Fuzzy Logic

- Εισαγωγή
- Ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπεράσματος
- Παραδείγματα

Ασαφής Λογική

- Εισαγωγή
  - Τι είναι ασαφής λογική (Fuzzy Logic)?
  - Εφαρμογές ασαφούς λογικής
  - Κλασσικός έλεγχος συστήματος vs. Ασαφούς Ελέγχου
- Ανάπτυξη συστήματος Ασαφούς Ελέγχου
- Παραδείγματα
- Θεωρία των Ασαφών συνόλων
- Ασαφή συστήματα εξαγωγής συμπεράσματος

Ασαφής Λογική

Τι είναι ασαφής λογική?

Ένα υπολογιστικό παράδειγμα βασισμένο στον τρόπο που οι άνθρωποι σκέφτονται.

Η ασαφής λογική (ΑΛ) βλέπει τον κόσμο μη αυστηρά οριοθετημένων όρων σε μεγάλο βαθμό με τον ίδιο τρόπο που το μυαλό μας, όταν εκλαμβάνει μια πληροφορία (π.χ. υψηλή θερμοκρασία, χαμηλή ταχύτητα), ανταποκρίνεται εκτελώντας **ακριβείς ενέργειες.**

Ο ανθρώπινος νους μπορεί να συλλογιστεί με αβεβαιότητες, ασάφειες και κρίσεις. Οι υπολογιστές μπορούν μόνο να μεταχειριστούν ακριβείς τιμές. Η ασαφής λογική είναι μια προσπάθεια συνδυασμού των δύο αυτών μηχανισμών

Το «Ασαφής" - μια εσφαλμένη ονομασία, έχει οδηγήσει στη λανθασμένη υποψία ότι η ΑΛ είναι κατά κάποιο τρόπο λιγότερο απαιτητική από την παραδοσιακή λογική

menu

Ασαφής Λογική

Τι είναι ασαφής λογική;

Η ΑΛ μπορεί α είναι και , **μια ακριβής μέθοδος επίλυσης προβλημάτων**.

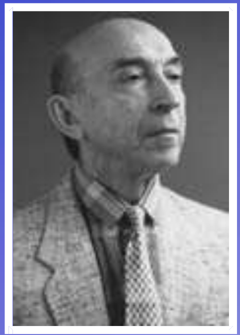
Είναι ικανή να χειρίζεται συγχρόνως αριθμητικά δεδομένα και λεκτική γνώση.

Μια τεχνική που διευκολύνει τον έλεγχο ενός περίπλοκου συστήματος χωρίς τη γνώση της μαθηματικής περιγραφής του.

Η ασαφής λογική διαφέρει από την κλασική λογική στο ότι οι προτάσεις δεν είναι πλέον μαύρες ή άσπρες, αληθείς ή ψευδείς, ενεργοποιημένες ή απενεργοποιημένες. Στην παραδοσιακή λογική ένα αντικείμενο παίρνει τιμή είτε μηδέν είτε ένα. Στην ασαφή λογική, μια πρόταση μπορεί να λάβει οποιαδήποτε πραγματική τιμή μεταξύ 0 και 1, που αντιπροσωπεύει τον βαθμό στον οποίο ένα στοιχείο ανήκει σε ένα δεδομένο σύνολο.

Ασαφής Λογική

Ιστορία της Ασαφούς Λογικής



Professor Lotfi A. Zadeh

http://www.cs.berkeley.edu/~zadeh/

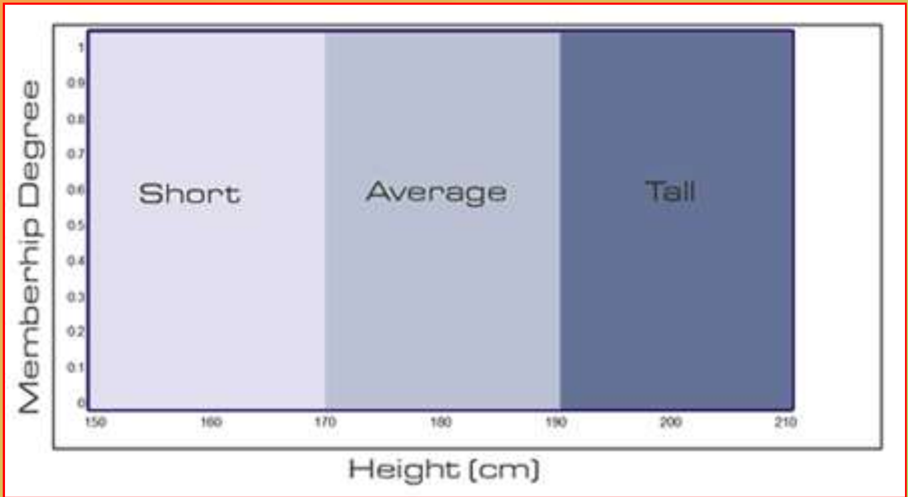
Το 1965, ο **Lotfi A. Zadeh** από το Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνια στο Μπέρκλεϋ δημοσίευσε τα "Fuzzy Sets", τα οποία εξέθεσαν τα μαθηματικά της θεωρίας των ασαφών συνόλων και, κατ' επέκταση, της ασαφούς λογικής. Ο Zadeh είχε παρατηρήσει ότι η συμβατική λογική υπολογιστών δεν μπορούσε να χειριστεί δεδομένα που αντιπροσώπευαν υποκειμενικές ή ασαφείς ιδέες, έτσι δημιούργησε ασαφή λογική για να επιτρέψει στους υπολογιστές να προσδιορίσουν τις διακρίσεις μεταξύ δεδομένων με αποχρώσεις του γκρι, παρόμοια με τη διαδικασία της ανθρώπινης λογικής.

Source: August 30, 2004 (Computerworld)

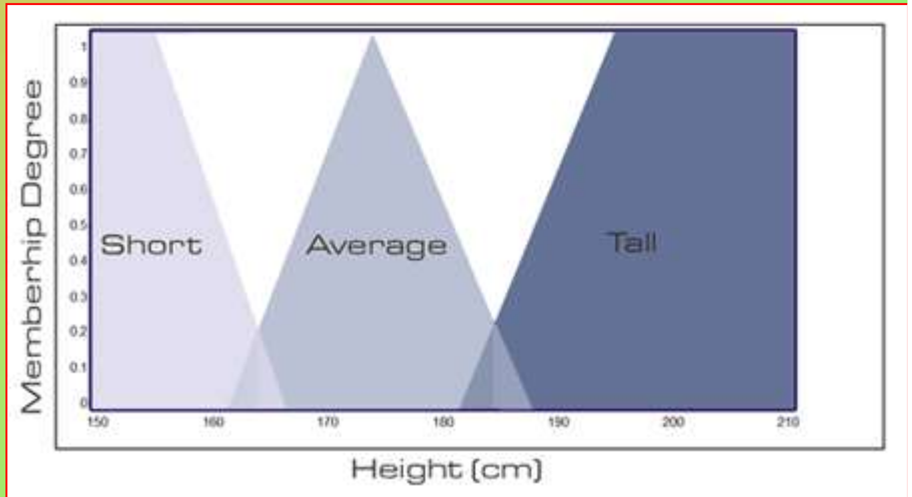
http://www.computerworld.com/news/2004/story/0,11280,95282,00.html

Fuzzy Logic Explained

Boolean representation



Fuzzy representation



http://blog.peltarion.com/2006/10/25/fuzzy-math-part-1-the-theory/

Fuzzy Logic Explained

Fuzzy Set Theory

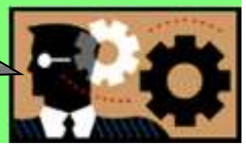
Is a man whose height is 5’ 11-1/2” medium or tall?

A fuzzy system might say that he is partly medium and partly tall.

In other words, FL recognizes not only clear-cut, black-and-white alternatives, but also the infinite gradations in between.

Fuzzy reasoning eliminates the vagueness by assigning specific numbers to those gradations. These numeric values are then used to derive exact solutions to problems.

In fuzzy terms, the height of the man would be classified within a range of [0, 1] as medium to a degree of 0.6, and tall to a degree of 0.4.



Ασαφής διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος

- Ποια είναι τα βήματα που απαιτούνται για τη δημιουργία ενός συστήματος ασαφούς ελέγχου;

menu

Ασαφής διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος

Ασαφής διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος

π.χ. γωνία → **Ασαφοποίηση** → **Κανόνας υπολογισμού** → **Αποσαφοποίηση** → Π.χ. δύναμη

Ασαφοποίηση: Μετάφραση δεδομένων εισόδου σε αληθείς τιμές

Καν. υπολογισμού: Υπολογισμός αληθών τιμών εξόδου

Αποσαφοποίηση: Μεταφορά αληθών τιμών στην έξοδο

Ασαφής Έλεγχος

Διάφορα στάδια ασαφούς ελέγχου

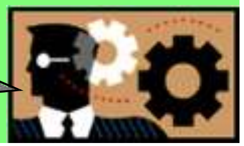
1. Ασαφοποίηση

Στις μεταβλητές εισόδου εκχωρούνται βαθμοί συμμετοχής σε διάφορες κλάσεις

π.χ.: Μια είσοδος θερμοκρασίας μπορεί να ταξινομηθεί ανάλογα με το βαθμό ψυχρότητας, δροσιάς, ζεστασιάς ή θερμότητας.

Ο σκοπός της **ασαφοποίησης** είναι να **χαρτογραφήσει τις εισόδους** από ένα σύνολο αισθητήρων (ή χαρακτηριστικά αυτών των αισθητήρων) **σε τιμές από 0 έως 1** χρησιμοποιώντας ένα σύνολο συναρτήσεων συμμετοχής εισόδου.

