



Το παρόν έργο αδειοδοτείται υπό τους όρους της άδειας Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0. Για να δείτε ένα αντίγραφο της άδειας αυτής επισκεφτείτε το σύνδεσμο: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

ΟΙΚΟΛΟΓΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ Ι

Υδραυλική ανοιχτών αγωγών II

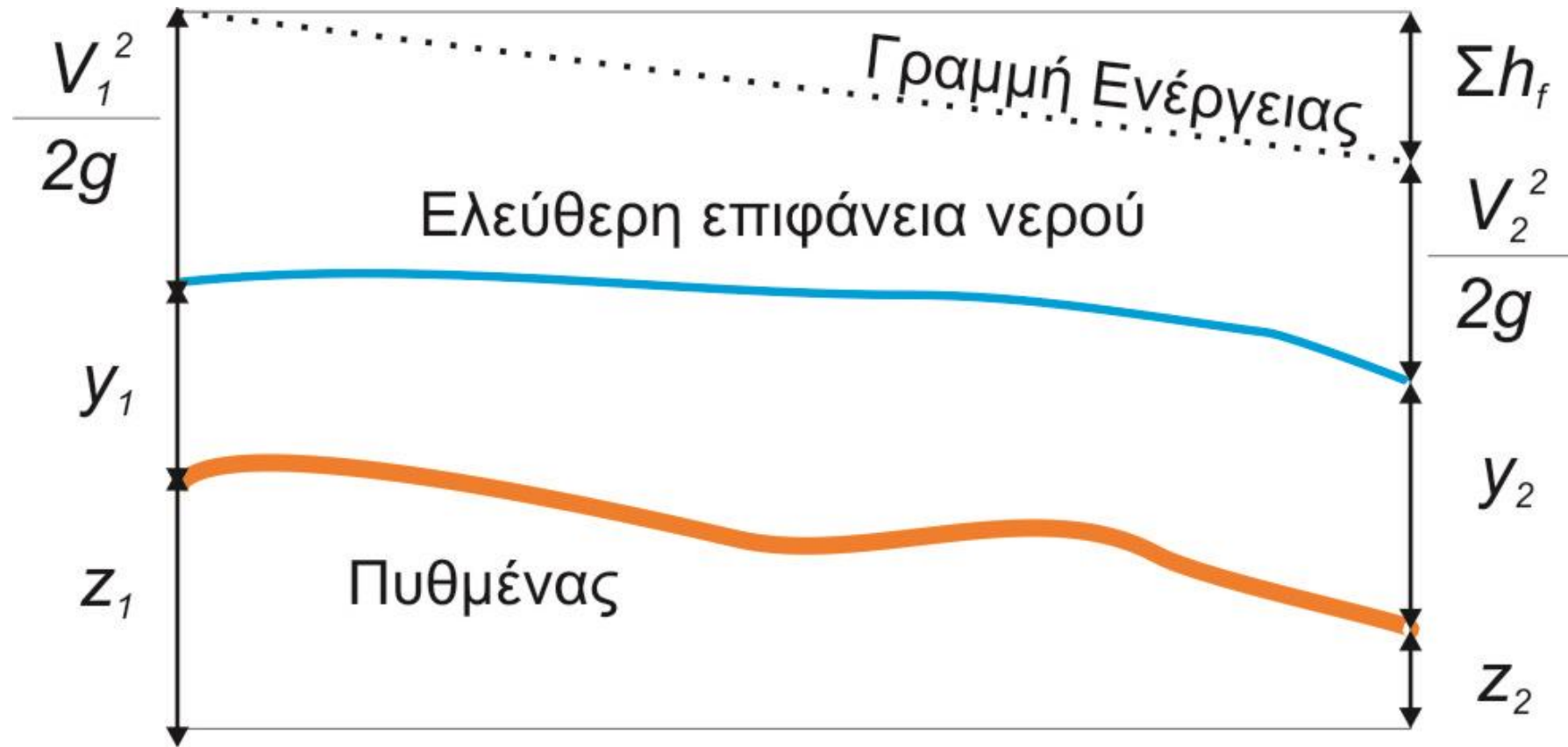
Δρ. Βασίλης Μπέλλος

Θεωρία

Ταξινόμηση ροών

- Μεταβολή υδραυλικών χαρακτηριστικών (βάθος + παροχή)
- Στο χώρο
 - Ομοιόμορφη ροή
 - Ανομοιόμορφη ροή
- Στο χρόνο
 - Μόνιμη ή σταθερή ροή
 - Μη μόνιμη ή ασταθής ροή

Εξίσωση ενέργειας



Μεγέθη

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

ολική ενέργεια

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

ειδική ενέργεια

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f$$

εξίσωση ενέργειας

Μόνιμη - ομοιόμορφη ροή

εμπειρικό μοντέλο

- Μηδενική μεταβολή ενέργειας

$$\frac{dE}{dx} = 0 \Rightarrow S_0 = S_f$$

- Εξίσωση Manning για κανονικό βάθος ροής

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_0^{1/2} \quad \text{οποιαδήποτε διατομή}$$

$$q = \frac{1}{n} y^{5/3} S_0^{1/2} \quad \text{αγωγός απείρου πλάτους}$$

Μόνιμη - ανομοιομόρφη ροή

μοντέλο φυσικής βάσης

- Μεταβολή βάθους → στο χώρο
- Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
 - Αλλαγή κλίσης, τραχύτητας, γεωμετρίας
- Απότομα μεταβαλλόμενη ροή
 - Υδραυλικό άλμα
- ΣΔΕ Ενέργειας

$$\frac{dH}{dx} = -S_f \rightarrow \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f$$

Κλίση γραμμής ενέργειας

- **Manning**

$$\frac{\tau_b}{\rho} = \frac{gn^2}{R^{1/3}} V^2 \Rightarrow S_f = \frac{n^2}{R^{4/3}} V^2$$

- **Darcy-Weisbach**

$$\frac{\tau_b}{\rho} = \frac{f}{8} V^2 \Rightarrow S_f = \frac{f}{8gR} V^2$$

- **Chézy**

$$\frac{\tau_b}{\rho} = \frac{g}{C^2} V^2 \Rightarrow S_f = \frac{1}{C^2 R} V^2$$

Συντελεστές τραχύτητας

Manning

Material	n
<i>Metals</i>	
Steel	0.012
Cast iron	0.013
Corrugated metal	0.025
<i>Non-metals</i>	
Lucite	0.009
Glass	0.010
Cement	0.011
Concrete	0.013
Wood	0.012
Clay	0.013
Brickwork	0.013
Gunit	0.019
Masonry	0.025
Rock cuts	0.035
<i>Natural streams</i>	
Clean and straight	0.030
Bottom: gravel, cobbles and boulders	0.040
Bottom: cobbles with large boulders	0.050

Channel	Type	n		
		Depth Range		
		(0-150 mm)	(150-600 mm)	(>600 mm)
Rigid	Concrete	0.015	0.013	0.013
	Grouted Riprap	0.040	0.030	0.028
	Stone Masonry	0.042	0.032	0.030
	Soil Cement	0.025	0.022	0.020
	Asphalt	0.018	0.016	0.016
Unlined	Bare Soil	0.023	0.020	0.020
	Rock Cut	0.045	0.035	0.025
Temporary	Woven Paper Net	0.016	0.015	0.015
	Jute Net	0.028	0.022	0.019
	Fiberglass Roving	0.028	0.021	0.019
	Straw with Net	0.065	0.033	0.025
	Curled Wood Mat	0.066	0.035	0.028
Gravel Riprap	Synthetic Mat	0.036	0.025	0.021
	25mm D50	0.044	0.033	0.030
	50 mm D50	0.066	0.041	0.034
Rock Riprap	150 mm D50	0.104	0.069	0.035
	300 mm D50	—	0.078	0.040

Πηγή: Chaudhry, M.H. (2008). Open channel flow, 2nd edition. Springer Editions, New York, USA.

Υπερκρίσιμη / υποκρίσιμη ροή

- Αριθμός Froude

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

- Βάθος ροής < Κρίσιμο βάθος → (Fr>1)
 - Υπερκρίσιμη ροή
- Βάθος ροής > Κρίσιμο βάθος → (Fr<1)
 - Υποκρίσιμη ροή

Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

παροχή

Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια

Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

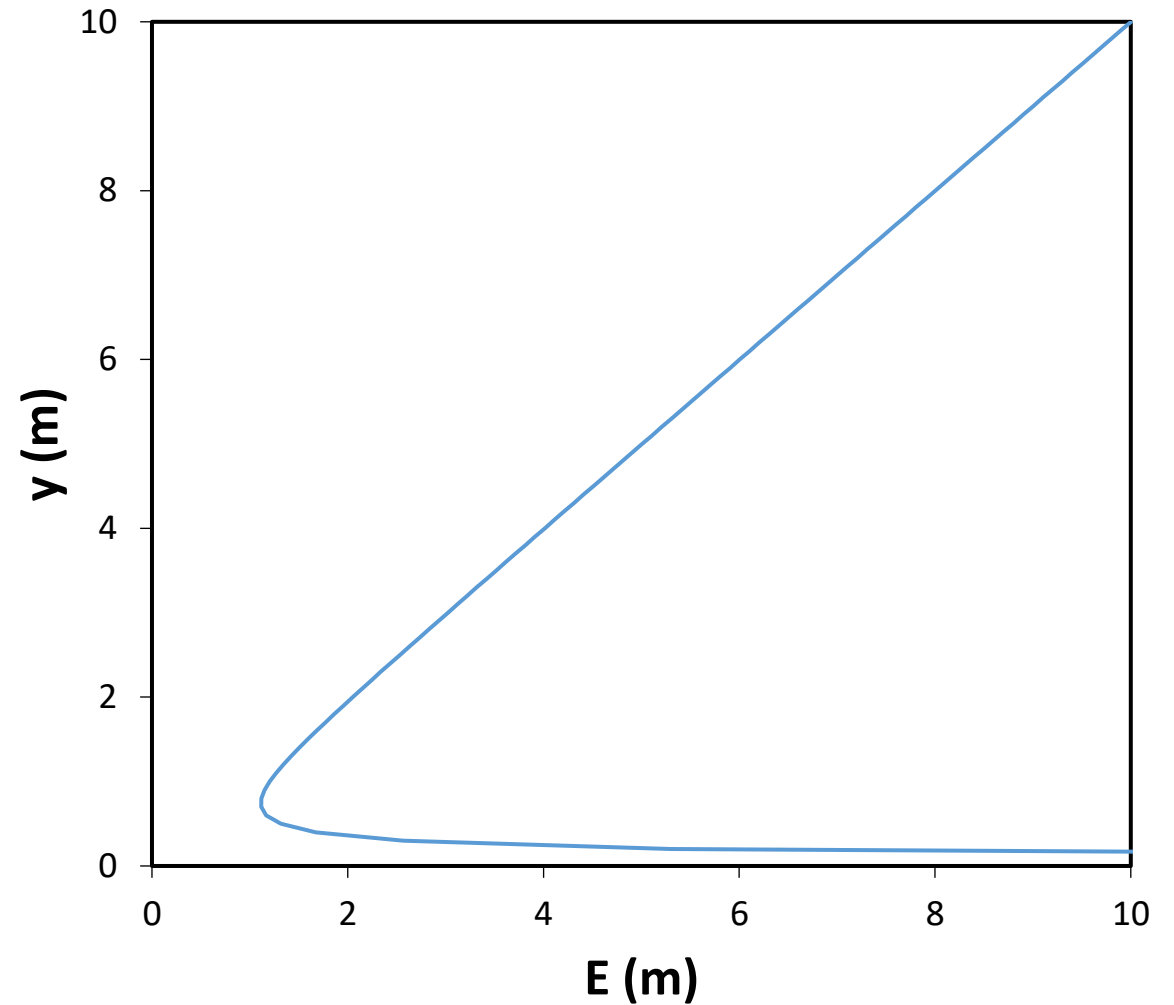
παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια



Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

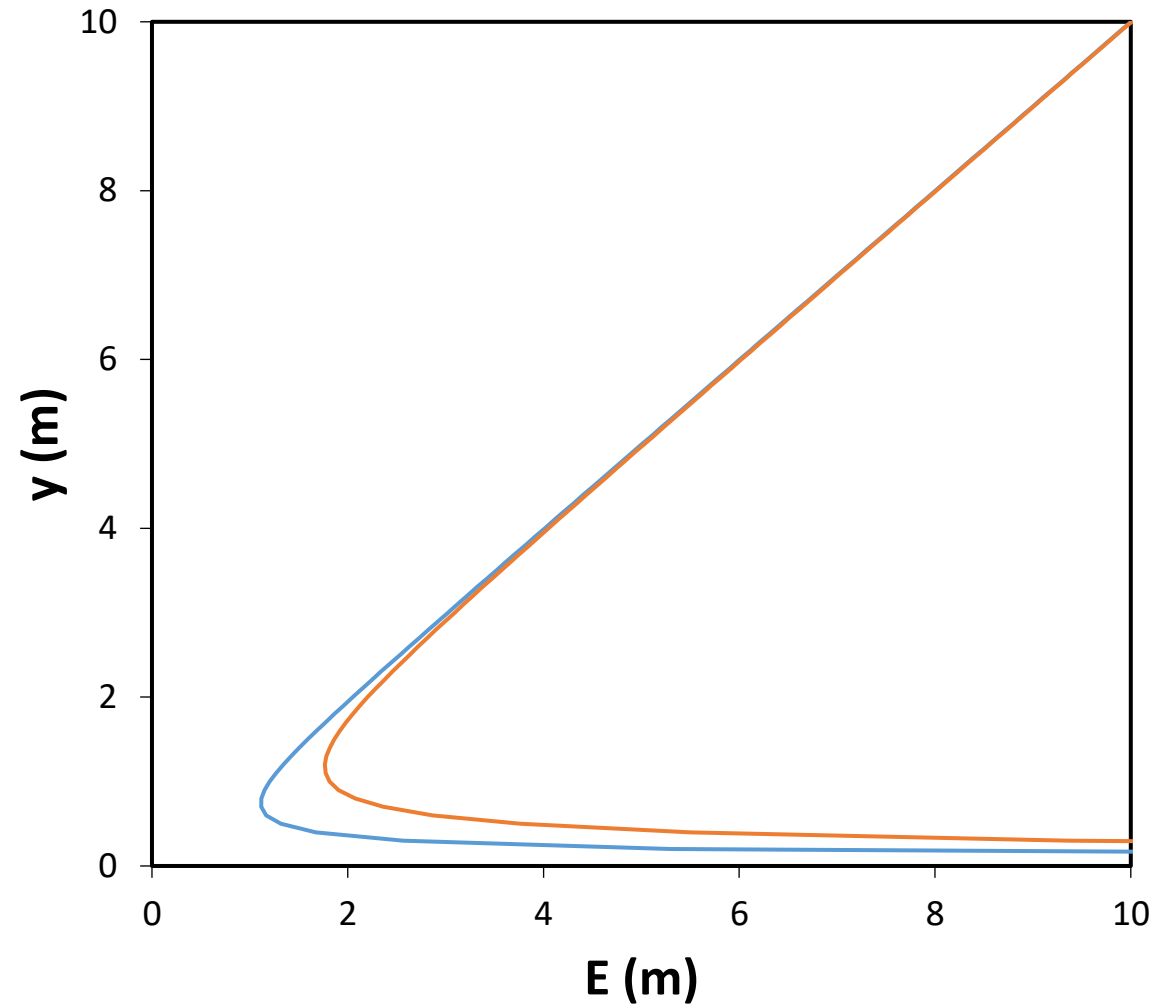
παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια



Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

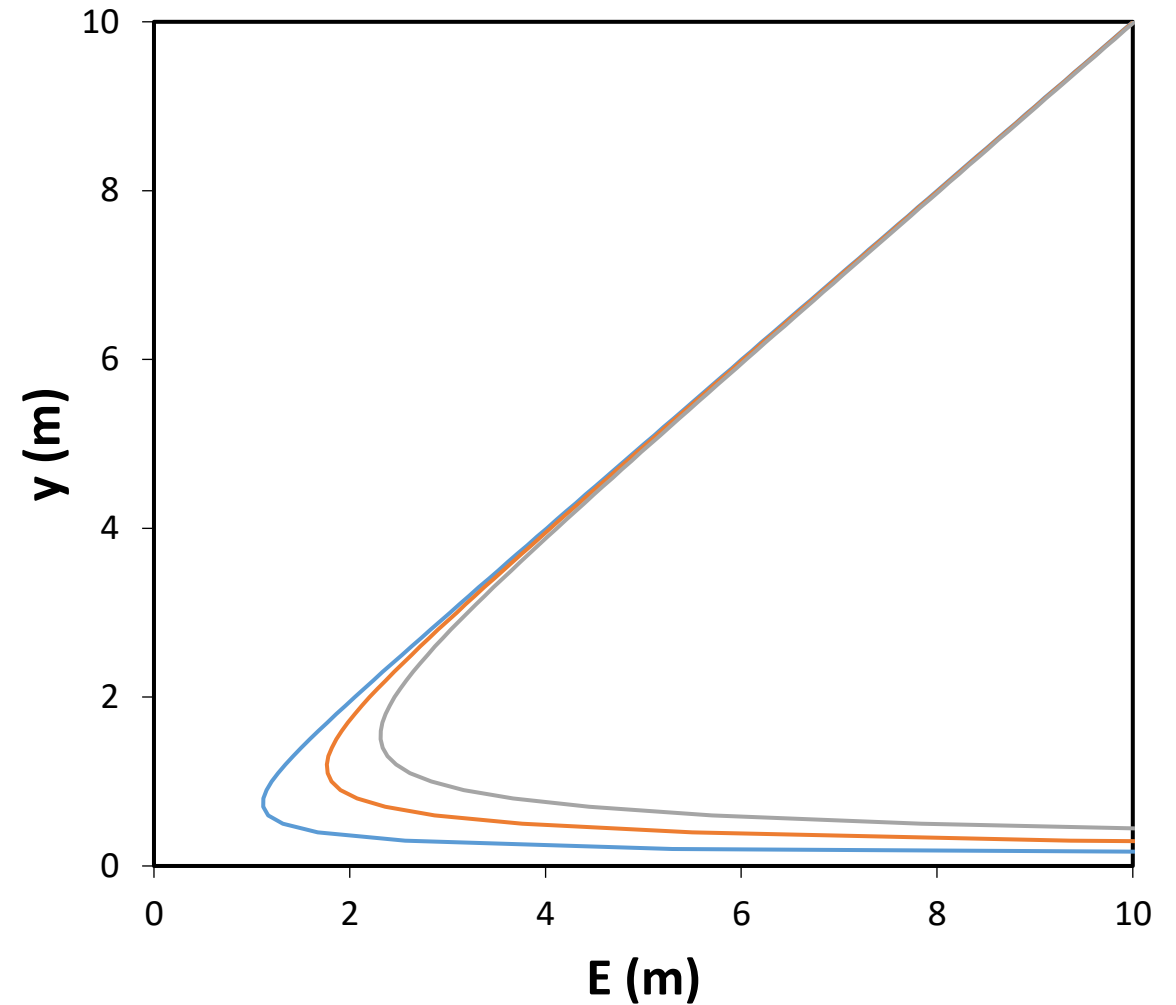
παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια



Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

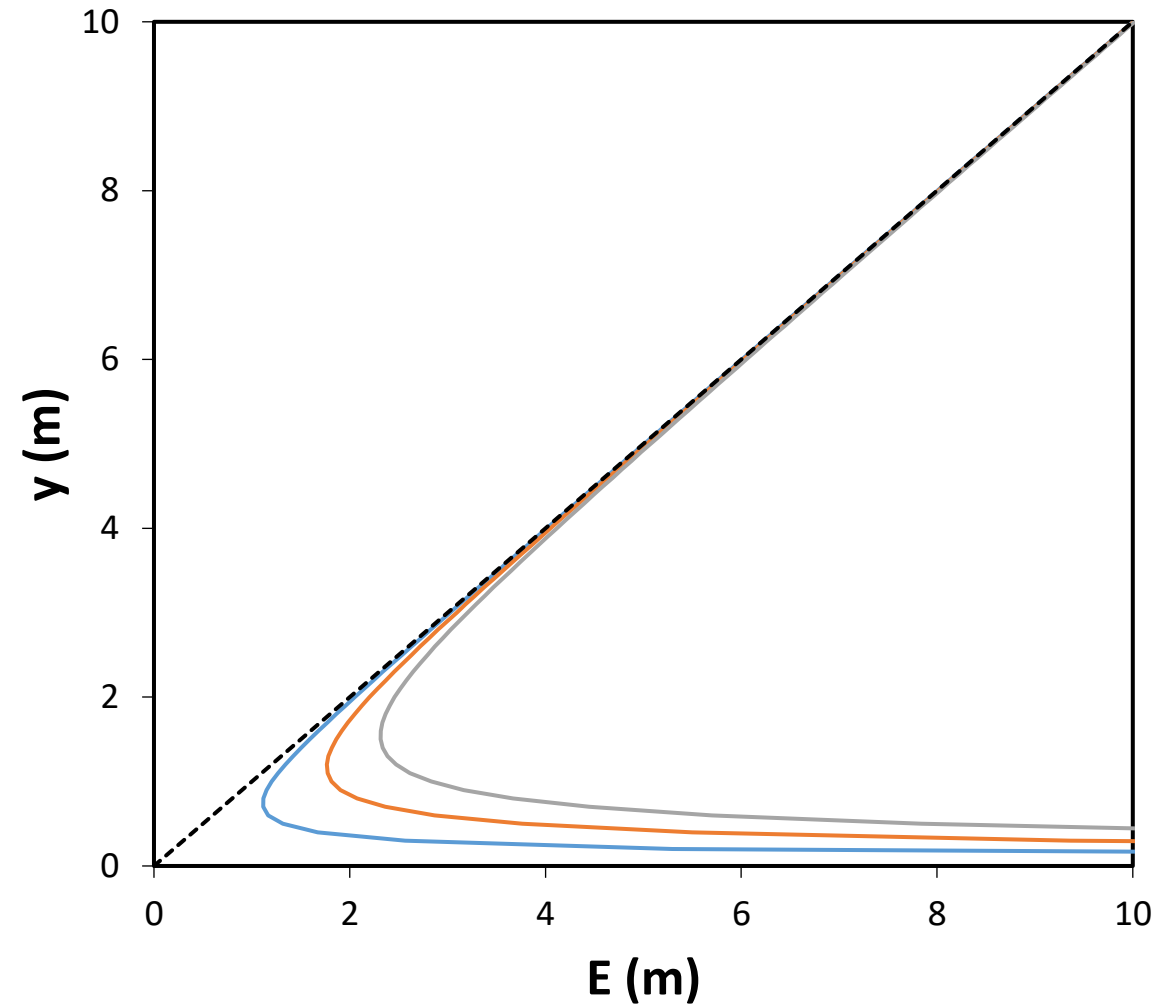
παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια



Ειδική ενέργεια

$$Q = VA$$

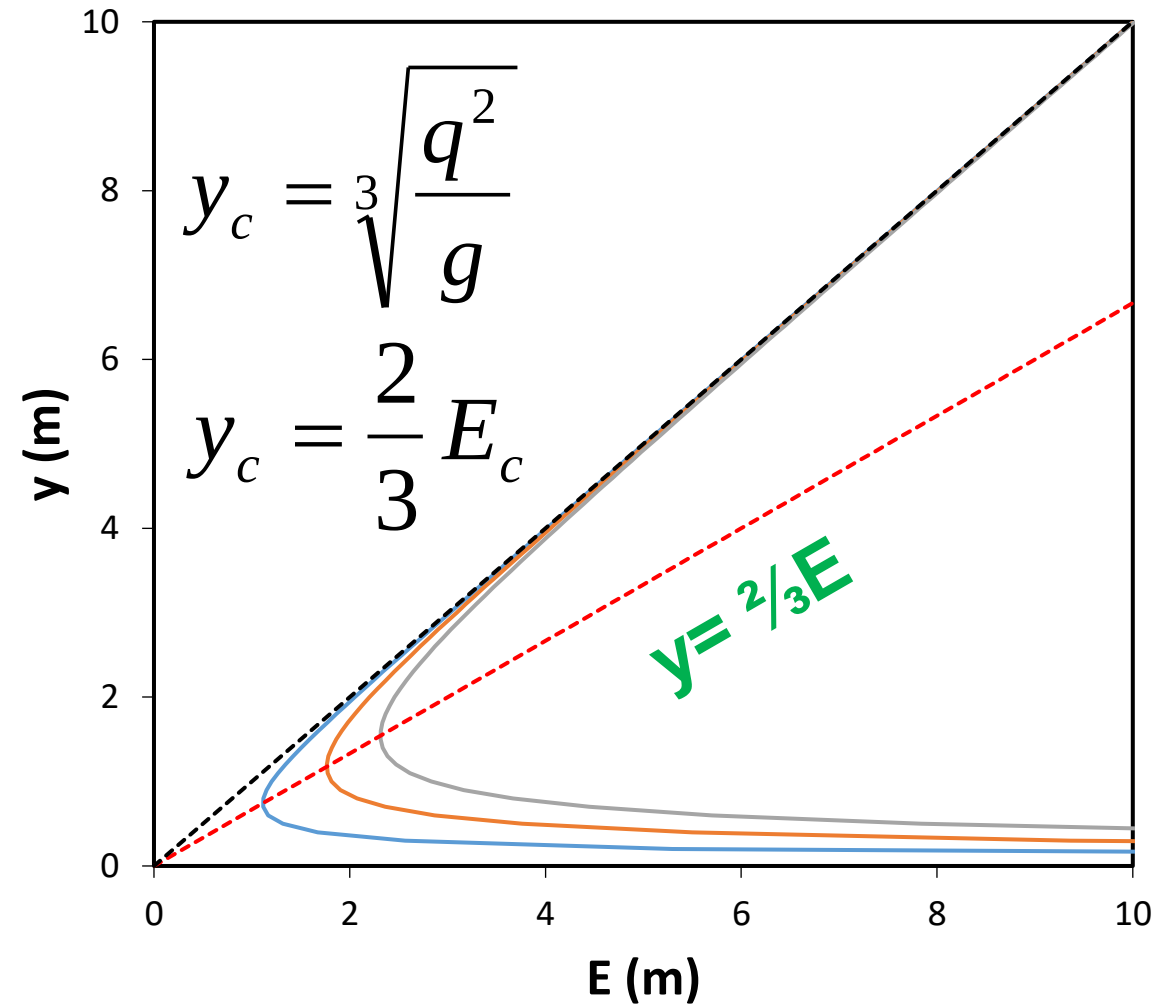
παροχή

$$q = \frac{Q}{B}$$

ειδική παροχή

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

ειδική ενέργεια



Μη μόνιμη ροή

μοντέλα διόδευσης

- Μοντέλα αποθήκευσης (ΣΔΕ)

$$\frac{dS}{dt} = I - O$$

- Διόδευση μέσω ταμιευτήρα/υπερχειλιστή → στάθμη-επιφάνεια

$$O = C_d L H^{3/2}$$

- Μέθοδος Muskingum → παράμετροι K , X

$$O_{i+1} = \frac{-KX + 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t} I_{i+1} + \frac{KX + 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t} I_i + \frac{K(1-X) - 0.5\Delta t}{K(1-X) + 0.5\Delta t} O_i$$

Μη μόνιμη ροή

μοντέλα φυσικής βάσης

- Εξισώσεις Navier-Stokes σε τρεις διαστάσεις
 - Περιγράφουν οποιαδήποτε κίνηση ρευστού
- Ολοκλήρωση ως προς το χρόνο → **RANS**
- Ολοκλήρωση σε δύο διαστάσεις
 - 2D Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (2D-SWE)
- Ολοκλήρωση σε μία διάσταση
 - 1D Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (1D-SWE)

Μη μόνιμη ροή

μοντέλα φυσικής βάσης

- Εξισώσεις Navier-Stokes σε τρεις διαστάσεις
 - Περιγράφουν οποιαδήποτε κίνηση ρευστού
- Ολοκλήρωση ως προς το χρόνο → **RANS**
- Ολοκλήρωση σε δύο διαστάσεις
 - 2D Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (2D-SWE)
- Ολοκλήρωση σε μία διάσταση
 - 1D Εξισώσεις Αβαθών Υδάτων (1D-SWE)

