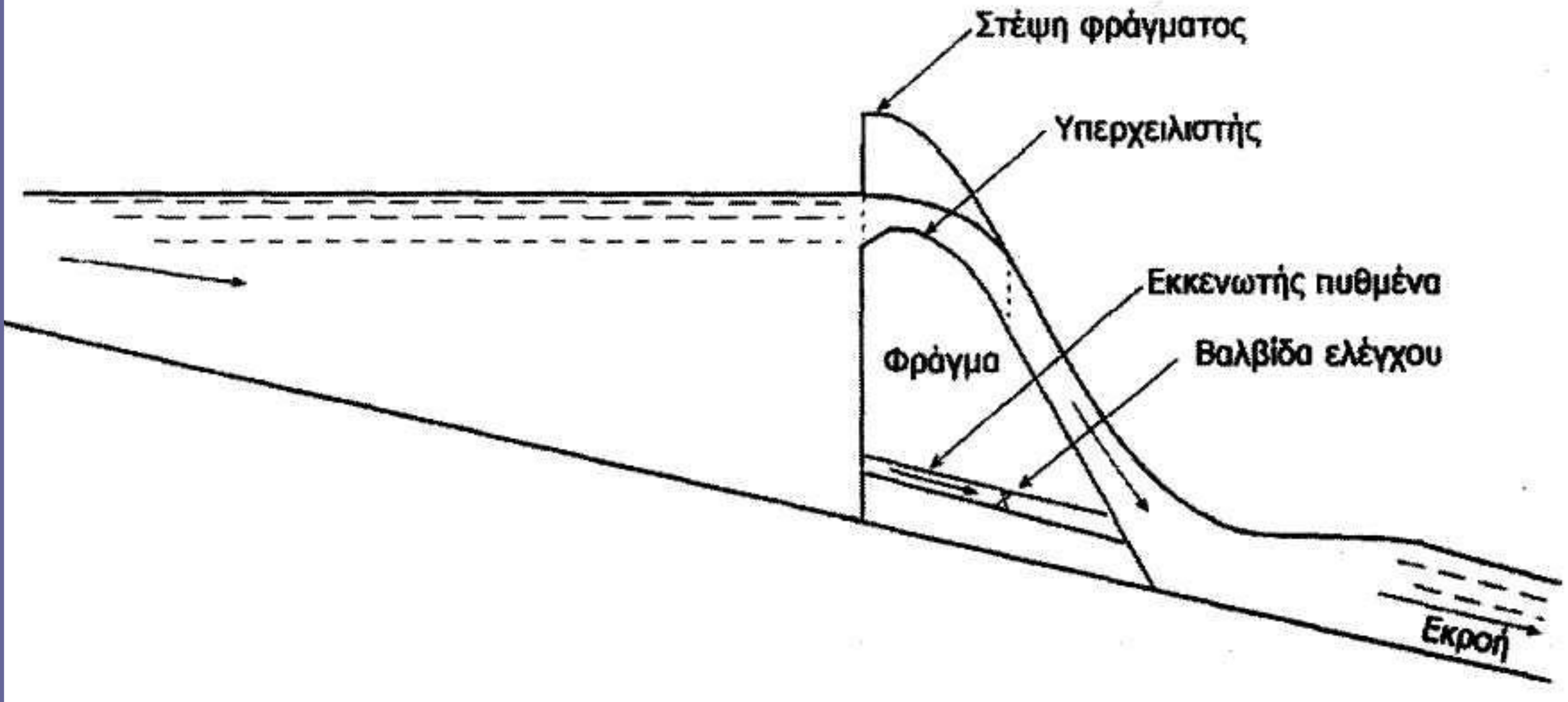
όπου *V* η μέση ταχύτητα και το *m* είναι ίσο με 5/3 για μεγάλου πλάτους φυσικά ποτάμια. Ο παράγοντας *m* προκύπτει από την εξίσωση της ομοιόμορφης ροής:

$$Q = bA^m \qquad (7.40)$$

7.4 ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ ΜΕΣΩ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ

Στην περίπτωση της διόδευσης πλημμυρογραφήματος μέσα σε ταμιευτήρα ισχύουν οι γενικές αρχές της υδρολογικής διόδευσης, που αναφέρονται και στη διόδευση σε ποτάμι. Ωστόσο, ο ταμιευτήρας, όπου αποθήκευση και εισροή συνδέονται με μονοσήμαντη σχέση, αποτελεί ειδική περίπτωση και σκόπιμο είναι να εξεταστεί χωριστά. Η σχηματική διάταξη ενός ταμιευτήρα με υπερχειλιστή παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.11.