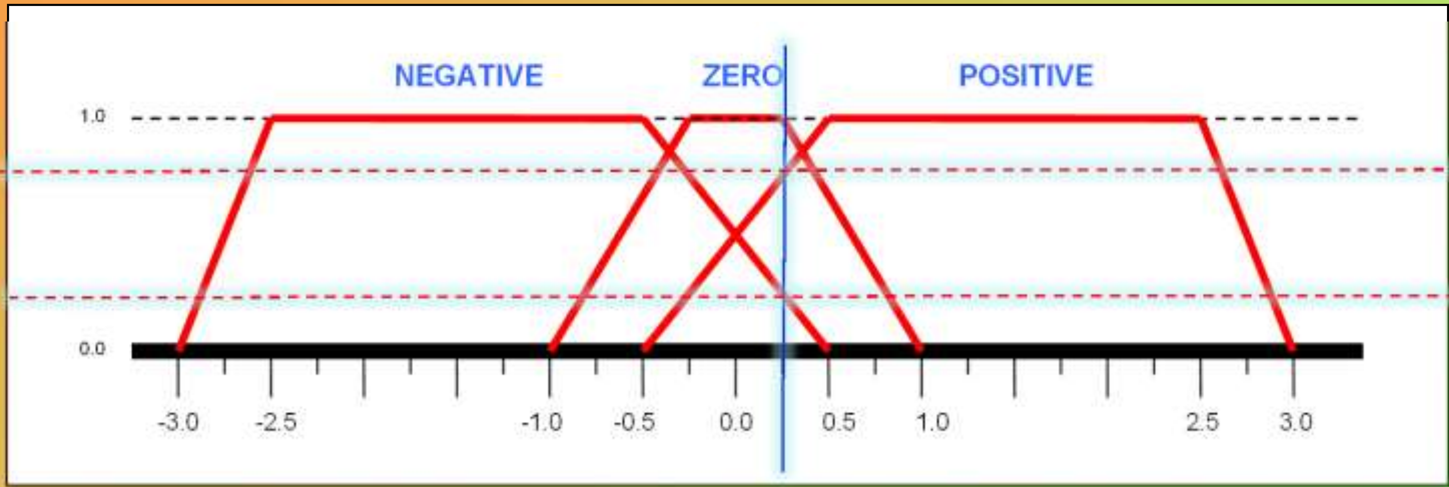
Θα δοθεί ολοκληρωμένο παράδειγμα



Ασαφοποίηση

Παράδειγμα ασαφοποίησης

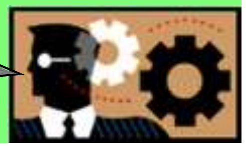
Ασαφή Σύνολα = { Αρνητικό, Μηδέν, Θετικό }



Έστω ότι χρησιμοποιούμε τραπεζοειδείς συναρτήσεις συμμετοχής.

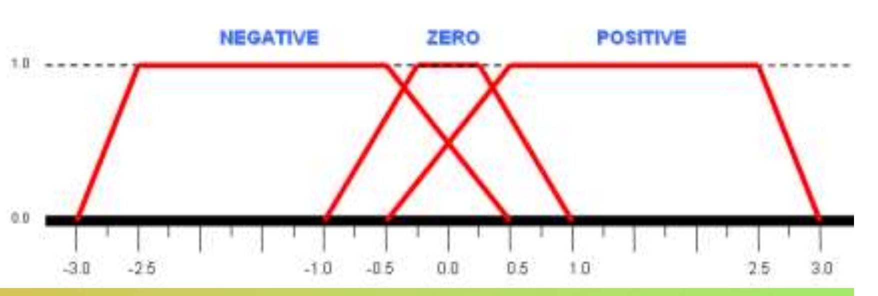
Δεδομένο εισόδου: **x = 0.25**

Ποιος είναι ο βαθμός αλήθειας του x σε κάθε ασαφές σύνολο;



Δείγμα υπολογισμών

Δεδομένο εισόδου: $x = 0.25$



$F_{zero}(0.25)$

$$F_{ZE}(0.25) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(\frac{0.25-(-1)}{-0.25-(-1)}, 1, \frac{1-0.25}{1-0.25}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(1.67, 1, 1\right), 0\right)$$

$$= 1$$

$F_{positive}(0.25)$

$$F_P(0.25) = \max\left(\min\left(\frac{0.25-(-0.5)}{0.5-(-0.5)}, 1, \frac{3-0.25}{3-0.25}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(0.75, 1, 5.5\right), 0\right)$$

$$= 0.75$$

$F_{negative}(0.25)$

$$F_N(0.25) = \max\left(\min\left(\frac{0.25-(-3)}{-2.5-(-3)}, 1, \frac{0.5-0.25}{0.5-(-0.5)}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(6.5, 1, 0.25\right), 0\right)$$

$$= 0.25$$

Δείγμα υπολογισμών

Δεδομένο εισόδου: $y = -0.25$

$F_{zero}(-0.25)$

$$F_{ZE}(-0.25) = \max\left(\min\left(\frac{-0.25-(-1)}{-0.25-(-1)}, 1, \frac{1-(-0.25)}{1-0.25}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(1, 1, 1.67\right), 0\right)$$

$$= 1$$

$F_{positive}(-0.25)$

$$F_P(-0.25) = \max\left(\min\left(\frac{-0.25-(-3)}{0.5-(-0.5)}, 1, \frac{3-(-0.25)}{3-2.5}\right), 0\right)$$

$$= \max\left(\min\left(0.25, 1, 6.5\right), 0\right)$$

$$= 0.25$$

$F_{negative}(-0.25)$

$$F_N(-0.25) = \max\left(\min\left(\frac{-0.25-(-3)}{-2.5-(-3)}, 1, \frac{0.5-(-0.25)}{0.5-(-0.5)}\right), 0\right)$$

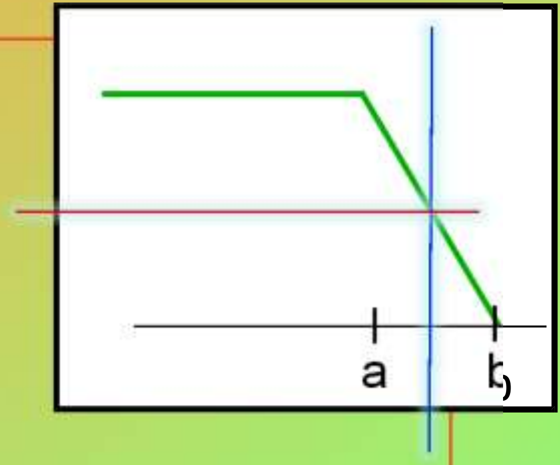
$$= \max\left(\min\left(5.5, 1, 0.75\right), 0\right)$$

$$= 0.75$$

menu

Τραπεζοειδείς συναρτήσεις συμμετοχής

Αριστερό τραπέζιο



Αριστερή_Κλίση = 0
Δεξιά_Κλίση = 1 / (a - b)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1: x < a
Τιμή συμμετοχής= 1

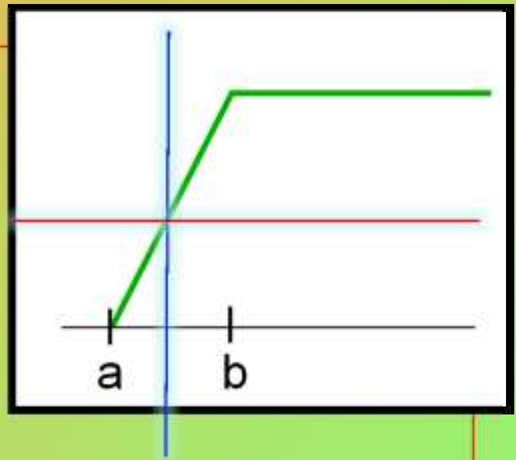
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 : x ≥ b
Τιμή συμμετοχής = 0

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: a < x < b
Τιμή συμμετοχής = Δεξιά_Κλίση * (x - b)

menu

Τραπεζοειδείς συναρτήσεις συμμετοχής

<u>Δεξί τραπέζιο</u>



Αριστερή_Κλίση = 1 / (b - a)
Δεξιά_Κλίση = 0

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 : $x \le a$
Τιμή συμμετοχής = 0

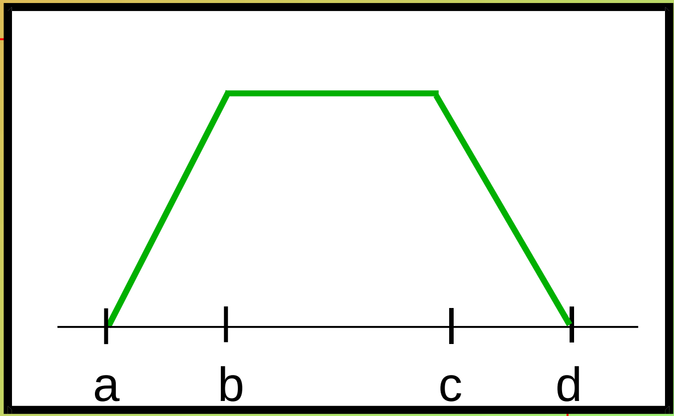
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2 : $x \ge b$
Τιμή συμμετοχής = 1

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3 : $a < x < b$
Τιμή συμμετοχής = Αριστερή_Κλίση * (x - a)

menu

Τραπεζοειδείς συναρτήσεις συμμετοχής

Κανονικό τραπέζιο



Αριστερή_Κλίση = 1 / (b - a)
Δεξιά_Κλίση = 1 / (c - d)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1 : $x \leq a$ ή $x \geq d$
Τιμή συμμετοχής = 0

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2: $x \geq b$ ΚΑΙ $x \leq c$
Τιμή συμμετοχής = 1

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3: $x \geq a$ ΚΑΙ $x \leq b$
Τιμή συμμετοχής = Αριστερή_Κλίση * (x - a)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4: $(x \geq c)$ ΚΑΙ $(x \leq d)$
Τιμή συμμετοχής = Δεξιά_Κλίση * (x - d)

Ασαφής Έλεγχος

Διαφορετικά στάδια ασαφούς ελέγχου

2. Κανόνας υπολογισμού

Τα δεδομένα εισόδου εφαρμόζονται σε κανόνες ελέγχου **if/then.**

Π.χ.: **IF** θερμοκρασία πολύ υψηλή, **THEN** ρύθμιση ταχύτητας περιστροφής ανεμιστήρα πολύ υψηλή.

Ασαφής Έλεγχος

Διαφορετικά στάδια ασαφούς ελέγχου

Οι ασαφείς κανόνες **γράφονται πάντα σύμφωνα με το ακόλουθο τύπο:**

If (**είσοδος1** *είναι συνάρτηση συμμετοχής1)* ***και/ή***
(**είσοδος 2** *είναι συνάρτηση συμμετοχής2)* ***και/ή*** *….*

Then *(**έξοδος** είναι συνάρτηση συμμετοχής **εξόδου**).*

Για παράδειγμα, κάποιος θα μπορούσε να φτιάξει έναν κανόνα, που να λέει:

if *θερμοκρασία υψηλή* ***and*** *υγρασία υψηλή* ***then*** *το δωμάτιο ζεστό.*

Ασαφής Έλεγχος

Διαφορετικά στάδια ασαφούς ελέγχου

2. Κανόνας υπολογισμού

Τα δεδομένα εισόδου εφαρμόζονται σε κανόνες ελέγχου **if/then.**

Αποτελέσματα διαφόρων κανόνων έχουν *συγκεντρωθεί (συνδυαστεί)* για να δημιουργήσουν ένα σύνολο "ασαφών εξόδων".