εξισώσεις Saint-Venant

3D Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 w$$

εξισώσεις ορμής

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

2D-SWE

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = r - f$$

εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial\left(u^2h + \frac{gh^2}{2}\right)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} = ghS_0^x - \frac{\tau_b^x}{\rho}$$

εξισώσεις ορμής

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + \frac{\partial\left(v^2h + \frac{gh^2}{2}\right)}{\partial y} = ghS_0^y - \frac{\tau_b^y}{\rho}$$

1D-SWE

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = r - f$$

εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f)$$

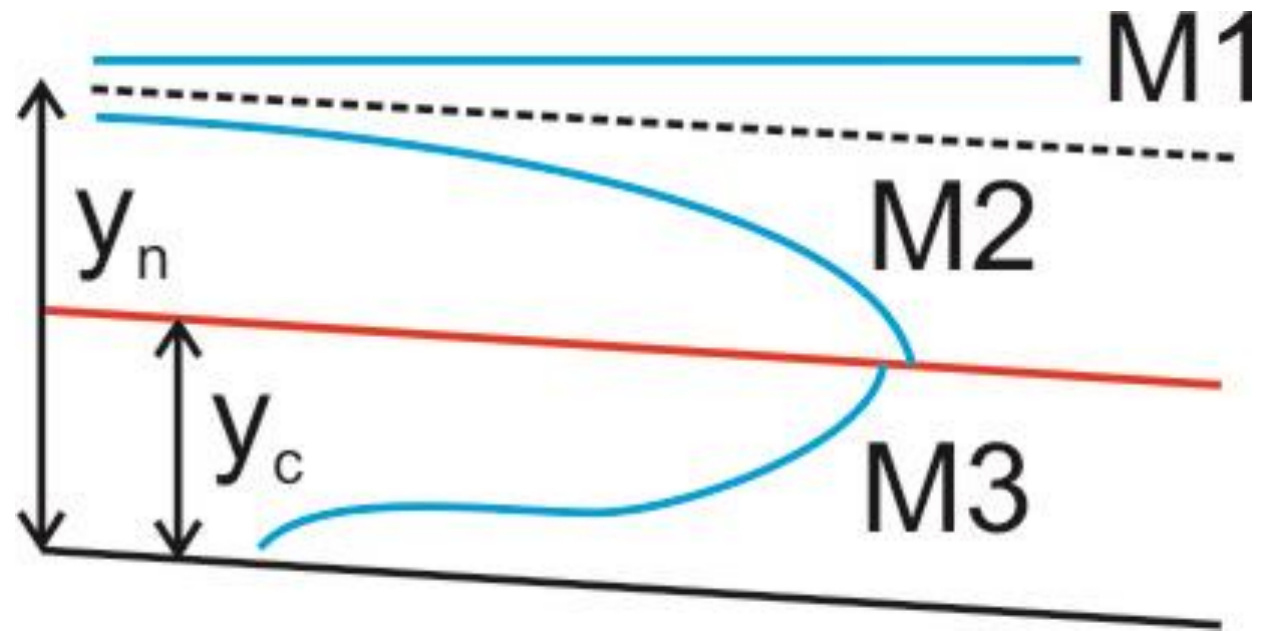
εξίσωση ορμής

Προφίλ ροής

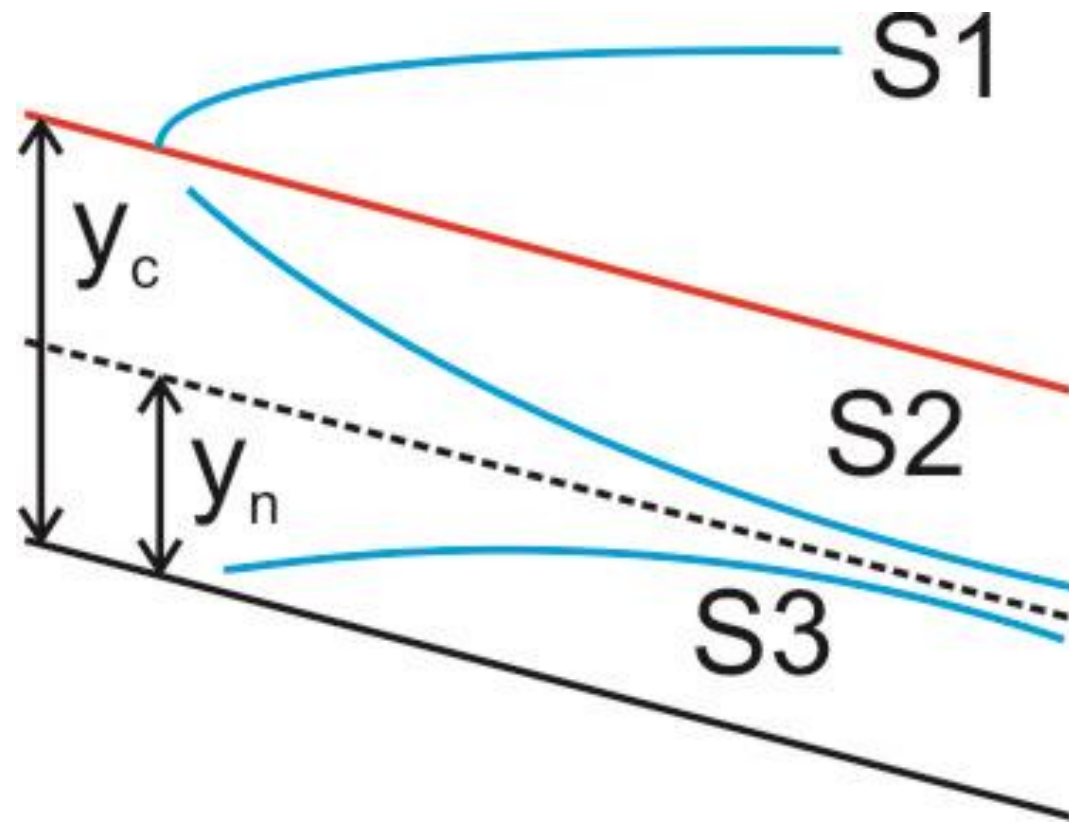
- **13 Καμπύλες ροής**

- | | |
|-----------------------|------------|
| • Ήπια κλίση | M1, M2, M3 |
| • Απότομη κλίση | S1, S2, S3 |
| • Κρίσιμη κλίση | C1, C2, C3 |
| • Οριζόντιος πυθμένας | H2, H3 |
| • Ανάστροφος πυθμένας | A2, A3 |

