

Ασκήσεις Εμπέδωσης

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Ένα κουτί περιέχει μία μαύρη, μία άσπρη και μία κόκκινη σφαίρα. Επιλέγουμε τυχαία δύο σφαίρες, μία – μία, χωρίς επανατοποθέτηση και καταγράφουμε το χρώμα κάθε σφαίρας που εξάγεται. Να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος.
2. Ρίχνουμε δύο ζάρια και καταγράφουμε το άθροισμα των δύο ρίψεων.
(α) Να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος
Αν $A = \{\text{το άθροισμα είναι πρώτος αριθμός}\}$ και $B = \{\text{το άθροισμα είναι πολλαπλάσιο του 5}\}$ να βρεθούν:
(i) Τα ενδεχόμενα, $A \cup B$, $A - B$, $A \cap B$, $B - A$, $A \Delta B$ (ii) Οι πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$
(iii) Αν τα A , B είναι ξένα μεταξύ τους. (iv) Αν τα A , B είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.
3. Ένας κωδικός τριών ψηφίων αποτελείται από ένα κεφαλαίο γράμμα (24 επιλογές), έναν αριθμό (10 επιλογές) και έναν ειδικό χαρακτήρα (8 επιλογές). (α) Να βρεθεί το πλήθος των κωδικών που μπορεί να σχηματιστούν.
(β) Ποια η πιθανότητα αυτός ο κωδικός να ΜΗΝ περιλαμβάνει το γράμμα “Α”;
4. Σχηματίζουμε έναν τετραψήφιο αριθμό με τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4 χωρίς επανάληψη. Να βρεθεί η πιθανότητα αυτός ο αριθμός να διαιρείται με το 2.
5. Ρίχνουμε ένα ζάρι 6 φορές. Ποια είναι η πιθανότητα να έρθουν 6 διαφορετικά νούμερα στις 6 ρίψεις;
6. Με πόσες δυνατές ενδεκάδες μπορεί να κατέβει σε έναν αγώνα μία ομάδα με 15 παίκτες;

Λύσεις ασκήσεων

Απαντήσεις

1. $\Omega = \{MA, MK, AK, AM, KA, KM\}$.

2. $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $N(\Omega) = 11$.

$A = \{\text{το άθροισμα είναι πρώτος αριθμός}\} = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $N(A) = 5$.

$B = \{\text{το άθροισμα είναι πολλαπλάσιο του 5}\} = \{5, 10\}$, $N(B) = 2$.

(i) $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 10, 11\}$, $A - B = \{2, 3, 7, 11\}$, $A \cap B = \{5\}$, $B - A = \{10\}$

(ii) $P(A) = 5/11$, $P(B) = 2/11$.

(iii) $A \cap B = \{5\} \neq \emptyset$, άρα τα A, B δεν είναι ξένα.

(iv) $P(A \cap B) = 1/11 \neq 10 / 11 = P(A) \cdot P(B)$, άρα τα A, B δεν είναι ανεξάρτητα.

3. (α) $24 \cdot 10 \cdot 8 = 1.920$ διαφορετικοί κωδικοί. (β) Κωδικοί χωρίς "A": $23 \cdot 10 \cdot 8 = 1.840$. Πιθανότητα $P = 0,9583 = 95,8\%$.

4. Συνολικές διατάξεις 5 αριθμών ανά 4 είναι $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$. Ο αριθμός που διαιρείται με το 2 σχηματίζεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο επιλέγεται το τελευταίο ψηφίου του αριθμού μεταξύ των $\{0, 2, 4\}$ (3 επιλογές) και στο δεύτερο τοποθετούνται τα υπόλοιπα 4 ψηφία στις υπόλοιπες 3 θέσεις με $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ επιλογές. Συνεπώς, οι ευνοϊκές περιπτώσεις είναι $24 \cdot 3 = 72$ και η πιθανότητα να διαιρείται με το 2 είναι $72 / 120 = 0,6 = 60\%$.

5. Τα 6 διαφορεικά νούμερα είναι τα $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Το πλήθος των διατάξεων τους είναι $6! = 720$ περιπτώσεις, ενώ το σύνολο όλων των διαφορετικών εξάδων είναι $6^6 = 46.656$. Η πιθανότητα είναι $1,54\%$.

6. $(15 \text{ ανά } 11) = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 / (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 1.365$