FAMM

<u>ΈΞΟΔΟΙ</u>
NL=-5
NS=-2.5
ZE=0
PS=2.5
PL=5.0

y \ x	N	ZE	P
N	NL	NS	NS
ZE	NS	ZE	PS
P	PS	PS	PL

W1	**W4**	**W7**
W2	**W5**	**W8**
W3	**W6**	**W9**

Ασαφής έλεγχος

Παράδειγμα κανόνα υπολογισμού

Έστω ότι χρησιμοποιούμε τον **τελεστή συνδυασμού (AND)** στα προηγούμενα των κανόνων, υπολογίζουμε την **εκκίνηση ισχύος του κανόνα Wn**.

FAMM

y \ x	N	ZE	P
N	NL	NS	NS
ZE	NS	ZE	PS
P	PS	PS	PL

W1	**W4**	**W7**
W2	**W5**	**W8**
W3	**W6**	**W9**

$$W_1 = \min\left[F_N(0.25), F_N(-0.25)\right] = \min\left[0.25, 0.75\right] = 0.25$$

$$W_2 = \min\left[F_N(0.25), F_{ZE}(-0.25)\right] = \min\left[0.25, 1\right] = 0.25$$

$$W_3 = \min\left[F_N(0.25), F_P(-0.25)\right] = \min\left[0.25, 0.25\right] = 0.25$$

$$W_4 = \min\left[F_{ZE}(0.25), F_N(-0.25)\right] = \min\left[1, 0.75\right] = 0.75$$

$$W_5 = \min\left[F_{ZE}(0.25), F_{ZE}(-0.25)\right] = \min\left[1, 1\right] = 1$$

$$W_6 = \min\left[F_{ZE}(0.25), F_P(-0.25)\right] = \min\left[1, 0.25\right] = 0.25$$

$$W_7 = \min\left[F_P(0.25), F_N(-0.25)\right] = \min\left[0.75, 0.75\right] = 0.75$$

$$W_8 = \min\left[F_P(0.25), F_{ZE}(-0.25)\right] = \min\left[0.75, 1\right] = 0.75$$

$$W_9 = \min\left[F_P(0.25), F_P(-0.25)\right] = \min\left[0.75, 0.25\right] = 0.25$$

menu

Ασαφής έλεγχος

Πρέπει ένα FAMM να είναι τετραγωνικός πίνακας;

Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν περισσότεροι από δύο παραμέτρους εισόδου για ένα FAMM;

menu

Ασαφής έλεγχος

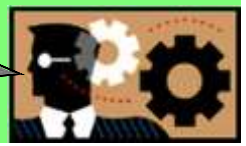
Διαφορετικά στάδια ασαφούς ελέγχου

3. Αποσαφοποίηση

Οι ασαφείς έξοδοι συνδυάζονται με διακριτές τιμές που απαιτούνται για την κίνηση του μηχανισμού ελέγχου.

(π.χ. ένας έλικας κλιματισμού)

Θα δοθεί ολοκληρωμένο παράδειγμα



Ασαφής έλεγχος

Παράδειγμα αποσαφοποίησης

Έστω ότι χρησιμοποιούμε τη μέθοδο αποσαφοποίησης του κέντρου μάζας.

$$\mathrm{OUTPUT} = \frac{(W_1 \cdot NL + W_2 \cdot NS + W_3 \cdot PS + W_4 \cdot NS + W_5 \cdot ZE + W_6 \cdot PS + W_7 \cdot NS + W_8 \cdot PS + W_9 \cdot PL)}{\sum_{i=1}^{9} W_i}$$

$$= \frac{(0.25 \cdot (-5) + 0.25 \cdot 2.5 + 0.25 \cdot 2.5 + 0.75 \cdot 2.5 + 1 \cdot 0 + 0.25 \cdot 2.5 + 0.75 \cdot 2.5 + 0.75 \cdot 2.5 + 0.25 \cdot 5)}{(0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.75 + 1 + 0.25 + 0.75 + 0.75 + 0.25)}$$

= -1.25/ 4.5 = -0.278

FAMM

<u>Outputs</u>
NL=-5
NS=-2.5
ZE=0
PS=2.5
PL=5.0

W1	**W4**	**W7**
W2	**W5**	**W8**
W3	**W6**	**W9**

x

y	N	ZE	P
N	NL	NS	NS
ZE	NS	ZE	PS
P	PS	PS	PL

menu

Σύνοψη των βημάτων

Για να υπολογίσει κανείς την έξοδο αυτού του ασαφούς συστήματος εξαγωγής συμπεράσματος (FIS) με βάση τις εισόδους, πρέπει να περάσει από έξι βήματα :

1. καθορισμός ενός συνόλου από ασαφείς κανόνες
2. ασαφοποίηση των εισόδων χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις ιδιότητας μέλους εισόδου,
3. συνδυασμός ασαφών εισόδων σύμφωνα με τους ασαφείς κανόνες για τη δημιουργία της ισχύος του κανόνα,
4. εύρεση του συμπεράσματος του κανόνα συνδυάζοντας την ισχύ του κανόνα και τη συνάρτηση μέλους εξόδου(αν είναι mamdani FIS),
5. συνδυασμός συμπερασμάτων για να επιτευχθεί κατανομή εξόδου και
6. αποσαφοποίηση της κατανομής εξόδου (αυτό το βήμα ισχύει μόνο εάν απαιτείται καθαρή έξοδος).

Περισσότερες λεπτομέρειες…

- Ασαφή Συστήματα Συμπεράσματος (FIS)
- Ασαφείς Κανόνες
- Ασαφείς Τελεστές Συνδυασμού
- Συναρτήσεις συμμετοχής

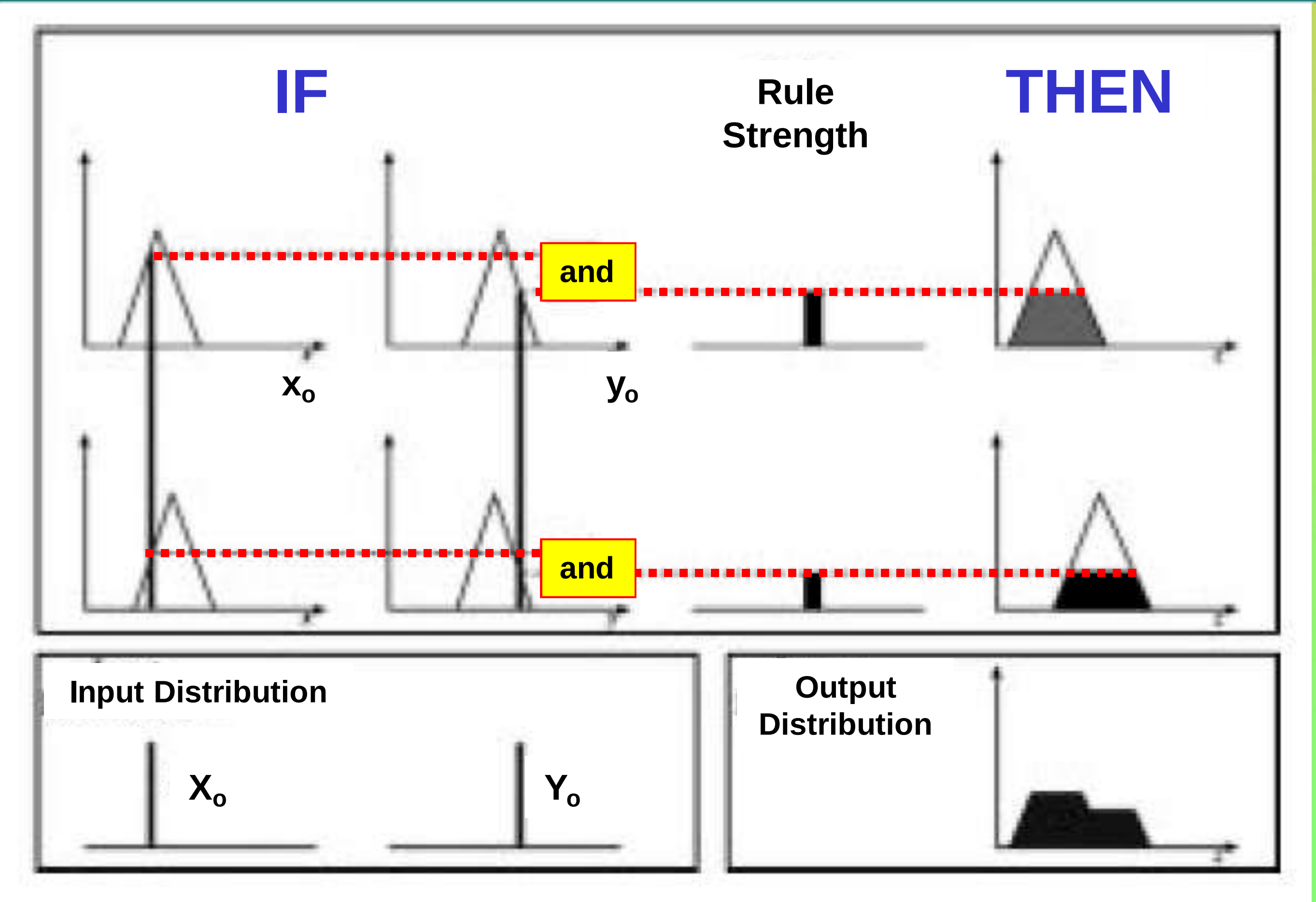
Ασαφές συμπέρασμα

Το ασαφές συμπέρασμα είναι η διαδικασία διαμόρφωσης της αντιστοίχισης από μια δεδομένη είσοδο σε μια έξοδο χρησιμοποιώντας ασαφή λογική. Στη συνέχεια, η χαρτογράφηση παρέχει μια βάση από την οποία μπορούν να ληφθούν αποφάσεις ή να διακριθούν μοτίβα. Η διαδικασία της ασαφούς εξαγωγής συμπερασμάτων περιλαμβάνει όλα τα κομμάτια που περιγράφονται στις προηγούμενες ενότητες: συναρτήσεις συμμετοχής, Λογικοί τελεστές και If-Then Κανόνες.

