

Μάθημα 2^ο

Σύγκριση Μέσων Όρων Μέρος Β



Στόχοι Ενότητας



- ✓ Υποθέσεις Παραμετρικών Τεστ
- ✓ Σύγκριση Μέσων Όρων Ανεξάρτητων δειγμάτων
 - ✓ Independent Sample T test (Παραμετρικό τεστ)
 - ✓ Mann – Whitney - Wilcoxon Test (Μη Παραμετρικό Τεστ)
- ✓ Σύγκριση Μέσων Όρων Εξαρτημένων δειγμάτων
 - ✓ Paired Sample T Test (Παραμετρικό τεστ)
 - ✓ Wilcoxon (Μη Παραμετρικό Τεστ)





Ανεξαρτησία (Independence)

- ✓ Δεν βασίζεται σε κάποιο στατιστικό τεστ, αλλά στη λογική της έρευνας
- ✓ Μία μέτρηση, π.χ. ο βαθμός ενός φοιτητή σε ένα τεστ, θα πρέπει να μην επηρεάζεται από τους βαθμούς άλλων φοιτητών
- ✓ Ανάλογα με τη σχεδίαση της έρευνας, μπορεί να δοθεί διαφορετικό νόημα στην ανεξαρτησία



Συνέχεια (Interval Data)

- ✓ Συνεχείς τιμές σε κλίμακα τιμών (π.χ. 1-10)
- ✓ Αν η βαθμολογία δύο φοιτητών σε ένα τεστ γνώσης είναι 7 και 10 αντίστοιχα, η διαφορά στην κλίμακα θα πρέπει να αντιπροσωπεύει αντίστοιχη πραγματική διαφορά στη γνώση
- ✓ Δεν υπάρχει στατιστικό τεστ για τον έλεγχο – βασίζεται στη λογική
Ανάλογα με τη σχεδίαση της έρευνας, μπορεί να δοθεί διαφορετικό νόημα στην ανεξαρτησία

Υποθέσεις Παραμετρικών Τεστ



Ισότητα Διακυμάνσεων (Homogeneity of variance)

- ✓ Η διασπορά των δεδομένων θα πρέπει να είναι ίδια σε όλο το σύνολο δεδομένων που εξετάζουμε
- ✓ Ελέγχεται με το τεστ του **Levene**

Κανονικότητα (Normally distributed data)

- ✓ Τα δεδομένα θα πρέπει να ακολουθούν κανονική κατανομή
- ✓ Ελέγχεται με το τεστ του **Kolmogorov-Smirnov** ή το τεστ του **Shapiro-Wilk**



T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Το T-test **ανεξάρτητων** δειγμάτων χρησιμοποιείται για την σύγκριση των μέσων όρων **δύο** συνόλων που διαφέρουν όσο αφορά ένα χαρακτηριστικό (π.χ. θέλουμε να συγκρίνουμε τη μέση επίδοση αγοριών-κοριτσιών σε κάποιο μάθημα κτλ.)

Για τη χρήση του T-test η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ποσοτική (ή τα αποτελέσματα μιας κλίμακας Likert) ενώ η ανεξάρτητη είναι ποιοτική με **δυο** όμως μόνο τιμές.

Η διατύπωση των υποθέσεων ενός ερευνητή γενικά έχει την εξής μορφή:
Μηδενική υπόθεση (H_0): *οι μέσοι όροι των δυο ομάδων δεν διαφέρουν μεταξύ τους*
Εναλλακτική υπόθεση (H_1): *οι μέσοι όροι διαφέρουν μεταξύ τους*



T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Για την πραγματοποίηση του T-test δύο **ανεξάρτητων** δειγμάτων απαιτούνται για τα δεδομένα οι παρακάτω **παραδοχές**:

- ✓ Θα πρέπει στις τιμές να μην υπάρχουν σημαντικά **ακραίες τιμές** (outliers) (Το πρόβλημα με τις ακραίες τιμές είναι ότι μπορεί να έχουν αρνητική επίδραση στο t -test, μειώνοντας την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που προκύπτουν).
- ✓ Τα στοιχεία του δείγματος θα πρέπει να είναι **ανεξάρτητα** (μη συσχετιζόμενα), το οποίο σημαίνει ότι δεν υπάρχει σχέση μεταξύ των παρατηρήσεων. Η παραβίαση αυτής της παραδοχής συνήθως έχει να κάνει με λανθασμένη σχεδίαση της μελέτης.



T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

- ✓ Οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι **ανεξάρτητες**, δηλαδή θα πρέπει να έχει εξασφαλιστεί πως μια παρατήρηση από το ένα δείγμα δεν πρόκειται να ανήκει και στο άλλο
- ✓ Η **εξαρτημένη** μεταβλητή ελέγχου πρέπει να είναι **ποσοτική** μεταβλητή, είτε **διαστήματος** (interval) είτε **αναλογίας** (ratio).
- ✓ Αν η **εξαρτημένη** μεταβλητή προσεγγίζει την **κανονική κατανομή** θα εκτελέσουμε παραμετρικό τεστ (**Independent Sample T-test**) διαφορετικά θα εκτελέσουμε μη παραμετρικό τεστ (**Mann-Whitney Test**)



T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Εφόσον ισχύουν οι προϋποθέσεις ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

Βήμα 1^ο

Διατυπώνουμε το **Ερευνητικό Ερώτημα** «π.χ. Δεν υπάρχει διαφορά στο ύψος μεταξύ ανδρών και γυναικών του δείγματος»

Βήμα 2^ο

Γράφουμε την **Μηδενική** και την **Εναλλακτική** υπόθεση

$$H_0: \mu_\alpha = \mu_\gamma \text{ και } H_1: \mu_\alpha \neq \mu_\gamma$$

Βήμα 3^ο

Ορίζουμε το **Επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας** α

$$\text{π.χ. } \alpha=0,05$$



T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Βήμα 4^ο

Επιλέγουμε τον καλύτερο αλγόριθμο (τεστ) για την εύρεση της τιμής **p-value** (αν και οι δύο ομάδες στις οποίες χωρίζει το δείγμα μας οι ποιοτική μεταβλητή ακολουθούν την κανονική κατανομή εκτελούμε ένα **παραμετρικό** τεστ διαφορετικά επιλέγουμε ένα **μη παραμετρικό** τεστ)

Βήμα 5^ο

Συγκρίνουμε την τιμή p-value με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που θέσαμε στο βήμα 3.