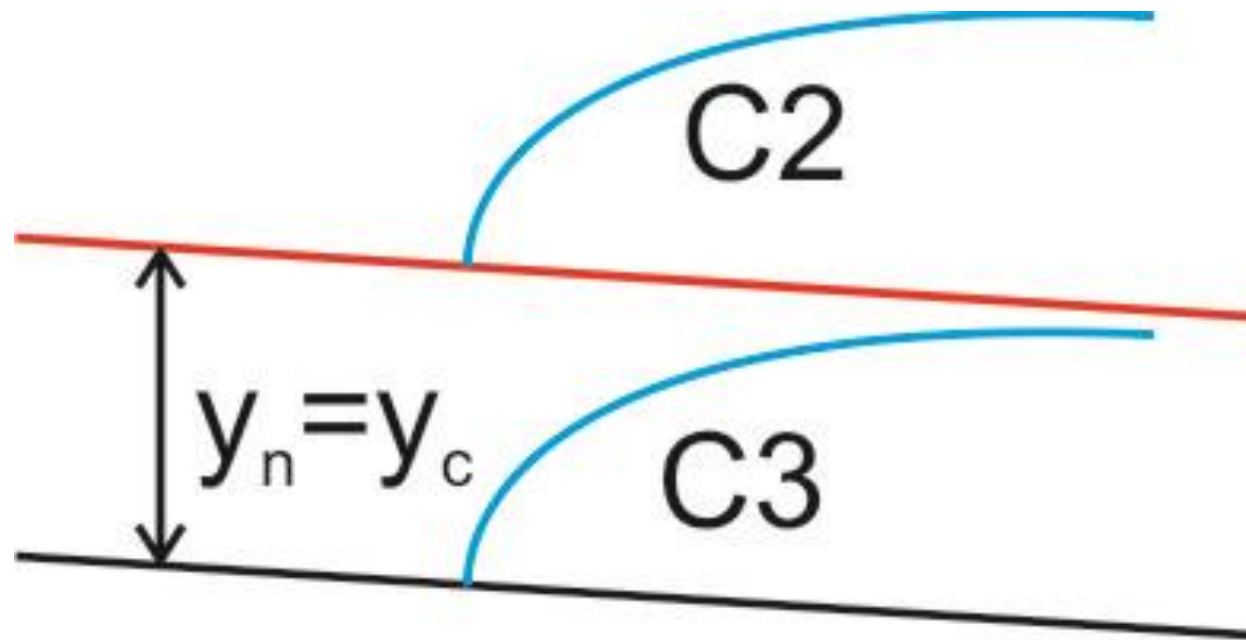
Ήπια κλίση



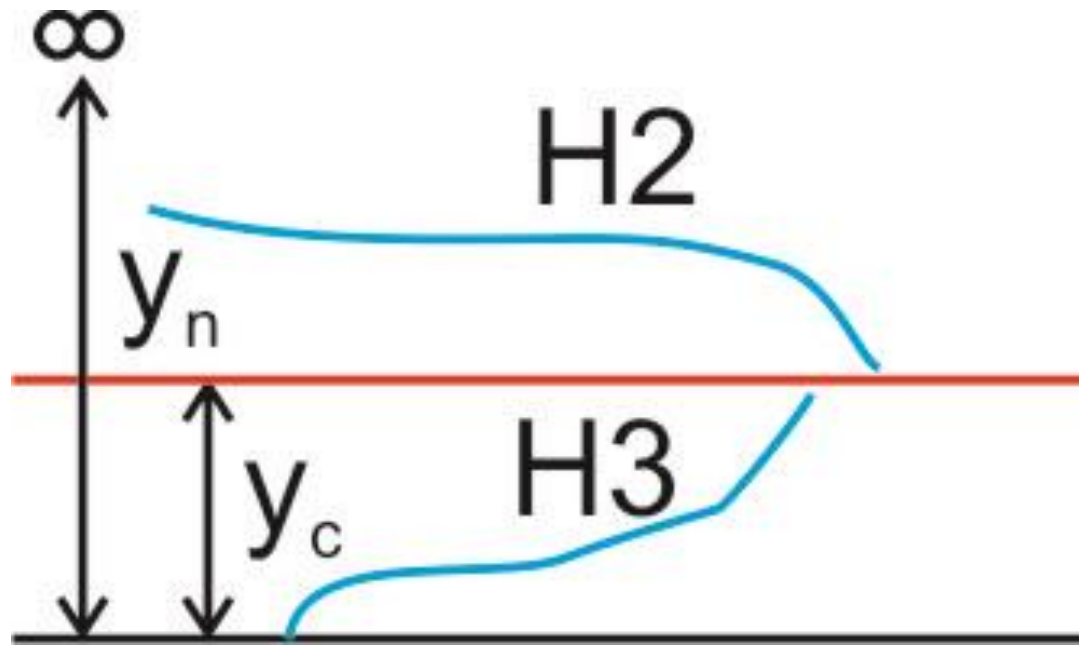
Απότομη κλίση



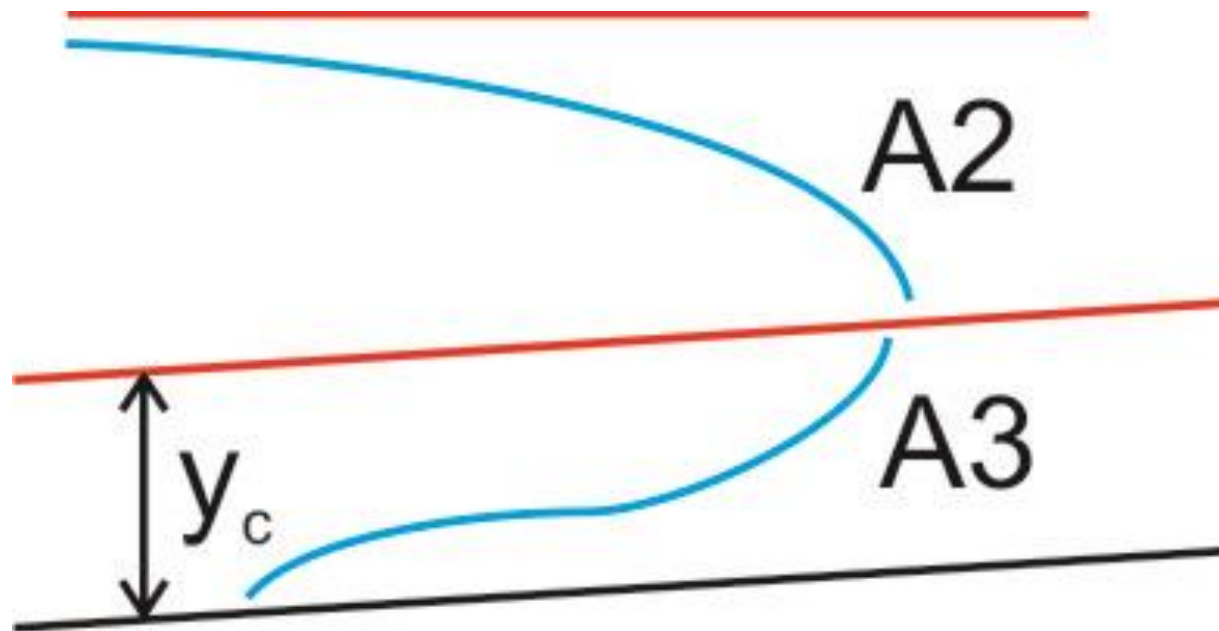
Κρίσιμη κλίση



Οριζόντιος πυθμένας



Ανάστροφος πυθμένας



Επίλυση ΣΔΕ Ενέργειας

- Μέθοδος ρητής επίλυσης

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - \bar{S}_f \Rightarrow \frac{E_2 - E_1}{\Delta x} = S_0 - \bar{S}_f \Rightarrow \Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f}$$

- Μέθοδος σταθερού βήματος

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - \bar{S}_f \Rightarrow \frac{E_2 - E_1}{\Delta x} = S_0 - \bar{S}_f \Rightarrow E_2 = E_1 + \Delta x (S_0 - \bar{S}_f)$$

Απώλειες ενέργειας

- Μέση τιμή ταχύτητας υδραυλικής ακτίνας

$$\left. \begin{aligned} \bar{V} &= \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \\ \bar{R} &= \frac{1}{2}(R_1 + R_2) \end{aligned} \right\} \bar{S}_f = \frac{n^2 \bar{V}^2}{\bar{R}^{4/3}}$$

- Μέση τιμή κλίσης ενέργειας

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \longrightarrow \bar{S}_f = \frac{1}{2}(S_{f_1} + S_{f_2})$$

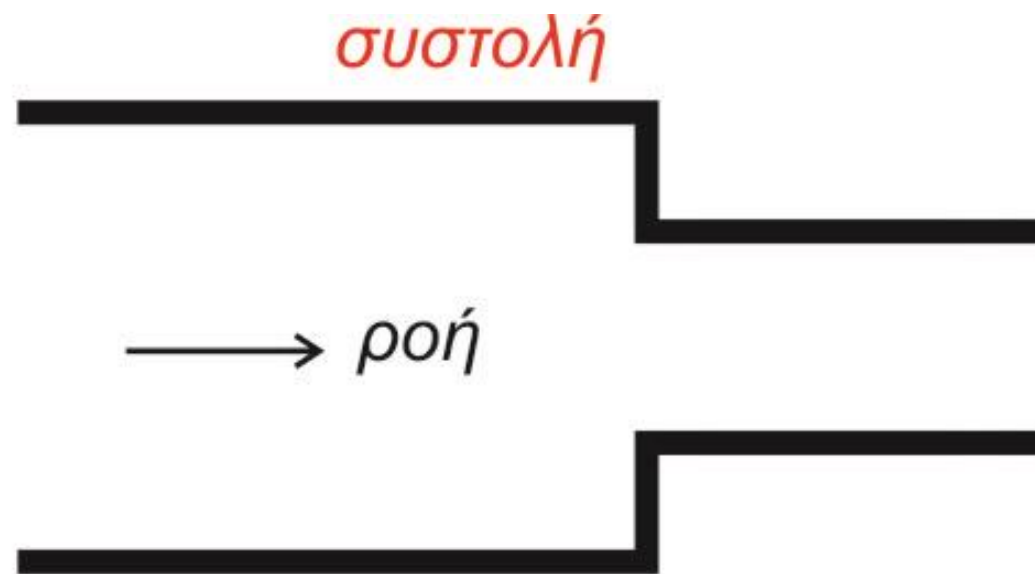
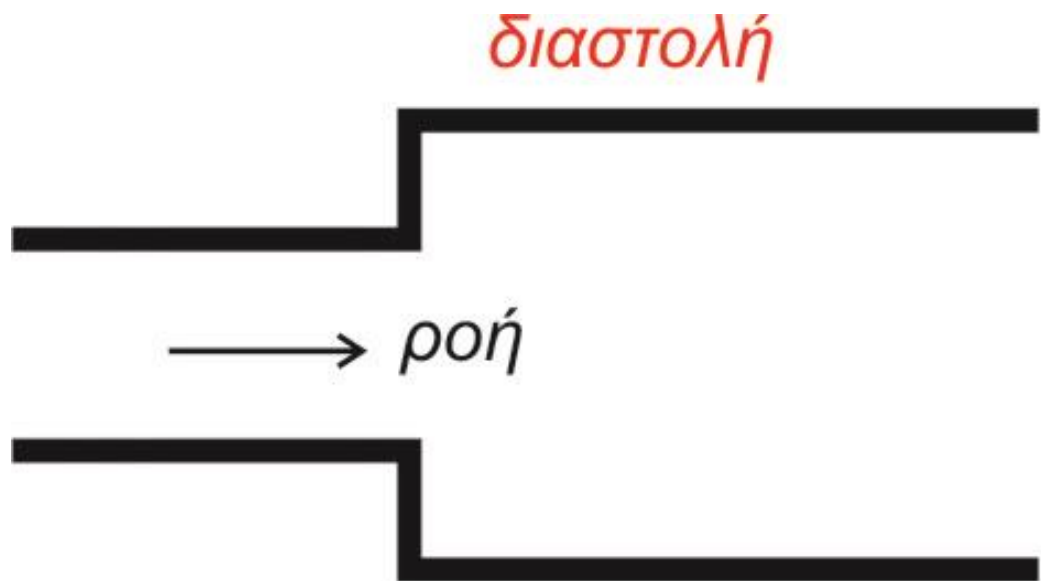
Απότομα μεταβαλλόμενη ροή

