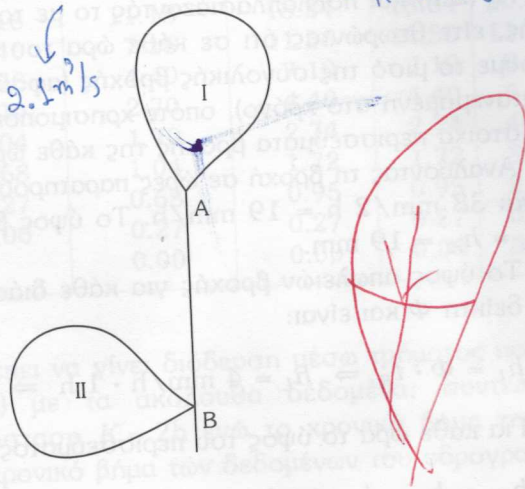


**Άσκηση 7.3**

Δύο όμοιες λεκάνες απορροής εκβάλλουν στον ποταμό AB. Κατόντι του B σχεδιάζονται αντιπλημμυρικά έργα των οποίων ζητείται η παροχή σχεδιασμού. Η βροχή σχεδιασμού έχει υπολογισθεί ως η βροχή διάρκειας 2 h και ύψους 38 mm, ομοιόμορφα κατανεμημένη στο χώρο και στο χρόνο στις δύο λεκάνες.

Δίνονται:  
 Δείκτης  $\Phi$ : 4 mm/h.  $3.8 \text{ mm/h}$   $0.21$   
 Διόδευση Muskingum:  $x = 0.20$  και  $K = 2 \text{ h}$ .  
 Βασική απορροή στο AB:  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ .  $K = 2.1 \text{ h}$



Επίσης δίνεται το ΜΥΓ της 1 h, το ίδιο για κάθε λεκάνη.

$t \text{ (h)}$	0	1	2	3	4	5	6	7
$U \text{ (m}^3/\text{s)}$	0.00	1.59	7.28	14.06	15.49	11.64	7.45	4.77

$t \text{ (h)}$	8	9	10	11	12	13	14
$U \text{ (m}^3/\text{s)}$	2.93	1.80	1.13	0.69	0.45	0.18	0.00

**Λύση**

Η παροχή σχεδιασμού που ζητείται είναι η μέγιστη παροχή που προκύπτει από το Υδρογράφημα Συνολικής Απορροής (ΥΣΑ) του συστήμα-

τος των δύο λεκανών στο σημείο  $B$ . Το ΥΣΑ αυτό θα προκύψει από την επαλληλία του ΥΣΑ  $I$  της λεκάνης  $I$ , διοδευμένο κατάλληλα μέσω του υδατορεύματος  $AB$  στο σημείο  $B$  και του ΥΣΑ  $II$  της λεκάνης  $II$ . Για το σκοπό αυτό θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τα δύο υδρογράφημα των δύο λεκανών. Επειδή οι λεκάνες είναι όμοιες και η βροχή ομοιόμορφα κατανεμημένη στο χώρο και στο χρόνο στις δύο λεκάνες, τα υδρογράφημα που θα προκύψουν για τις δύο λεκάνες είναι όμοια.

Εφόσον η βροχή σχεδιασμού έχει διάρκεια 2 h και μας δίνεται το ΜΥΓ της 1 h μπορούμε να υπολογίσουμε το Υδρογράφημα Άμεσης Απορροής (ΥΑΑ) των λεκανών είτε μετατρέποντας το ΜΥΓ (1 h) σε ΜΥΓ (2 h) και πολλαπλασιάζοντάς το με το συνολικό περίσσειμα βροχής, είτε θεωρώντας ότι σε κάθε ώρα του γεγονότος βροχόπτωσης έχουμε το μισό της συνολικής βροχής (αφού η βροχή είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο χρόνο), οπότε χρησιμοποιούμε το ΜΥΓ (1 h) με τα αντίστοιχα περισσεύματα βροχής της κάθε ώρας.

Αναλύοντας τη βροχή σε ώρες παρατηρούμε ότι η ένταση της βροχής είναι  $38 \text{ mm}/2 \text{ h} = 19 \text{ mm}/\text{h}$ . Το ύψος βροχής για κάθε ώρα είναι:  $h_{r1} = h_{r2} = 19 \text{ mm}$ .