Βήμα 6^ο

Διατυπώνουμε το **διοικητικό** συμπέρασμα (π.χ. *Αν $p \text{ value} > \alpha$ αποτυγχάνομε να απορρίψομε τη μηδενική υπόθεση και συμπεραίνομε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των συγκρινόμενων μέσων όρων*)

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα I

Στον διπλανό πίνακα εμφανίζονται τα χιλιόμετρα που διανύουν 26 αυτοκίνητα με ένα λίτρο βενζίνης. Ορισμένα από αυτά χρησιμοποιούν κάποιο επιπρόσθετο και κάποια όχι (αρχείο [lecture2_2_1.sav](#)).

Ελέγξτε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha=0,05$ αν το επιπρόσθετο διαφοροποιεί τα χιλιόμετρα που διανύει ένα αυτοκίνητο με ένα λίτρο βενζίνης

Car	Additive	km	Car	Additive	km
1	1	11,00	14	1	12,00
2	0	10,00	15	0	10,90
3	1	12,00	16	1	11,90
4	0	9,90	17	1	12,50
5	1	10,55	18	0	9,90
6	0	9,70	19	0	10,00
7	0	10,30	20	0	10,50
8	1	13,00	21	1	11,60
9	1	10,90	22	1	11,60
10	0	10,50	23	0	10,20
11	1	11,20	24	1	10,90
12	0	9,80	25	0	10,70
13	1	10,50	26	0	9,00

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα I

Βήμα 1^ο : Διατύπωση Ερευνητικού Ερωτήματος

« το προσθετικό καυσίμου δεν επηρεάζει τα χιλιόμετρα που διανύει ένα αυτοκίνητο με 1 λίτρο καυσίμου »

Βήμα 2^ο : Διατύπωση Μηδενικής και Εναλλακτικής Υπόθεσης

$$H_0: \mu_\mu = \mu_\chi \text{ και } H_1: \mu_\mu \neq \mu_\chi$$

Βήμα 3^ο : Ορισμός Επιπέδου Στατιστικής Σημαντικότητας

Το επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας είναι $\alpha=0,05$

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Για να αποφασίσουμε πιο τεστ πρέπει να εφαρμόσουμε ακολουθούμε την παρακάτω

διαδικασία:

- ✓ Η **ανεξαρτησία** και η **συνέχεια** των δεδομένων προκύπτει τόσο από τον σχεδιασμό της έρευνας όσο και από τα στοιχεία του πίνακα τιμών
 - Για τον έλεγχο ύπαρξης **ακραίων τιμών** και **κανονικής** κατανομής των δεδομένων ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

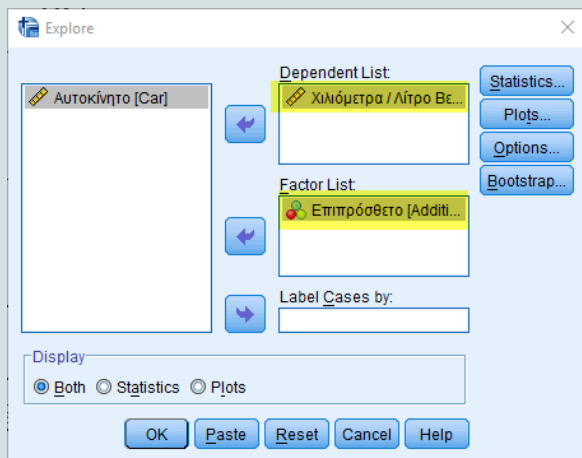
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Από το μενού επιλέγουμε **Analyze** → **Descriptive Statistics** → **Explore**



Στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε την εξαρτημένη μεταβλητή **Χιλιόμετρα** (ποσοτική) στην θέση “**Dependent List**” και στην θέση **Factor List** την μεταβλητή **Επιπρόσθετο** (ποιοτική – διχοτομική).

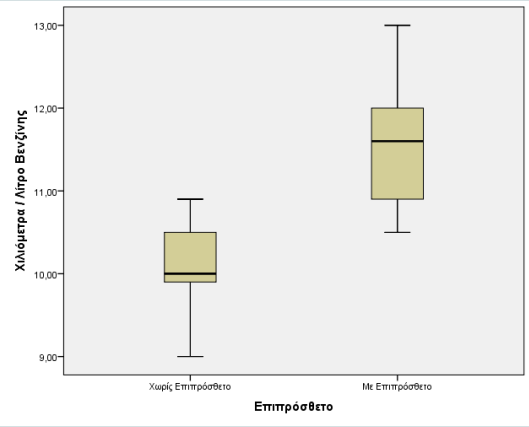
Τέλος στην επιλογή **Statistics** τσεκάρουμε τις επιλογές **Descriptives**, **Outliers**, **Percentiles** και ορίζουμε το **Διάστημα Εμπιστοσύνης** και στην επιλογή **Plots** τσεκάρουμε τις επιλογές **Histogram**, και **Normality plots with tests**

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα δεν υπάρχουν **ακραίες τιμές** και τόσο η ομάδα **με Επιπρόσθετο** όσο και η ομάδα **Χωρίς Επιπρόσθετο** ακολουθούν την **κανονική κατανομή**, επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα **παραμετρικό Τεστ**

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Χιλιόμετρα / Λίτρο Βενζίνης	Χωρίς Επιπρόσθετο	,128	13	,200 [*]	,960	13	,749
	Με Επιπρόσθετο	,135	13	,200 [*]	,952	13	,635

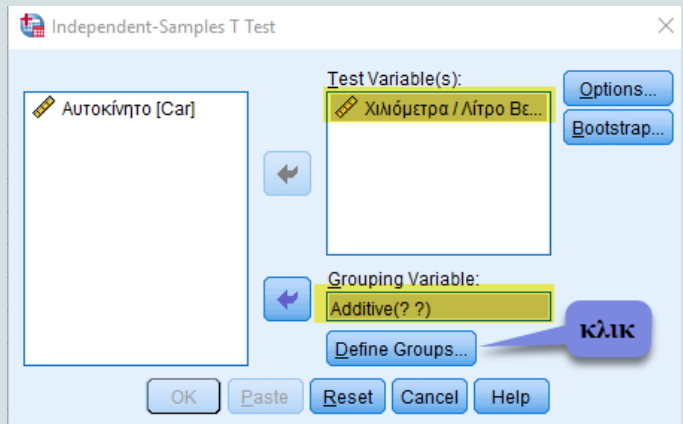
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Για την εκτέλεση ενός **παραμετρικού** τεστ όσο αφορά την σύγκριση των μέσων όρων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων από το μενού επιλέγω **Analyze** → **Compare Means** → **Independent Samples T test**

Από την θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται τοποθετώ στην θέση **tests Variable(s)** την **εξαρτημένη** μεταβλητή (ποσοτική ή διατακτική) και στην θέση **Grouping Variable** την **ανεξάρτητη** μεταβλητή (ποιοτική) η οποία χωρίζει το δείγμα σε **δύο** ομάδες