menu

Σύστημα εξαγωγής συμπεράσματος κατά Mamdani

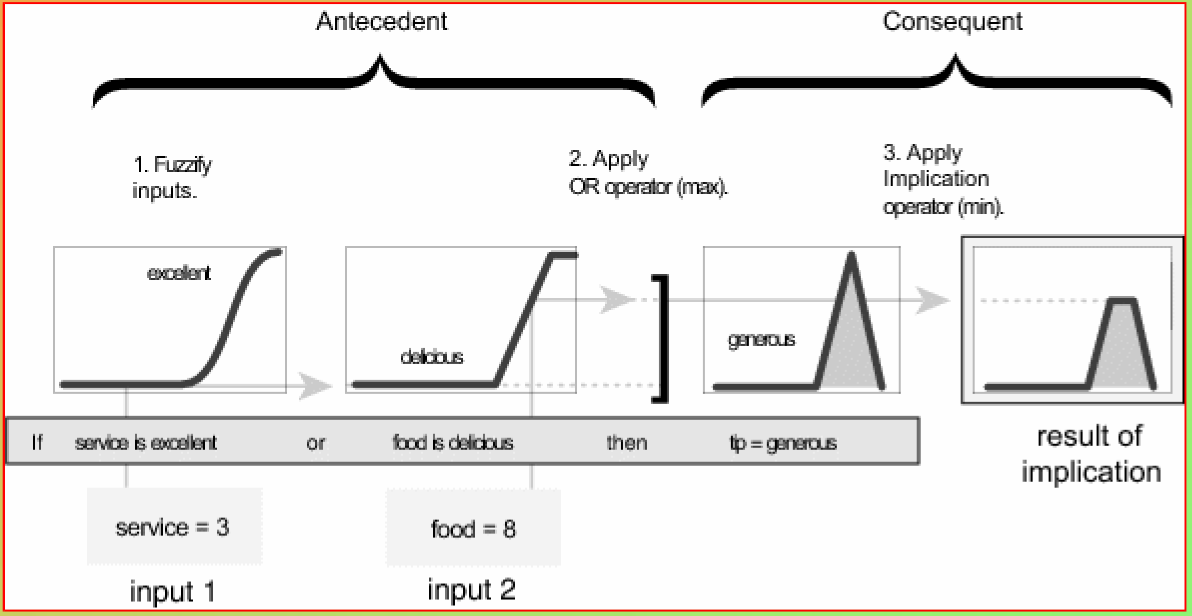
Δύο είσοδοι, δύο κανόνες Mamdani FIS με δεδομένες εισόδους



Οι ασαφείς κανόνες είναι μια συλλογή λεκτικών δηλώσεων που περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο το FIS πρέπει να λάβει μια απόφαση σχετικά με την ταξινόμηση μιας εισόδου ή τον έλεγχο μιας εξόδου.

Mamdani FIS

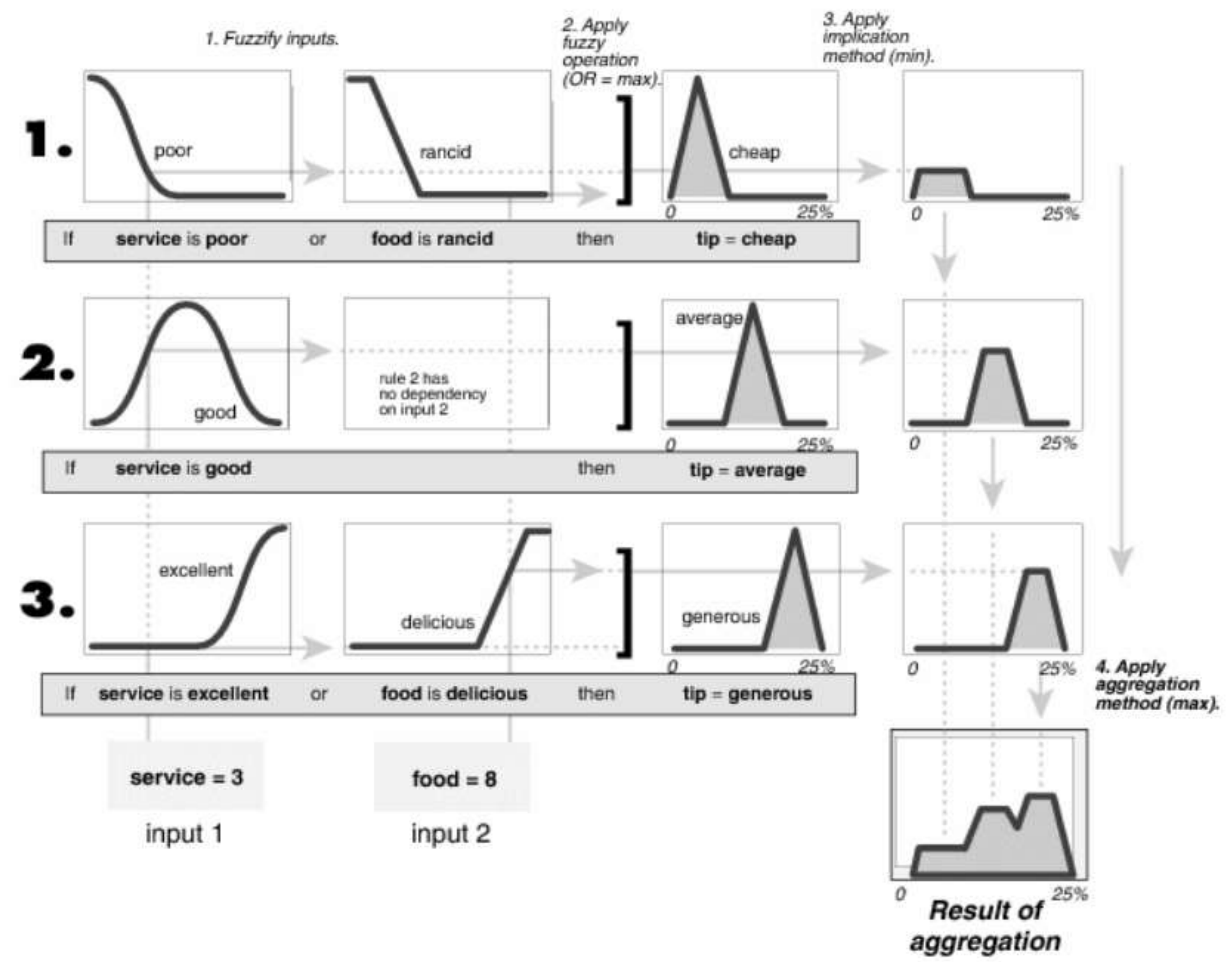
Mamdani-τύπος συμπεράσματος, αναμένει ότι οι συναρτήσεις μέλους εξόδου θα είναι ασαφή σύνολα. Μετά τη διαδικασία συνδυασμού, υπάρχει ένα ασαφές σύνολο για κάθε μεταβλητή εξόδου που χρειάζεται αποσαφοποίηση.



http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/fuzzy/index.html?/access/helpdesk/help/toolbox/fuzzy/bp78l6_-1.html&http://www.mathworks.com/cgi-bin/texis/webinator/search/?db=MSS&prox=page&rorder=750&rprox=750&rdfreq=500&rwfreq=500&rlead=250&sufs=0&order=r&is_summary_on=1&ResultCount=10&query=fuzzy+logic&submitButtonName=Search

