

Πεδιακή και Κυκλωματική Αναπαράσταση Ηλεκτρικών Μηχανών



Καθηγητής Αντώνιος Γ. Κλαδάς
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ
Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος

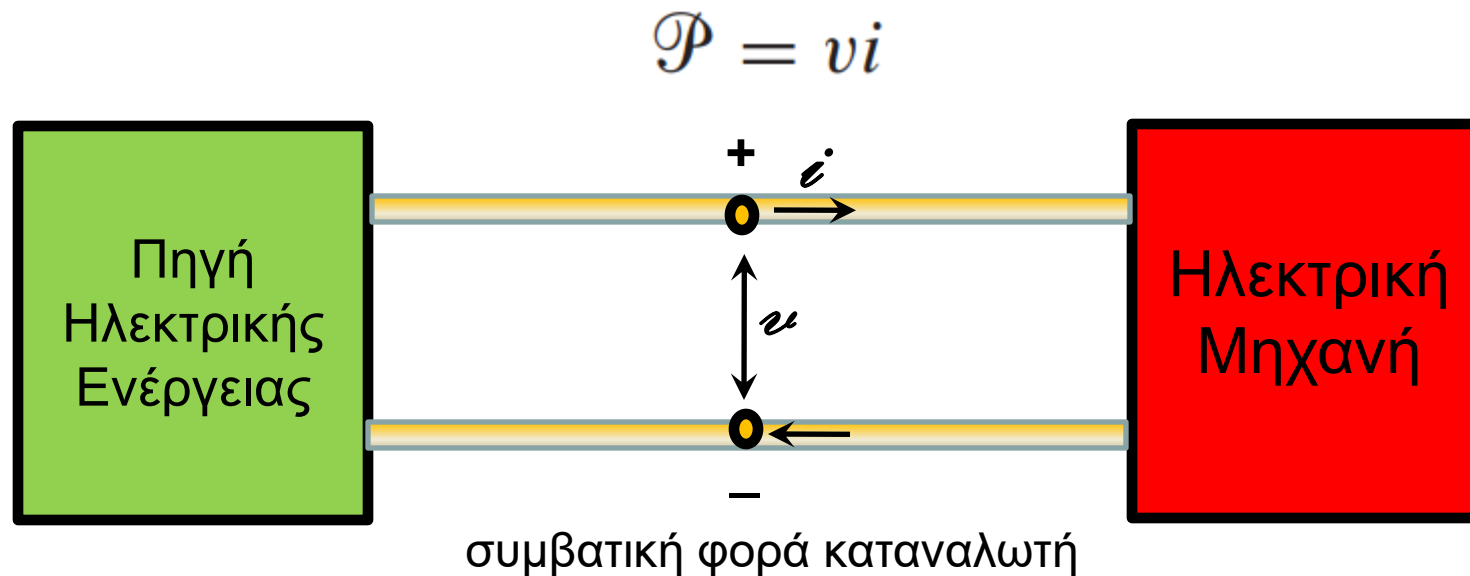
Εργαστήριο Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος

Τηλ. 210-7723765, Fax: 210-7722336, e-mail: kladasel@central.ntua.gr

<http://empelab.ece.ntua.gr/>

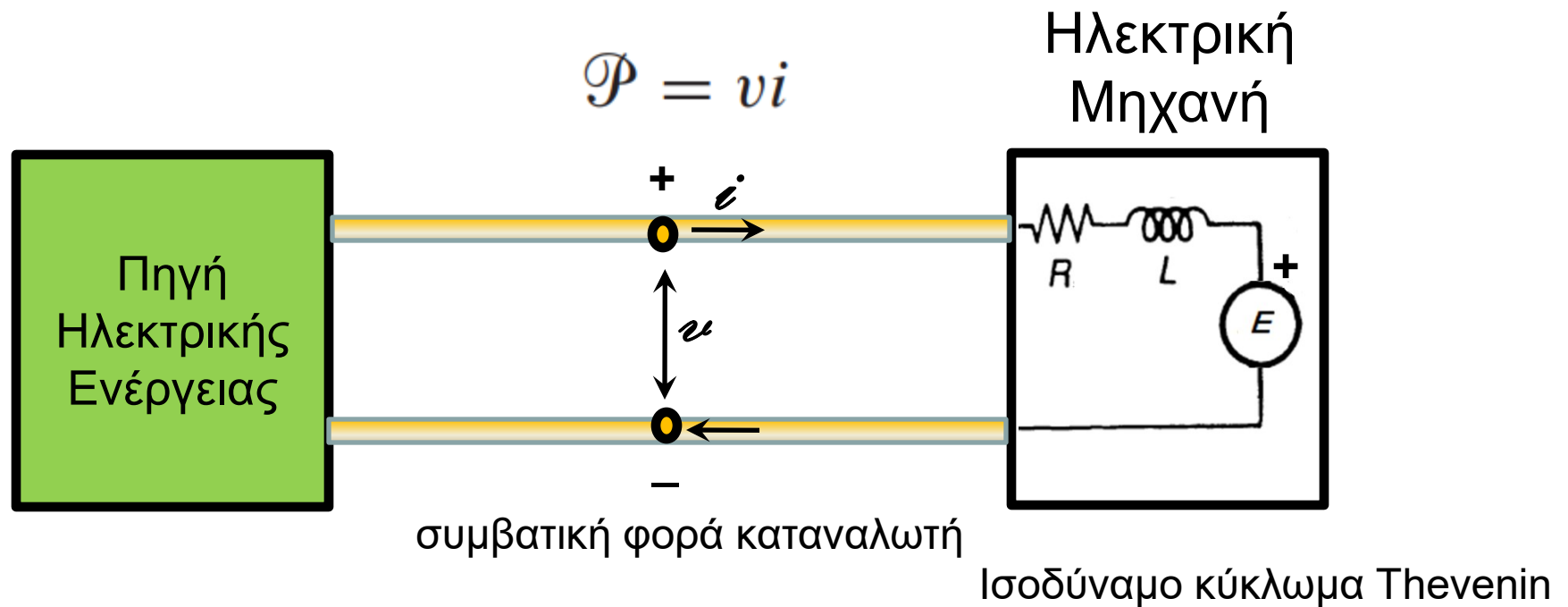
Μοντέλα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων Ηλεκτρικών Μηχανών

Ηλεκτρική μηχανή συνδεδεμένη σε πηγή ηλεκτρικής ενέργειας



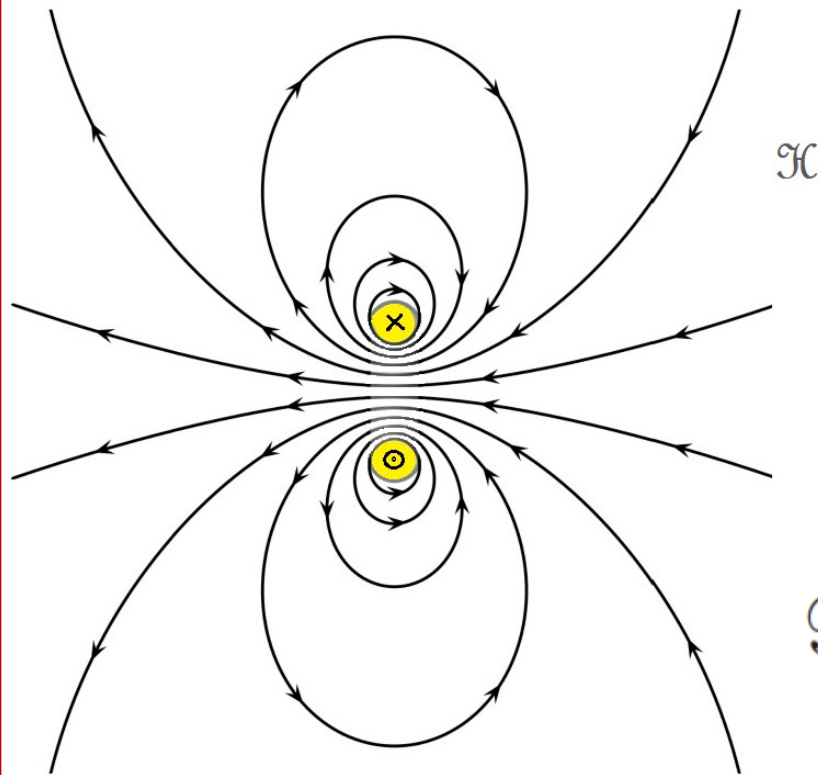
Μοντέλα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων Ηλεκτρικών Μηχανών

Ηλεκτρική μηχανή συνδεδεμένη σε πηγή ηλεκτρικής ενέργειας



Μοντέλα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων Ηλεκτρικών Μηχανών

Ηλεκτρική μηχανή συνδεδεμένη σε πηγή ηλεκτρικής ενέργειας



μαγνητικό πεδίο

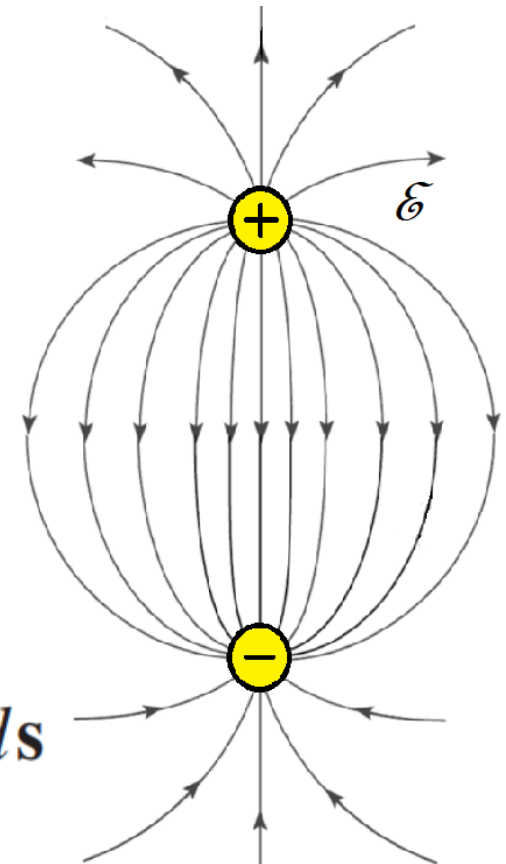
$$\mathcal{P} = vi$$

$$v = \int_C \mathcal{E} \cdot d\ell$$

$$i = \oint_C \mathcal{H} \cdot d\ell$$

$$\mathcal{P} = \oiint_S (\mathcal{E} \times \mathcal{H}) \cdot d\mathbf{s}$$

διάνυσμα
Poynting



ηλεκτρικό πεδίο

Μοντέλα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων Ηλεκτρικών Μηχανών

Ηλεκτρική μηχανή συνδεδεμένη σε πηγή ηλεκτρικής ενέργειας

υπολογισμός παραμέτρων

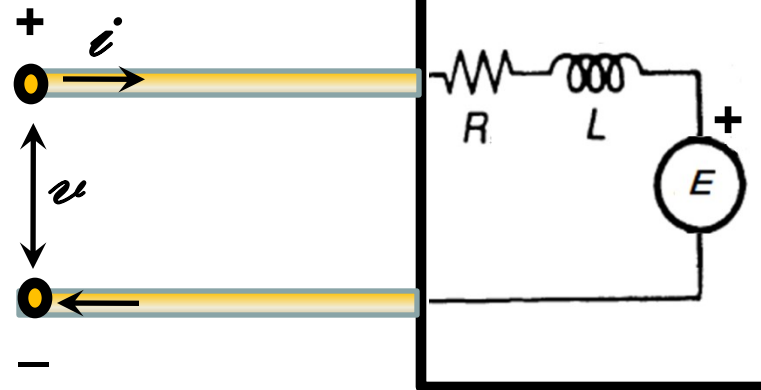
$$E = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathfrak{B} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathcal{W}_m = \frac{1}{2} \iiint_V \mu \mathcal{H}^2 dV = \frac{1}{2} Li^2$$

$$\mathcal{W}_e = \frac{1}{2} \iiint_V \varepsilon \mathcal{E}^2 dV = \frac{1}{2} C v^2$$

$$\mathcal{P}_R = \iiint_V \sigma \mathcal{E}^2 dV = \iiint_V \frac{1}{\rho} \mathcal{E}^2 dV = \iiint_V \rho \mathcal{J}^2 dV = G v^2 = \frac{1}{R} v^2 = R i^2$$

$$\mathcal{P} = v i$$



Ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin

Μοντέλα Συγκεντρωμένων Παραμέτρων Ηλεκτρικών Μηχανών

Ηλεκτρική μηχανή συνδεδεμένη σε πηγή ηλεκτρικής ενέργειας

υπολογισμός παραμέτρων

Μετατρεπόμενη ισχύς

$$\mathcal{P}_e = E i$$

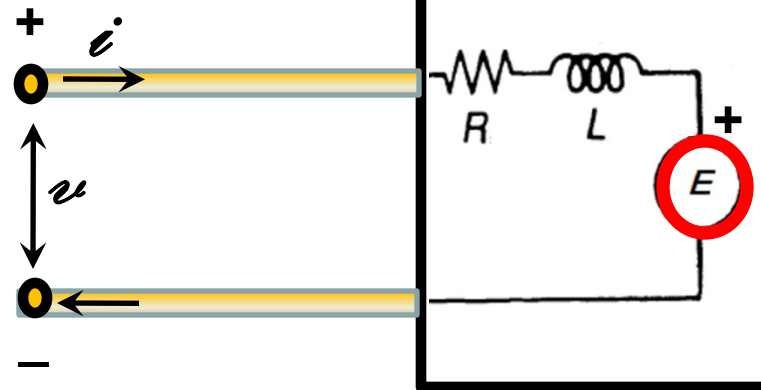
$$E = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathfrak{B} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathcal{W}_m = \frac{1}{2} \iiint_V \mu \mathcal{H}^2 dV = \frac{1}{2} L i^2$$

$$\mathcal{W}_e = \frac{1}{2} \iiint_V \varepsilon \mathcal{E}^2 dV = \frac{1}{2} C v^2$$

$$\mathcal{P}_R = \iiint_V \sigma \mathcal{E}^2 dV = \iiint_V \frac{1}{\rho} \mathcal{E}^2 dV = \iiint_V \rho \mathcal{J}^2 dV = G v^2 = \frac{1}{R} v^2 = R i^2$$

