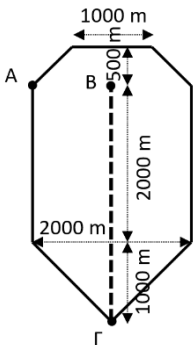


**Χειμερινό εξάμηνο 2021-2022**

**Θέμα 1 [40/100]**



Λεκάνη απορροής έχει γεωμετρικά χαρακτηριστικά που φαίνονται στο σχήμα, στην οποία ρέει το κυρίως υδατόρεμα ΒΓ. Το υψόμετρο στη θέση Β είναι +278 m και αντίστοιχα στη θέση Γ +202 m. Το 35% της λεκάνης είναι αστική και το 65% είναι περιαστική.

Οι συντελεστές απορροής για αστική λεκάνη είναι 0.7 και αντίστοιχα για περιαστική λεκάνη 0.5. Η μακρύτερη διαδρομή που διανύει το νερό είναι από το Α μέχρι το Β και από το Β μέχρι το Γ, εντός του κυρίως υδατορέματος. Ο χρόνος που απαιτείται από το Α μέχρι το Β είναι 10 min, ενώ η ταχύτητα ροής  $V$  εντός του κυρίως υδατορέματος ΒΓ μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση  $V=6 \cdot S^{1/2}$ , όπου  $S$  η κατά μήκος κλίση του υδατορέματος. Η όμβρια καμπύλη της περιοχής είναι αυτής της μορφής:

$$i(t, T) = \frac{\lambda'(T^k - \psi')}{\left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^\eta}$$

όπου  $i$  η ένταση της βροχής (mm/h),  $t$  η διάρκεια της βροχής (h) και  $T$  η περίοδος επαναφοράς (έτη). Οι παράμετροι  $k, \lambda', \psi', \theta, \eta$  προκύπτουν με βάση το AM του κάθε φοιτητή. Συγκεκριμένα, με βάση το τελευταίο ψηφίο του AM οι παράμετροι έχουν ως εξής:

| Τελευταίο ψηφίο AM | $\kappa$ | $\lambda'$ | $\psi'$ | $\theta$ | $\eta$ | Τελευταίο ψηφίο AM | $\kappa$ | $\lambda'$ | $\psi'$ | $\theta$ | $\eta$ |
|--------------------|----------|------------|---------|----------|--------|--------------------|----------|------------|---------|----------|--------|
| 0                  | 0.113    | 436.7      | 0.682   | 0.089    | 0.724  | 5                  | 0.113    | 341.1      | 0.547   | 0.089    | 0.724  |
| 1                  | 0.113    | 333.2      | 0.541   | 0.089    | 0.724  | 6                  | 0.113    | 353.1      | 0.453   | 0.089    | 0.724  |
| 2                  | 0.057    | 1123.2     | 0.895   | 0.089    | 0.724  | 7                  | 0.113    | 404.7      | 0.61    | 0.089    | 0.724  |
| 3                  | 0.113    | 279.5      | 0.405   | 0.089    | 0.724  | 8                  | 0.057    | 641.1      | 0.855   | 0.089    | 0.724  |
| 4                  | 0.057    | 868.9      | 0.801   | 0.089    | 0.724  | 9                  | 0.057    | 1017.9     | 0.89    | 0.089    | 0.724  |

Ζητείται:

- Ο συντελεστής απορροής της εν λόγω λεκάνης, καθώς και το εμβαδόν αυτής **[5%]**.
- Ο χρόνος συγκέντρωσης **[5%]**.
- Η μέγιστη ένταση βροχής με βάση την ορθολογική μέθοδο για περίοδο επαναφοράς 50 έτη **[10%]**.
- Το πλημμυρικό υδρογράφημα στην έξοδο της λεκάνης Γ με βάση την ορθολογική μέθοδο **[10%]**.

Κατάντη του Γ συνεχίζει το υδατόρεμα με την ίδια κλίση όπως και ανάντη, το οποίο και διευθετείται με ορθογωνική διατομή πλάτους 15 m. Ο σχεδιασμός γίνεται με την πλημμυρική αιχμή που προέκυψε με την ορθολογική μέθοδο, θεωρώντας ότι η ροή είναι μόνιμη και ομοιόμορφη και χρησιμοποιώντας την εξίσωση Manning:

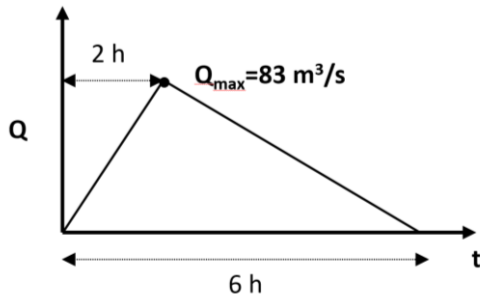
$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2}$$