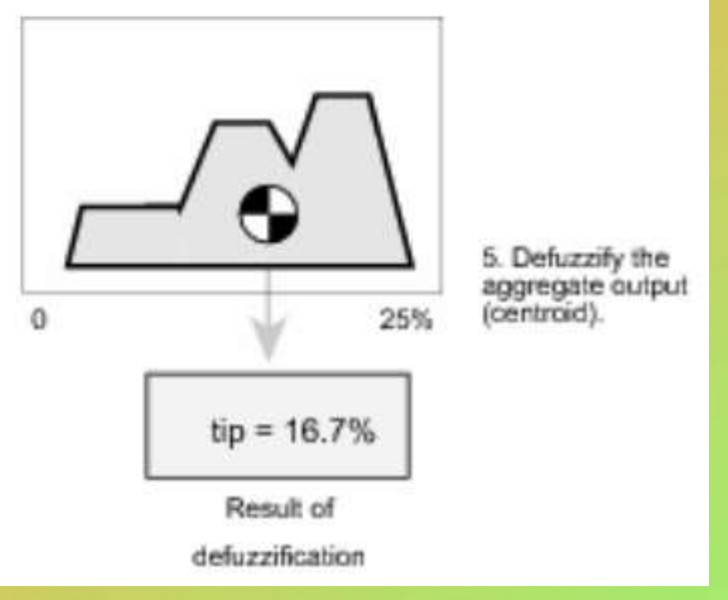
menu

Mamdani FIS



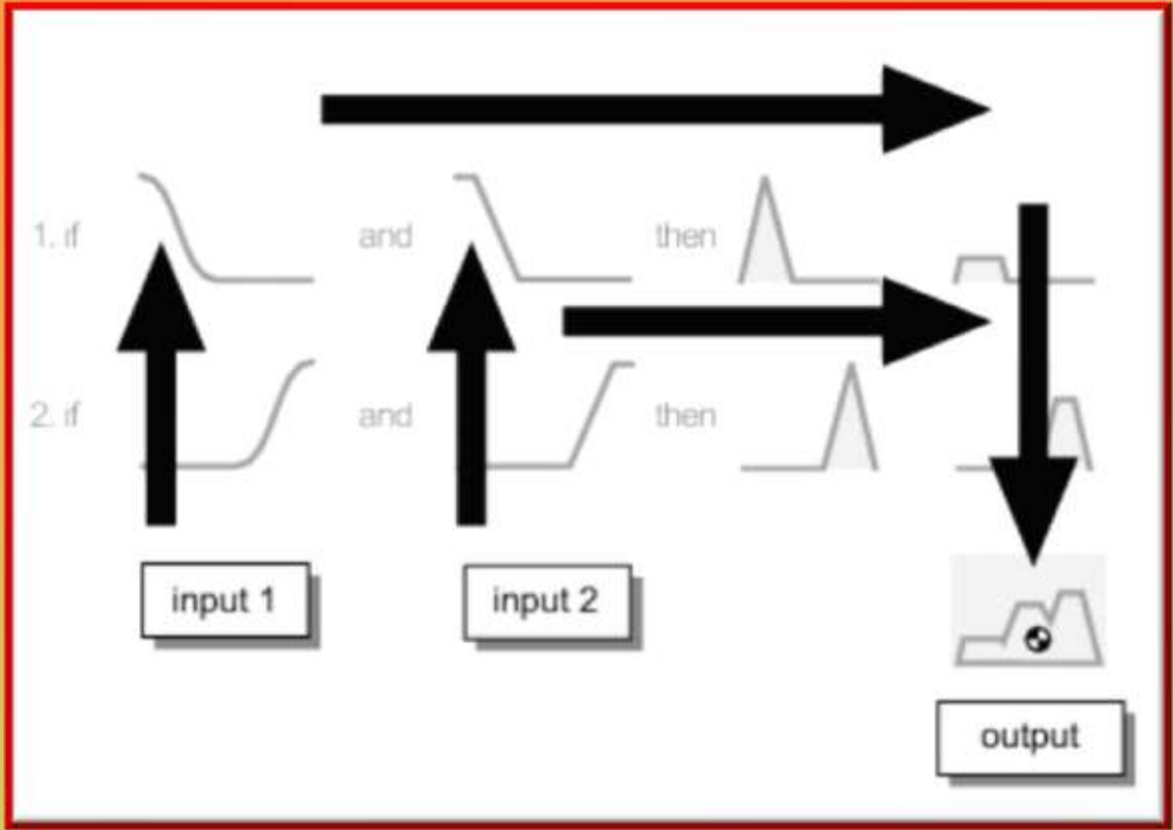
menu

Mamdani FIS



menu

Ροή της εξαγωγής ασαφούς συμπεράσματος



Σε αυτό το σχήμα, η ροή προχωρά προς τα πάνω από τις εισόδους κάτω αριστερά, μετά σε κάθε σειρά ή κανόνα και μετά προς τα κάτω στις εξόδους του κανόνα για να τελειώσει κάτω δεξιά. Αυτή η συμπαγής ροή δείχνει τα πάντα ταυτόχρονα, από τη ασαφοποίηση της λεκτικής μεταβλητής μέχρι την αποσαφοποίηση της συνολικής παραγωγής.

Mamdani FIS

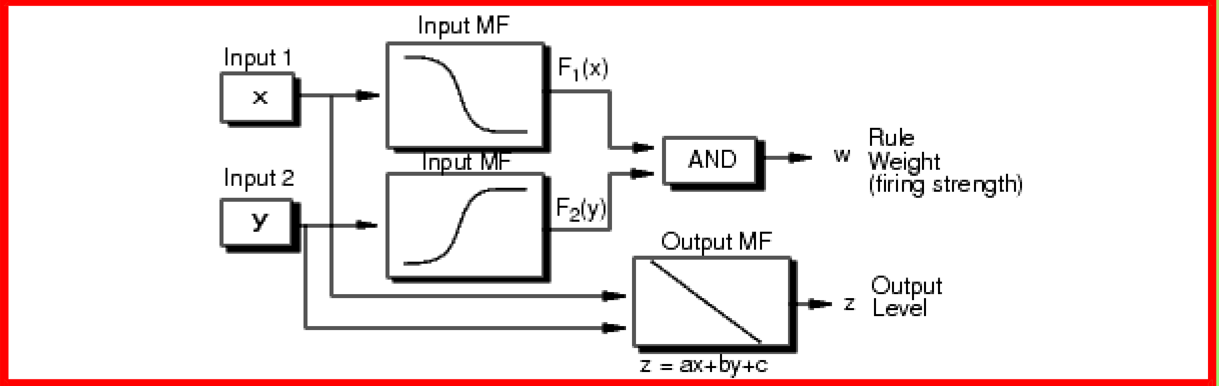
Συνάρτηση Συμμετοχής εξόδου

- Είναι δυνατό, και σε πολλές περιπτώσεις πολύ πιο αποτελεσματικό, να χρησιμοποιηθεί μια ενιαία ακίδα ως συνάρτηση μέλους εξόδου αντί για ένα κατανεμημένο ασαφές σύνολο.
- Αυτός ο τύπος εξόδου είναι μερικές φορές γνωστός ως συνάρτηση μέλους εξόδου μονής γραμμής και μπορεί να θεωρηθεί ως ένα προ-αποσαφοποιημένο ασαφές σύνολο.
- Ενισχύει την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας αποσαφοποίησης επειδή απλοποιεί σημαντικά τον υπολογισμό που απαιτείται από τη γενικότερη μέθοδο Mamdani, η οποία βρίσκει το κέντρο μιας δισδιάστατης συνάρτησης.
- Αντί να ενσωματώσετε τη δισδιάστατη συνάρτηση για να βρείτε το κέντρο, χρησιμοποιείτε τον σταθμισμένο μέσο όρο μερικών σημείων δεδομένων.

menu

Sugeno FIS

Sugeno FIS , έξοδος δια μεσω κλασσικών συναρτήσεων



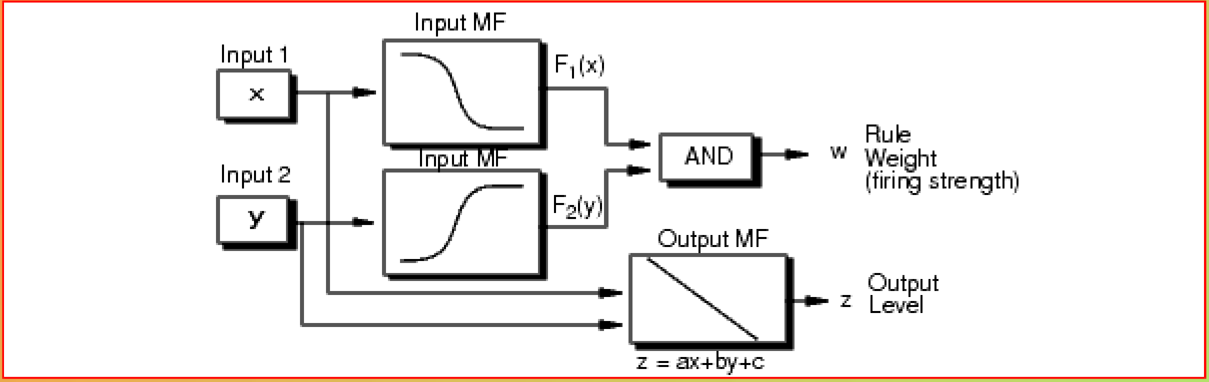
A typical rule in a Sugeno fuzzy model has the form:

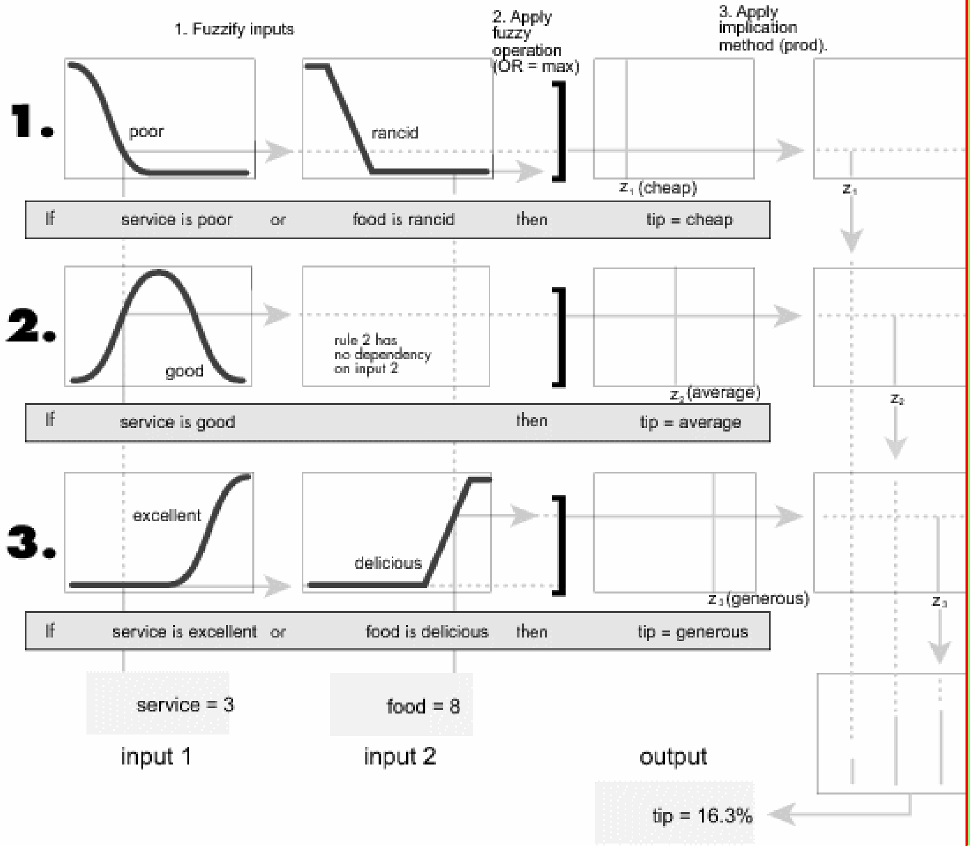
If Input 1 = x and Input 2 = y, then Output is **z = ax + by + c**

For a **zero-order Sugeno model**, the output level **z** is a **constant** (a=b =0).