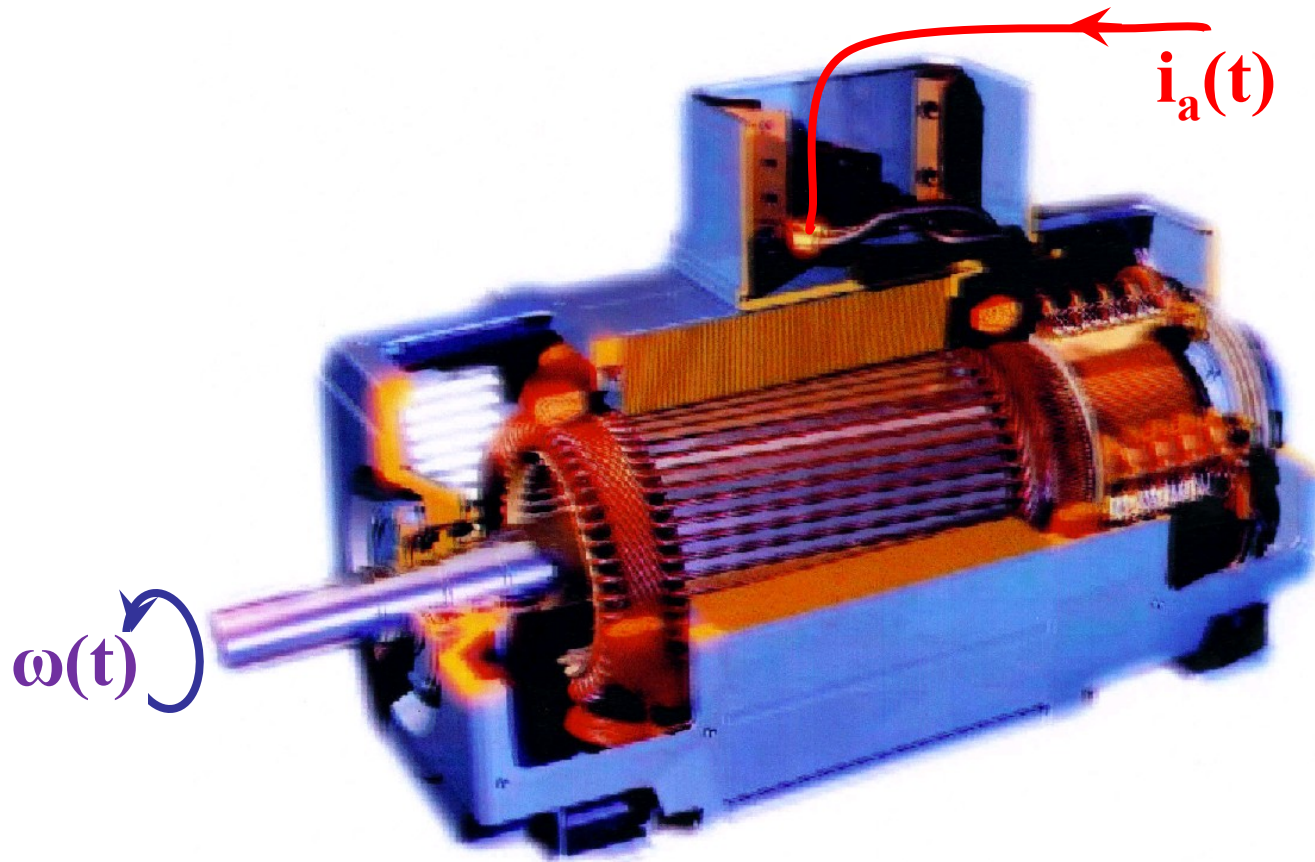
$$\mathcal{P} = v i$$



Ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin

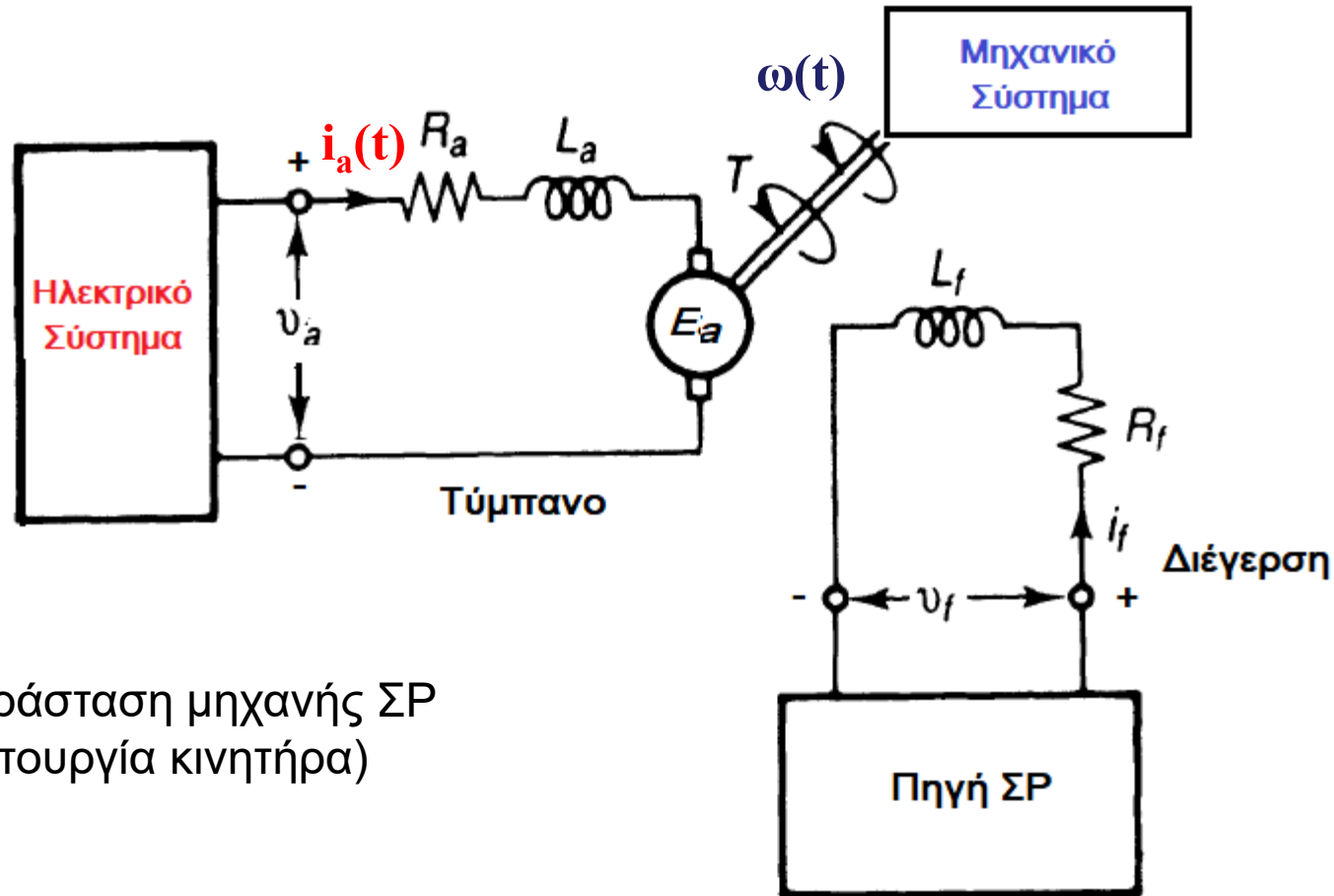
Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

Μελέτη εξισώσεων **ηλεκτρικών** και **μηχανικών** φαινομένων μηχανών ΣΡ



Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

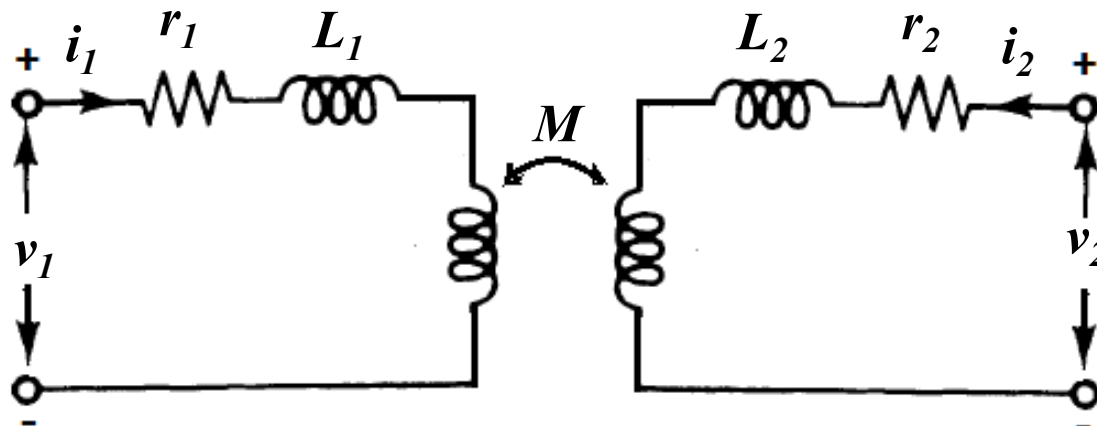
Μελέτη εξισώσεων **ηλεκτρικών** και **μηχανικών** φαινομένων μηχανών ΣΡ



Αναπαράσταση μηχανής ΣΡ
(λειτουργία κινητήρα)

Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

Εξισώσεις **ηλεκτρικού** μέρους (συζευγμένα ηλεκτρικά κυκλώματα)



Λειτουργία κινητήρα

$$v_1 = e_1 + r_1 i_1 \quad e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} \quad e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt}$$

$$v_2 = e_2 + r_2 i_2$$

$$\lambda_1 = L_1(\theta) i_1(t) + M(\theta) i_2(t)$$

$$\lambda_2 = L_2(\theta) i_2(t) + M(\theta) i_1(t)$$

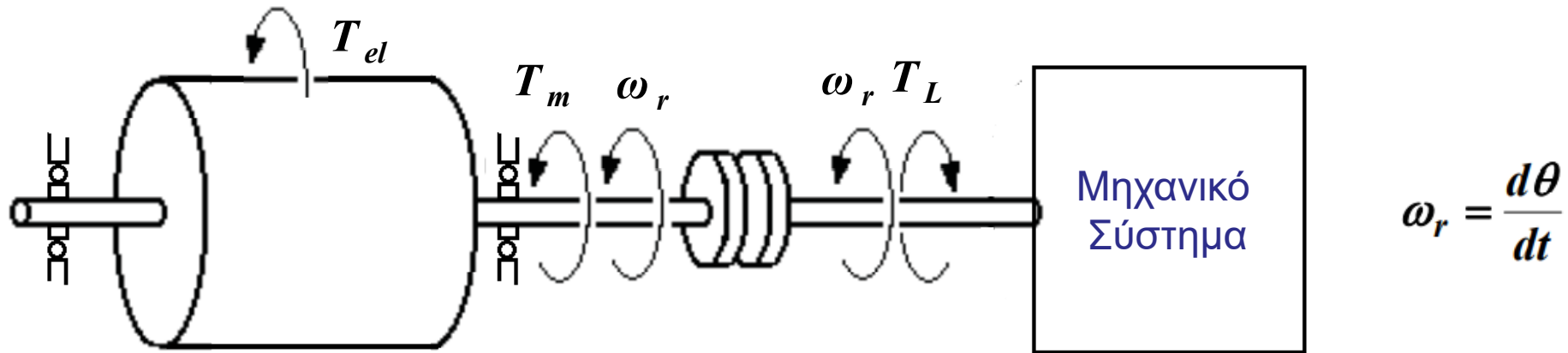
$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_1}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dM}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

$$e_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_2}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dM}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

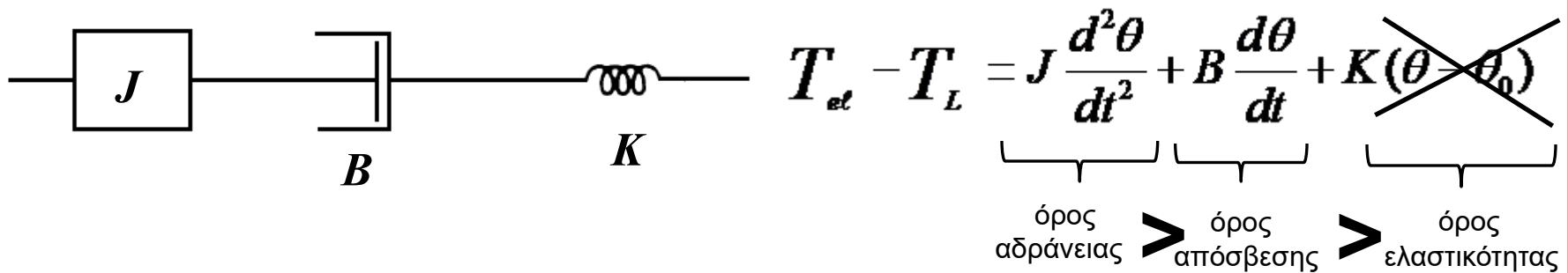
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{όροι ωμικής πτώσεως τάσεως}} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{όροι μετασχηματιστή}} + \underbrace{\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{όροι περιστροφής}} \omega_r \quad \omega_r = \frac{d\theta}{dt}$$

Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

Εξίσωση **μηχανικού** μέρους (στρεφόμενη μάζα)

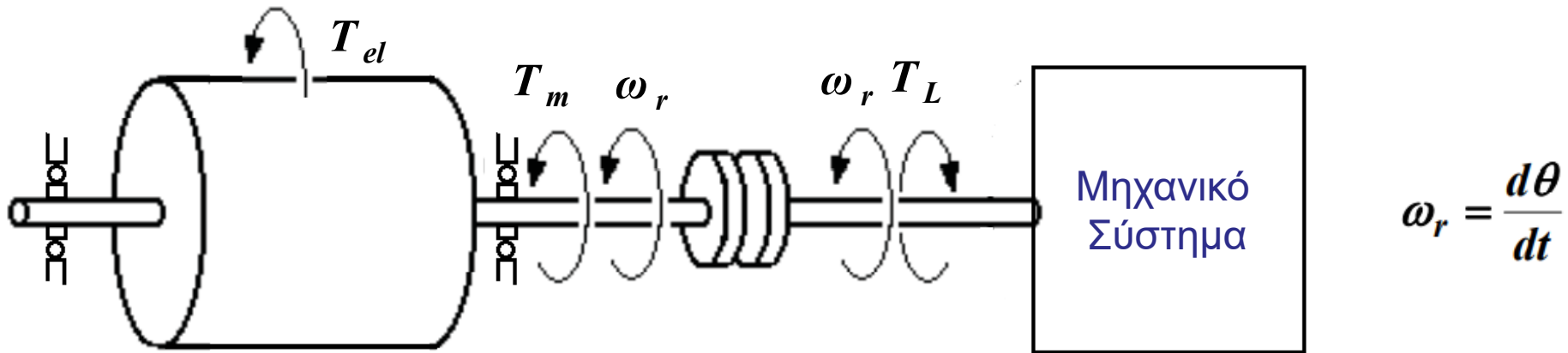


Λειτουργία κινητήρα

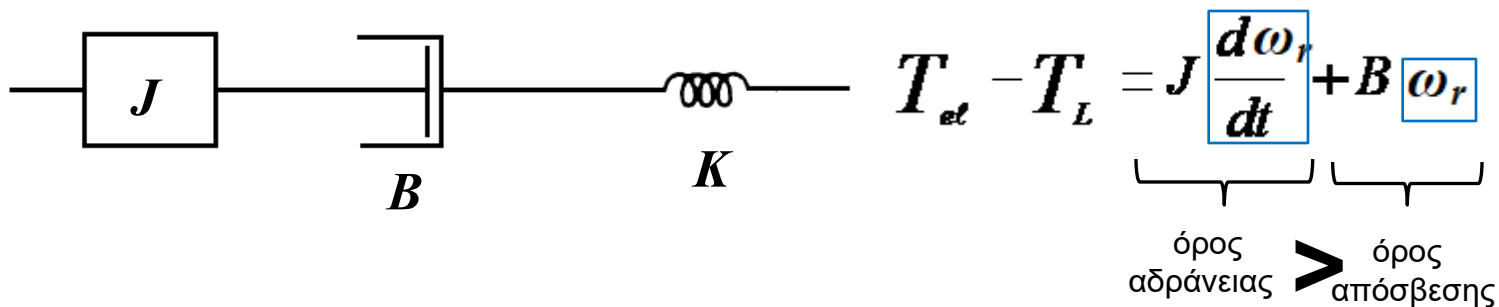


Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

Εξίσωση **μηχανικού** μέρους (στρεφόμενη μάζα)