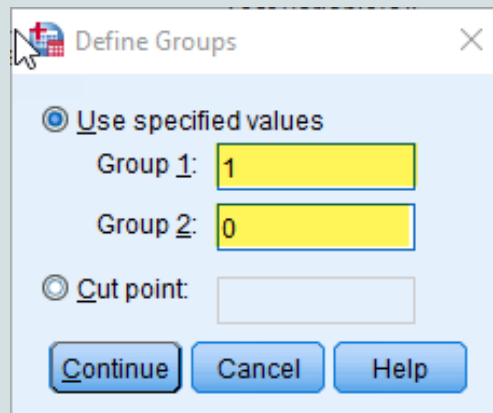
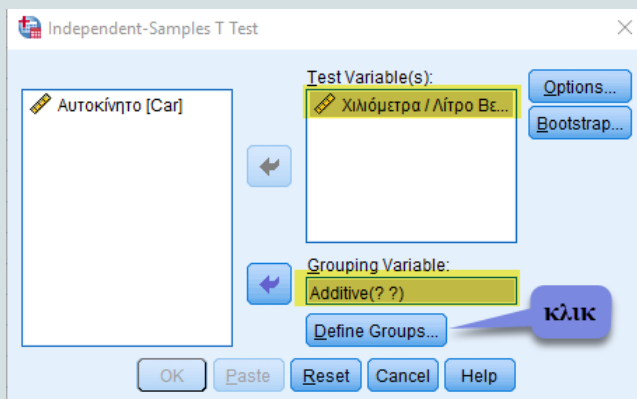
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Πατάμε κλικ στο πλήκτρο “Define Groups ..” και στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε στις θέσεις **Group 1** και **Group 2** τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής (ποιοτική) και εκτελούμε την ανάλυση

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

		F	Sig.
Χιλιόμετρα / Λίτρο Βενζίνης	Equal variances assumed	3,019	,095
Μηδενική	Equal variances not assumed		

Αρχικά ελέγχουμε με το τεστ του **Levene** την ισότητα των διακυμάνσεων των δύο ομάδων.

Η τιμή **p value** για το Τεστ του **Levene** είναι **0,095** → **μεγαλύτερη** του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας που έχουμε ορίσει ($\alpha=0,05$). Επομένως **δεν** μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση του τεστ (οι διακυμάνσεις των δύο δειγμάτων είναι ίσες). Αν οι διακυμάνσεις είναι **ίσες** ελέγχουμε την **πρώτη γραμμή** του T test διαφορετικά ελέγχουμε την **δεύτερη γραμμή**

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα I

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Independent Samples Test											
		Levene's Test for Equality of Variances			T test			t-test for Equality of Means			
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference		
									Lower	Upper	
Χιλιόμετρα / Λίτρο Βενζίνης	Equal variances assumed	3,019	,095	5,595	24	,000	1,40385	,25090	,88602	1,92167	
	Equal variances not assumed			5,595	20,641	,000	1,40385	,25090	,88153	1,92617	

Test του Levene

T test

Μηδενική

Επομένως η τιμή **p-value** είναι 0,000.

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα Ι

Βήμα 5^ο : Σύγκριση της τιμής **p-value** με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας

Independent Samples Test										
		Levene's Test for Equality of Variances		T test			t-test for Equality of Means		95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Χιλιόμετρα / Λίτρο Βενζίνης	Equal variances assumed	3,019	,095	5,595	24	,000	1,40385	,25090	,88602	1,92167
	Equal variances not assumed			5,595	20,641	,000	1,40385	,25090	,88153	1,92617

Η τιμή **p-value** (0,000) του T -Test είναι μικρότερη του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας επομένως **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση (*ο μέσος όρος των χιλιομέτρων που διανύει ένα αυτοκίνητο με το επιπρόσθετο είναι ίσος με τον μέσο όρο των χιλιομέτρων που διανύει ένα αυτοκίνητο χωρίς το επιπρόσθετο*).

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα I

Βήμα 6^ο : Διοικητικό Συμπέρασμα

Όπως προκύπτει από την ανάλυση η χρήση επιπρόσθετου διαφοροποιεί με στατιστικά σημαντικό τρόπο τα συνολικά χιλιόμετρα που διανύει ένα αυτοκίνητο.

Group Statistics					
		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Χιλιόμετρα / Λίτρο Βενζίνης	Με Επιπρόσθετο	13	11,5115	,75778	,21017
	Χωρίς Επιπρόσθετο	13	10,1077	,49407	,13703

Παρατηρώντας τα περιγραφικά στατιστικά της ανάλυσης παρατηρούμε ότι με την χρήση του επιπρόσθετου ένα αυτοκίνητο διανύει περισσότερα χιλιόμετρα (11,511 κατά μέσο όρο έναντι 10,107)

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Το αρχείο `employee_Data.sav` περιέχει μεταξύ άλλων τις μεταβλητές φύλλο (gender) και τον τωρινό μισθό (salary) 474 εργαζομένων

Ελέγξτε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 αν το φύλλο διαφοροποιεί τον μισθό ενός εργαζομένου

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Οι προϋποθέσεις για την εκτέλεση ενός μη παραμετρικού τεστ δύο ανεξάρτητων δειγμάτων είναι:

- ✓ Τα στοιχεία του δείγματος θα πρέπει να είναι **ανεξάρτητα** (μη συσχετιζόμενα), το οποίο σημαίνει ότι δεν υπάρχει σχέση μεταξύ των παρατηρήσεων συνεχή και
- ✓ Τα δεδομένα να παίρνουν **συνεχείς** τιμές σε μια κλίμακα τιμών
- ✓ Η εξαρτημένη μεταβλητή ελέγχου πρέπει να είναι **ποσοτική** μεταβλητή, είτε **διαστήματος** (interval) είτε **αναλογίας** (ratio).
- ✓ Η ανεξάρτητη μεταβλητή πρέπει να **χωρίζει** το δείγμα σε **δύο** ανεξάρτητες ομάδες
- ✓ Για την εκτέλεση ενός μη παραμετρικού ελέγχου τουλάχιστον μία από τις δύο ομάδες **δεν** πρέπει να ακολουθεί την **κανονική κατανομή**

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Βήμα 1^ο : Διατύπωση Ερευνητικού Ερωτήματος

« το φύλλο δεν επηρεάζει τον μισθό ενός εργαζόμενου »

Βήμα 2^ο : Διατύπωση Μηδενικής και Εναλλακτικής Υπόθεσης

$$H_0: \mu_\alpha = \mu_\gamma \text{ και } H_1: \mu_\alpha \neq \mu_\gamma$$

Βήμα 2^ο : Ορισμός Επιπέδου Στατιστικής Σημαντικότητας

Το επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας είναι $\alpha=0,05$

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Για να αποφασίσουμε πιο τεστ πρέπει να εφαρμόσουμε, ακολουθούμε την παρακάτω