Το ύψος απωλειών βροχής για κάθε διάστημα 1 h δίνεται με βάση το δείκτη  $\Phi$  και είναι:

$$h_L = \Phi \cdot t_R \Rightarrow h_L = 4 \text{ mm}/\text{h} \cdot 1 \text{ h} \Rightarrow h_L = 4 \text{ mm}$$

Για κάθε ώρα το ύψος του περισσεύματος βροχής είναι:

$$h_{R1} = h_{r1} - h_L \Rightarrow h_{R1} = 19 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \Rightarrow h_{R1} = 15 \text{ mm} = \\ \Rightarrow h_{R1} = 1.5 \text{ cm}$$

$$h_{R2} = h_{r2} - h_L \Rightarrow h_{R2} = 19 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \Rightarrow h_{R2} = 15 \text{ mm} = \\ \Rightarrow h_{R2} = 1.5 \text{ cm}$$

Χρησιμοποιώντας δύο ΜΥΓ (1h) μετατοπισμένα κατά 1h μεταξύ τους και με πολλαπλασιασμό με τα αντίστοιχα  $h_{R1}$  και  $h_{R2}$ , κατασκευάζουμε το ΥΑΑ από τη βροχή συνολικής διάρκειας 2h, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας. Για τη λεκάνη  $II$  αυτό είναι το τελικό υδρογράφημα στο σημείο  $B$  (ΥΣΑ  $II$ ). Για τη λεκάνη  $I$  θα προσθέσουμε τη βασική απορροή  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  του τμήματος  $AB$  (ΥΣΑ  $I$ ) και θα κάνουμε διόδευσή του ΥΣΑ  $I$  μέσω του τμήματος ποταμού  $AB$  για να βρούμε τελικά το υδρογράφημα (συμβολή της λεκάνης  $I$ ) στο σημείο  $B$  (ΔΥΣΑ  $I$ ).

Στον Πίνακα που ακολουθεί φαίνονται όλοι οι σχετικοί υπολογισμοί.

Πίν. 7.3: Υπολογισμός των ΥΣΑ

t(h)	ΜΥΓ (1h)	ΥΑΑ (1h) $R'_i$	ΥΑΑ2 (1h) $R''_i$	ΥΑΑ (2h) $R_i$	ΥΣΑ II	ΥΣΑ I (+B)
0	0.00	0.00				
1	1.59	2.39		0.00	0.00	2.00
2	7.28	10.92	0.00	2.39	2.39	4.39
3	14.06	21.09	2.39	13.31	13.31	15.31
4	15.49	23.24	10.92	32.01	32.01	34.01
5	11.64	17.46	21.09	44.33	44.33	46.33
6	7.45	11.18	23.24	40.70	40.70	42.70
7	4.77	7.16	17.46	28.64	28.64	30.64
8	2.93	4.40	11.18	18.34	18.34	20.34
9	1.80	2.70	7.16	11.56	11.56	13.56
10	1.13	1.70	4.40	7.10	7.10	9.10
11	0.69	1.04	2.70	4.40	4.40	6.40
12	0.45	0.68	1.70	2.74	2.74	4.74
13	0.18	0.27	1.04	1.72	1.72	3.72
14	0.00	0.00	0.68	0.95	0.95	2.95
15			0.27	0.27	0.27	0.27
			0.00	0.00	0.00	0.00

Στη συνέχεια θα πρέπει να γίνει διόδευση μέσω τμήματος ποταμού (Μέθοδος Muskingum) με τα ακόλουθα δεδομένα: συντελεστής  $x = 0.20$ , χρονική απόσταση  $K = 2h$  ενώ το χρονικό βήμα της διόδευσης ισούται με το χρονικό βήμα των δεδομένων του υδρογραφήματος εισροής και είναι  $\Delta t = 1h$ .

Πρέπει να σημειωθεί ότι το υδρογράφημα εισροής στο σημείο Α είναι το ΥΣΑ I που παρουσιάζεται στον πιο πάνω Πίνακα, ενώ οι αρχικές τιμές εισροής και εκροής είναι  $I_0 = 2 m^3/s$  (όπως είναι προφανές από το ΥΣΑ I) και  $Q_0 = 2 m^3/s$  αφού κατά την έναρξη της πλημμύρας υπάρχει βασική απορροή στο τμήμα AB ίση με  $2 m^3/s$ .

Το διοδευμένο υδρογράφημα ΔΥΣΑ I θα προκύψει με τη χρήση της εξίσωσης εκροής στο επόμενο χρονικό βήμα:

$$Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i$$

$$\text{όπου: } C_0 = \frac{-Kx + 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t}$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t}$$

Το βήμα του χρόνου  $\Delta t$  πρέπει να είναι μικρότερο από  $2K(1-x)$  για να υπάρχει ευστάθεια.

$$\text{Έχουμε } \left. \begin{aligned} \Delta t &= 1h \\ 2K(1-x) &= 2 \cdot 2 \cdot 0.8 = 3.2h \end{aligned} \right\} 1h < 3.2h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta t < 2K(1-x) \text{ ισχύει}$$

Προσδιορίζονται αρχικά οι ποσότητες  $C_0$ ,  $C_1$  και  $C_2$ .