όπου  $Q$  η παροχή,  $n$  ο συντελεστής τραχύτητας,  $A$  το εμβαδόν της υγρής διατομής,  $R$  η υδραυλική ακτίνα ( $R=A/P$ ) και  $S$  η κατά μήκος κλίση. Το υλικό διευθέτησης είναι οπλισμένο σκυρόδεμα για τους φοιτητές των οποίων το επίθετο ξεκινάει από Α-Μ και συρματοκιβώτια για τους φοιτητές των οποίων το επίθετο ξεκινάει από Ν-Ω. Οι συντελεστές τραχύτητας για οπλισμένο σκυρόδεμα είναι  $n=0.016 \text{ s/m}^{1/3}$  και για συρματοκιβώτια  $n=0.035 \text{ s/m}^{1/3}$  αντίστοιχα.

- Να βρεθεί πόσο πρέπει να είναι τουλάχιστον τα κατακόρυφα τοιχώματα της διατομής **[10%]**.

## Θέμα 2 [40/100]

Λεκάνη απορροής έκτασης  $36 \text{ km}^2$  δέχεται επεισόδιο τετράωρης βροχής με μέση ένταση βροχόπτωσης  $i=10+N \text{ mm/h}$ , όπου  $N$  είναι το τελευταίο ψηφίο του ΑΜ του κάθε φοιτητή, από την οποία απορρέει το παρακάτω υδρογράφημα άμεσης απορροής (έχει αφαιρεθεί η βασική απορροή):



Ζητείται:

- Να βρεθεί το συνολικό ύψος βροχής που έπεσε στο εν λόγω επεισόδιο **[5%]**.
- Να υπολογιστεί ο συντελεστής απορροής της λεκάνης **[10%]**.
- Να υπολογιστεί το Μοναδιαίο Υδρογράφημα διάρκειας  $4 \text{ h}$  για την εν λόγω λεκάνη θεωρώντας ότι η μέση ένταση είναι σταθερή όλο το τετράωρο βροχής **[10%]**.

Το αθροιστικό ύψος  $F$  όλων των απωλειών μπορεί να εκτιμηθεί από την παρακάτω σχέση που εξαρτάται από τη διάρκεια απορροής  $t$  και δύο παραμέτρους  $a$ ,  $b$ :

$$F(t) = at^b$$

όπου  $F$  σε  $\text{m}$ ,  $t$  σε  $\text{min}$ ,  $a$  σε  $\text{m}/\text{min}^b$  και  $b$  αδιάστατη. Δεδομένου ότι  $a=0.004 \text{ m}/\text{min}^b$ :

- Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $b$  αξιοποιώντας τα διαθέσιμα δεδομένα **[15%]**.

## Θέμα 3 [20/100]

Αντιπλημμυρικό έργο σχεδιάζεται με περίοδο επαναφοράς  $T$ .

Ζητείται:

- Αν  $T=10$  έτη ποια είναι η πιθανότητα να συμβεί τουλάχιστον μία πλημμύρα ίση ή μεγαλύτερη από την πλημμύρα σχεδιασμού μέσα στη δεκαετία **[5%]**.
- Αν  $T=100$  έτη ποια είναι η πιθανότητα να συμβούν τρεις πλημμύρες ίσες ή μεγαλύτερες από την πλημμύρα σχεδιασμού μέσα στην εκατονταετία **[5%]**.
- Ποιο είναι πιο πιθανό, να συμβούν τρεις πλημμύρες ίσες ή μεγαλύτερες από την πλημμύρα σχεδιασμού (όταν  $T=100$  έτη) μέσα στην εκατονταετία ή να συμβούν τέσσερις πλημμύρες ίσες ή μεγαλύτερες από την πλημμύρα σχεδιασμού (όταν  $T=10$  έτη) μέσα στη δεκαετία; **[10%]**.

## ΛΥΣΕΙΣ

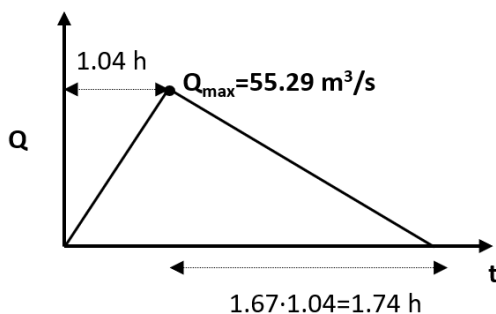
1α) Ο συντελεστής απορροής προκύπτει ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των δύο χρήσεων γης της λεκάνης (αστικής και περιαστικής).  $C=0.35 \cdot 0.7 + 0.65 \cdot 0.5 = 0.57$ . Το εμβαδόν της λεκάνης προκύπτει ως το άθροισμα των επιμέρους γεωμετρικών σχημάτων που ορίζουν τη λεκάνη (από κάτω προς τα πάνω, τρίγωνο, τετράγωνο, τραπέζιο). Προκύπτει εμβαδό λεκάνης  $A=5750000 \text{ m}^2$  ή  $5.75 \text{ km}^2$ .