menu

Sugeno FIS



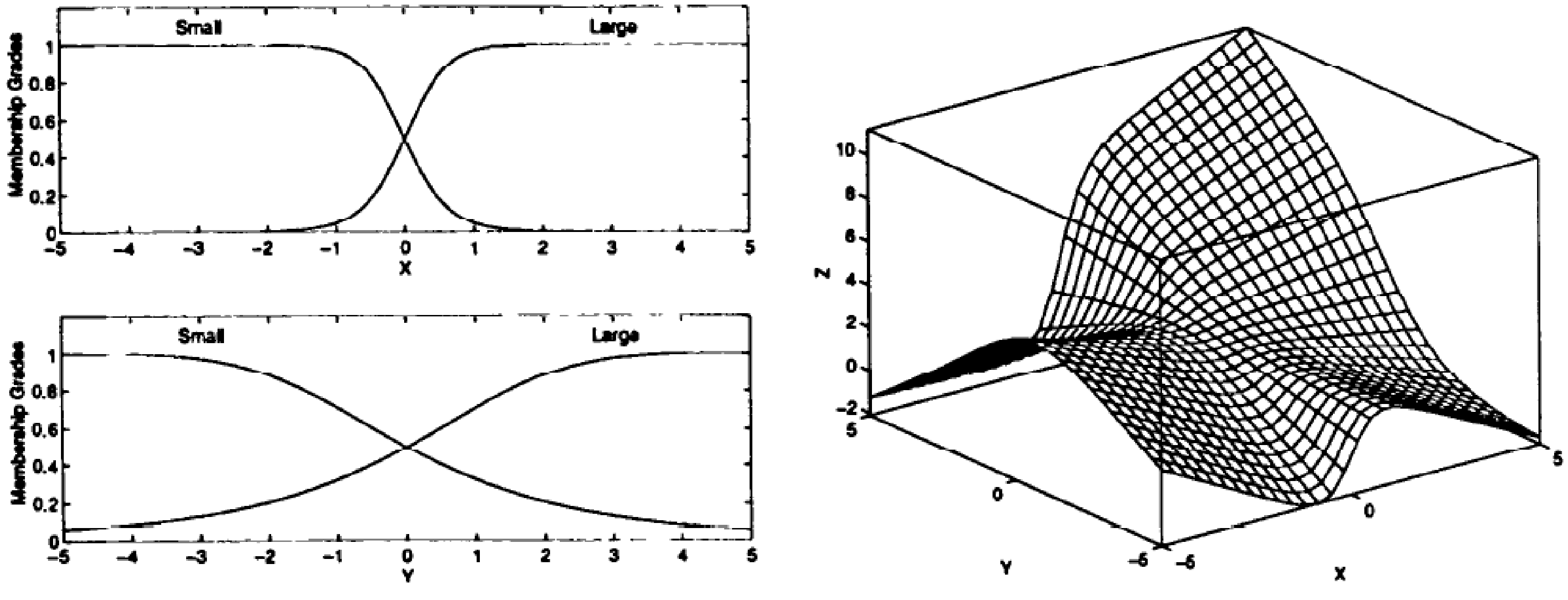


$$\text{Final Output} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i z_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

menu

2-input, single-output Sugeno fuzzy model

$$
\begin{cases}
\text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is small then } z = -x + y + 1. \\
\text{If } X \text{ is small and } Y \text{ is large then } z = -y + 3. \\
\text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is small then } z = -x + 3. \\
\text{If } X \text{ is large and } Y \text{ is large then } z = x + y + 2.
\end{cases}
$$



(a) (b)

menu

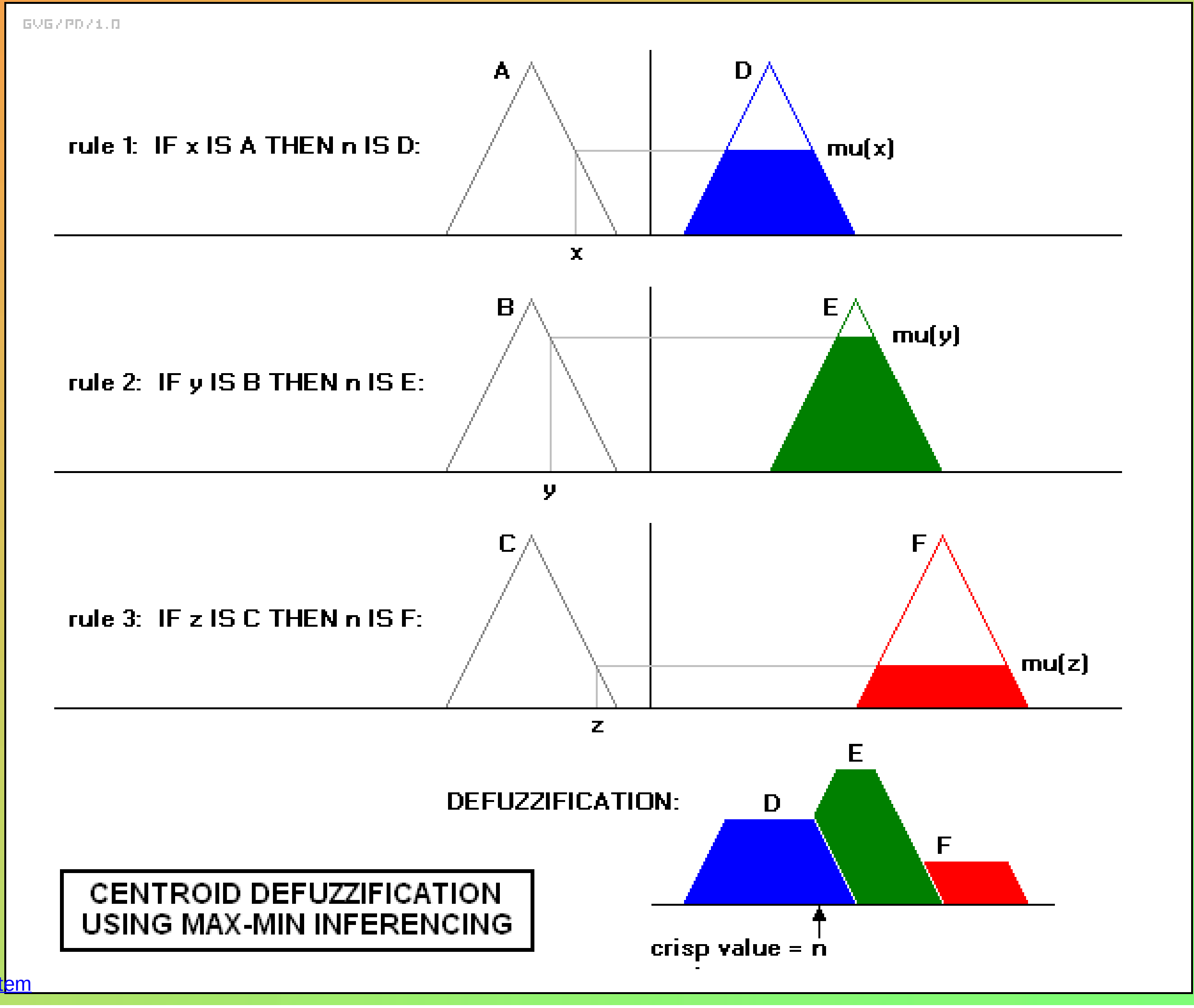
This is **NOT** going to be part of the exam anymore.

OPTIONAL: More on Mamdani FIS

menu

Mamdani FIS

Max-min inferencing and centroid defuzzification for a system with input variables "x", "y", and "z" and an output variable "n". Note that "mu" is standard fuzzy-logic nomenclature for "truth value":



http://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_system

menu

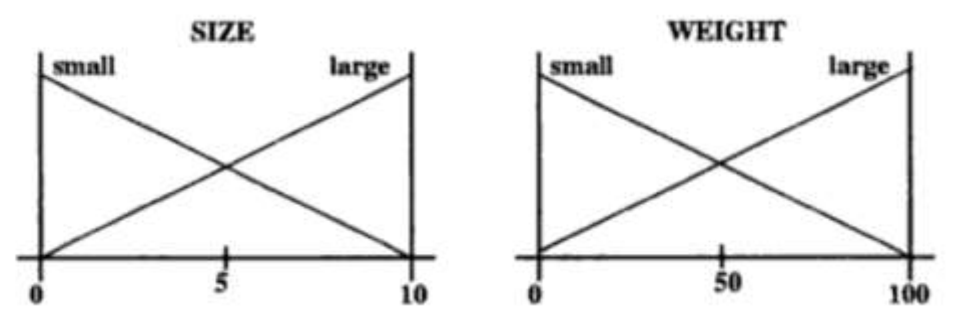
Sample: Mamdani

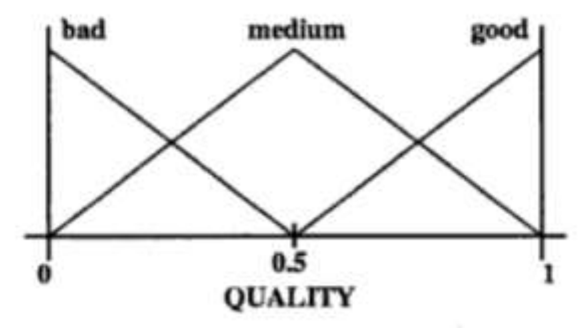
Classical Inference Engine: max-min-CG

Consider a problem with 2 input variables, **size** and **weight**, and one output variable, **quality,** with the following **lingustic term sets** associated**:**

$$D_{size} = \{small, large\} \qquad D_{weight} = \{small, large\}$$
$$D_{quality} = \{bad, medium, good\}$$

The **semantics** of these linguistic terms are defined **by triangular-shaped membership functions:**





Reference: Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann

menu

Sample: Mamdani

Classical Inference Engine: max-min-CG

Rule Base (RB):

R_1 : *IF size is small and weight is small THEN quality is bad,*
also
R_2 : *IF size is small and weight is large THEN quality is medium,*
also
R_3 : *IF size is large and weight is small THEN quality is medium,*
also
R_4 : *IF size is large and weight is large THEN quality is good*

Let us consider a sample input to the system, **X_o = {2, 25} = {size, weight}**

Sample: Mamdani

Classical Inference Engine: max-min-CG

Rule Base:

$R_1 : IF\ size\ is\ small\ and\ weight\ is\ small\ THEN\ quality\ is\ bad,$
$also$
$R_2 : IF\ size\ is\ small\ and\ weight\ is\ large\ THEN\ quality\ is\ medium,$
$also$
$R_3 : IF\ size\ is\ large\ and\ weight\ is\ small\ THEN\ quality\ is\ medium,$
$also$
$R_4 : IF\ size\ is\ large\ and\ weight\ is\ large\ THEN\ quality\ is\ good$

Let us consider a sample input to the system, **X_0 = {2, 25}.**
This input is matched against the rule antecedents in order to determine the rule-firing strength *hi* of each rule R*i* in the Rule Base.