- **Βαθμιαία μεταβολή**
 - Παράλληλες ροϊκές γραμμές
 - Υδροστατική κατανομή
- **Απότομη μεταβολή**
 - Μη παράλληλες ροϊκές γραμμές
 - Μη υδροστατική κατανομή

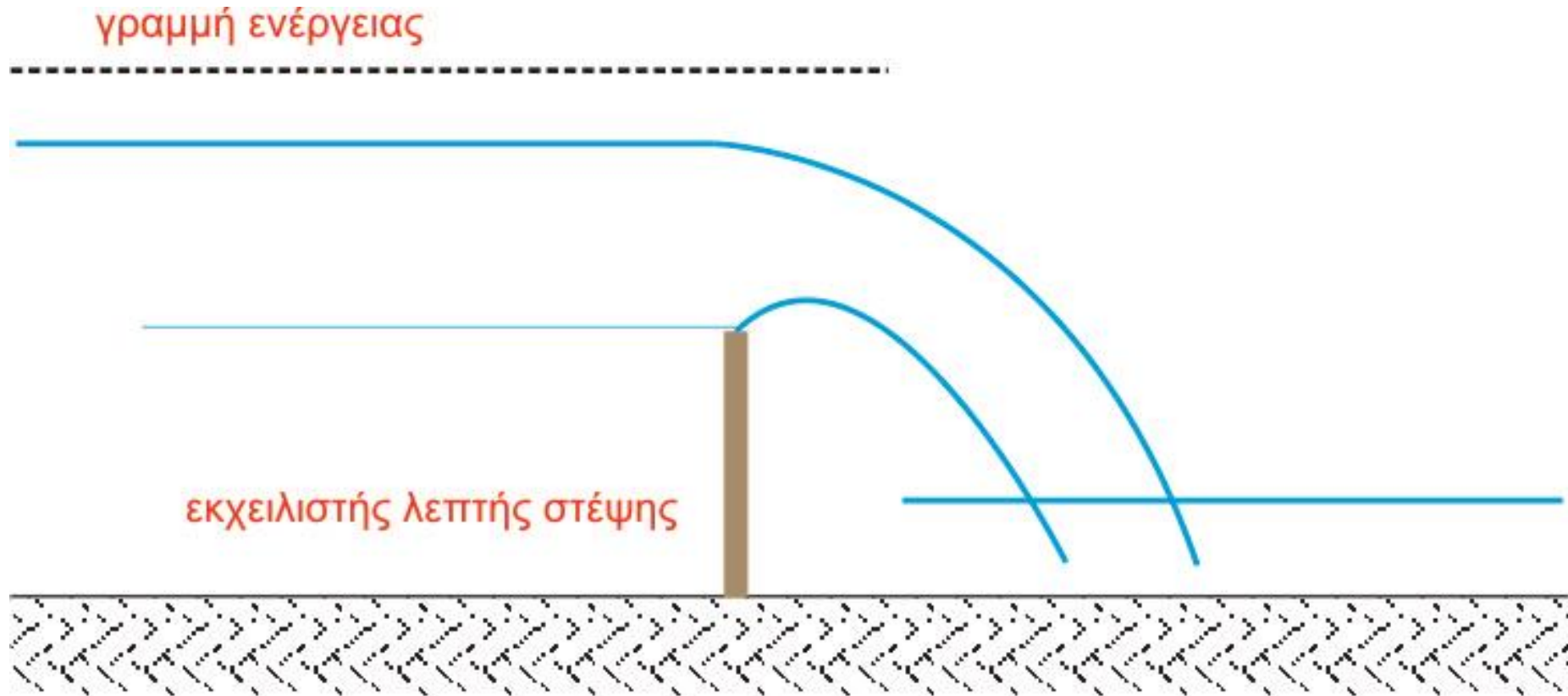
Απότομα μεταβαλλόμενη ροή

- Συστολή/διαστολή διατομής
- Εκχειλιστές
 - Ευρείας στέψης
 - Λεπτής στέψης
- Υπερχειλιστές
- Απότομη ανύψωση/καθίζηση πυθμένα
- Υδραυλικό άλμα