Λειτουργία κινητήρα



Ανάλυση Μεταβατικών Φαινομένων Ηλεκτρικών Μηχανών

Μελέτη εξισώσεων **ηλεκτρικών** και **μηχανικών** φαινομένων

Εξισώσεις ηλεκτρικού μέρους

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \omega_r$$

Εξίσωση μηχανικού μέρους

$$T_{el} - T_L = J \frac{d\omega_r}{dt} + B \omega_r$$

Εξίσωση σύνδεσης

$$T_{el} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}$$

Κανονική διατύπωση δυναμικού συστήματος 1^{ης} τάξης

$$\dot{x} = a x + b u$$

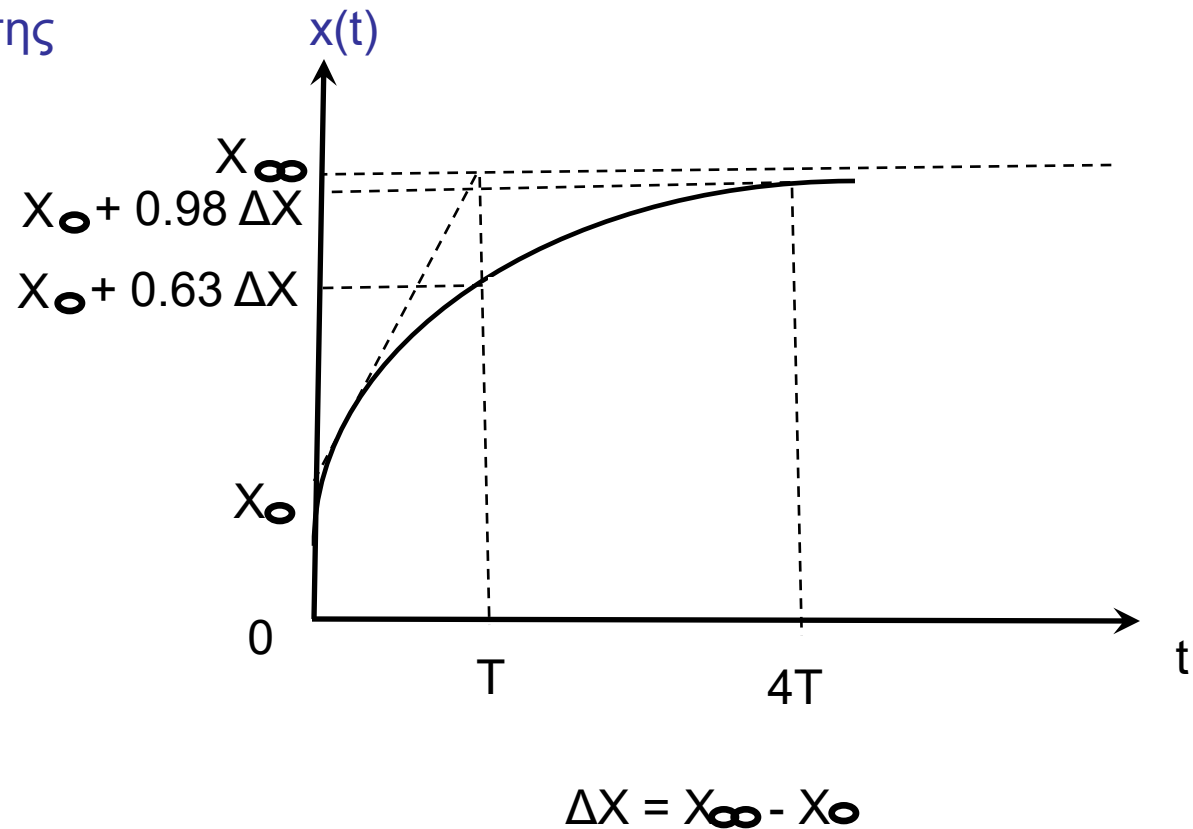
x : μεταβλητή κατάστασης

$$X_{\infty} = -\frac{b u}{a}$$

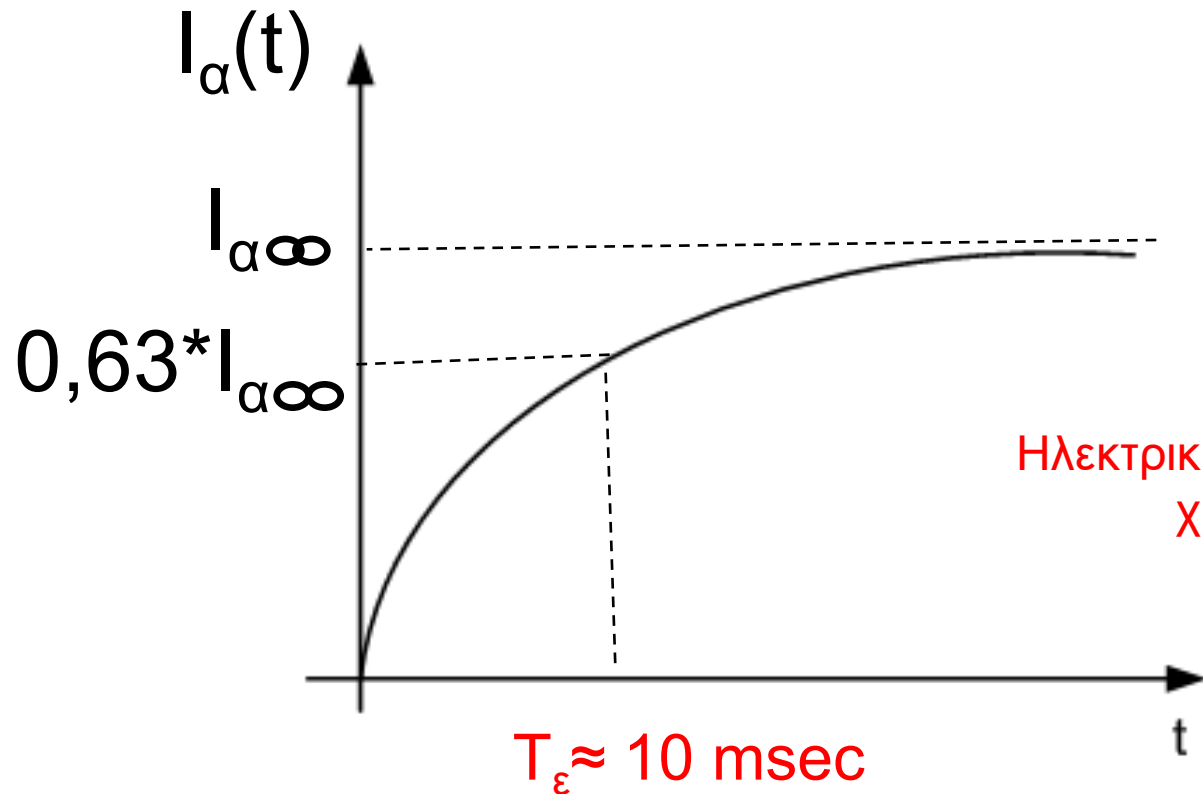
$$T = -\frac{1}{a}$$

$$\dot{x}(0) = \frac{X_{\infty} - X_0}{T}$$

$$\dot{x} = -\frac{x}{T} + \frac{X_{\infty}}{T}$$



Χαρακτηριστική ρεύματος εκκίνησης κινητήρα ΣΡ



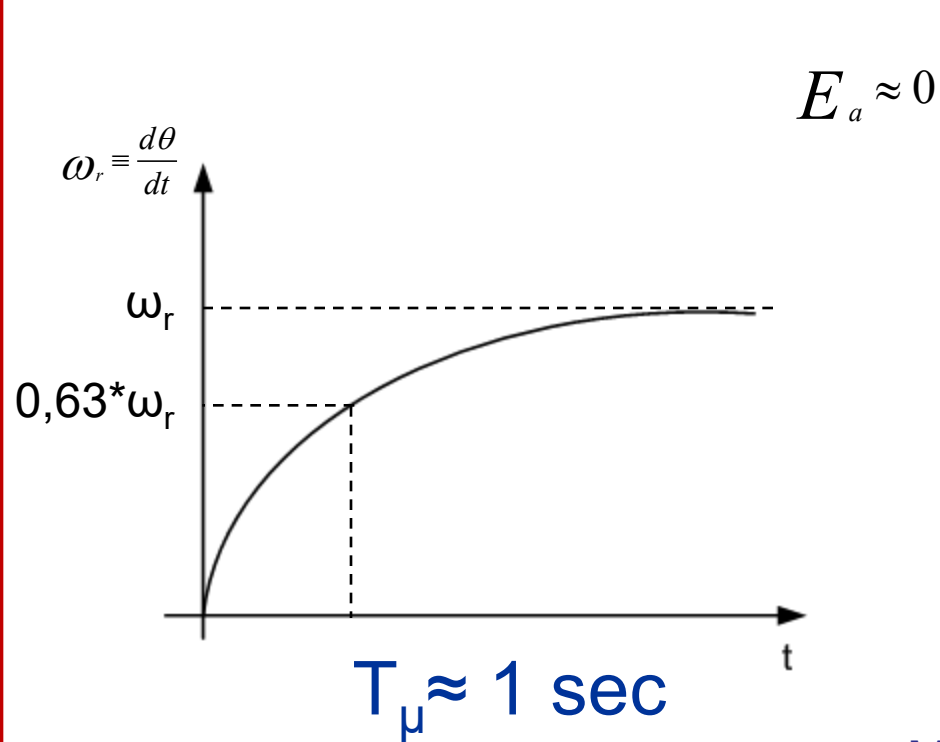
$$I_{a,\epsilon\kappa} = \frac{U}{R_{\epsilon\xi} + r_a} \left[1 - e^{-\frac{t}{T_{\epsilon}}} \right]$$

Ηλεκτρική σταθερά
χρόνου

$$T_{\epsilon\kappa} = \frac{L_a}{R_{\epsilon\xi} + r_a}$$

$$E_a = 0$$

Χαρακτηριστική ταχύτητας εκκίνησης κινητήρα ΣΡ



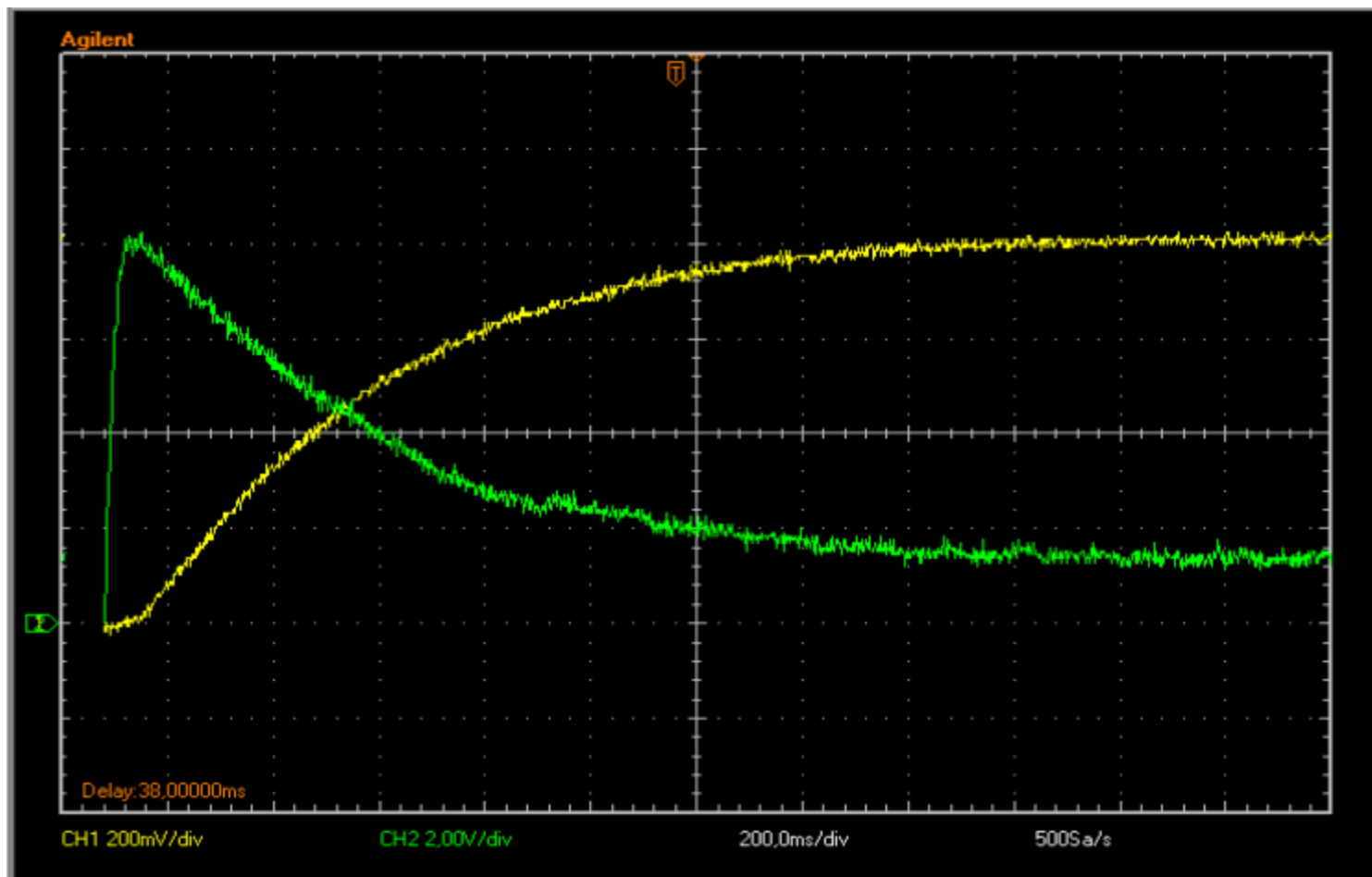
$$T_{el} - T_L = J \frac{d\omega_r}{dt} + B \omega_r$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{T_{el}}{B} \left[1 - e^{-\frac{t}{T_\mu}} \right]$$

Μηχανική σταθερά
χρόνου

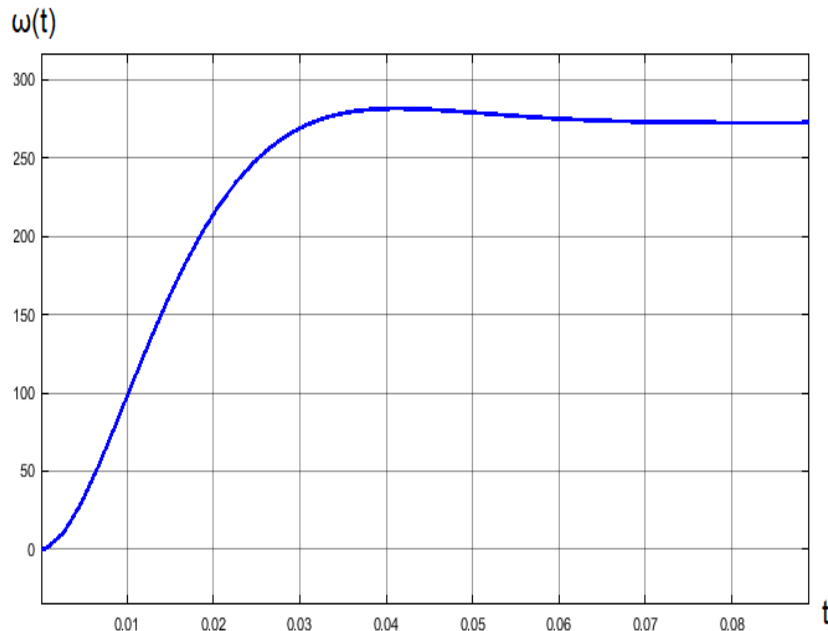
$$T_\mu = \frac{J}{B}$$

Μετρήσεις ρεύματος και ταχύτητας εκκίνησης κινητήρα ΣΡ ξένης διέγερσης

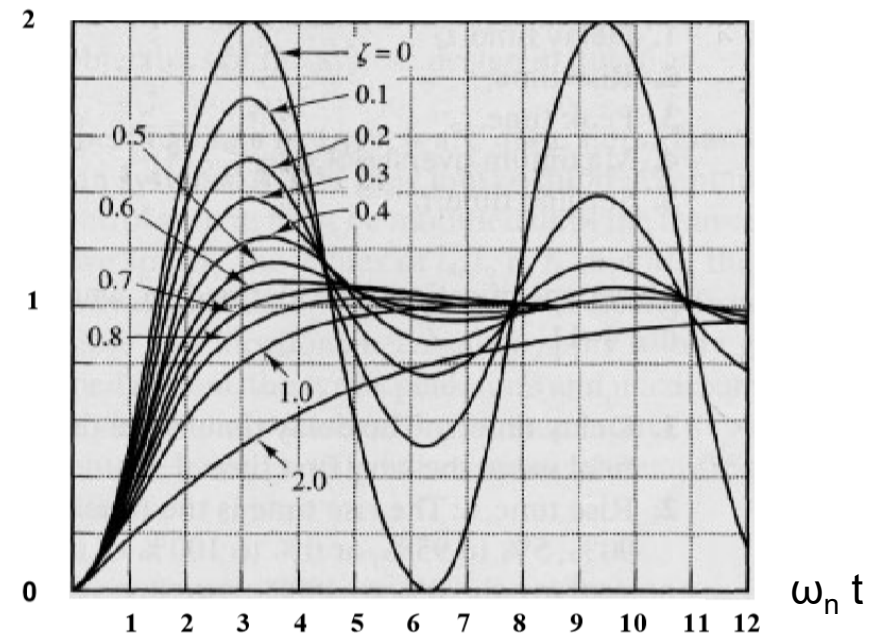


Κατάταξη μεταβατικών φαινομένων ηλεκτρικών μηχανών

Μεταβατικά φαινόμενα **ηλεκτρικού** και **μηχανικού** μέρους: δυναμική απόκριση 1ης και 2ης τάξης



σταθερές χρόνου $T_\epsilon = L/R$ $T_\mu = J/B$
 $\sim \text{msec}$ $\sim \text{sec}$



συντελεστής απόσβεσης $0 < \zeta < 1$

φυσική συχνότητα ω_n

σταθερά χρόνου $T = \frac{1}{2\zeta\omega_n} \sim \text{sec}$

Εξισώσεις της μηχανής ΣΡ ξένης διέγερσης στο χώρο κατάστασης

$$\dot{[X]} = [A] [X] + [B] [U] \quad [X]: \text{πίνακας μεταβλητών κατάστασης}$$

$$\left. \begin{aligned} v_a &= R_a i_a + L_a \dot{i}_a + \omega M_{af} I_f \\ J \dot{\omega} + B \omega &= T_e - T_L \\ T_e &= M_{af} I_f i_a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \dot{i}_a &= -(R_a/L_a) i_a - (M_{af} I_f/L_a) \omega + v_a/L_a \\ \dot{\omega} &= (M_{af} I_f/J) i_a - (B/J) \omega - (T_L/J) \end{aligned} \right\}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} -(R_a/L_a) & -(M_{af} I_f/L_a) \\ (M_{af} I_f/J) & -(B/J) \end{bmatrix} \quad [B] = \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 \\ 0 & -(1/J) \end{bmatrix} \quad [U] = \begin{bmatrix} v_a \\ T_L \end{bmatrix}$$

