

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΣΕΙΡΑ 2^η

20 ΜΑΡ 2024

ΑΣΚΗΣΗ – 1

α) Ποια είναι η αναγκαία συνθήκη για να συγκλίνει η μέθοδος Gauss – Seidel ;

β) Να βρείτε τις προσεγγιστικές τιμές των x_1, x_2, x_3 του ακόλουθου συστήματος γραμμικών εξισώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Gauss-Seidel.

$$A x = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \end{Bmatrix} = b$$

Μια προφανής αρχική εκτίμηση είναι η $0,0,0$ την οποία ωστόσο δεν πρέπει να χρησιμοποιήσετε. Εκτιμώντας τη μορφή του συστήματος να προτείνετε ένα εναλλακτικό σύνολο αρχικών τιμών που θα συγκλίνει γρηγορότερα στην τελική λύση υλοποιώντας 2 επαναλήψεις της μεθόδου και υπολογίζοντας τα σφάλματα σε κάθε επανάληψη. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΑΣΚΗΣΗ – 2

Το γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 24 \\ 3x + 4y - z &= 30 \\ -y + 4z &= -24 \end{aligned}$$

έχει τη λύση $(3, 4, -5)$. Να συγκρίνετε τις διαδοχικές τιμές που προκύπτουν από την επίλυσή του με τις μεθόδους Gauss-Seidel και SOR με $\omega = 1,25$ χρησιμοποιώντας $x^{(0)} = (1, 1, 1)$ και για τις δύο μεθόδους. Να δείξετε την πορεία των υπολογισμών για τις 3 πρώτες επαναλήψεις και των δύο μεθόδων και να σχολιάσετε τα αποτελέσματα.

ΑΣΚΗΣΗ – 3

Να βρείτε μία παραβολή, $y = a + bx + cx^2$, η οποία διέρχεται από τα σημεία $(1,4)$, $(2,8)$, και $(3,14)$.

ΑΣΚΗΣΗ – 4

Να λύσετε το ακόλουθο σύστημα γραμμικών εξισώσεων με τη μέθοδο Jacobi

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 &= 7 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Να ξεκινήσετε με $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0, x_3^{(0)} = 0$. Να εφαρμόσετε τη μέθοδο Jacobi μέχρις ότου δύο διαδοχικές επαναλήψεις διαφέρουν λιγότερο από 0.0005.