διαδικασία:

- ✓ Η **ανεξαρτησία** και η **συνέχεια** των δεδομένων προκύπτει τόσο από τον σχεδιασμό της έρευνας όσο και από τα στοιχεία του πίνακα τιμών
 - Για τον έλεγχο ύπαρξης της **κανονικής** κατανομής των δεδομένων ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

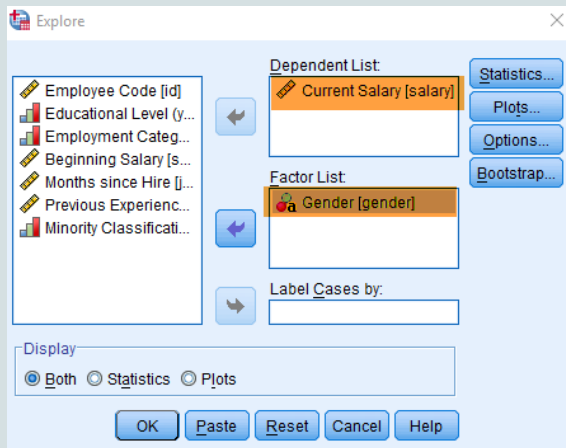
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

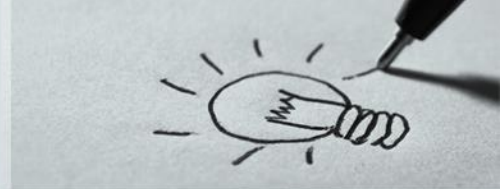
Από το μενού επιλέγουμε **Analyze** → **Descriptive Statistics** → **Explore**



Στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε την εξαρτημένη μεταβλητή **Current Salary** (ποσοτική) στην θέση “**Dependent List**” και στην θέση **Factor List** την μεταβλητή **Gender** (ποιοτική – διχοτομική).

Τέλος στην επιλογή **Statistics** τσεκάρουμε τις επιλογές **Descriptives**, **Outliers**, **Percentiles** και ορίζουμε το **Διάστημα Εμπιστοσύνης** και στην επιλογή **Plots** τσεκάρουμε τις επιλογές **Histogram**, και **Normality plots with tests**

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Tests of Normality							
Gender	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk			
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.	
Current Salary	Female	,146	216	,000	,842	216	,000
	Male	,208	258	,000	,813	258	,000

Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα καμία από τις δύο ομάδες που χωρίζει η ανεξάρτητη μεταβλητή το δείγμα υπό εξέταση δεν ακολουθεί την **κανονική κατανομή**, επομένως πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα **Μη παραμετρικό Τεστ**

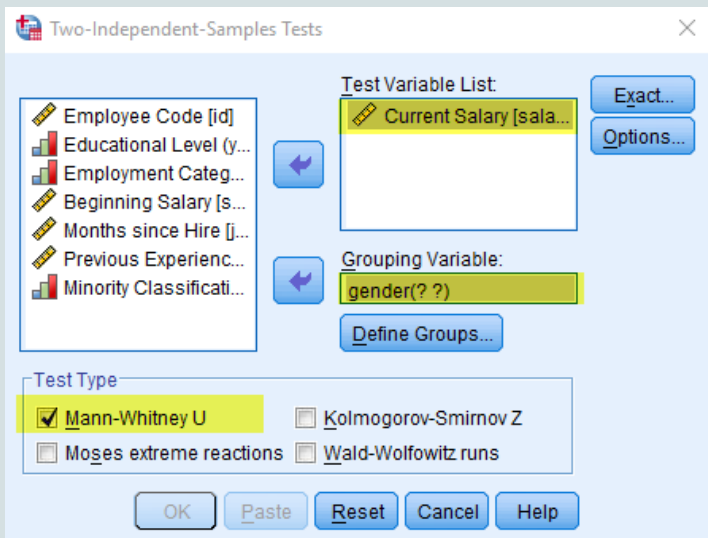
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Για την εκτέλεση ενός μη παραμετρικού τεστ όσο αφορά την σύγκριση των μέσων όρων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων από το μενού επιλέγω **Analyze** → **Non Parametric Tests** → **Legacy dialogs** → **2 Independent Samples ...**

Στην θέση **tests Variable(s)** βάζω την **εξαρτημένη** μεταβλητή και στην θέση **Grouping Variable** την **ανεξάρτητη** μεταβλητή

Τσεκάρω επίσης στο κάτω μέρος της θυρίδας διαλόγου την επιλογή **Mann-Whitney Test**

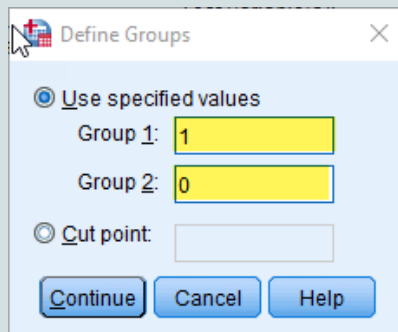
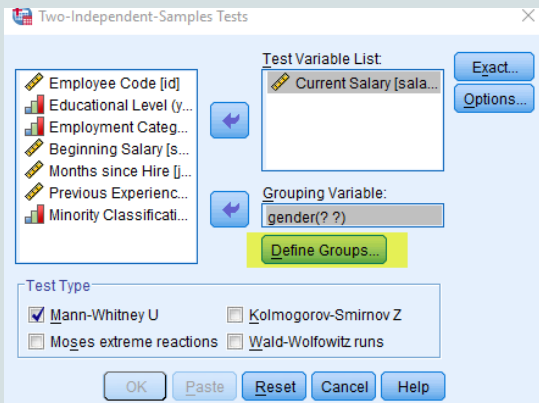
T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Πατάμε κλικ στο πλήκτρο “Define Groups ..” και στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε στις θέσεις Group 1 και Group 2 τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής (ποιοτική) και εκτελούμε την ανάλυση

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα II

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

	Current Salary
Mann-Whitney U	9616,500
Wilcoxon W	33052,500
Z	-12,286
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable: Gender

Επομένως η τιμή **p-value** είναι 0,000.

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα II

Βήμα 5^ο : Σύγκριση της τιμής **p-value** με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας

	Current Salary
Mann-Whitney U	9616,500
Wilcoxon W	33052,500
Z	-12,286
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable: Gender

Η τιμή **p-value** (0,000) του T -Test είναι μικρότερη του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας επομένως **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση (*ο μέσος όρος του μισθού των ανδρών ισούται με το μέσο όρο του μισθού των γυναικών*).