Για να είναι ασφαλές ένα φράγμα, πρέπει να μην υπάρχει κίνδυνος υπερπήδησης της στέψης σε πλημμύρες μικρότερες από την πλημμύρα σχεδιασμού. Για το σκοπό αυτό κατασκευάζεται ο υπερχειλιστής του φράγματος, ο οποίος πρέπει να έχει ικανή παροχετευτικότητα και διαστάσεις, ώστε πλημμύρες προκαλούμενες από ισχυρές καταιγίδες να είναι δυνατό να διέρχονται μέσω αυτού, χωρίς να παρουσιαστεί υπερπήδηση του φράγματος, ακόμα και αν ο ταμιευτήρας είναι πλήρης, κατά την έναρξη της πλημμύρας.



Σχήμα 7.11 *Ο ταμιευτήρας και η ελεγχόμενη εκροή.*

Καθώς το πλημμυρογράφημα εισέρχεται στον ταμιευτήρα, είναι δυνατό να συμβούν τα εξής:

A. Εάν ο ταμιευτήρας δεν είναι πλήρης κατά την έναρξη της πλημμυρικής απορροής *I(t)*, τότε ο όγκος της πλημμύρας συγκεντρώνεται και ανυψώνει τη στάθμη του νερού. Η εκροή από τον ταμιευτήρα κατά το στάδιο αυτό είναι μηδενική, και η αποθήκευση νερού S στο φράγμα αυξάνει. Κατά το στάδιο αυτό ο ταμιευτήρας πραγματοποιεί πλήρη ανάσχεση της πλημμύρας, δηλαδή ισχύει:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = I(t) \qquad (7.41)$$

B. Ανύψωση της στάθμης τόσο, ώστε να υπερβεί τη στέψη του υπερχειλιστή και να αρχίσει η εκροή *Q(t)* από τον υπερχειλιστή. Τότε η στάθμη συνεχίζει να ανυψώνεται μεν, αλλά η ανύψωση αυτή είναι μειωμένη, σε σχέση με το στάδιο (α), επειδή η εκροή από τον υπερχειλιστή μειώνει τη μεταβολή της αποθήκευσης στο φράγμα.

Ισχύει:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = I(t) - Q(t) \Rightarrow \frac{S_{n+1} - S_n}{\Delta t} = \frac{I_n + I_{n+1}}{2} - \frac{Q_n + Q_{n+1}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{2(S_{n+1} - S_n)}{\Delta t} = (I_n + I_{n+1}) - (Q_{n+1} + Q_n) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{2S_{n+1}}{\Delta t} + Q_{n+1}\right) = (I_{n+1} + I_n) + \left(\frac{2S_n}{\Delta t} - Q_n\right) \quad (7.42)$$

όπου *n*, *n+1* διαδοχικές χρονικές στιγμές, που απέχουν κατά *Δt*

Στις παραπάνω σχέσεις τα μεγέθη I_n,I_{n+1} θεωρούνται γνωστά, για όλες τις χρονικές στιγμές *n*, επειδή το υδρογράφημα εισροής στον ταμιευτήρα, μπορεί να υπολογιστεί εκ των προτέρων.

Επομένως η εξίσωση (7.42) αποτελεί αναδρομική σχέση υπολογισμού των άγνωστων μεγεθών S_{n+1} και Q_{n+1} συναρτήσει των (ήδη γνωστών από το προηγούμενο βήμα) S_n και Q_n.

