# **Aλγεβρικές πράξεις (πρόσθεση αφαίρεση) μεταξύ κανονικών κατανομών, χωρίς συσχέτιση**

# **Παράδειγμα**

Στο παρακάτω σχήμα εικονίζεται ένα οδικό δίκτυο που ενώνει 4 πόλεις και δείχνεται η προσδοκώμενη διάρκεια ταξιδιού για κάθε κλάδο του. Οι διάρκειες αυτές είναι κανονικές τυχαίες μεταβλητές με συντελεστή μεταβλητότητας 20%. Δύο φορτηγά αυτοκίνητα Α και Β ξεκινούν ταυτόχρονα από την πόλη 4 και κατευθύνονται προς την πόλη 2· το φορτηγό Α δια μέσου της πόλης 1 και το Β δια μέσου της πόλης 3.

(α) Ποια η πιθανότητα ότι το φορτηγό Α θα φτάσει στον προορισμό του σε 11 ώρες;

(β) Ποια η πιθανότητα ότι το φορτηγό Α θα φτάσει πριν από το Β;

2

6 ώρες

2,5 ώρες

1

Α

Β

3

3,5 ώρες

5 ώρες

4

**Επίλυση:**

(α) Έστω ότι ΤΑ είναι η συνολική διάρκεια του ταξιδιού του Α, οπότε:

$ Τ\_{Α}=Τ\_{41}+Τ\_{12}$,

που είναι το άθροισμα δύο ανεξάρτητων και κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Έχουμε, λοιπόν:

$$μ\_{Τ\_{Α}}= μ\_{41}+μ\_{12}=3.5+6=9.5 hr$$

και

$$σ\_{Τ\_{Α}}^{2}= σ\_{41}^{2}+σ\_{12}^{2}=\left(0.2∙3.5\right)^{2}+\left(0.2∙6\right)^{2}=0.49+1.44=1.93 hr^{2}$$

Συνεπώς:

$$P\left(T\_{A}<10\right)=Φ\left(\frac{11-9.5}{\sqrt{1.93}}\right)=Φ\left(1.080\right)=0.8599$$

(α) Αν ΤΒ είναι η διάρκεια του ταξιδιού του Β, τότε ζητείται η πιθανότητα του ενδεχομένου {$Τ\_{Α}<Τ\_{Β}$} ή {$Τ\_{Α}-Τ\_{Β}<0$}.

Η ΤΒ είναι κανονική τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή:

$$μ\_{Τ\_{Β}}= μ\_{43}+μ\_{32}=5+2.5=7.5 hr$$

και διασπορά:

$$σ\_{Τ\_{Β}}^{2}= σ\_{43}^{2}+σ\_{32}^{2}=\left(0.2∙5\right)^{2}+\left(0.2∙2.5\right)^{2}=1+0.25=1.25 hr^{2}$$

Αν Ζ = $Τ\_{Α}-Τ\_{Β}$, τότε η Ζ είναι κανονική τυχαία μεταβλητή με

$$μ\_{Ζ}= μ\_{Τ\_{Α}}-μ\_{Τ\_{Β}}=9.5-7.5=2.0 hr$$

και

$$σ\_{Ζ}^{2}= σ\_{Τ\_{Α}}^{2}+σ\_{Τ\_{Β}}^{2}=1.93+1.25=3.18 hr^{2}$$

Επομένως η ζητούμενη πιθανότητα θα είναι:

$$P\left(Ζ<0\right)=Φ\left(\frac{0-2}{\sqrt{3.18}}\right)=Φ\left(-1.1215\right)≅1-0.869=0.131$$