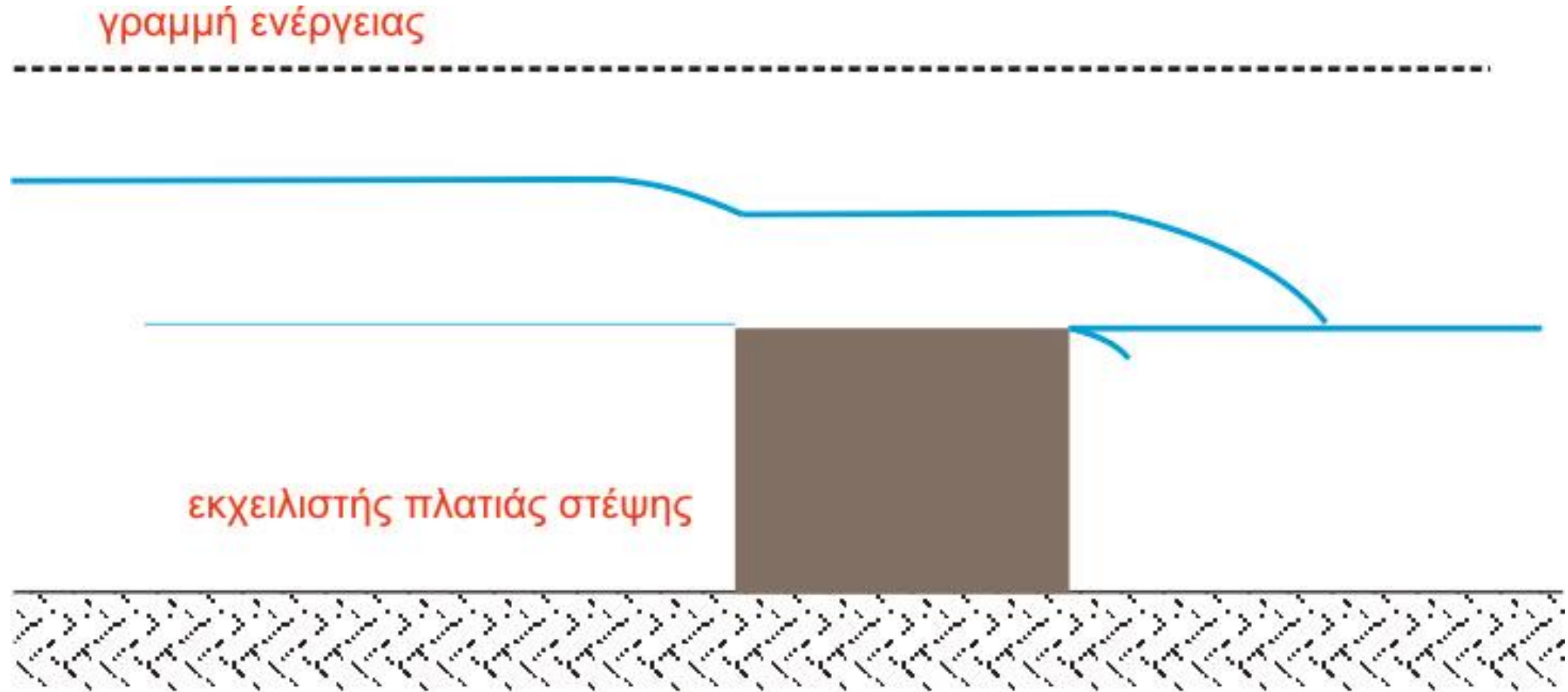
Διαστολή/συστολή



Εκχειλιστής λεπτής στέψης



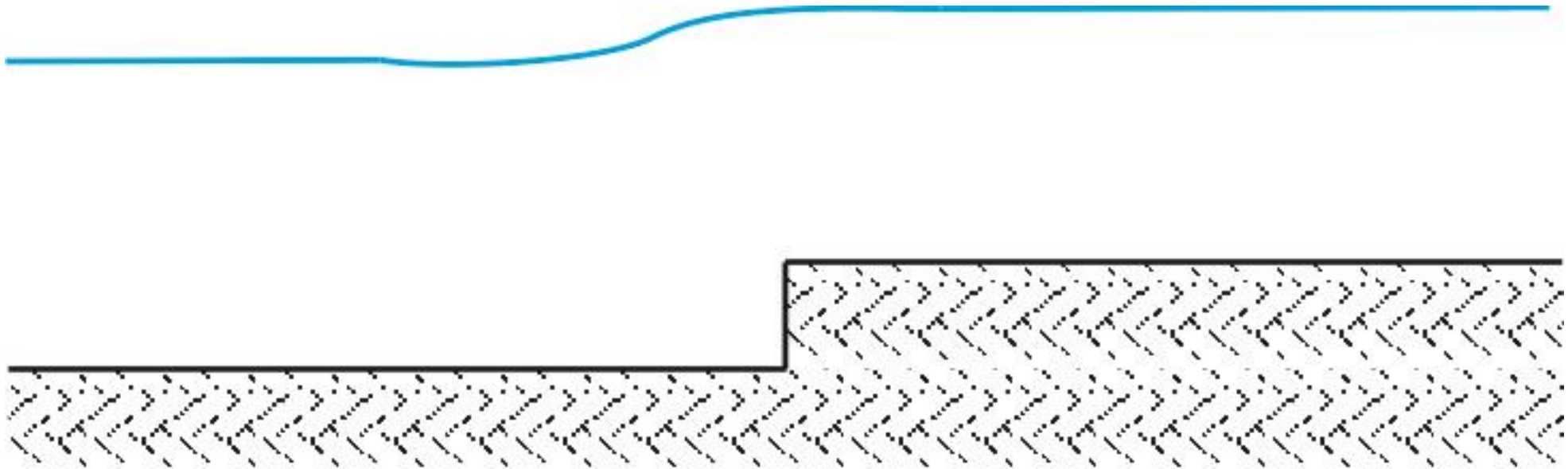
Εκχειλιστής πλατιάς στέψης



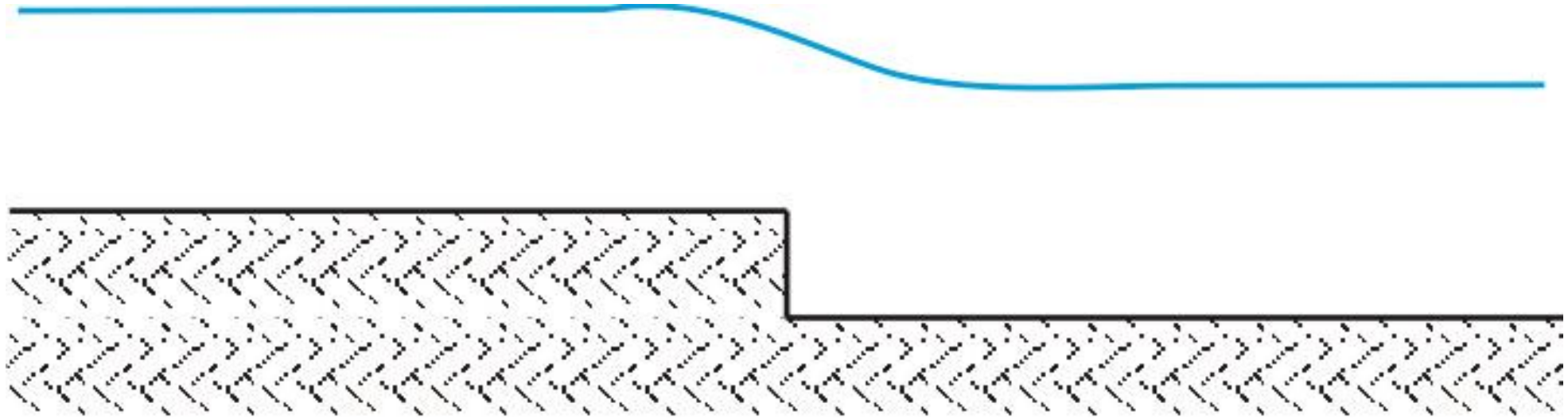
Υπερχειλιστής



Ανύψωση



Καθίζηση



Υδραυλικό άλμα

- Απότομη μεταβολή στα χαρακτηριστικά της ροής
- Υπερκρίσιμη ροή → Υποκρίσιμη ροή
- Αριθμός Froude $>1 \rightarrow <1$
- Καταστροφή ενέργειας
 - Δεν ισχύει η εξίσωση ενέργειας
- Ειδική δύναμη
 - Διατήρηση ειδικής δύναμης