1β) Ο χρόνος συγκέντρωσης είναι ο χρόνος που κάνει το νερό να διανύσει τη μακρύτερη διαδρομή, η οποία είναι  $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma$ . Άρα ο χρόνος συγκέντρωσης είναι ίσος  $t_c = t_{c,AB} + t_{c,B\Gamma}$ . Από την εκφώνηση,  $t_{c,AB} = 10 \text{ min}$ . Για το  $t_{c,B\Gamma}$ , εφόσον η απόσταση  $L_{B\Gamma}$  είναι γνωστή ( $L_{B\Gamma} = 3000 \text{ m}$ ), θα χρησιμοποιήσουμε την ταχύτητα ροής, η οποία είναι ίση με  $V = 6 \cdot S^{1/2}$ . Η κλίση του υδατορέματος μπορεί να υπολογιστεί εφόσον δίνονται τα υψόμετρα:  $S = (z_B - z_\Gamma) / L_{B\Gamma} = (278 - 202) / 3000 = 0.02533$ . Άρα η ταχύτητα ροής είναι  $V = 6 \cdot (0.02533)^{1/2} = 0.95 \text{ m/s}$ . Άρα ο χρόνος που απαιτείται να πάει το νερό από το B στο Γ ισούται  $t_{c,B\Gamma} = L_{B\Gamma} / V = 3000 / 0.95 = 3141.4 \text{ sec}$  ή  $52.36 \text{ min}$  ή  $0.87 \text{ h}$ . Ο συνολικός χρόνο συγκέντρωσης (σε ώρες) υπολογίζεται:  $t_c = t_{c,AB} + t_{c,B\Gamma} = (10/60) + 0.87 = 1.04 \text{ h}$ .

1γ) Για  $N=0$ , και όπου  $T$  η περίοδος επαναφοράς (50 έτη) και  $t$  ο χρόνος συγκέντρωσης (ορθολογική μέθοδος για μικρή λεκάνη)

$$i(t, T) = \frac{436.7 \cdot (50^{0.113} - 0.682)}{\left(1 + \frac{1.04}{0.089}\right)^{0.724}} = 60.68 \text{ mm/h}$$

1δ) Η παροχή αιχμής σύμφωνα με την ορθολογική μέθοδο είναι  $Q = 0.278 \cdot C \cdot i \cdot A = 0.278 \cdot 0.57 \cdot 60.68 \cdot 5.75 = 55.29 \text{ m}^3/\text{s}$ . Το πλημμυρικό υδρογράφημα έχει αυτή τη μορφή (η χρονική διάρκεια της βροχής είναι ίση με το χρόνο συγκέντρωσης):



1ε) Τα κατακόρυφα τοιχώματα της διατομής υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την εξίσωση Manning για την παροχή αιχμής,  $55.29 \text{ m}^3/\text{s}$ , για πλάτος διατομής  $B=15 \text{ m}$  και θεωρώντας ότι το υδατόρεμα συνεχίζει με την ίδια κλίση  $S=0.02533$ . Αν το υλικό είναι για οπλισμένο σκυρόδεμα και άγνωστη μεταβλητή θεωρείται το βάθος ροής  $h$  (που αντιστοιχεί στην παροχή αιχμής) προκύπτει η παρακάτω πεπλεγμένη σχέση:

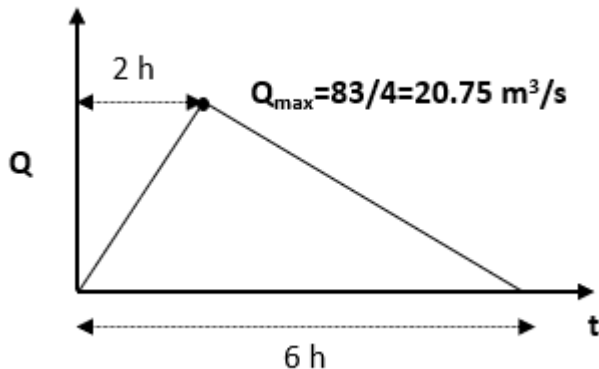
$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow 55.29 = \frac{1}{0.016} (15h) \left(\frac{15h}{15+2h}\right)^{2/3} 0.02533^{1/2}$$

Με δοκιμές μπορεί να υπολογιστεί ότι  $h=0.57 \text{ m}$ . Αυτό είναι και το ελάχιστο ύψος των κατακόρυφων τοιχωμάτων.