Using a minimum T-norm as conjunctive, the following results are obtained:

$$R_1 : h_1 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.8, 0.75) = 0.75$$
$$R_2 : h_2 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.8, 0.25) = 0.25$$
$$R_3 : h_3 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.2, 0.75) = 0.2$$
$$R_4 : h_4 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.2, 0.25) = 0.2$$

Reference: Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann

menu

Sample: Mamdani

Classical Inference Engine: max-min-CG

Rule-firing strength h*i* of each rule R*i* in the Rule Base:

$$R_1 : h_1 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.8, 0.75) = 0.75$$
$$R_2 : h_2 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.8, 0.25) = 0.25$$
$$R_3 : h_3 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.2, 0.75) = 0.2$$
$$R_4 : h_4 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.2, 0.25) = 0.2$$

The inference system applies the **compositional rule of inference** to obtain the **inferred fuzzy sets B*i*'**

$$R_1 : \mu_{B'_1}(y) = \min(h_1, \mu_{B_1}(y)) = \min(0.75, \mu_{bad}(y))$$
$$R_2 : \mu_{B'_2}(y) = \min(h_2, \mu_{B_2}(y)) = \min(0.25, \mu_{medium}(y))$$
$$R_3 : \mu_{B'_3}(y) = \min(h_3, \mu_{B_3}(y)) = \min(0.2, \mu_{medium}(y))$$
$$R_4 : \mu_{B'_4}(y) = \min(h_4, \mu_{B_4}(y)) = \min(0.2, \mu_{good}(y))$$

Sample: Mamdani

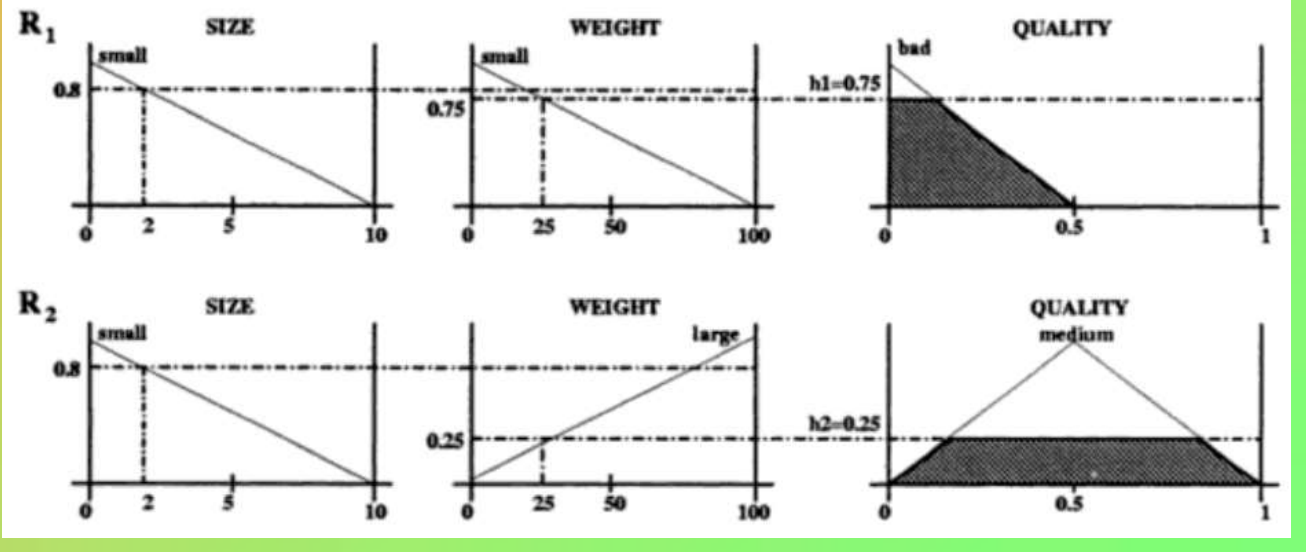
Rule-firing strength h*i* of each rule R*i* in the Rule Base:

$$R_1 : h_1 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.8, 0.75) = 0.75$$
$$R_2 : h_2 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.8, 0.25) = 0.25$$
$$R_3 : h_3 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.2, 0.75) = 0.2$$
$$R_4 : h_4 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.2, 0.25) = 0.2$$

Application of **compositional rule of inference** to obtain the **inferred fuzzy sets B*i*'**

$$R_1 : \mu_{B_1'}(y) = \min(h_1, \mu_{B_1}(y)) = \min(0.75, \mu_{bad}(y))$$
$$R_2 : \mu_{B_2'}(y) = \min(h_2, \mu_{B_2}(y)) = \min(0.25, \mu_{medium}(y))$$
$$R_3 : \mu_{B_3'}(y) = \min(h_3, \mu_{B_3}(y)) = \min(0.2, \mu_{medium}(y))$$
$$R_4 : \mu_{B_4'}(y) = \min(h_4, \mu_{B_4}(y)) = \min(0.2, \mu_{good}(y))$$

Graphical representation:



menu

Sample: Mamdani

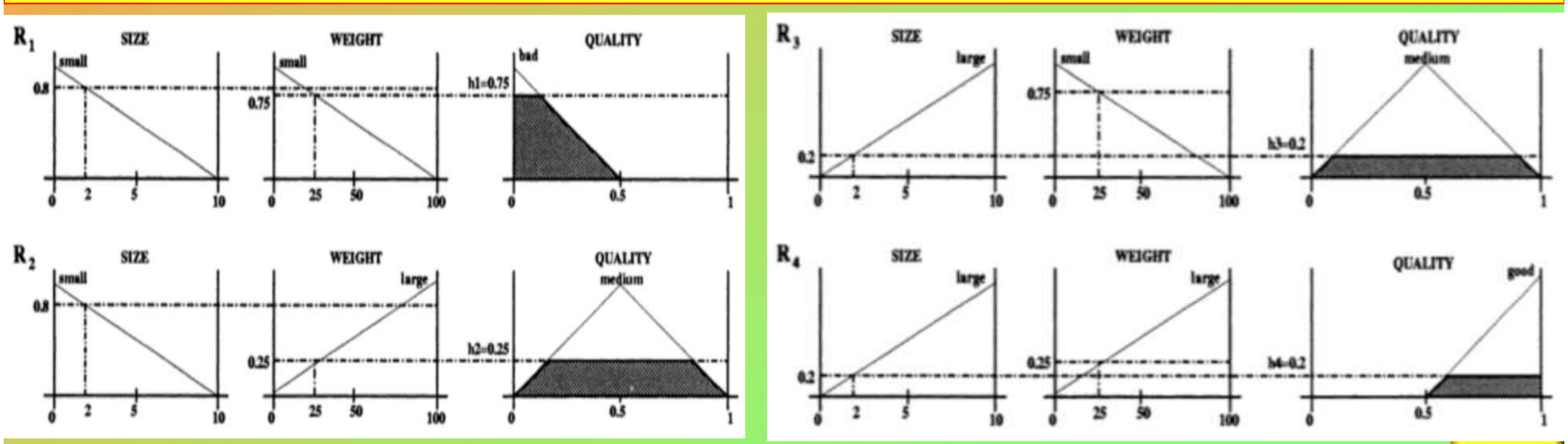
Rule-firing strength h*i* of each rule R*i* in the Rule Base:

$$R_1 : h_1 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.8, 0.75) = 0.75$$
$$R_2 : h_2 = \min(\mu_{small}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.8, 0.25) = 0.25$$
$$R_3 : h_3 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{small}(25)) = \min(0.2, 0.75) = 0.2$$
$$R_4 : h_4 = \min(\mu_{large}(2), \mu_{large}(25)) = \min(0.2, 0.25) = 0.2$$

Application of **compositional rule of inference** to obtain the **inferred fuzzy sets B*i*’**

$$R_1 : \mu_{B_1'}(y) = \min(h_1, \mu_{B_1}(y)) = \min(0.75, \mu_{bad}(y))$$
$$R_2 : \mu_{B_2'}(y) = \min(h_2, \mu_{B_2}(y)) = \min(0.25, \mu_{medium}(y))$$
$$R_3 : \mu_{B_3'}(y) = \min(h_3, \mu_{B_3}(y)) = \min(0.2, \mu_{medium}(y))$$
$$R_4 : \mu_{B_4'}(y) = \min(h_4, \mu_{B_4}(y)) = \min(0.2, \mu_{good}(y))$$

Graphical representation:

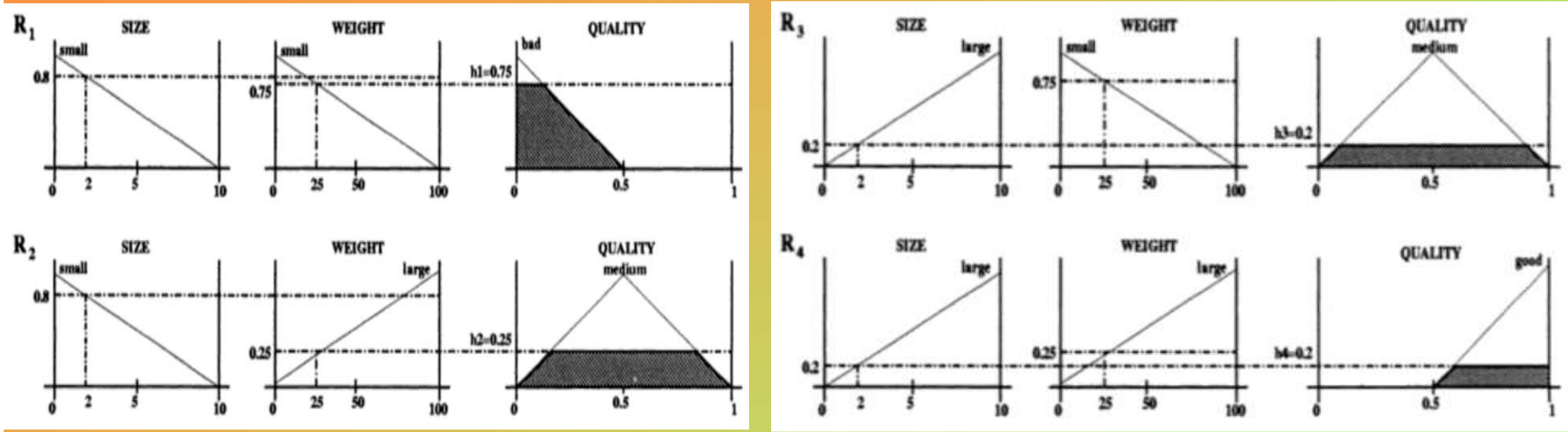


Reference: **Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann**

menu

Sample: Mamdani

Graphical representation:



Aggregation of the 4 individual output fuzzy sets by means of the **maximum t-conorm**

$$\mu_{B'}(y) = \max\left\{\mu_{B'_1}(y), \mu_{B'_2}(y), \mu_{B'_3}(y), \mu_{B'_4}(y)\right\}$$