T - test Ανεξάρτητων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα II

Βήμα 6^ο : Διοικητικό Συμπέρασμα

Όπως προκύπτει από την ανάλυση ο μέσος μισθός των γυναικών διαφέρει από τον μέσο μισθό των ανδρών με στατιστικά σημαντικό τρόπο

Descriptives			
	Gender		Statistic
Current Salary	male	Mean	41441,78
	female	Mean	26031,92

Παρατηρώντας τα περιγραφικά στατιστικά της ανάλυσης παρατηρούμε ότι ο μέσος μισθός των γυναικών (26031,92) είναι σημαντικά μικρότερος από τον μέσο μισθό των ανδρών (41441,78)



Άσκηση I

Στο αρχείο `fitites_new.sav` μεταξύ των άλλων υπάρχουν και οι μεταβλητές Φύλλο, Βαθμός στο Μάθημα της Ανάλυσης Δεδομένων (Βαθμός), Ύψος φοιτητή (Ύψος), Βάρος φοιτητή (βάρος), κρίση για το μάθημα της Ανάλυσης Δεδομένων (Ανάλυση) 50 φοιτητών.

Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη κατά περίπτωση ανάλυση ελέγξτε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 τα παρακάτω:

- ✓ Το φύλλο επηρεάζει το βαθμό στο μάθημα της ανάλυσης δεδομένων
- ✓ Το φύλλο επηρεάζει το ύψος των φοιτητών
- ✓ Το φύλλο επηρεάζει το βάρος των φοιτητών
- ✓ Το φύλο επηρεάζει την κρίση των φοιτητών στο μάθημα της ανάλυσης δεδομένων



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Το **T-test Εξαρτημένων** (συσχετισμένων) δειγμάτων χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις προβλημάτων στα οποία θέλουμε να συγκρίνουμε τις μέσες τιμές για την **ίδια** συνεχή μεταβλητή, δύο δειγμάτων που είναι συζευγμένα.

Στην πραγματικότητα οι τιμές αντιπροσωπεύουν την μέτρηση της ίδιας μεταβλητής σε δύο χρονικές στιγμές ή με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Για παράδειγμα

- *θέλουμε να ελέγξουμε σε ένα δείγμα 20 ατόμων αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στη μέση τιμή του αριθμού καρδιακών παλμών μετά από 10 λεπτά γρήγορου βαδίσματος, σε σχέση με την αντίστοιχη μέση τιμή αριθμού καρδιακών παλμών πριν το βάδισμα*



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

- Θέλουμε να ελέγξουμε σε ένα δείγμα 20 ατόμων αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στη μέση τιμή του βάρους μετά από την χορήγηση μιας αγωγής δίαιτας
- Θέλουμε να ελέγξουμε αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στον τρόπο μέτρησης του ύψους των δένδρων (με μεζούρα, ηλεκτρονικός)

Δύο δείγματα λέγονται συζευγμένα, αν κάθε στοιχείο (παρατήρηση) του ενός έχει μόνο ένα αντίστοιχο στοιχείο στο άλλο δείγμα του ενός συζευγμένων ομάδων, της ίδιας συνεχούς μεταβλητής.

Η διατύπωση των υποθέσεων ενός ερευνητή γενικά έχει την εξής μορφή:
Μηδενική υπόθεση (H_0): *οι μέσοι όροι των δυο ομάδων δεν διαφέρουν μεταξύ τους*
Εναλλακτική υπόθεση (H_1): *οι μέσοι όροι διαφέρουν μεταξύ τους*



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Για την πραγματοποίηση του T-test δύο **εξάρτημένων** δειγμάτων απαιτούνται για τα δεδομένα οι παρακάτω **παραδοχές** παρόμοιες με αυτές των ανεξάρτητων δειγμάτων:

- ✓ Θα πρέπει στις τιμές να μην υπάρχουν σημαντικά **ακραίες τιμές** (outliers). Το πρόβλημα με τις ακραίες τιμές είναι ότι μπορεί να έχουν αρνητική επίδραση στο t-test, μειώνοντας την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που προκύπτουν
- ✓ Τα στοιχεία του δείγματος θα πρέπει να είναι **ανεξάρτητα** (μη συσχετιζόμενα), το οποίο σημαίνει ότι δεν υπάρχει σχέση μεταξύ των παρατηρήσεων. Η παραβίαση αυτής της παραδοχής συνήθως έχει να κάνει με λανθασμένη σχεδίαση της μελέτης.



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

- ✓ Οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι **ανεξάρτητες**, δηλαδή θα πρέπει να έχει εξασφαλιστεί πως μια παρατήρηση από το ένα δείγμα δεν πρόκειται να ανήκει και στο άλλο
- ✓ Η **εξαρτημένη** μεταβλητή ελέγχου πρέπει να είναι **ποσοτική** μεταβλητή, είτε **διαστήματος** (interval) είτε **αναλογίας** (ratio).
- ✓ Αν η **εξαρτημένη** μεταβλητή προσεγγίζει την **κανονική κατανομή** θα εκτελέσουμε
 - ✓ παραμετρικό τεστ (**Paired Sample T-test**)
 - ✓ διαφορετικά θα εκτελέσουμε μη παραμετρικό τεστ (**Wilcoxon Test**)



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Η **μεθοδολογία** που ακολουθούμε είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθήσαμε στο τεστ δύο ανεξάρτητων δειγμάτων

Βήμα 1^ο

Διατυπώνουμε το **Ερευνητικό Ερώτημα** «π.χ. Η χορήγηση ενός φαρμακευτικού σκευάσματος δεν επηρεάζει την αρτηριακή πίεση των ανθρώπων»

Βήμα 2^ο

Γράφουμε την **Μηδενική** και την **Εναλλακτική** υπόθεση

$H_0: \mu_{\Pi} = \mu_M$ και $H_1: \mu_{\Pi} \neq \mu_M$ (πχ. Ο μέσος όρος της αρτηριακής πίεσης του δείγματος πριν την χορήγηση του σκευάσματος είναι ίσος με τον μέσο της αρτηριακής πίεσης του δείγματος μετά την χορήγηση του σκευάσματος)

Βήμα 3^ο

Ορίζουμε το **Επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας** α

π.χ. $\alpha=0,05$



T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Βήμα 4^ο

Επιλέγουμε τον καλύτερο αλγόριθμο (τεστ) για την εύρεση της τιμής **p-value** (αν και οι δύο ομάδες ακολουθούν την κανονική κατανομή εκτελούμε ένα **παραμετρικό** τεστ διαφορετικά επιλέγουμε ένα **μη παραμετρικό** τεστ)

Βήμα 5^ο

Συγκρίνουμε την τιμή p-value με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που θέσαμε στο βήμα 3.