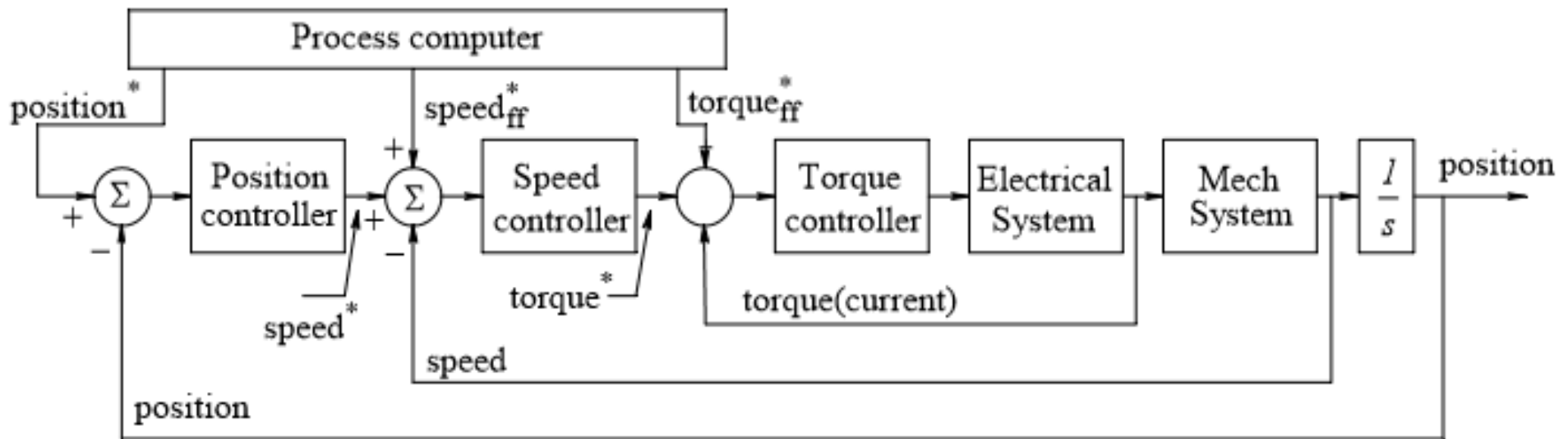
$$\underline{L} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} I_a(s) &= \frac{V_a(s) - M_{af} I_f \Omega(s)}{R_a + s L_a} \\ \Omega(s) &= \frac{M_{af} I_f I_a(s) - T_L(s)}{B + s J} \end{aligned} \right.$$

Ηλεκτρικές Μηχανές Συνεχούς Ρεύματος

Μεταβατικά φαινόμενα **ηλεκτρικού** και **μηχανικού** μέρους: δυναμική απόκριση 1^{ης} και 2^{ης} τάξης

Συνάρτηση μεταφοράς
κινητήρα ΣΡ ξένης
διέγερσης

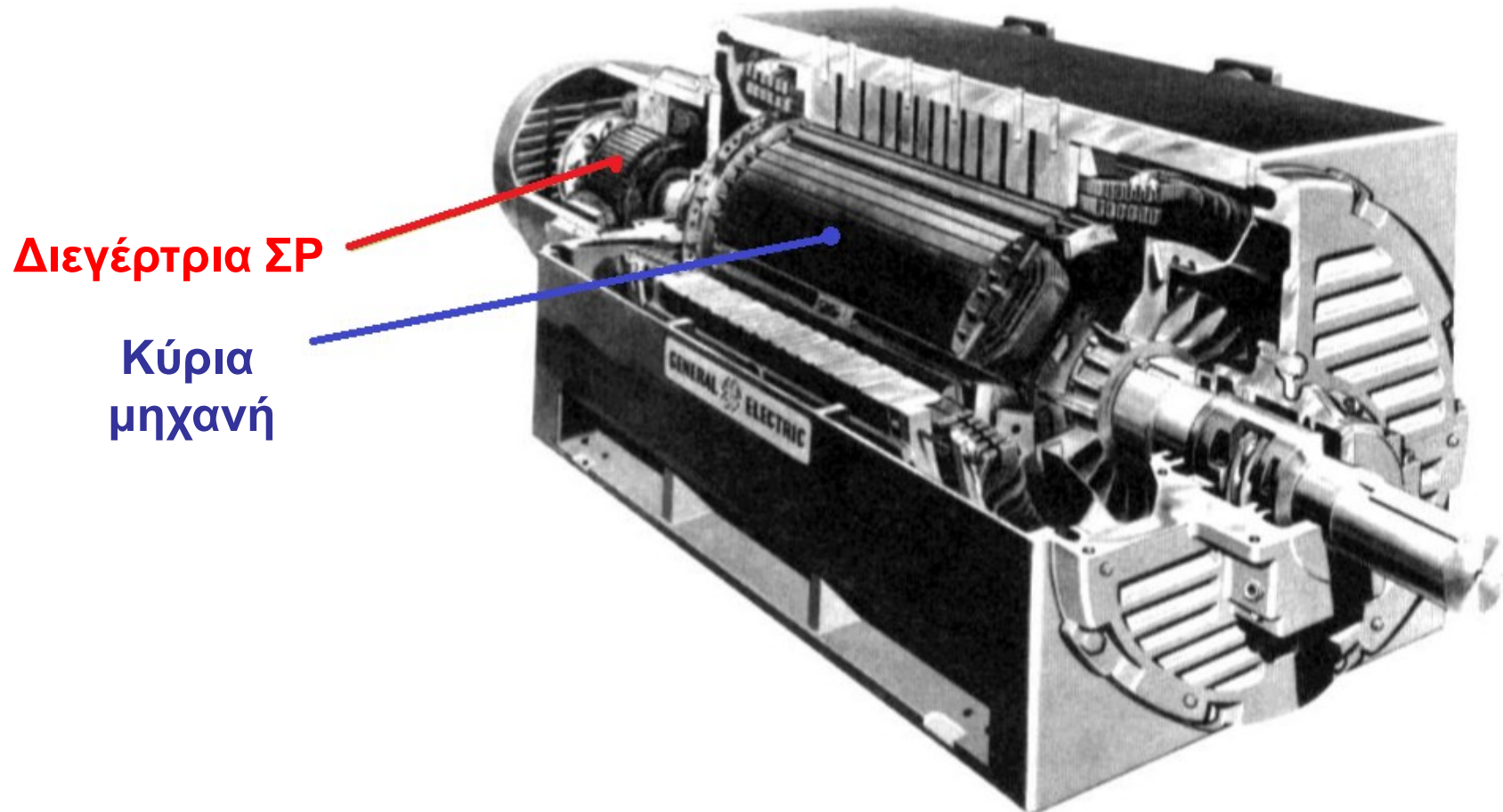
$$\frac{\Theta}{V} = \frac{K_t/JL}{s \left[s^2 + (B/J + R/L)s + BR/JL + K_t K_f/JL \right]}$$



Φωλιασμένοι έλεγχοι ρεύματος – ταχύτητας – θέσης δρομέα

Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

Ισοδύναμα κυκλώματα ανάλυσης μεταβατικών φαινομένων

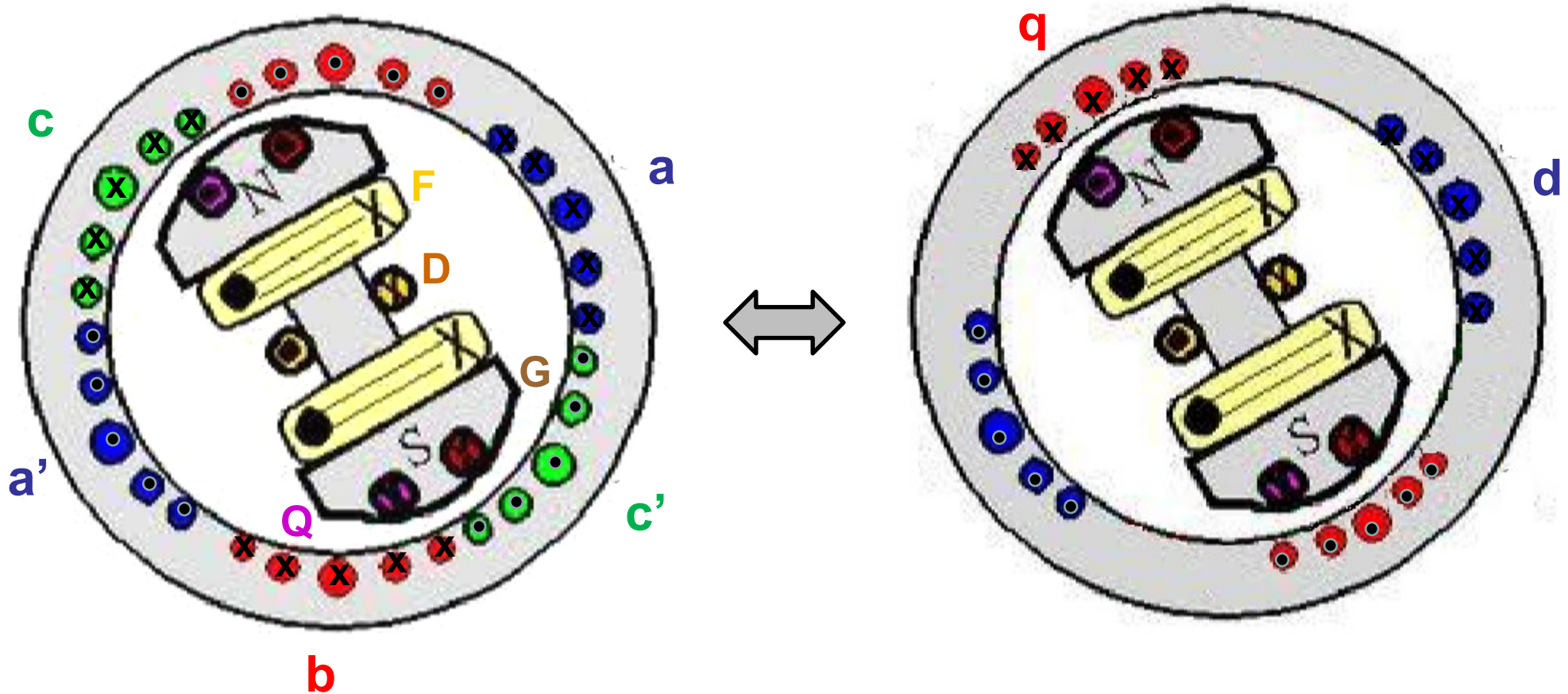


Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

Τυλίγματα σύγχρονης μηχανής

Τυλίγματα φάσεων **a, b, c** και ισοδύναμα τυλίγματα **q, d**

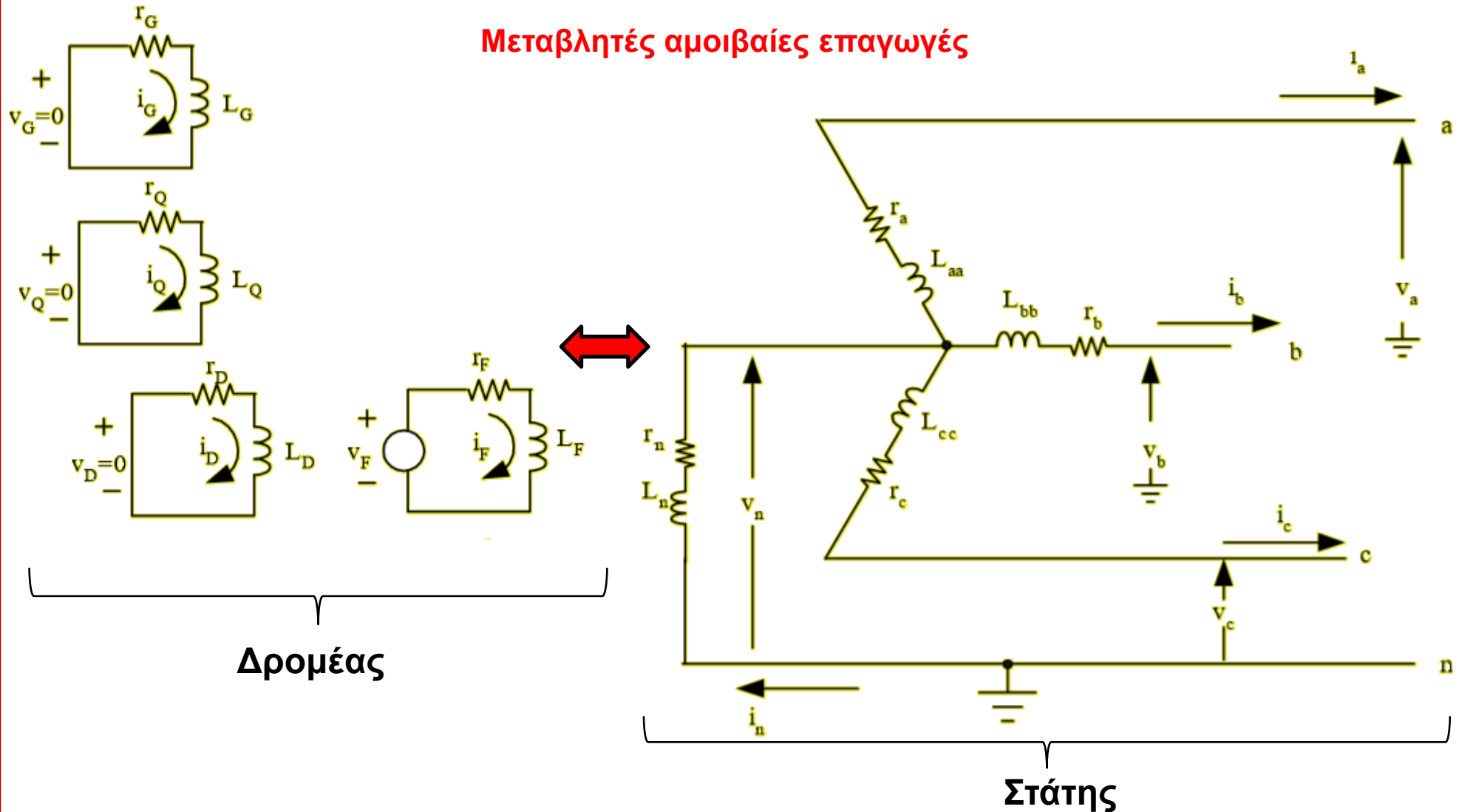
b' τυλίγματα διεγέρσεως **F** και αποσβέσεως **D, Q, G**



Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

Ισοδύναμο κύκλωμα σε φασικές συνιστώσες

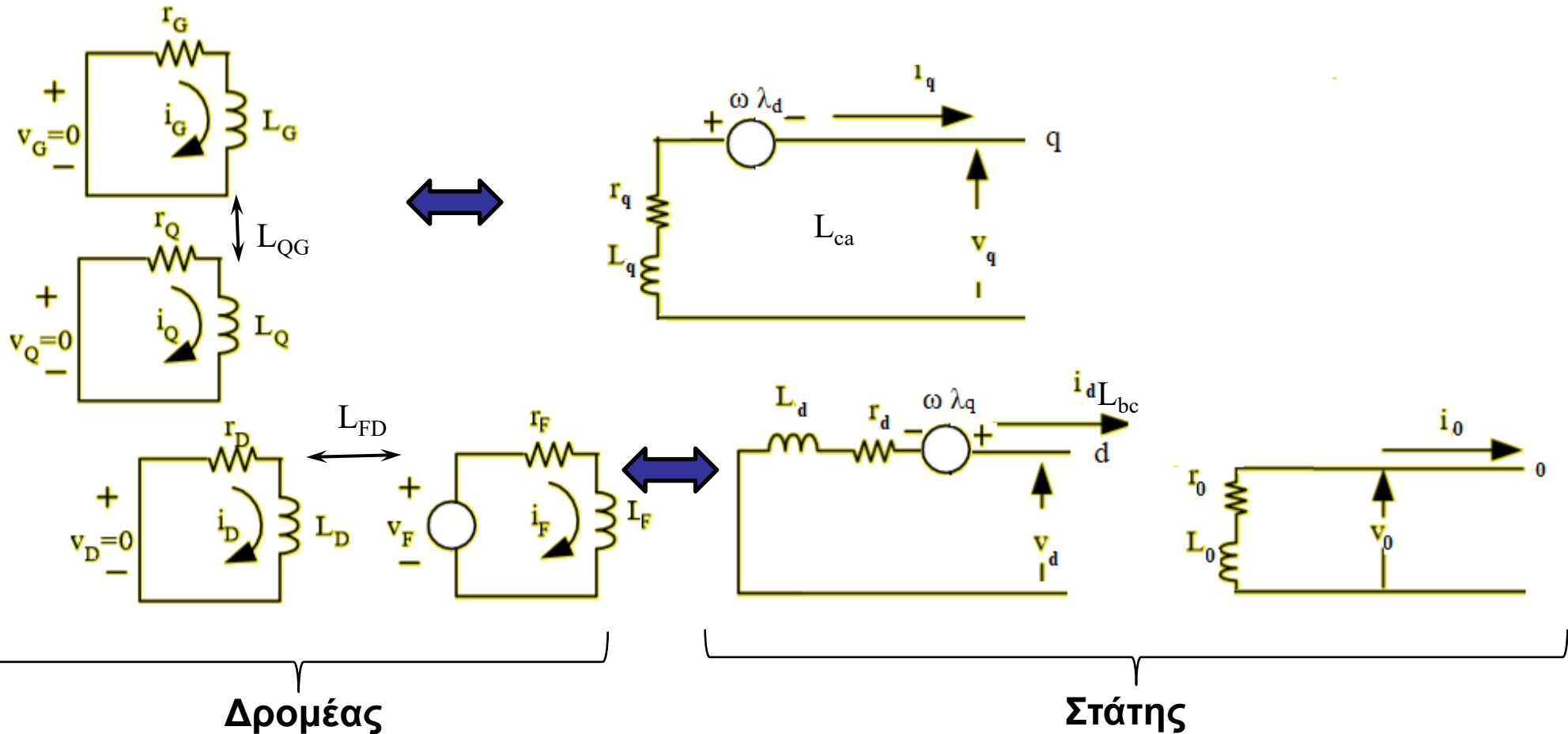
Μεταβλητές αμοιβαίες επαγωγές



Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

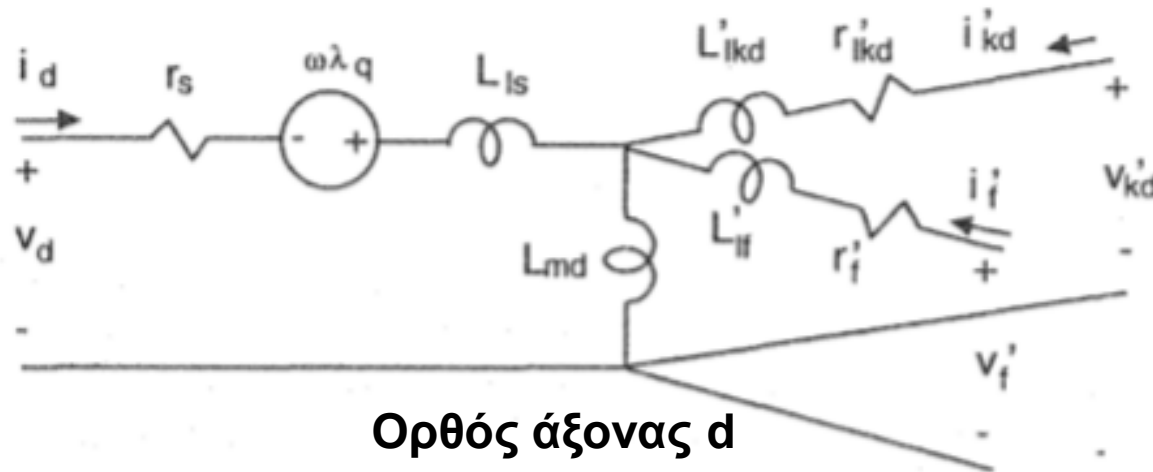
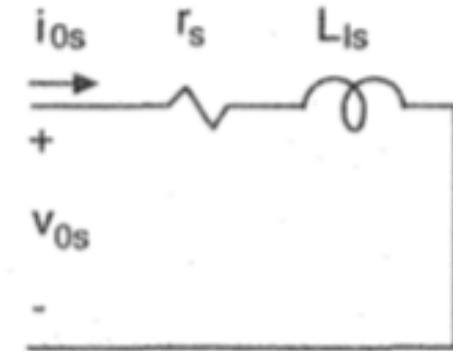
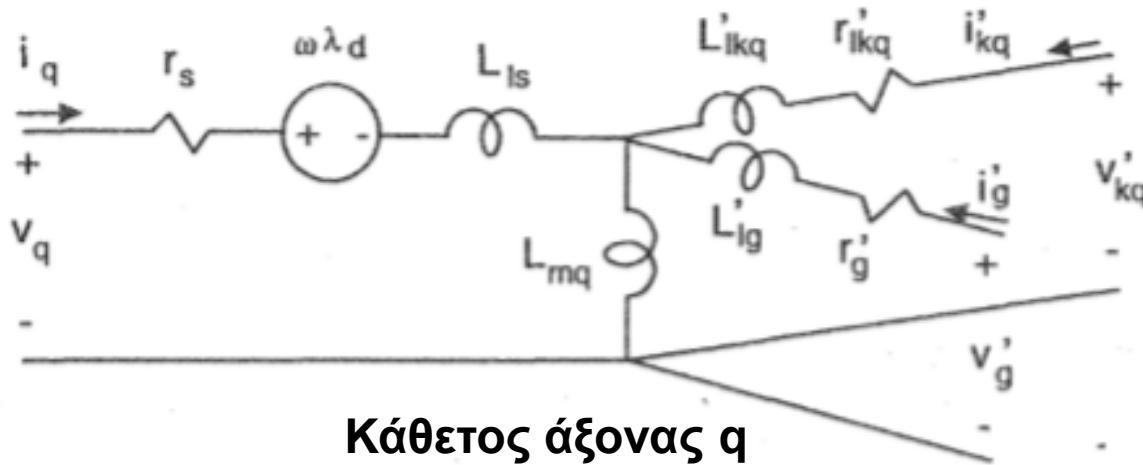
Ισοδύναμο κύκλωμα σε συνιστώσες δύο αξόνων

Σταθερές αμοιβαίες επαγωγές



Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

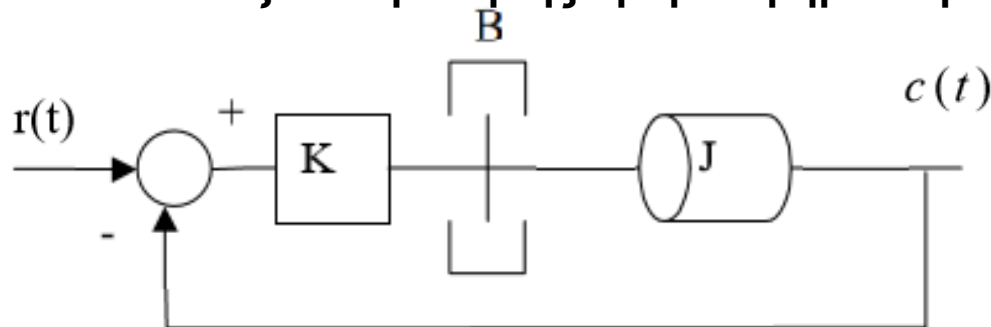
Μεταβατικά φαινόμενα **ηλεκτρικού** μέρους



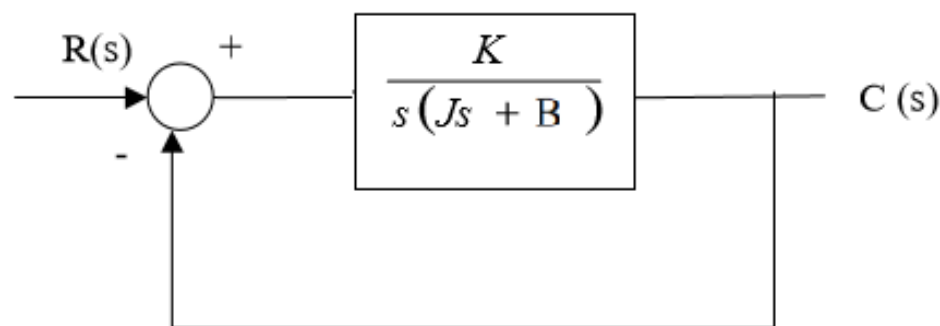
Σύγχρονες Ηλεκτρικές Μηχανές ΕΡ

Μεταβατικά φαινόμενα **μηχανικού** μέρους

Εξίσωση κίνησης δρομέα: βηματική απόκριση συστήματος 2^{ης} τάξης



Δομικό διάγραμμα



Συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + Bs + K} = \frac{\frac{K}{J}}{\left[s + \frac{B}{2J} + \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right] \left[s + \frac{B}{2J} - \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right]}$$

$$r(t) = 1 \quad t \geq 0$$

Χωρίς απόσβεση $\zeta=0$
(συζυγείς μιγαδικοί πόλοι)

$$c(t) = 1 - \cos \omega_n t \quad t \geq 0$$

Κρίσιμη απόσβεση $\zeta=1$
(δύο ίσοι πραγματικοί πόλοι)

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) \quad t \geq 0$$

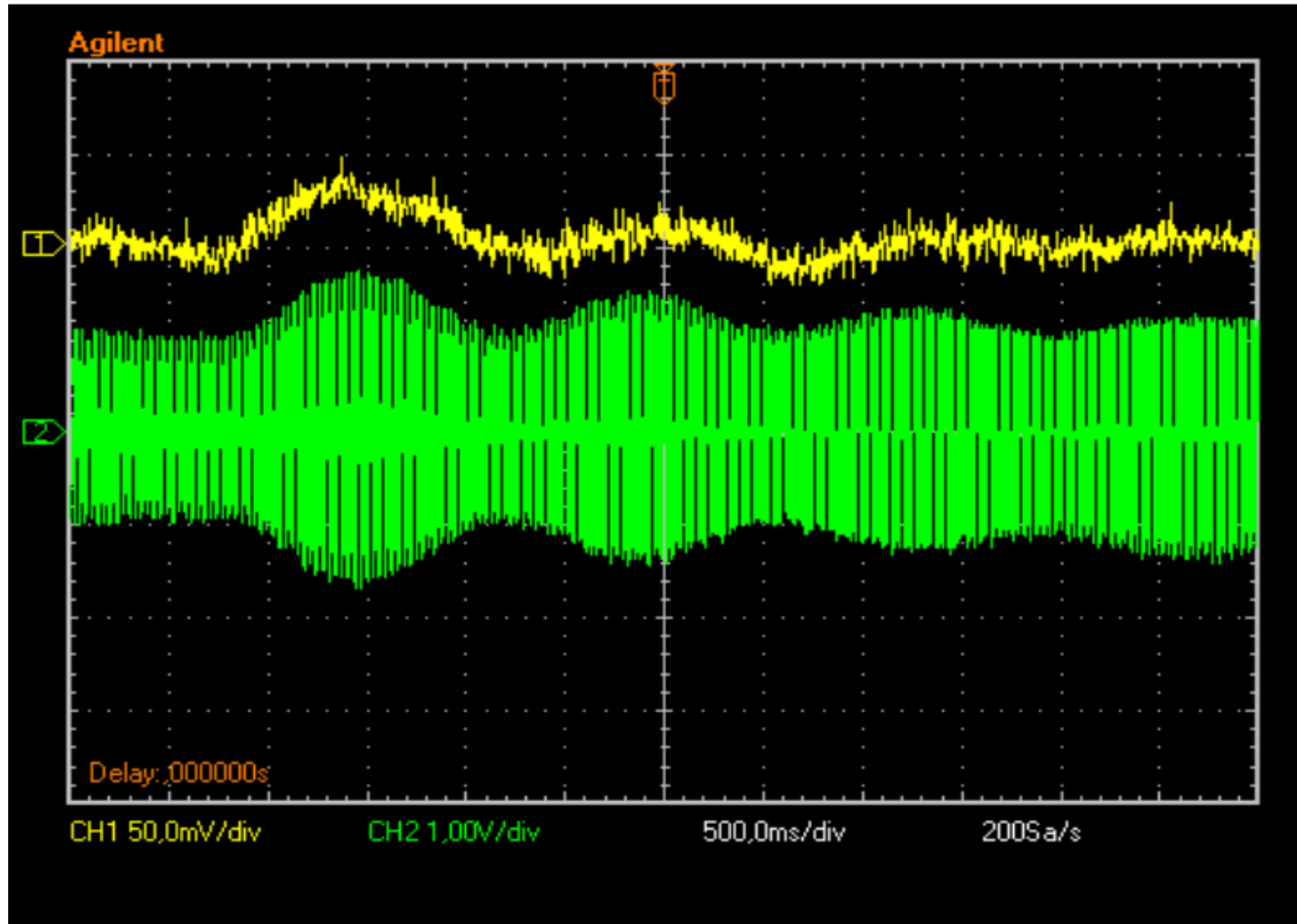
Υπερκρίσιμη απόσβεση $\zeta > 1$
(δύο άνισοι πραγματικοί πόλοι)

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right) \quad t \geq 0$$

$$s_1 = \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n$$

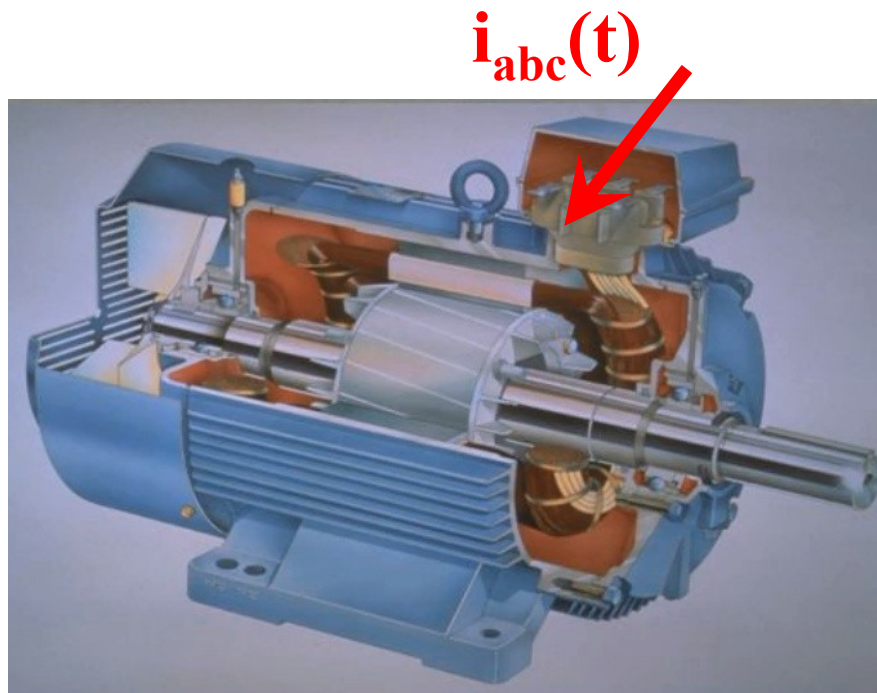
$$s_2 = \left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n$$

Μετρήσεις ρεύματος και ροπής Σύγχρονης Μηχανής συνδεδεμένης σε δίκτυο σταθερής τάσεως σε βηματική αύξηση φορτίου

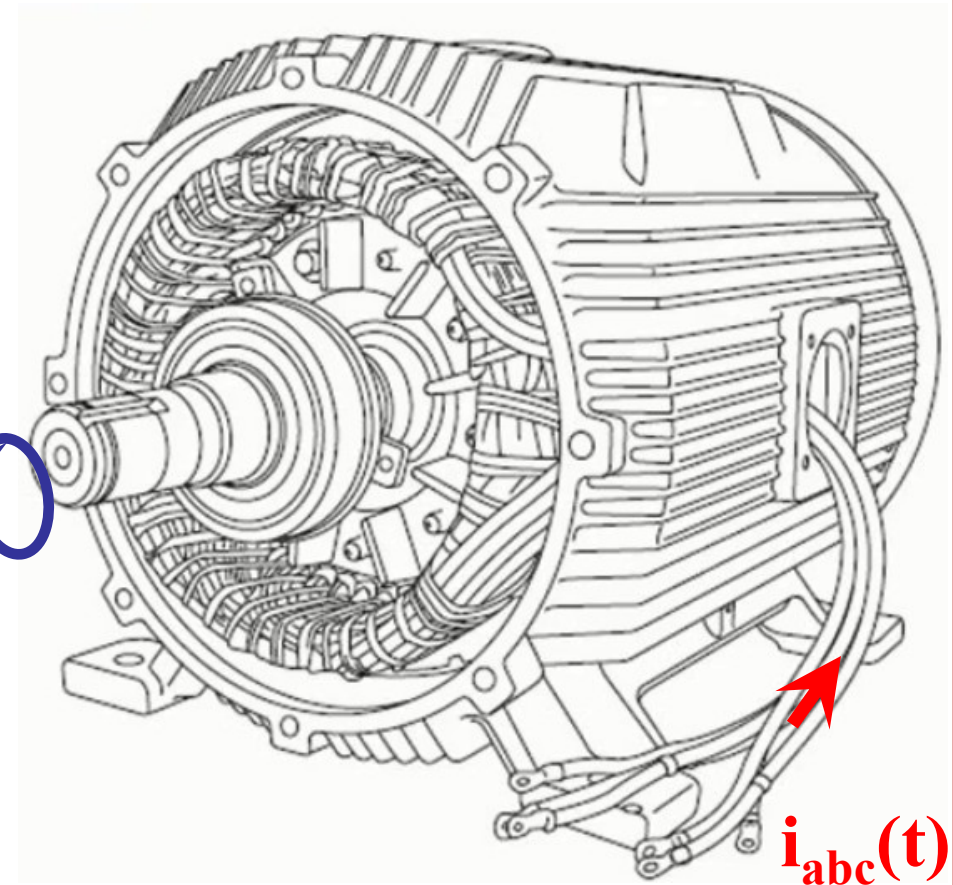


Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Μεταβατικά φαινόμενα **μηχανικού** και **ηλεκτρικού** μέρους:
ηλεκτρομηχανικές ταλαντώσεις