2α) Το συνολικό ύψος βροχής είναι γινόμενο της μέσης έντασης βροχής επί τη διάρκεια βροχής:  $d=i \cdot t$ . Για  $N=0$ ,  $d=4 \cdot 10=40 \text{ mm/h}$ .

2β) Ο συντελεστής απορροής είναι ο όγκος βροχής που απορρέει από τη λεκάνη ( $V_{\text{runoff}}$ ) προς τον όγκο βροχής που πέφτει στη λεκάνη ( $V_{\text{rainfall}}$ ) και είναι με βάση τον ορισμό πάντα μικρότερος από τη μονάδα. Ο όγκος βροχής είναι το γινόμενο ύψος βροχής επί εμβαδόν λεκάνης. Για  $N=0$ ,  $V_{\text{rainfall}} = (40/1000) \cdot (36 \cdot 1000000) = 1440000 \text{ m}^3$ . Ο όγκος απορροής είναι το εμβαδόν του υδρογραφήματος άμεσης απορροής το οποίο είναι το εμβαδόν του τριγώνου:  $V_{\text{runoff}} = (6 \cdot 3600) \cdot 83 \cdot (1/2) = 896400 \text{ m}^3$ . Άρα ο συντελεστής απορροής είναι  $C = V_{\text{runoff}} / V_{\text{rainfall}} = 896400 / 1440000 = 0.62$ .

2γ) Το ΜΥΓ διάρκειας 4 h είναι το υδρογράφημα της άμεσης απορροής που προκύπτει όταν βρέχει 10 mm με σταθερή ένταση και με διάρκεια 4 h. Για  $N=0$ , το υδρογράφημα άμεσης απορροής αφορά βροχή  $4 \cdot 10=40$  mm σε διάρκεια 4 h με σταθερή ένταση. Άρα με βάση την αρχή της αναλογικότητας, το ΜΥΓ των 4 h θα είναι:



2δ) Εφόσον ο συντελεστής απορροής είναι  $C=0.62$  ( $N=0$ ), τότε το καθαρό ύψος βροχής είναι  $h_{\text{net}}=0.62 \cdot 40=24.9$  mm, ενώ οι υδρολογικές απώλειες είναι  $h_{\text{loss}}=40-24.9=15.1$  mm. Άρα αν χρησιμοποιήσουμε την εκθετική σχέση για το αθροιστικό ύψος απωλειών ( $t=6 \cdot 60=360$  min,  $F(t)=15.1/1000=0.0151$  m και  $\alpha=0.004$  m/min<sup>b</sup>)

$$F(t) = at^b \Rightarrow \left(\frac{15.1}{1000}\right) = 0.004 \cdot (6 \cdot 60)^b \Rightarrow 3.775 = 360^b \Rightarrow \ln(3.775) = \ln(360^b) \Rightarrow \ln(3.775) = b \cdot \ln(360) \Rightarrow b = \frac{1.33}{5.89} = 0.226$$

3α)

Πρώτος τρόπος

Πιθανότητα υπέρβασης:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{10}$$

Πιθανότητα μη υπέρβασης:

$$1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Πιθανότητα μη υπέρβασης η χρόνια:

$$\left(1 - \frac{1}{T}\right)^n = \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = 0.349$$

Πιθανότητα υπέρβασης σε η χρόνια:

$$1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n = 1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = 0.651$$

Δεύτερος τρόπος

Αν  $x$  ο αριθμός των πλημμυρών και  $p$  η πιθανότητα εμφάνισης της πλημμύρας  $p=1/T$ , η πιθανότητα να μη γίνει καμία πλημμύρα μέσα σε  $n=10$  χρόνια είναι η ακόλουθη ( $x=0$ ):

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{1}{T}\right)^x \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{n-x} = \frac{10!}{0!(10-0)!} \left(\frac{1}{10}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10-0} = 0.349$$

Άρα η πιθανότητα να γίνει **τουλάχιστον** μία είναι

$$1 - f(0) = 1 - 0.349 = 0.651$$

3β)

$$f_{100}(3) = \binom{100}{3} \left(\frac{1}{100}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{100-3} = \frac{100!}{3!(100-3)!} \left(\frac{1}{100}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{100-3} = 0.061$$

3γ)

$$f_{10}(4) = \binom{10}{4} \left(\frac{1}{10}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10-4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} \left(\frac{1}{10}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10-4} = 0.011$$

Εφόσον  $f_{10}(4) > f_{10}(3)$ , η πιθανότητα να συμβούνε 4 πλημμύρες εντός της δεκαετίας (όταν  $T=10$  έτη) είναι μεγαλύτερη από το να συμβούνε 3 πλημμύρες εντός της εκατονταετίας (όταν  $T=100$  έτη).