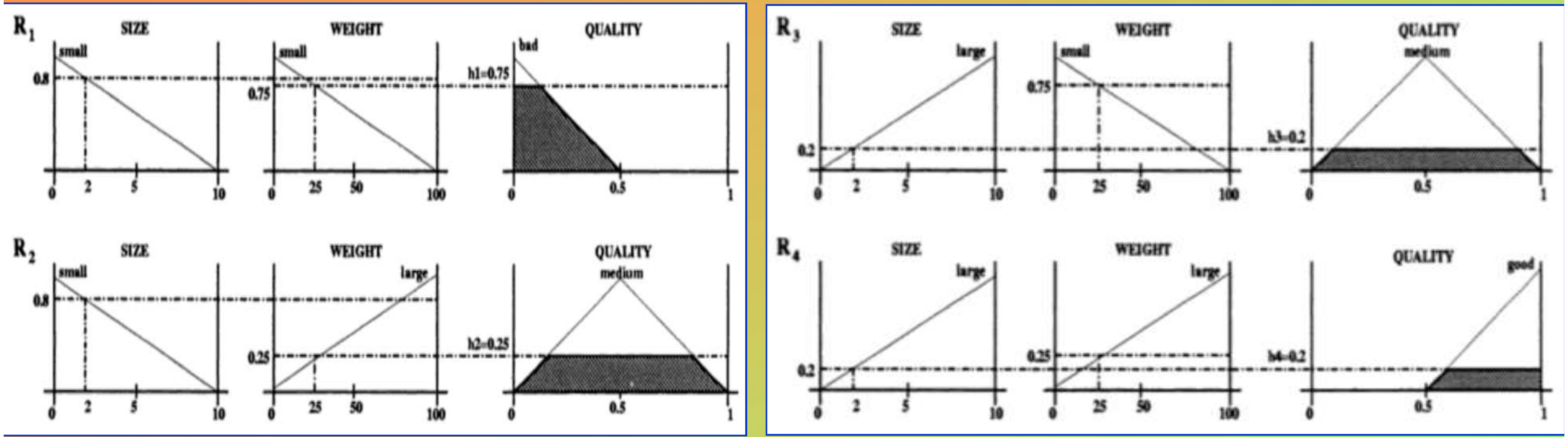
The final output is calculated by defuzzification using **Centre of Gravity (CG)**

$$y_0 = \frac{\int_Y y \cdot \mu_{B'}(y)dy}{\int_Y \mu_{B'}(y)dy}$$

Reference: **Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann**

Sample: Mamdani

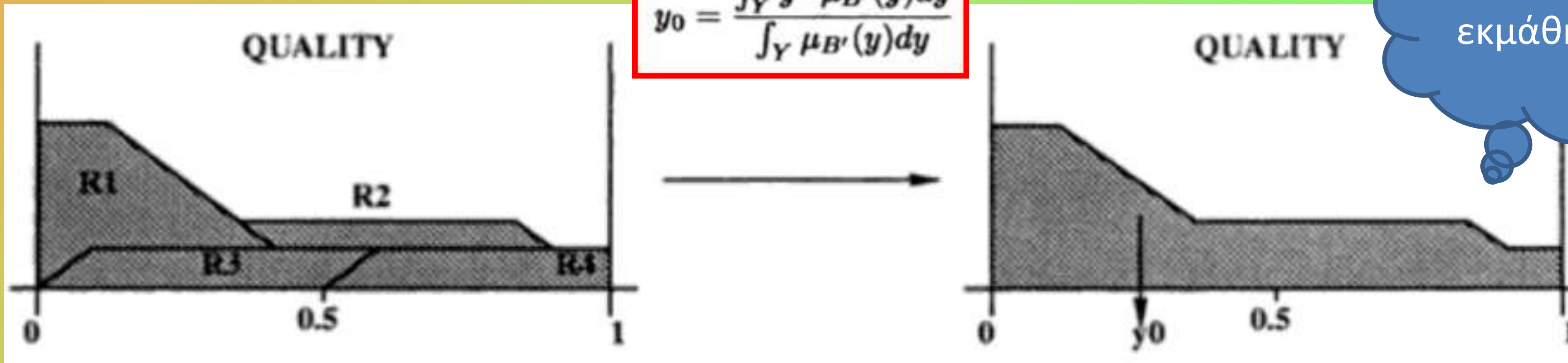
Graphical representation:



The final output is calculated by defuzzification using **Centre of Gravity (CG)**

$$y_0 = \frac{\int_Y y \cdot \mu_{B'}(y)dy}{\int_Y \mu_{B'}(y)dy}$$

Δυνατότητα εκμάθησης



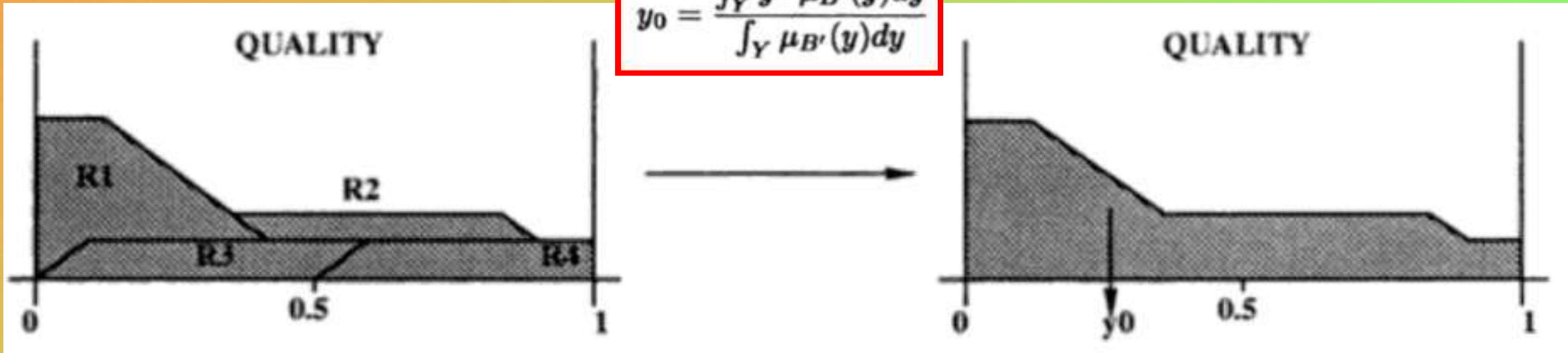
Reference: **Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann**

Sample: Mamdani

Mode A-FATI with Max - Centre of Gravity (CG) strategy

"First Aggregate, Then Infer"

$$y_0 = \frac{\int_Y y \cdot \mu_{B'}(y)dy}{\int_Y \mu_{B'}(y)dy}$$



Reference: **Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann**

The final crisp output is *Yo* = 0.3698

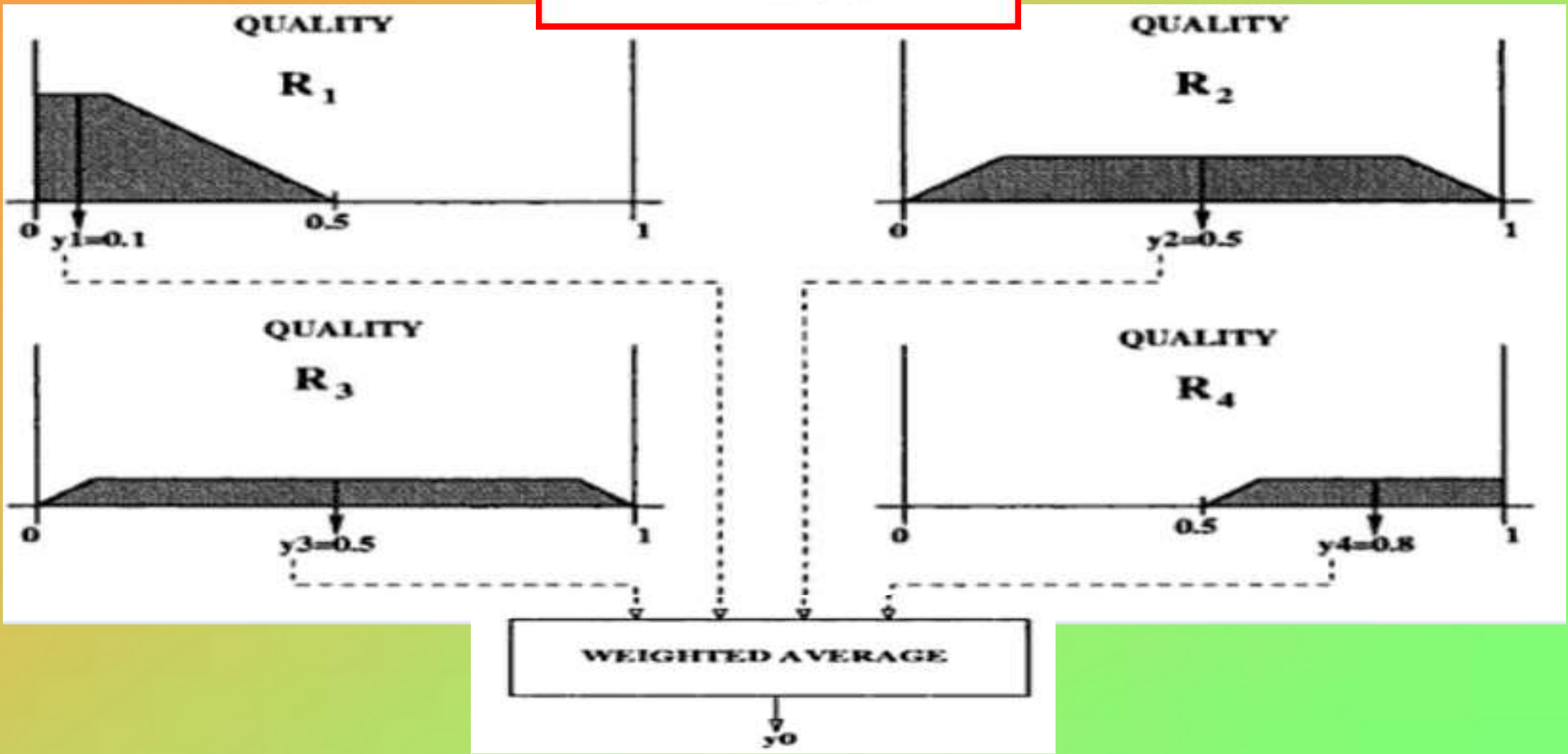
menu

Sample: Mamdani

Reference: Genetic fuzzy systems by Oscar Cordón, Francisco Herrera, Frank Hoffmann

Alternatively, ("First Infer, Then Aggregate")
Mode B-FITA with Maximum Value weighted by the matching strategy

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} h_i \cdot MV_i}{\sum_{i=1}^{m} h_i}$$



$$y_0 = \frac{0.75 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.8}{1.4} = \frac{0.46}{1.4} = 0.3286$$

menu