Απομένει ο καθορισμός της σχέσης μεταξύ S και *Q.* Τα δύο αυτά μεγέθη συνδέονται μονοσήμαντα, δεδομένου ότι τόσο η αποθήκευση *S,* όσο και η εκροή *Q,* ορίζονται με βάση τη στάθμη του νερού του ταμιευτήρα *H.*

Πράγματι η εκροή *Q* από τον υπερχειλιστή είναι συνήθως (αν και αυτό εξαρτάται από τη μορφή του υπερχειλιστή) μία συνάρτηση της μορφής:

$$\boxed{Q = CY(H - H_0)^x} \qquad (7.43)$$

όπου:

Q = η παροχή

Y = το πλάτος του υπερχειλιστή

H = το ύψος της στάθμης του νερού στον υπερχειλιστή

H_o = το ύψος της στέψης του υπερχειλιστή

C = ο συντελεστής παροχής (τυπική τιμή 3)

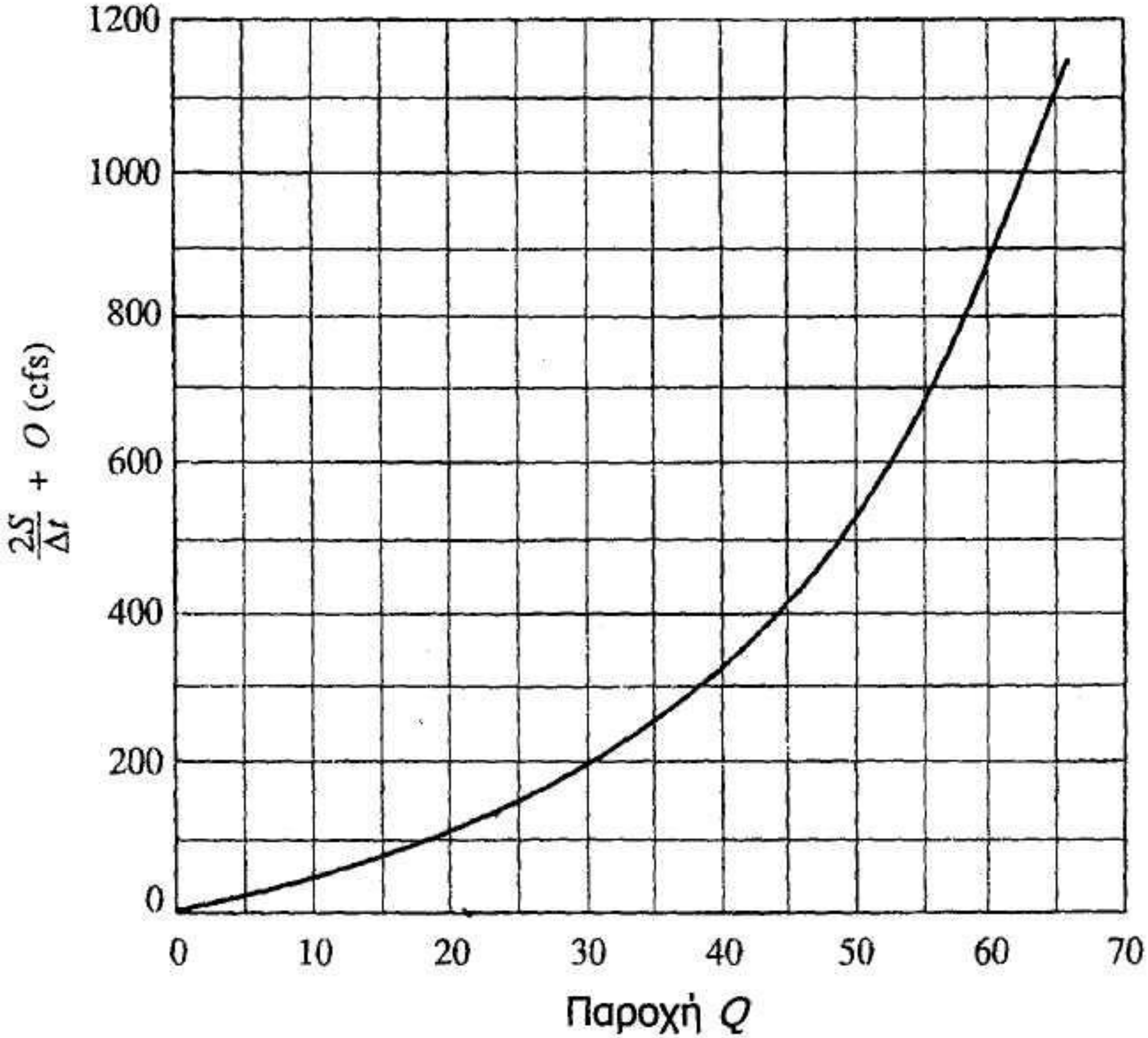
χ = συντελεστής με τυπική τιμή 3/2

Χρησιμοποιώντας την τυπική τιμή του εκθέτη *χ*, η σχέση 7.43 γράφεται:

$$Q = CY(H - H_o)^{3/2}$$

δηλαδή, η παροχή είναι μονοσήμαντη συνάρτηση της στάθμης *H* ή του ύψους υπερχείλισης H-H_0.
Η αποθήκευση S είναι επίσης μονοσήμαντη συνάρτηση της στάθμης νερού στον ταμιευτήρα και δίνεται από την καμπύλη στάθμης *H*-αποθήκευσης S, που αποτελεί χαρακτηριστικό του κάθε ταμιευτήρα, προκύπτει από την τοπογραφία του και είναι εκ των προτέρων γνωστή.

Έτσι μπορεί να συνταχθεί σε μορφή πίνακα ή διαγράμματος η συνάρτηση: $\left(\frac{2S}{\Delta t} + Q, Q\right)$ *ή* $Q = f\left(\frac{2S}{\Delta t} + Q\right)$ που αποτελεί τη βάση των υπολογισμών της αριθμητικής μεθόδου. Ένα τέτοιο διάγραμμα δίνεται στο Σχήμα 7.12.



Σχήμα 7.12 *Σχέση παροχής Q και 2S/Δt+Q.*