Βήμα 6^ο

Διατυπώνουμε το **διοικητικό** συμπέρασμα (π.χ. *Αν $p \text{ value} > \alpha$ αποτυγχάνουμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση και συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των συγκρινόμενων μέσων όρων*)

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα III

Ένα νέο πρόγραμμα γυμναστικής σχεδιάζεται για παχύσαρκους ανθρώπους. Χρησιμοποιήθηκε ένα δείγμα 30 ατόμων και των δύο φύλλων. Το βάρος κάθε συμμετέχοντος μετρήθηκε πριν και μετά το πρόγραμμα για να διαπιστωθεί εάν το πρόγραμμα γυμναστικής είναι αποτελεσματικό για τη μείωση του βάρους του. Σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 θέλουμε να βρούμε την αποτελεσματικότητα του προγράμματος γυμναστικής (*αρχείο lecture2_2_7.sav*).

α/α	Πριν	Μετά	α/α	Πριν	Μετά	α/α	Πριν	Μετά
1	145	143	11	147	145	21	132	133
2	116	120	12	118	122	22	135	125
3	120	117	13	122	119	23	120	117
4	133	130	14	135	132	24	115	116
5	130	125	15	132	127	25	145	140
6	119	119	16	121	121	26	134	130
7	133	134	17	135	136	27	165	150
8	125	128	18	127	130	28	150	140
9	126	123	19	128	125	29	145	145
10	140	141	20	142	143	30	110	108

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα III

Βήμα 1^ο : Διατύπωση Ερευνητικού Ερωτήματος

«Το πρόγραμμα γυμναστικής δεν επηρεάζει το βάρος των ανθρώπων»

Βήμα 2^ο : Διατύπωση Μηδενικής και Εναλλακτικής Υπόθεσης

$H_0: \mu_{\mu} = \mu_{\chi}$ και $H_1: \mu_{\mu} \neq \mu_{\chi}$ ο μέσος όρος του βάρους του δείγματος πριν το πρόγραμμα γυμναστικής είναι ίσος με τον μέσο όρο του βάρους του δείγματος μετά το πρόγραμμα γυμναστικής

Βήμα 3^ο : Ορισμός Επιπέδου Στατιστικής Σημαντικότητας

Το επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας είναι $\alpha=0,05$

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα III

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Για να αποφασίσουμε πιο τεστ πρέπει να εφαρμόσουμε ακολουθούμε την παρακάτω

διαδικασία:

- ✓ Η **ανεξαρτησία** και η **συνέχεια** των δεδομένων προκύπτει τόσο από τον σχεδιασμό της έρευνας όσο και από τα στοιχεία του πίνακα τιμών
 - Για τον έλεγχο ύπαρξης **ακραίων τιμών** και **κανονικής** κατανομής των δεδομένων ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

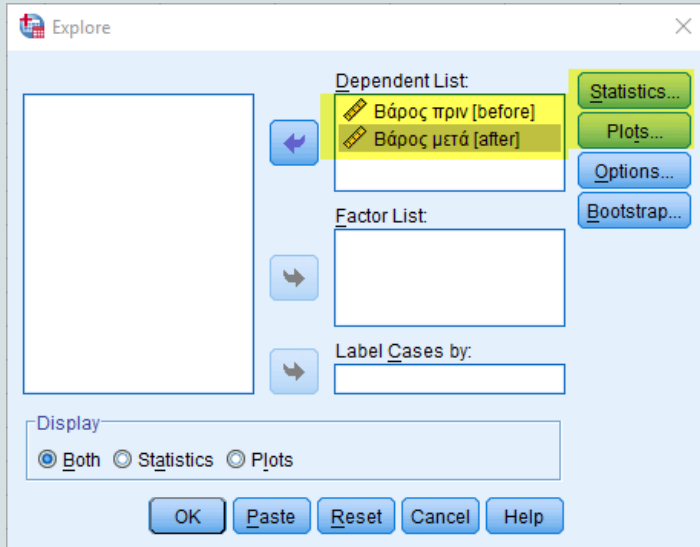
T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα III

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Από το μενού επιλέγουμε **Analyze** → **Descriptive Statistics** → **Explore**



Στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε μεταβλητές **Before** και **After** στην θέση “**Dependent List**”

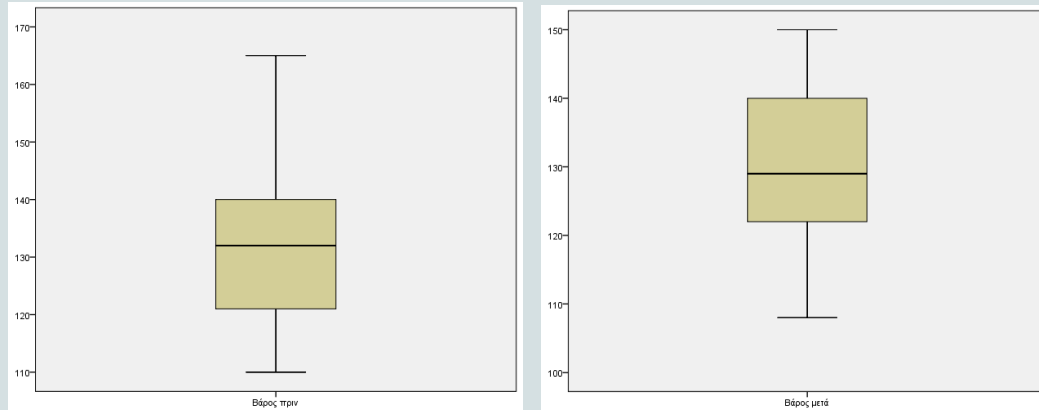
Στην επιλογή **Statistics** τσεκάρουμε τις επιλογές **Descriptives**, **Outliers**, **Percentiles** και ορίζουμε το **Διάστημα Εμπιστοσύνης** και στην επιλογή **Plots** τσεκάρουμε τις επιλογές **Histogram**, και **Normality plots with tests**

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα III

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα δεν υπάρχουν **ακραίες τιμές** και τόσο βάρος **Πριν** όσο και το βάρος **Μετά** συγκλίνουν με την **κανονική κατανομή**, επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα **παραμετρικό Τεστ**

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Βάρος πριν	,121	30	,200*	,968	30	,496
Βάρος μετά	,111	30	,200*	,973	30	,621

