**Πράξεις ασαφών αριθμών βοηθεία της επέκτασης κανόνα και του αντιπροσωπευτικού θεωρήματος της σύνθεσης και της αριθμητικής διαστημάτων [5].**

Έστω Α, Β ασαφείς αριθμοί υποσύνολα των γενικών συνόλων Χ.Υ και \* συμβολίζει κάθε μία από τις τέσσερις βασικές πράξεις. Τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το ασαφές σύνολο στο ℜ , Α\*Β από τον προσδιορισμό των α-τομών με βάση τη ιδιότητα που πηγάζει από την επέκταση του κανόνα  για κάθε  οπότε από τον κανόνα της σύνθεσης ή αποφασιστικό κανόνα:

.

Εφώσον το κλασσικό σύνολο της α-τομήςείναι ένα κλειστό διάστημα για κάθε  και Α, Β ασαφείς αριθμοί τότε Α\*Β είναι επίσης ασαφής αριθμός . Ακολούθως έχει αποδειχθεί [5] ότι αν Α, Β συνεχείς αριθμοί τότε και Α\*Β θα είναι συνεχείς αριθμός. Με βάση την παραπάνω σχέση προσδιορίζουμε τις πράξεις μεταξύ των ασαφών αριθμών.

**Εφαρμογή 2.5.4.2.1** Έστω οι ααφείς αριθμοί Α,β με τις παρακάτω συναρτήσεις συμμετοχής:

. 



Οι α - τομές τους είναι:



Οπότε



Το αποτέλεσμα θα είναι λύνοντας τις παραπάνω σχέσεις ως προς α



που όπως προκύπτει από τις συναρτήσεις συμμετοχής είναι συνεχείς ασαφείς αριθμοί.

## Αριθμητικές πράξεις ασαφών αριθμών

### Ορισμός πράξεων ασαφών αριθμών με βάση το θεώρημα της επέκτασης του κανόνα

Έστω Α, Β ασαφείς αριθμοί με συνεχή συνάρτηση συμμετοχής ο καθένας, από το . Έστω οι βασικές αριθμητικές πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, της διαίρεσης και του πολλαπλασιασμού. Οι Dubois and Prade, 1980 απέδειξαν ότι οποιαδήποτε από τις αναφερόμενες πράξεις μεταξύ των ασαφών αριθμών Α, Β παράγει έναν ασαφή αριθμό από το .

Με βάση την επέκταση του κανόνα παρατίθενται οι χαρακτηριστικότεροι ορισμοί των πράξεων μεταξύ ασαφών αριθμών.

Πρόσθεση μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β

**  (Ι.50)  *(((((5*

Αφαίρεση μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β

**  (Ι.51)

Πολλαπλασιασμός μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β

**  (Ι.52)

Διαίρεση μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β

**  (Ι.53)

Οι πράξεις μεταξύ των ασαφών αριθμών μπορούν να επεκταθούν χρησιμοποιώντας αντί της min τομής οποιαδήποτε άλλη τομή:

** , z,

όπου \* ένας πραγματικός τελεστής(Rommelganger, 1996). (Ι.54)

Στην επόμενη ενότητα ακολουθεί η ανάπτυξη των πράξεων των ασαφών αριθμών για ειδικές περιπτώσεις όπως αναπτύχθηκαν από τους Dubois and Prade, 1980 με βάση την επέκταση του κανόνα.

### Πράξεις στους L-R ασαφείς αριθμούς

Είναι προφανές ότι δεν είναι υπολογιστικά απλό να ακολουθείται ο ορισμός για τις πράξεις μεταξύ ασαφών αριθμών. Για ειδικές περιπτώσεις ασαφών αριθμών, όπως οι L- R ασαφείς αριθμοί, έχουν προταθεί διάφορες σχέσεις που πολλές φορές είναι προσεγγιστικές. Παρατίθενται παρακάτω οι πιο κλασσικές εξισώσεις, που έχουν προταθεί για τους L –R ασαφείς αριθμούς από τους Dubois and Prade, 1980.

Έστω Α,Β LR ασαφείς αριθμοί όπου m η κεντρική τιμή και α, β το αριστερό και το δεξί ημιπλάτος του LR ασαφούς αριθμού Α. Όμοια για τον ασαφή αριθμό Β n, γ, δ. Τότε ορίζονται οι παρακάτω πράξεις των ασαφών αριθμών:

Πρόσθεση μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β:

 (Ι.55)

Αφαίρεση μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β:

 (Ι.56)

Πολλαπλασιασμός μεταξύ των ασαφών αριθμών Α,Β:

Διακρίνω περιπτώσεις:

1. m, n 0, τότε

 (Ι.57.α)

2. m, n < 0, τότε

 (Ι.57.β)

1. m<0 , n 0, τότε

 (Ι.57.γ)

Πολλαπλασιασμός κλασσικού αριθμού *λ* με ασαφή αριθμό.

Διακρίνω περιπτώσεις:

1. Αν λ 0, τότε

 (Ι.58.α)

2. Αν λ < 0, τότε

 (Ι.58.β)

### Πράξεις ασαφών αριθμών με βοήθεια της «επέκτασης του κανόνα», του αντιπροσωπευτικού θεωρήματος της σύνθεσης και της αριθμητικής διαστημάτων

Σε αυτή την ενότητα αναπτύσσεται μεθοδολογία για τις πράξεις ασαφών συνόλων με τη βοήθεια των α – τομών. Προϋπόθεση της μεθόδου είναι ότι όλοι οι ασαφείς αριθμοί που εμπλέκονται έχουν συνεχή συνάρτηση συμμετοχής. Κάθε ασαφής αριθμός μπορεί με ένα μοναδικό τρόπο να παρασταθεί με βάση τις α - τομές. Εφόσον στους ασαφείς αριθμούς οι α- τομές είναι κλειστά διαστήματα μπορεί να αξιοποιηθεί η αριθμητική των διαστημάτων.

Οι τέσσερις Αριθμητικές πράξεις σε κλειστά διαστήματα ορίζονται ως παρακάτω:

 (Ι.59)

 (Ι.60)

 (Ι.61)

 (Ι.62)

Έστω Α, Β ασαφείς αριθμοί υποσύνολα των γενικών συνόλων Χ.Υ και όπου \* μία από τις τέσσερις βασικές πράξεις. Τότε μπορεί να ορισθεί ασαφές σύνολο Α\*Β στο ℜ, από τον προσδιορισμό των α-τομών με βάση την επέκταση του κανόνα για τις ασαφείς τομές:

 για κάθε  (Ι.63)

Οπότε από τον κανόνα της σύνθεσης ή αποφασιστικό κανόνα το ασαφές σύνολο για την πράξη \* προσδιορίζεται ως κάτωθι:

 (Klir and Yuan, 1995). (Ι.64)

Εφόσον το κλασσικό σύνολο  είναι ένα κλειστό διάστημα για κάθε  τότε Α\*Β είναι επίσης ένας ασαφής αριθμός.

Με βάση την παραπάνω σχέση προσδιορίζονται οι πράξεις μεταξύ των ασαφών αριθμών. Επίσης πολλές φορές αντί της εξέτασης όλων των α – τομών εξετάζουμε εις βάρος της ακρίβειας για υπολογιστική απλότητα, τις πλέον χαρακτηριστικές (π.χ. για α = 0, α = 0.25, α = 0.5, α = 0.75, α = 1).