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \Rightarrow C_0 = \frac{-2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 1} \Rightarrow C_0 = 0.048$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \Rightarrow C_1 = \frac{2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 1} \Rightarrow C_1 = 0.429$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \Rightarrow C_2 = \frac{2 - 2 \cdot 0.2 - 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 1} \Rightarrow C_2 = 0.523$$

Πρέπει επίσης να ισχύει:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

Είναι:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 0.048 + 0.429 + 0.526 = 1 \text{ ισχύει.}$$

Με βήμα προς βήμα εφαρμογή της αρχικής εξίσωσης (1) έχουμε:

$$Q_1 = C_0 I_1 + C_1 I_0 + C_2 Q_0 \Rightarrow Q_1 = 0.048 \cdot 4.39 + 0.429 \cdot 2.00 + 0.523 \cdot 2.00 \\ \Rightarrow Q_1 = 2.11 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1 \Rightarrow Q_2 = 0.048 \cdot 15.31 + 0.429 \cdot 4.39 + 0.523 \cdot 2.11 \\ \Rightarrow Q_2 = 3.72 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3 = C_0 I_3 + C_1 I_2 + C_2 Q_2 \Rightarrow Q_3 = 0.048 \cdot 34.01 + 0.429 \cdot 15.31 + 0.523 \cdot 3.72 \\ \Rightarrow Q_3 = 10.15 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ομοίως συνεχίζοντας και για τα επόμενα βήματα έχουμε τελικά το διοδευμένο υδρογράφημα της λεκάνης  $I$  μέχρι το σημείο  $B$ , που παρουσιάζεται στον Πίνακα που ακολουθεί:

Τελικά  
τη λεκάνη  
απορροής  
λουθεί:

Πίν. 7.5

ημέρα	Q (m³/s)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

**Πίν. 7.4:** Διοδευμένο υδρογράφημα στη θέση Β

$t$ (h)	0	1	2	3	4	5	6	7
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	2.00	2.11	3.72	10.15	22.12	33.49	37.31	33.63

$t$ (h)	8	9	10	11	12	13	14	15
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	26.97	20.36	14.86	10.74	7.83	5.43	4.43	3.85

Τελικά με επαλληλία μεταξύ του διοδευμένου υδρογραφήματος από τη λεκάνη Ι στη θέση Β (ΔΥΣΑ Ι) και του υδρογραφήματος συνολικής απορροής στη θέση Β, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 7.5 που ακολουθεί:

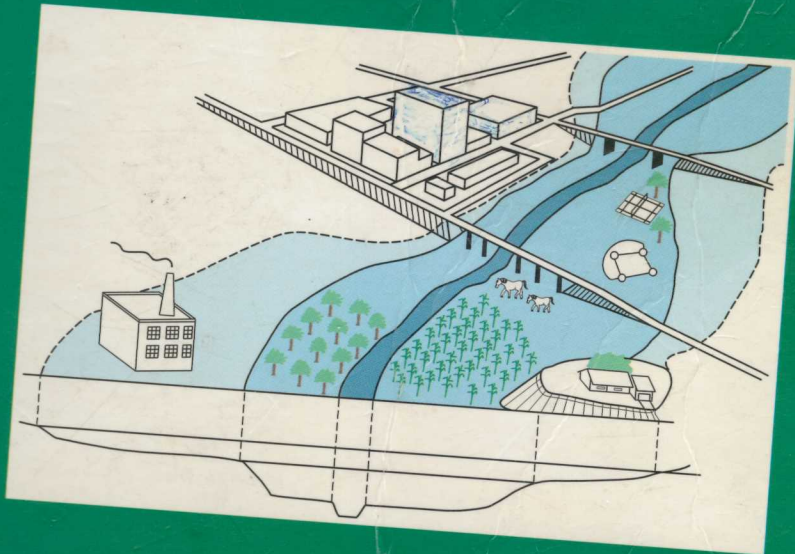
**Πίν. 7.5:** Υδρογράφημα Συνολικής Απορροής στη θέση Β

$t$ (h)	ΔΥΣΑ Ι (m <sup>3</sup> /s)	ΥΣΑ ΙΙ (m <sup>3</sup> /s)	ΥΣΑ στο Β (m <sup>3</sup> /s)
0	2.00	0.00	2.00
1	2.11	2.39	4.50
2	3.72	13.31	17.03
3	10.15	32.01	42.16
4	22.12	44.33	66.45
5	33.49	40.70	<b>74.19</b>
6	37.31	28.64	65.95
7	33.63	18.34	51.97
8	26.97	11.56	38.53
9	20.36	7.10	27.46
10	14.86	4.40	19.26
11	10.74	2.74	13.48
12	7.89	1.72	9.55
13	5.83	0.95	6.78
14	4.43	0.27	4.70
15	3.38	0.00	3.38

Γ. ΤΣΑΚΙΡΗΣ - Χ. ΒΑΓΓΕΛΗΣ

# ΥΔΑΤΙΚΟΙ ΠΟΡΟΙ:

## II. Εφαρμογές Τεχνικής Υδρολογίας



Εκδόσεις Συμμετρία

Αθήνα 2009