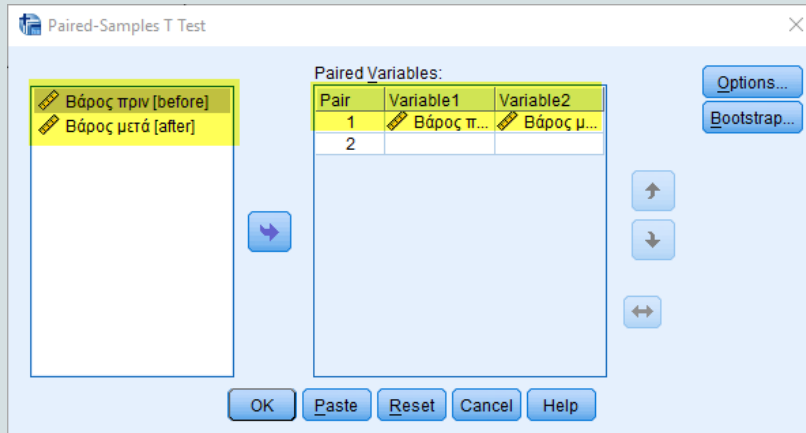
T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα III

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Για την εκτέλεση ενός **παραμετρικού** τεστ όσο αφορά την σύγκριση των μέσων όρων δύο εξαρτημένων δειγμάτων από το μενού επιλέγω **Analyze** → **Compare Means** → **Paired Sample T test**

Από την θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται τοποθετώ στην θέση **Paired Variables** στην θέση ένα τις δυο μετρήσεις (πριν και μετά) και εκτελώ την ανάλυση

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα III

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Paired Samples Test									
		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Βάρος πριν - Βάρος μετά	1,767	4,305	,786	,159	3,374	2,248	29	,032

Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης βλέπουμε ότι η τιμή **p-value** είναι 0,032

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα III

Βήμα 5^ο : Σύγκριση της τιμής **p-value** με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας

Paired Samples Test									
		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Βάρος πριν - Βάρος μετά	1,767	4,305	,786	,159	3,374	2,248	29	,032

Η τιμή **p-value** (0,032) του **T -Test** είναι μικρότερη του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας επομένως **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση (*ο μέσος όρος του βάρους του δείγματος πριν το πρόγραμμα γυμναστικής είναι ίσος με τον μέσο όρο του βάρους του δείγματος μετά το πρόγραμμα γυμναστικής*).

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα III

Βήμα 6^ο : Διοικητικό Συμπέρασμα

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 Βάρος πριν	131,50	30	12,272	2,241
Βάρος μετά	129,73	30	10,262	1,874

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Βάρος πριν - Βάρος μετά	1,767	4,305	,786	,159	3,374	2,248	,032	

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το πρόγραμμα γυμναστικής είναι αποτελεσματικό υπάρχει στατιστικά σημαντική απώλεια βάρους απώλεια βάρος φαίνεται και από την περιγραφική στατιστική. Γενικεύοντας αν πάρουμε ένα δείγμα π.χ. δέκα παχύσαρκων και εφαρμόσουμε το πρόγραμμα γυμναστικής είμαστε 95% βέβαιοι ότι ο μέσος όρος του βάρους του θα μειωθεί 1,767 κιλά με ένα διάστημα εμπιστοσύνης -0,159 και +3,374

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα IV

Ένας ερευνητής ήθελε να καθορίσει αν η ικανότητα των ανθρώπων να εντοπίζουν αντικείμενα με το δεξί τους μάτι διαφέρει από την ικανότητά τους να εντοπίζουν αντικείμενα με το αριστερό τους μάτι. Σε ένα δείγμα 25 ατόμων παρουσιάστηκαν μια σειρά εικόνων και βαθμολογήθηκαν στις ικανότητές τους για να εντοπίσουν αντικείμενα με κάθε μάτι ξεχωριστά. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε διπλανό πίνακα. Με βάση αυτά τα δεδομένα σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 διαπιστώσετε εάν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο οφθαλμών στον εντοπισμό αντικειμένων (*αρχείο lecture2_2_8.sav*).

α/α	Δεξί	Αριστερό	α/α	Δεξί	Αριστερό
1	10	20	14	26	34
2	65	47	15	92	82
3	45	45	16	86	75
4	33	31	17	2	11
5	22	30	18	95	80
6	98	80	19	18	18
7	85	80	20	15	20
8	4	13	21	19	15
9	36	46	22	20	15
10	62	45	23	30	25
11	51	44	24	10	10
12	27	23	25	88	65
13	15	14	26		

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα IV

Βήμα 1^ο : Διατύπωση Ερευνητικού Ερωτήματος

«Δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο οφθαλμών στον εντοπισμό αντικειμένων»

Βήμα 2^ο : Διατύπωση Μηδενικής και Εναλλακτικής Υπόθεσης

$H_0: \mu_{\Delta} = \mu_A$ και $H_1: \mu_{\Delta} \neq \mu_A$ ο μέσος όρος του βαθμού εντοπισμού αντικειμένων από το δεξί μάτι είναι ίσος με τον μέσο όρο του βαθμού εντοπισμού αντικειμένων από το αριστερό μάτι

Βήμα 3^ο : Ορισμός Επιπέδου Στατιστικής Σημαντικότητας

Το επίπεδο Στατιστικής Σημαντικότητας είναι $\alpha=0,05$

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα IV

Βήμα 4^ο : Επιλογή **τεστ** ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Για να αποφασίσουμε πιο τεστ πρέπει να εφαρμόσουμε ακολουθούμε την παρακάτω

διαδικασία:

- ✓ Η **ανεξαρτησία** και η **συνέχεια** των δεδομένων προκύπτει τόσο από τον σχεδιασμό της έρευνας όσο και από τα στοιχεία του πίνακα τιμών
 - Για τον έλεγχο ύπαρξης **ακραίων τιμών** και **κανονικής** κατανομής των δεδομένων ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

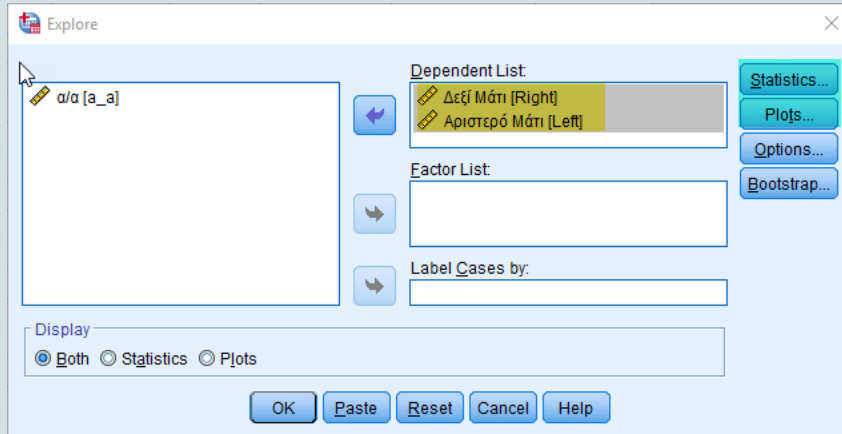
T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα IV