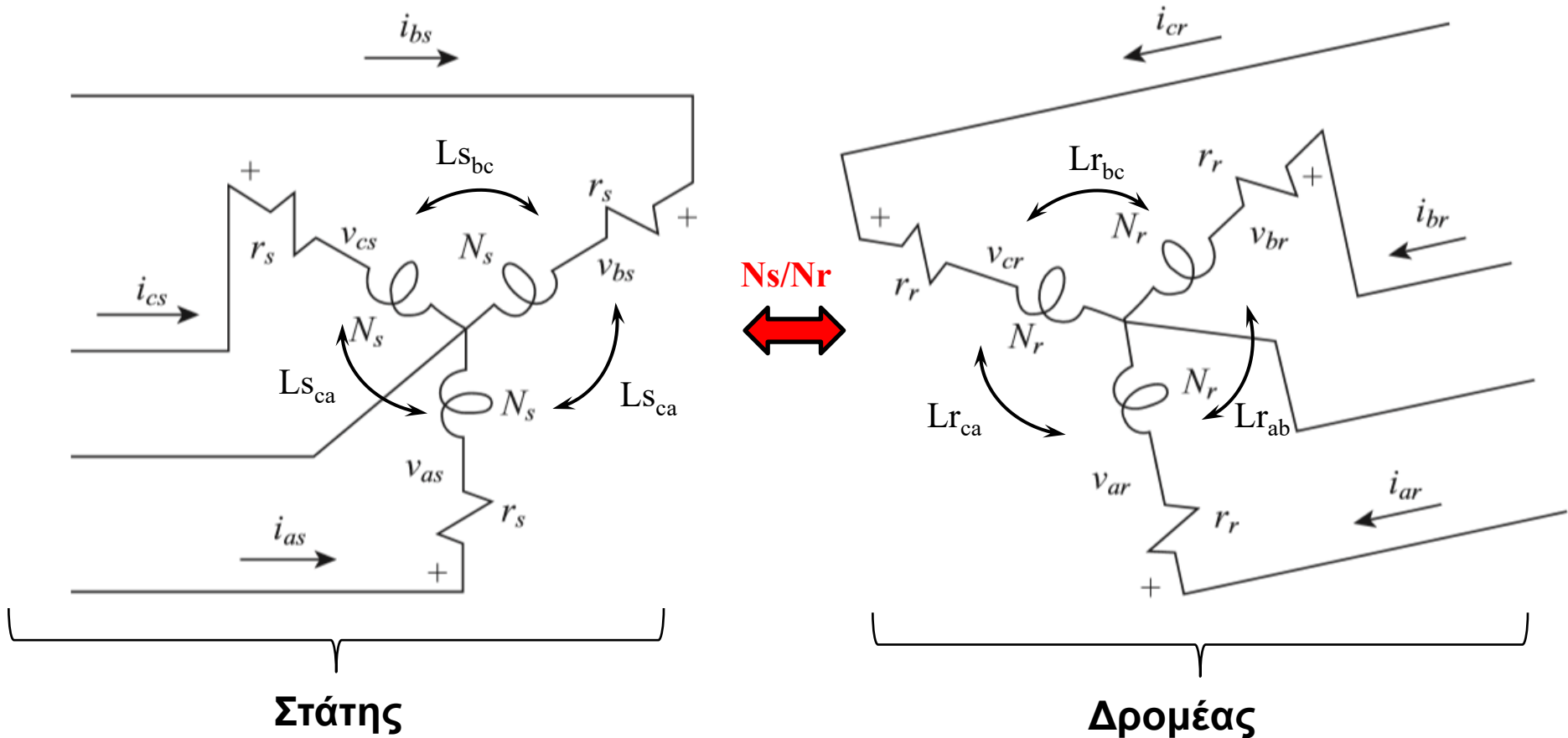
$\omega(t)$



Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Ισοδύναμο κύκλωμα σε φασικές συνιστώσες

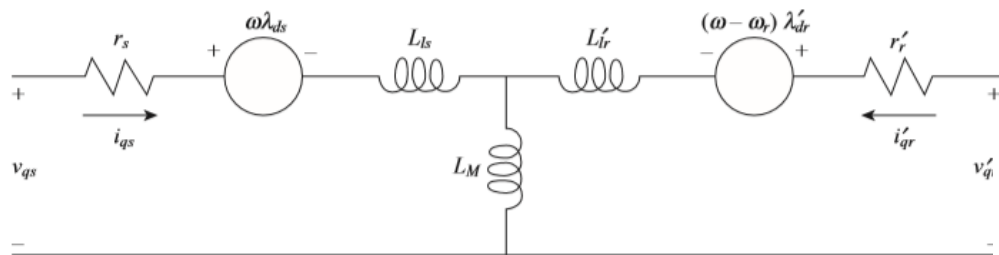
Χρονομεταβλητές αμοιβαίες επαγωγές



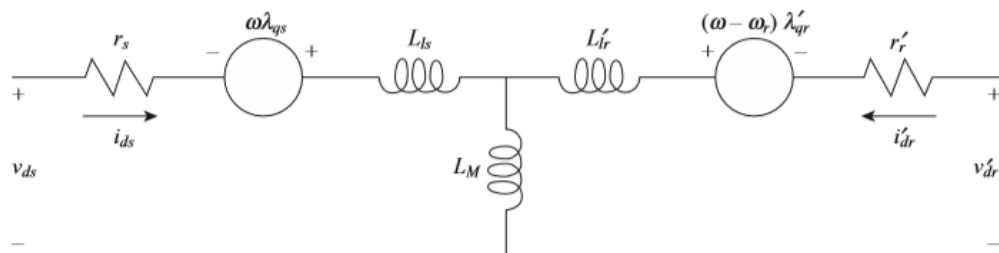
Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Ισοδύναμο κύκλωμα σε συνιστώσες δύο αξόνων qd

Σταθερές παράμετροι



Κάθετος άξονας q



Ορθός άξονας d



Ομοπολική συνιστώσα 0

Εξισώσεις ηλεκτρικού μέρους
για συμμετρικές συνθήκες λειτουργίας

$$u = Ri + p\lambda$$

$$\begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ u'_{dr} \\ u'_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & 0 & M p & 0 \\ 0 & R_s + L_s p & 0 & M p \\ M p & -\omega_r M & R'_r + L'_r p & -\omega_r L'_r \\ \omega_r M & M p & \omega_r L'_r & R'_r + L'_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i'_{dr} \\ i'_{qr} \end{bmatrix}$$

όπου

$$p = \frac{d}{dt}$$

$$a = (N_s/N_r)$$

$$L_M = \alpha M \quad L_s = L_{ls} + \alpha M$$

$$L'_{lr} = \alpha^2 L_r \quad L_r = L'_{lr} + (1/\alpha) M \quad R'_r = \alpha^2 R_r$$

$$T_e = M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr})$$

Εξίσωση μηχανικού μέρους

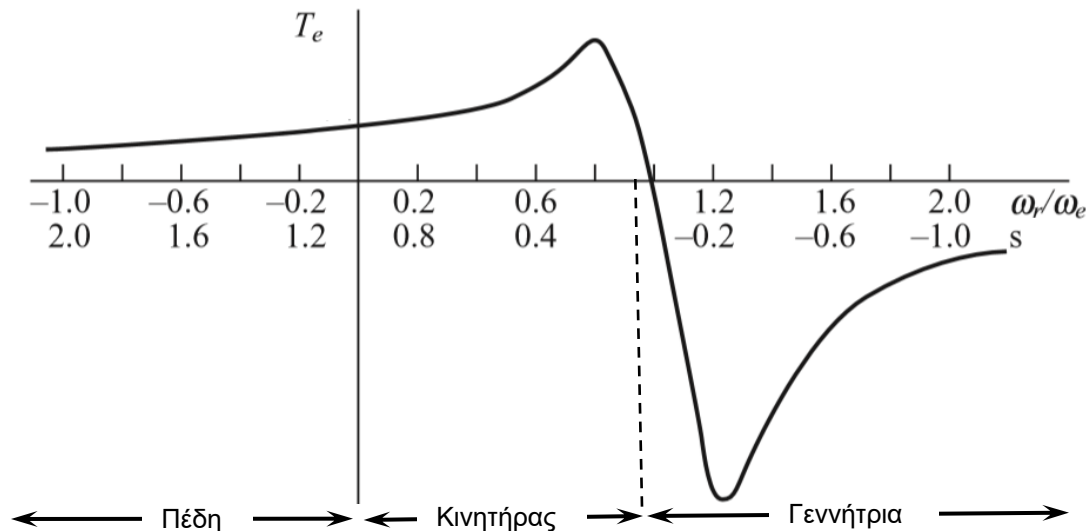
$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_r}{dt} + B \omega_r$$

Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Παράμετροι κινητήρων επαγωγής για διαφορετικές ονομαστικές ισχύεις

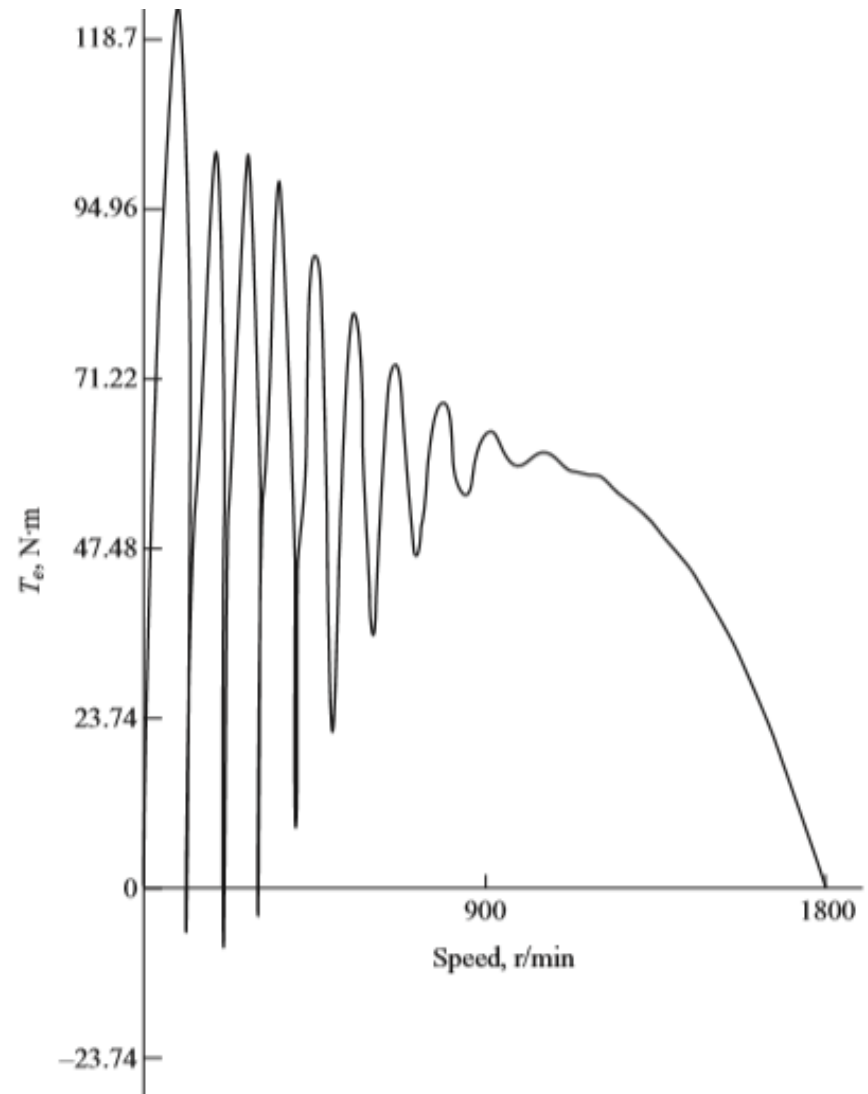
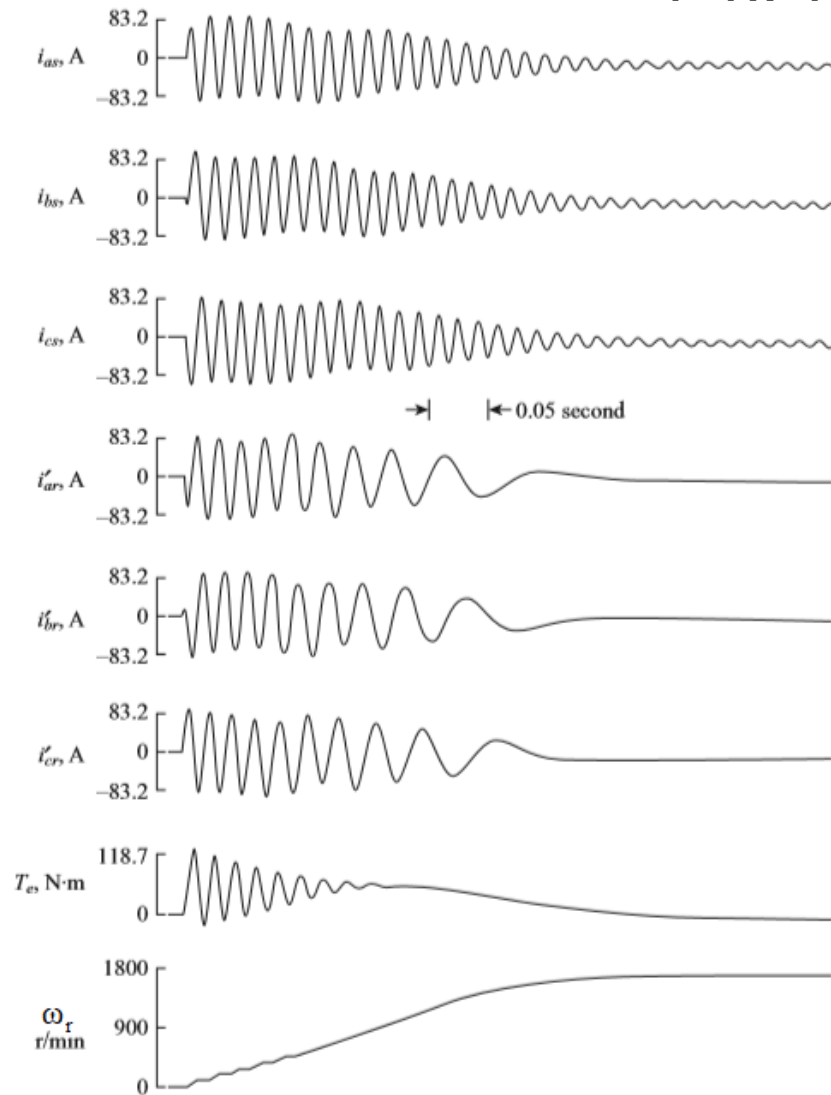
Ονομαστικά μεγέθη			T_B	$I_{B(abc)}$	r_s	X_{ls}	X_M	X'_{lr}	r'_r	J
hp	volts	rpm	N·m	amps	ohms	ohms	ohms	ohms	ohms	kg·m ²
3	220	1710	11.9	5.8	0.435	0.754	26.13	0.754	0.816	0.089
50	460	1705	198	46.8	0.087	0.302	13.08	0.302	0.228	1.662
500	2300	1773	1.98×10^3	93.6	0.262	1.206	56.02	1.206	0.187	11.06
2250	2300	1786	8.9×10^3	421.2	0.029	0.226	13.04	0.226	0.022	63.87