Υδραυλικό άλμα



Ειδική Δύναμη

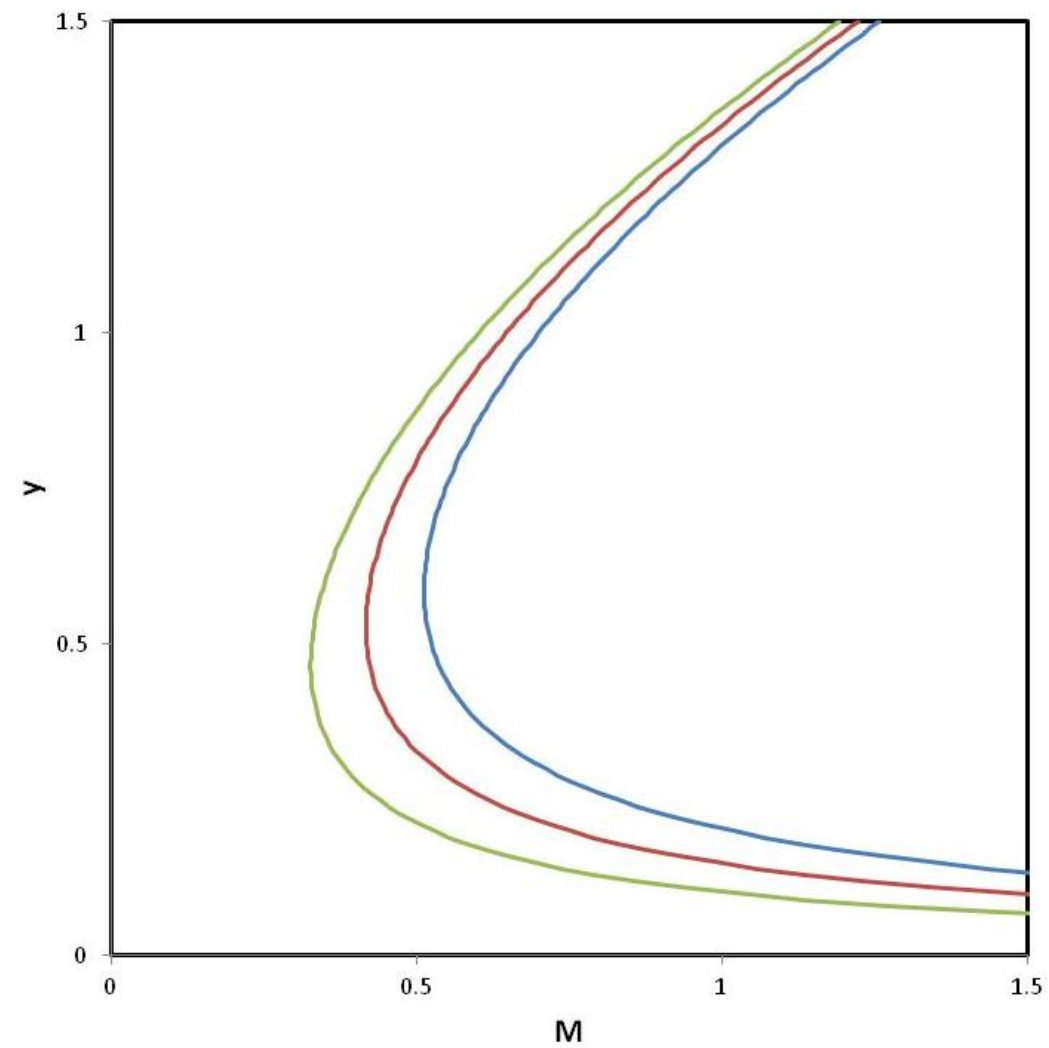
- Γενική σχέση

$$M = \bar{y}A + \frac{Q^2}{gA}$$

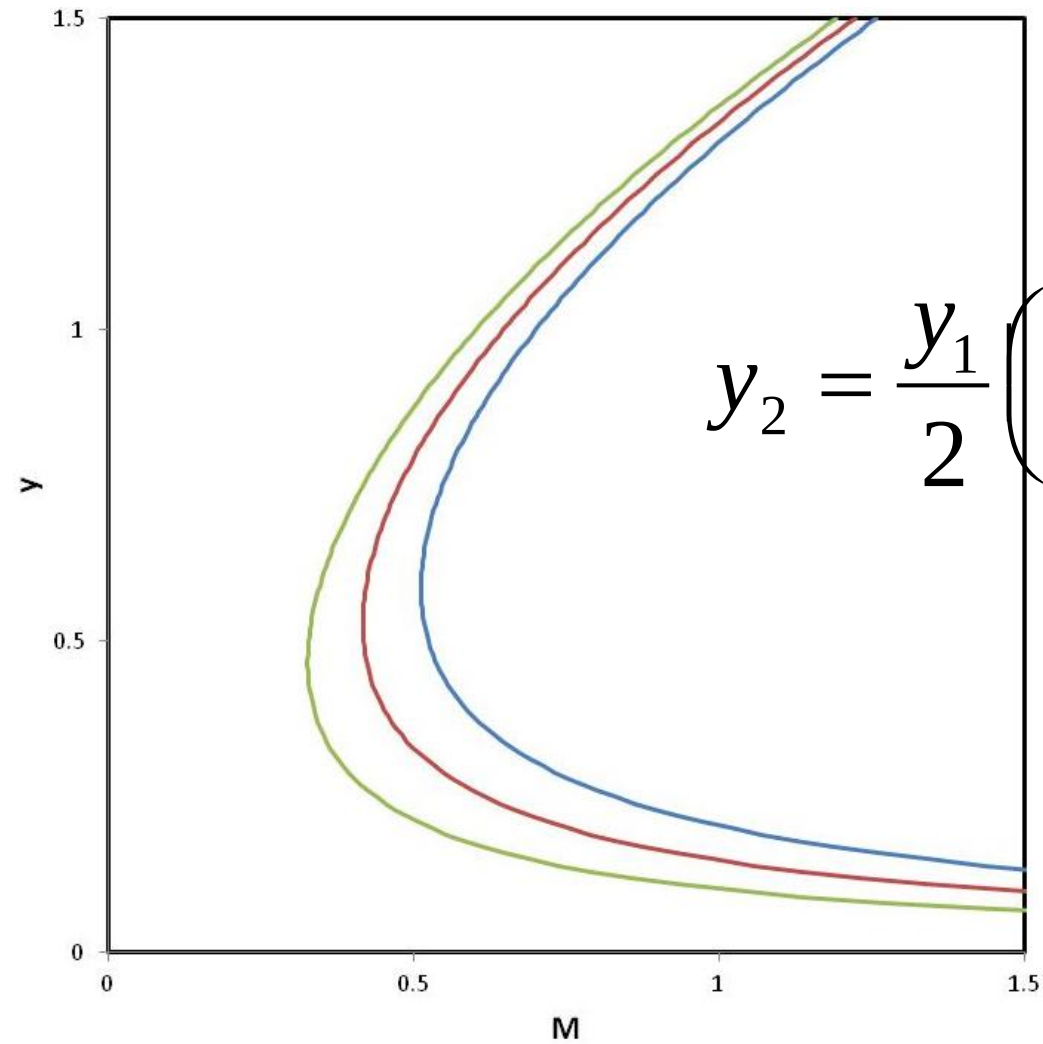
- Αγωγοί απείρου πλάτους

$$M = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{gy}$$

Συζυγή βάθη

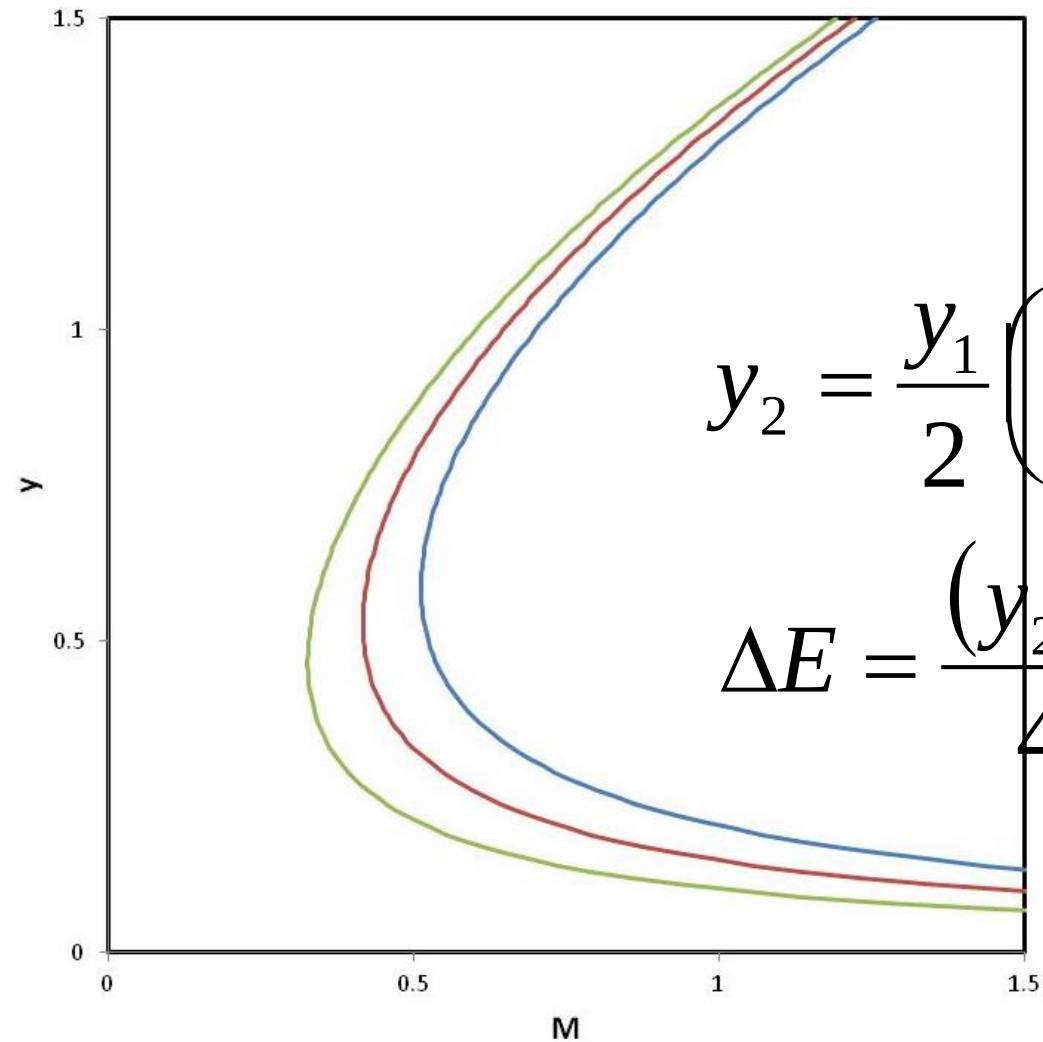


Συζυγή βάθη



$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right)$$

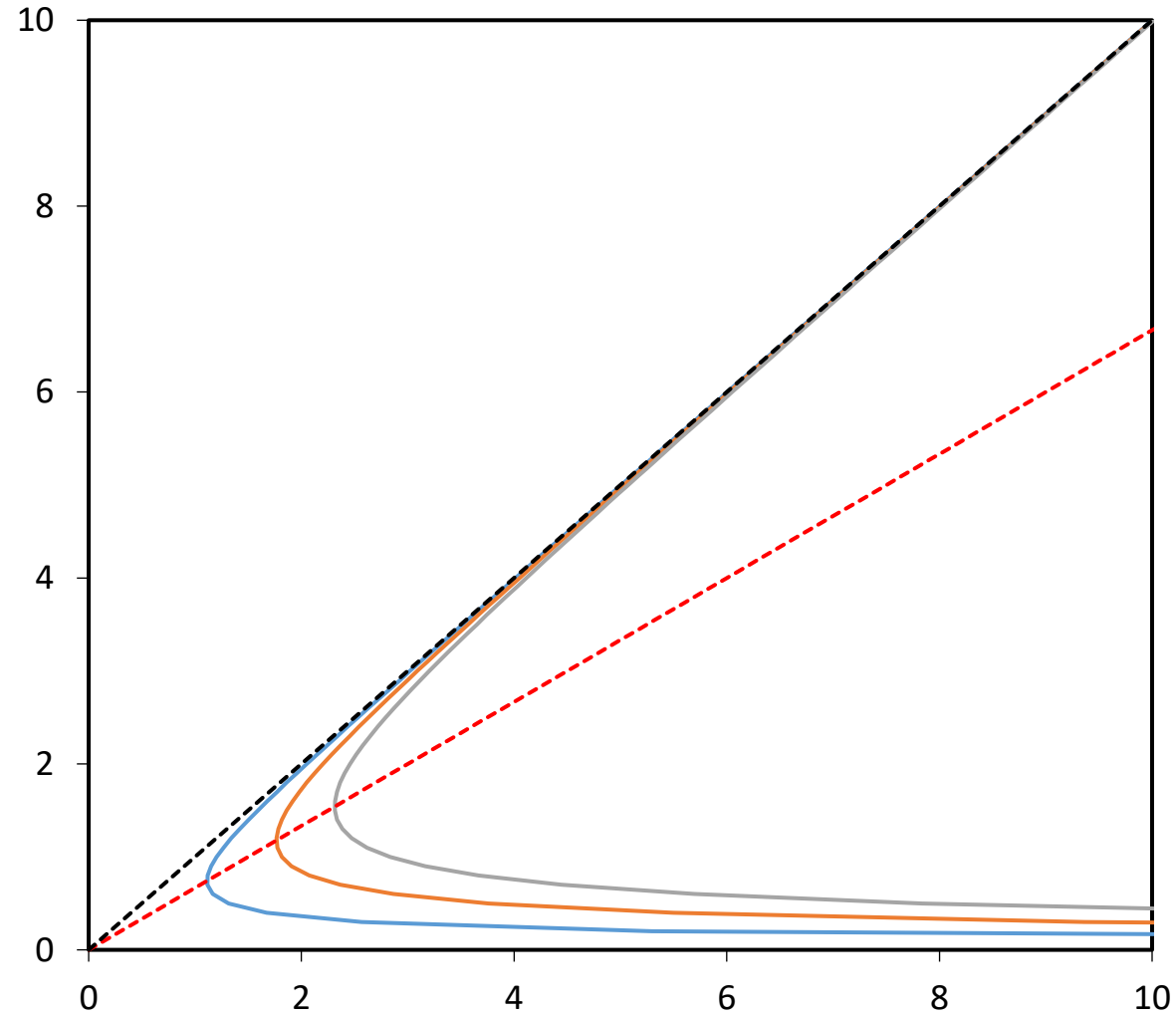
Συζυγή βάθη



$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right)$$

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2}$$

Εναλλακτά βάθη



Τύποι άλματος

- **Αδύναμο** → $1.7 < Fr < 2.5$
 - Χαμηλές ενεργειακές απώλειες
- **Ασταθές** → $2.5 < Fr < 4.5$
 - Κυματισμοί στην επιφάνεια του νερού
- **Σταθερό** → $4.5 < Fr < 9.0$
 - Επιδιώκεται
- **Δυνατό** → $9.0 < Fr$
 - Πολύ έντονοι κυματισμοί

Υπολογισμός άλματος

- **Συζυγή βάθη**
 - Διατήρηση ειδικής δύναμης
- **Θέση άλματος**
 - Διερεύνηση
- **Μήκος άλματος**
 - Εμπειρικές σχέσεις

$$L = 220y_1 \tanh\left(\frac{Fr_1 - 1}{22}\right)$$

$$L = 6y_2$$

Εφαρμογή

μέθοδος ρητής επίλυσης