Με βάση τις τιμές αυτές από διάγραμμα ή πίνακα, είναι δυνατό να επιλυθεί η εξίσωση (7.42) αναδρομικά.
Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή ως Storage indication ή Modified Puls method.

Τα βήματα που ακολουθούνται για την επίλυση της διόδευσης σε ταμιευτήρα είναι:

α. Για τη χρονική στιγμή n=1, οπότε αρχίζει η πλημμύρα, μπορεί να θεωρηθεί ότι $S_n = 0$ και $Q_n = 0$. Άρα από την εξίσωση (7.42) είναι δυνατό να υπολογιστεί το αριστερό μέλος για n+*1=2,* ως εξής:

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+Q_2\right)=(I_2+I_1)+\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-Q_1\right)=(I_2+I_1)+0=(I_2+I_1) \qquad (7.45)$$

β. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση:

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+Q_2\right)$$

με γνωστό:

$$Q=f\left(\frac{2S}{\Delta t}+Q\right)$$

μπορεί να υπολογιστεί η τιμή Q_2 με γραμμική παρεμβολή στις τιμές του πίνακα, ή απευθείας από το διάγραμμα.

γ. θα πρέπει στη συνέχεια να εκτιμηθεί η τιμή

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+Q_2\right)$$

Όμως ισχύει:

$$\left(\frac{2S_n}{\Delta t}-Q_n\right)=\left(\frac{2S_n}{\Delta t}+Q_n\right)-2Q_n$$

οπότε και η τιμή αυτή εκφράζεται συναρτήσει γνωστών μεγεθών.

δ. η επίλυση του βήματος n=*3*, γίνεται με δεδομένα από το βήμα n=*2*, κ.ο.κ. αναδρομικά, μέχρι το πέρας της διόδευσης της πλημμύρας. Από κάθε τιμή της εκροής *Q*, μπορεί να υπολογιστεί το αντίστοιχο ύψος υπερχείλισης *H*, αν υπάρχει σχέση όπως η (7.44).