Χαρακτηριστική ροπής – ταχύτητας δρομέα



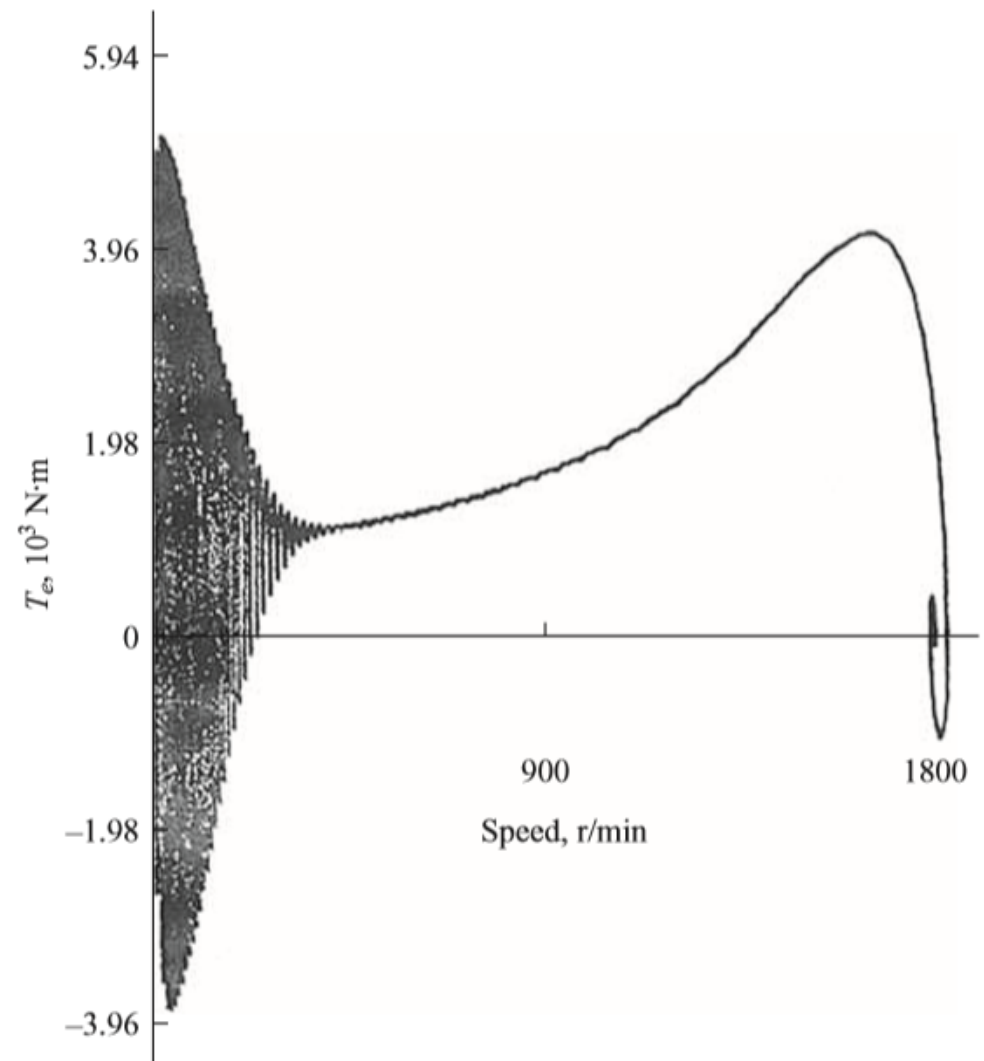
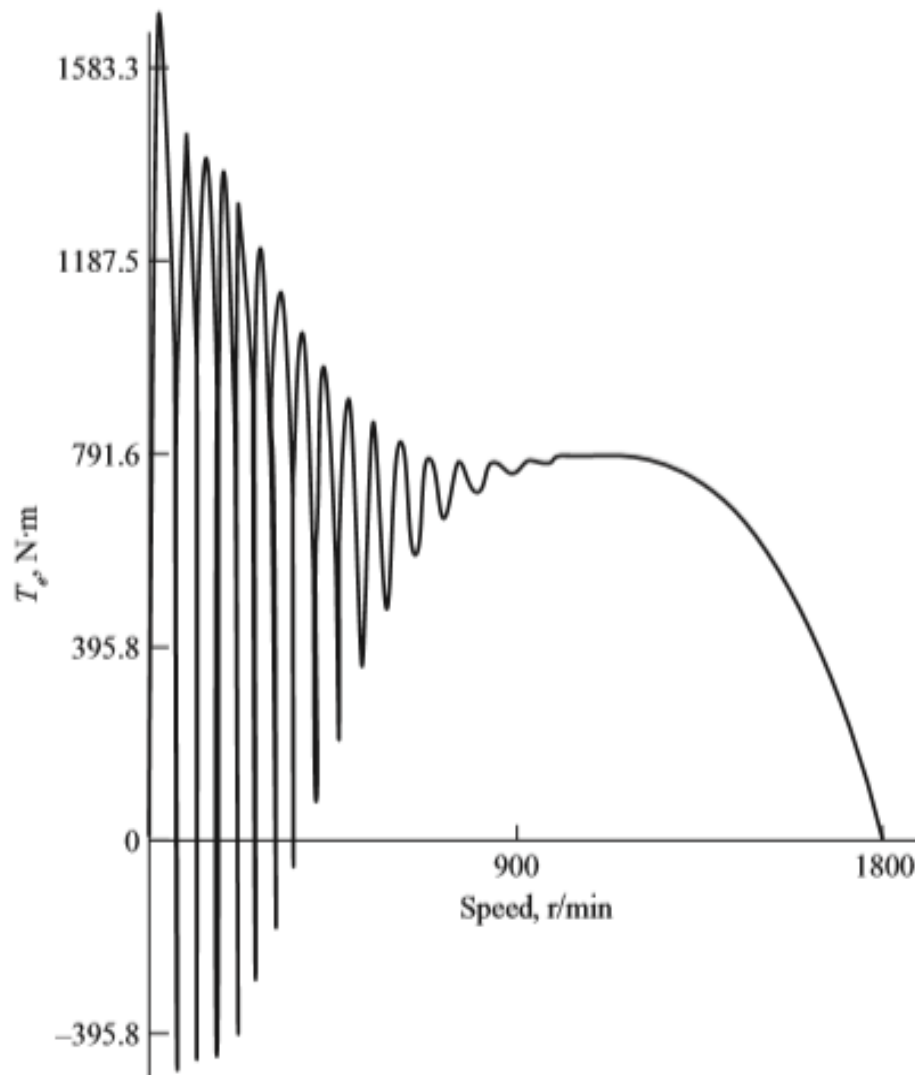
Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Εκκίνηση χωρίς φορτίο κινητήρα 3 hp



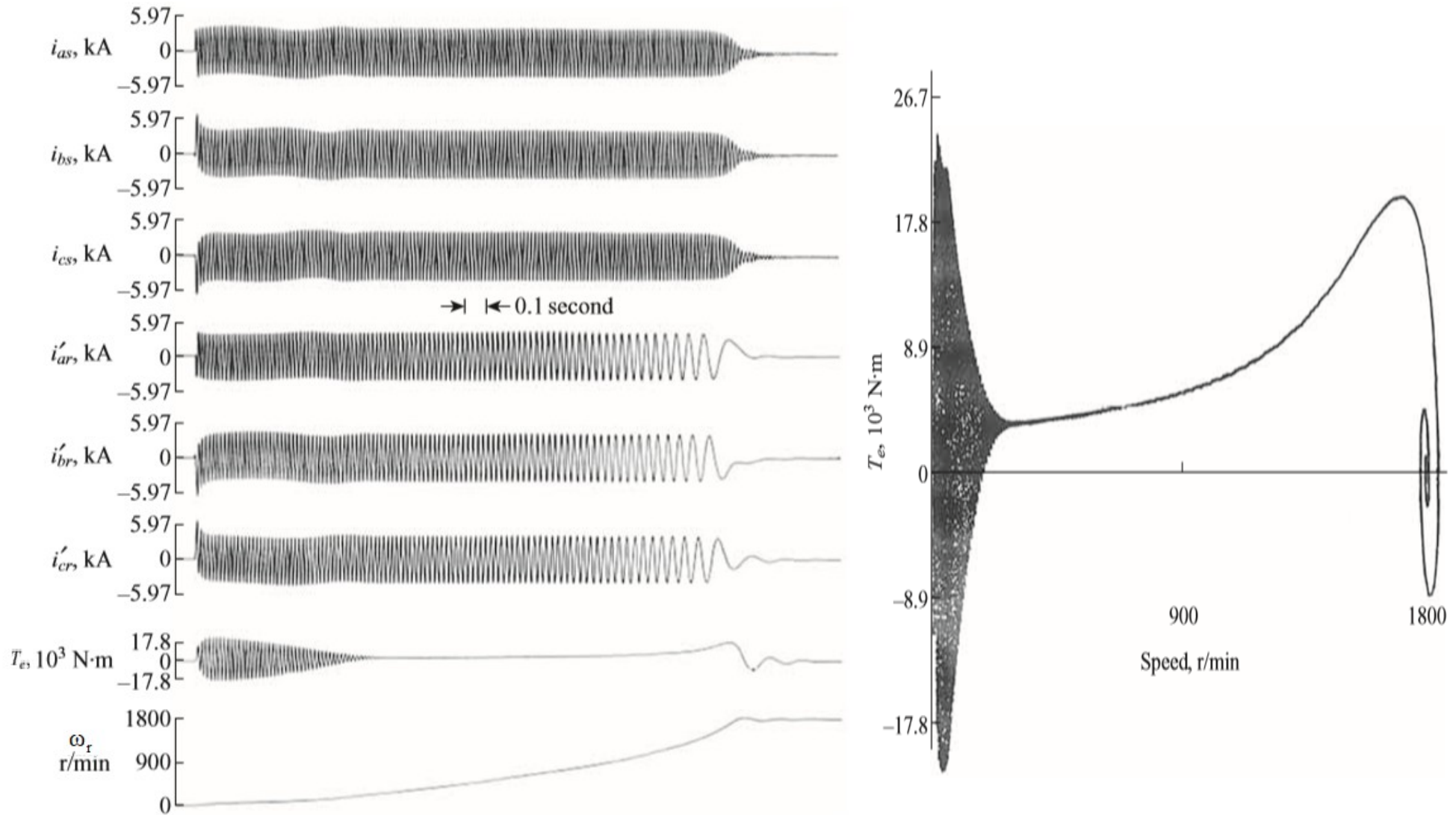
Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Εκκίνηση χωρίς φορτίο κινητήρων 50 hp και 500 hp



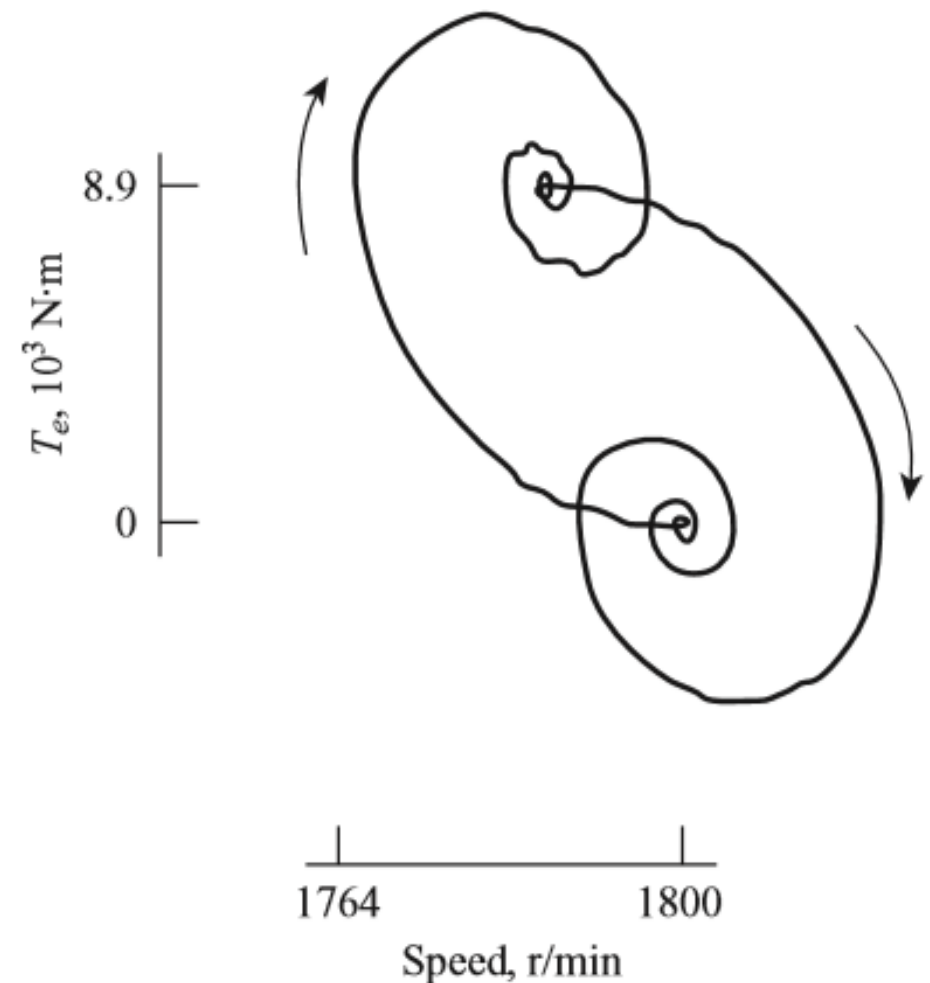
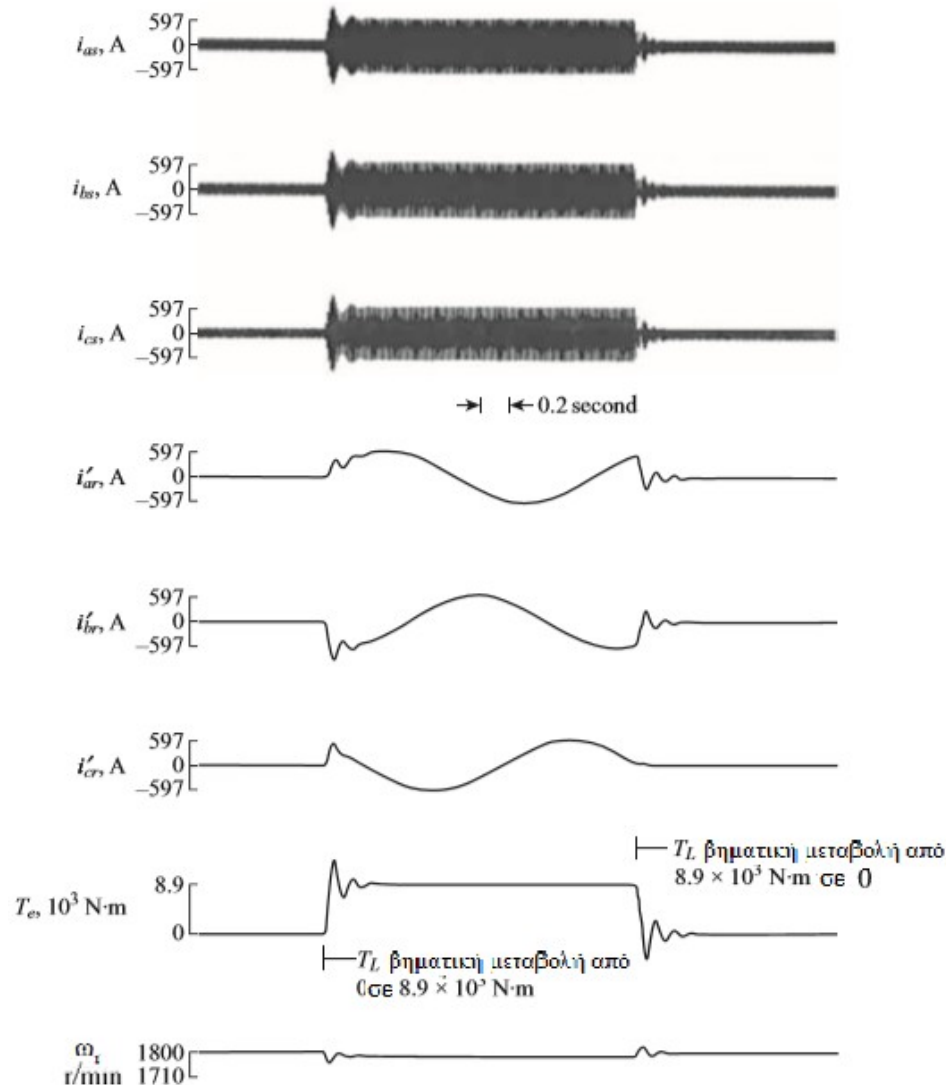
Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

Εκκίνηση χωρίς φορτίο κινητήρα 2250 hp

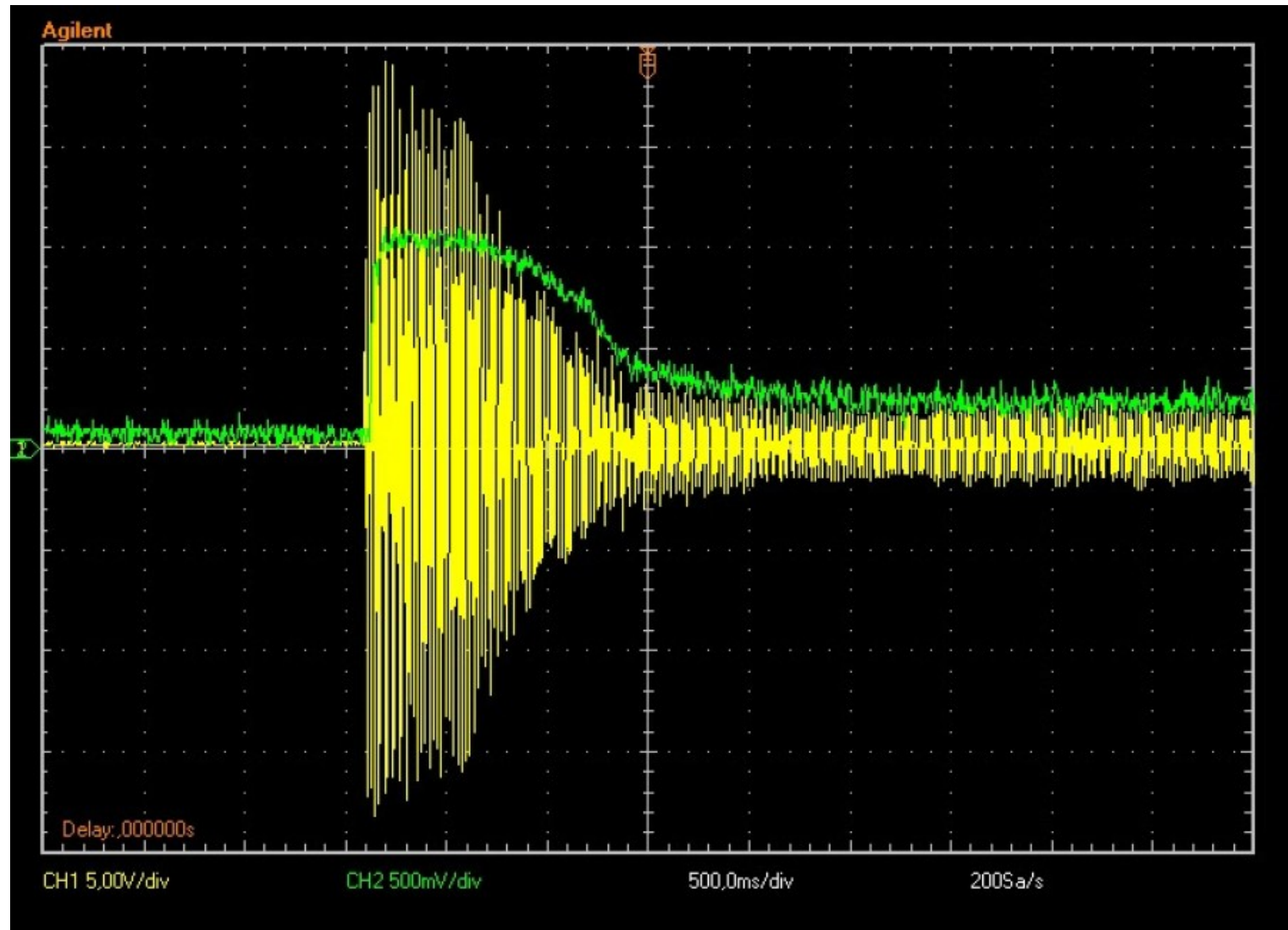


Ασύγχρονες Μηχανές Εναλλασσομένου Ρεύματος

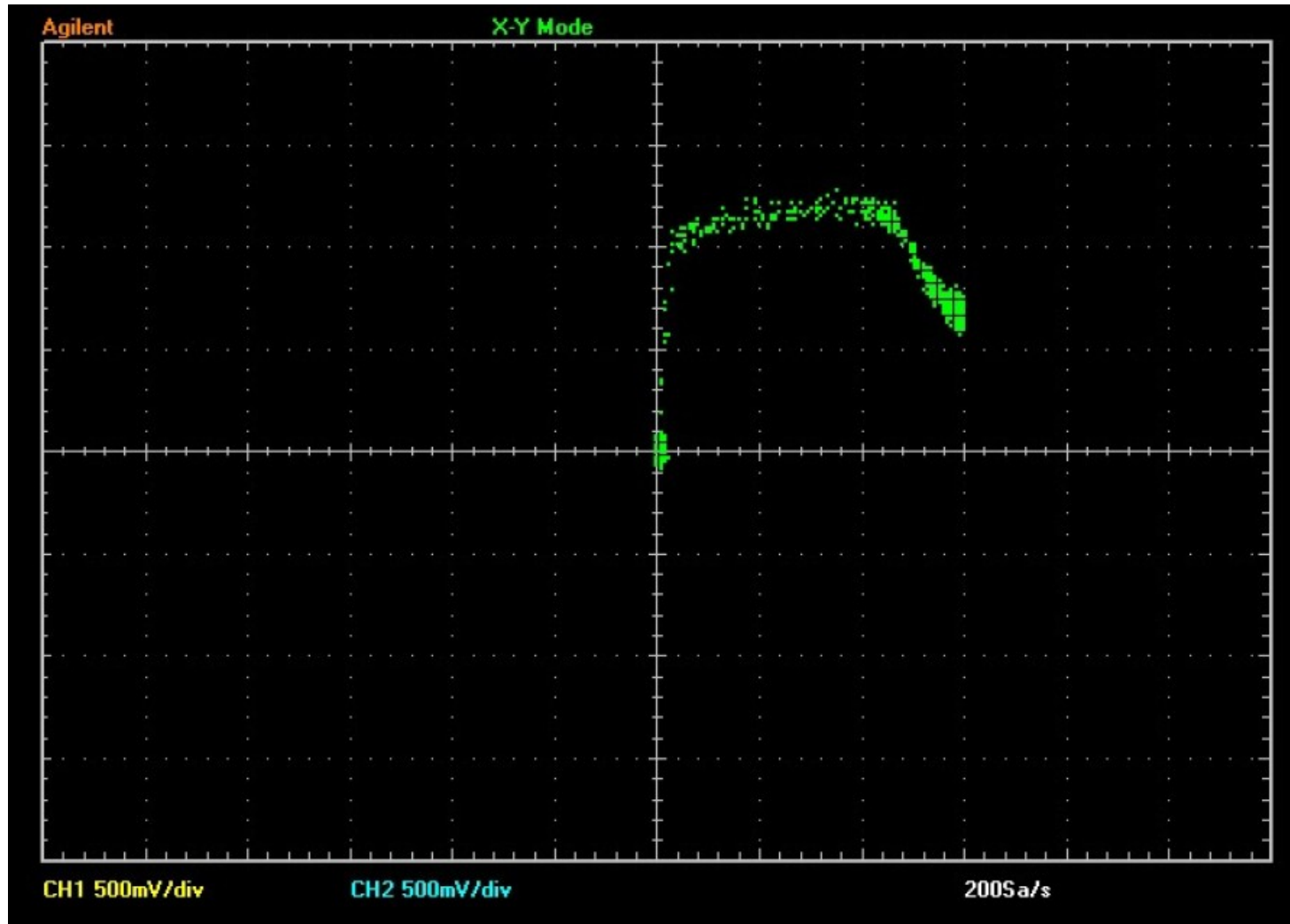
Βηματικές μεταβολές φορτίου σε κινητήρα 2250 hp



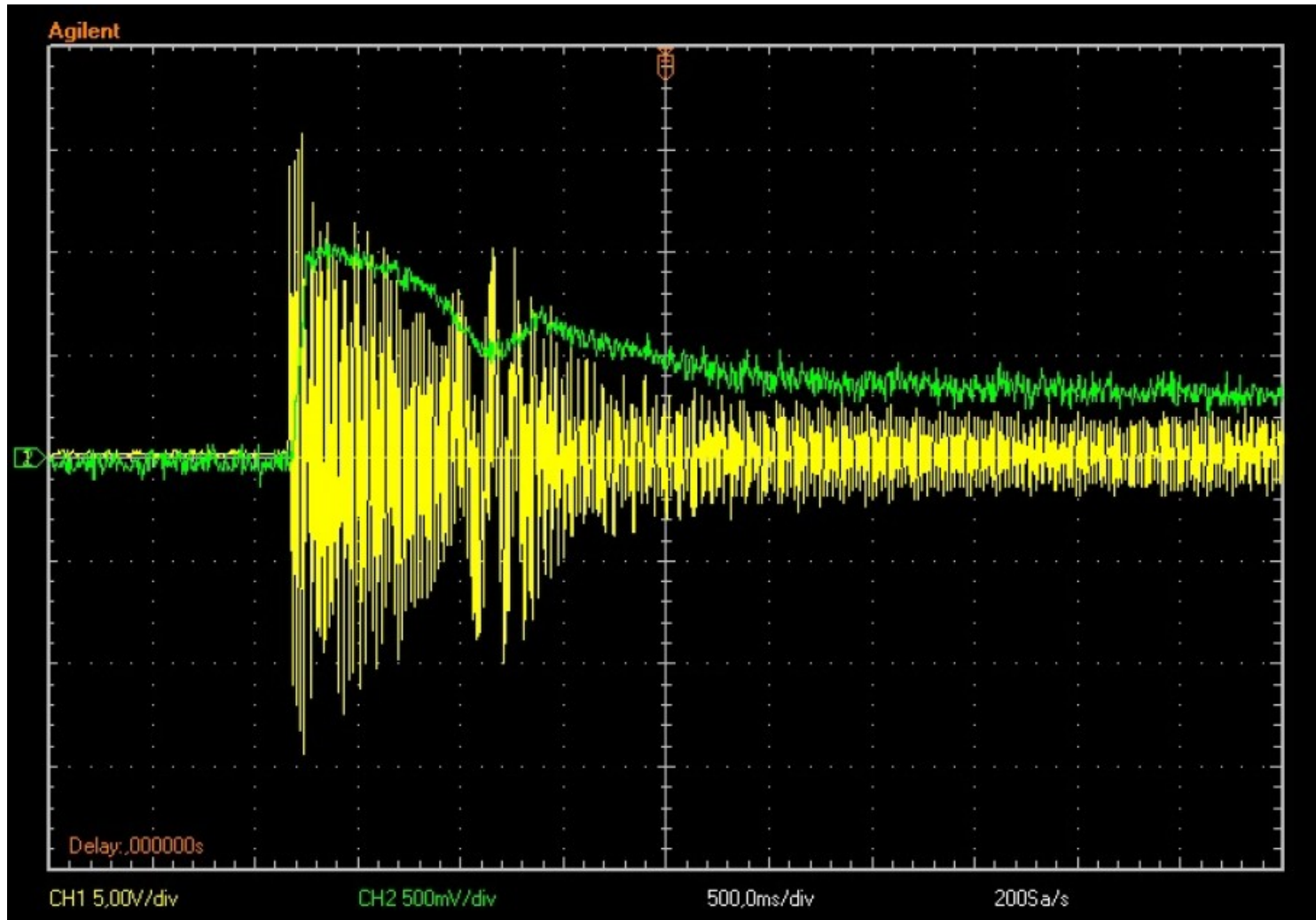
Μετρήσεις ρεύματος και ροπής Ασύγχρονης Μηχανής συνδεδεμένης σε δίκτυο σταθερής τάσεως χωρίς σύνδεση αντιστάσεων στο δρομέα



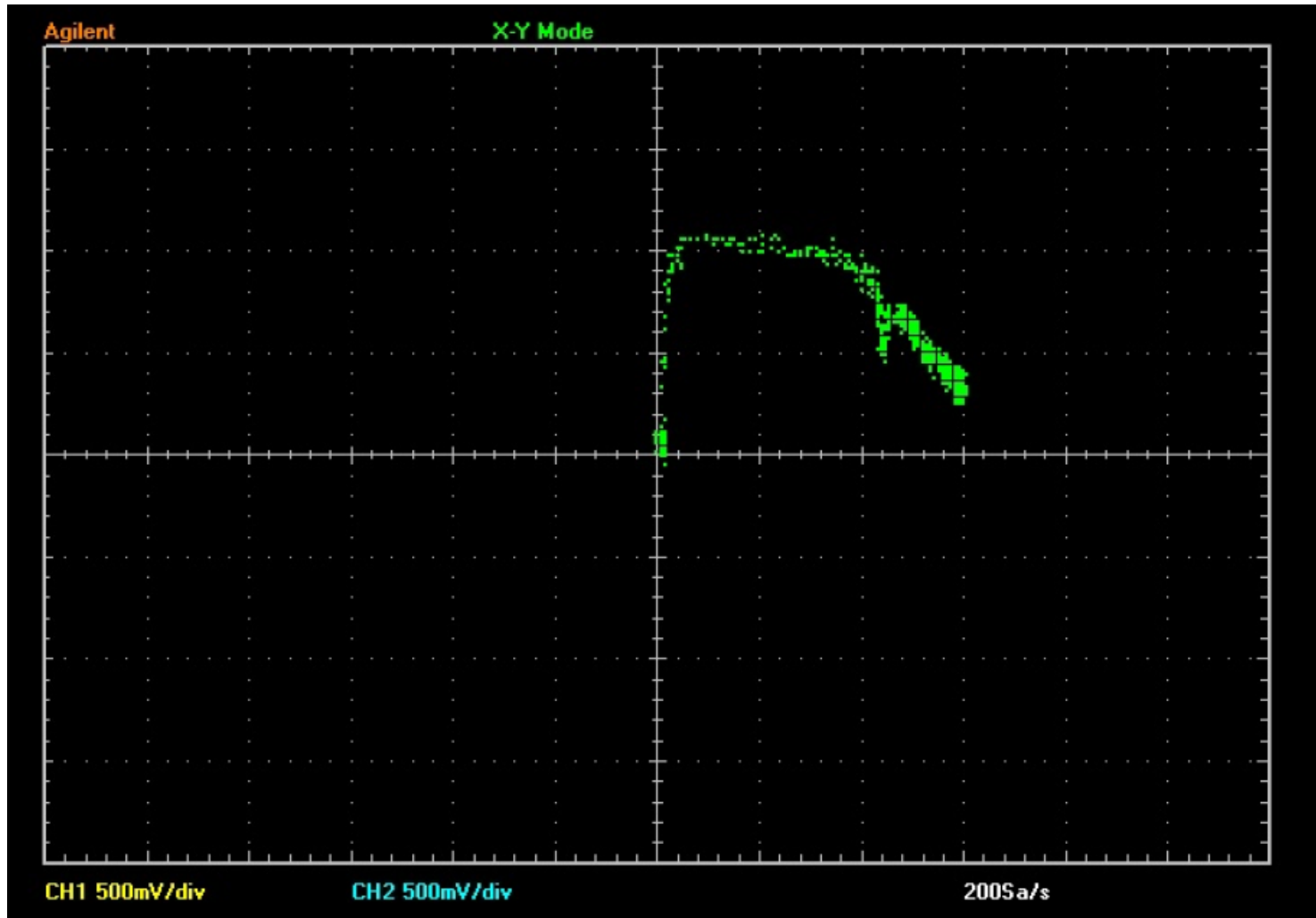
Μετρήσεις χαρακτηριστικής ροπής-ταχύτητας εκκίνησης Ασύγχρονης Μηχανής συνδεδεμένης σε δίκτυο σταθερής τάσεως χωρίς σύνδεση αντιστάσεων στο δρομέα



Μετρήσεις ρεύματος και ροπής Ασύγχρονης Μηχανής συνδεδεμένης σε δίκτυο σταθερής τάσεως με σύνδεση αντιστάσεων στο δρομέα (φαινόμενο ερπησμού)



**Μετρήσεις χαρακτηριστικής ροπής-ταχύτητας εκκίνησης Ασύγχρονης Μηχανής
συνδεδεμένης σε δίκτυο σταθερής τάσεως με σύνδεση αντιστάσεων στο δρομέα
(φαινόμενο ερπησμού)**



Κατάταξη μεταβατικών φαινομένων ηλεκτρικών μηχανών

Μεταβατικά φαινόμενα **ηλεκτρικού** και **μηχανικού** μέρους: δυναμική απόκριση 1^{ης} και 2^{ης} τάξης

είδος μεταβατικού φαινομένου	είδος ηλεκτρικής μηχανής			
	Συνεχούς Ρεύματος	Σύγχρονη	Ασύγχρονη	
	ηλέκτριση – βραχυκύκλωμα	1ης τάξης	1ης τάξης	1ης τάξης
	εκκίνηση	1ης τάξης	X	1ης τάξης
μεταβολή φορτίου	1ης τάξης	2ης τάξης	2ης τάξης	