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Από το μενού επιλέγουμε **Analyze** → **Descriptive Statistics** → **Explore**



Στην θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται βάζουμε μεταβλητές **Before** και **After** στην θέση “**Dependent List**”

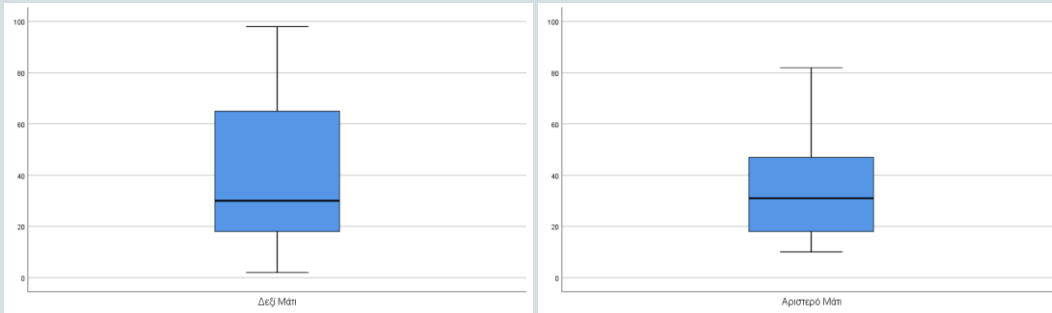
Στην επιλογή **Statistics** τσεκάρουμε τις επιλογές **Descriptives**, **Outliers**, **Percentiles** και ορίζουμε το **Διάστημα Εμπιστοσύνης** και στην επιλογή **Plots** τσεκάρουμε τις επιλογές **Histogram**, και **Normality plots with tests**

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Παράδειγμα IV

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα δεν υπάρχουν **ακραίες τιμές** όμως τόσο οι τιμές μέτρησης του βαθμού εντοπισμού αντικειμένων από το **δεξί** μάτι όσο και από το **αριστερό** δεν συγκλίνουν με την **κανονική κατανομή**, επομένως πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα **μη παραμετρικό Τεστ**

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Δεξί Μάτι	,176	25	,044	,878	25	,006
Αριστερό Μάτι	,149	25	,158	,868	25	,004

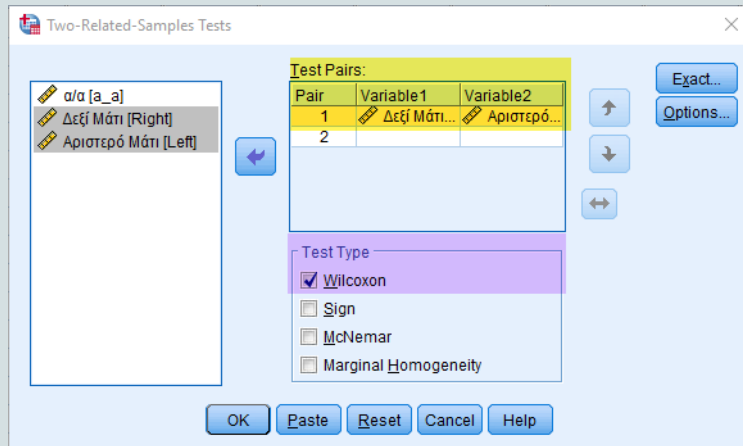
T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα IV

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**



Για την εκτέλεση ενός **μη παραμετρικού** τεστ όσο αφορά την σύγκριση των μέσων όρων δύο εξαρτημένων δειγμάτων από το μενού επιλέγω **Analyze** → **Non Parametric Test** → **Legacy Dialogs** → **2 Related Samples**

Από την θυρίδα διαλόγου που εμφανίζεται τοποθετώ στην θέση **Tests Pairs** στην θέση ένα τις δυο μετρήσεις (Δεξί, Αριστερό), επιλέγω το τεστ **Wilcoxon** στο **Test Type** και εκτελώ την ανάλυση

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα IV

Βήμα 4^ο : Επιλογή τεστ ελέγχου για την εύρεση του **p-value**

Test Statistics ^a	
Αριστερό Μάτι - Δεξί Μάτι	
Z	-1,430 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,153

a. Wilcoxon Signed Ranks Test
b. Based on positive ranks.

Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης βλέπουμε ότι η τιμή **p-value** είναι 0,153

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα IV

Βήμα 5^ο : Σύγκριση της τιμής **p-value** με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας

Test Statistics ^a	
Αριστερό Μάτι - Δεξί Μάτι	
Z	-1,430 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,153

a. Wilcoxon Signed Ranks Test
b. Based on positive ranks.

Η τιμή **p-value** (0,153) του **T -Test** είναι **μεγαλύτερη** του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας επομένως **δεν** μπορούμε να **απορρίψουμε** την μηδενική υπόθεση (*ο μέσος όρος του βαθμού εντοπισμού αντικειμένων από το δεξί μάτι είναι ίσος με τον μέσο όρο του βαθμού εντοπισμού αντικειμένων από το αριστερό μάτι*) .

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων

Μη Παραμετρικό Τεστ



Παράδειγμα IV

Βήμα 6^ο : Διοικητικό Συμπέρασμα

Test Statistics ^a	
Αριστερό Μάτι - Δεξί Μάτι	
Z	-1,430 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,153

a. Wilcoxon Signed Ranks Test
b. Based on positive ranks.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεων έδειξαν δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο οφθαλμών στον εντοπισμό αντικειμένων Γενικεύοντας αν πάρουμε ένα δείγμα π.χ. δέκα ατόμων και μετρήσουμε το βαθμό να ξεχωρίζουν αντικείμενα με το κάθε μάτι ξεχωριστά είμαστε 95% βέβαιοι ότι ο μέσος όρος του βαθμού να ξεχωρίζει αντικείμενα με το δεξί μάτι είναι ίσος με τον μέσο όρο να ξεχωρίζει αντικείμενα με το αριστερό μάτι

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Άσκηση II

Μία εταιρεία θέλει να ερευνήσει αν μία δίαιτα βασισμένη σε φυτικά συμπληρώματα διατροφής βοηθά στην απώλεια βάρους ή όχι. Για τον σκοπό αυτό έχει χρησιμοποιήσει ένα δείγμα από 20 άτομα τα οποία ζυγίστηκαν πριν και μετά την αγωγή. Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζονται το βάρος του δείγματος πριν και μετά την αγωγή. Σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 ερευνήστε αν η αγωγή βοηθά στην απώλεια βάρους.

α/α	Βάρος Πριν	Βάρος Μετά	α/α	Βάρος Πριν	Βάρος Μετά
1	67,7	56,9	11	68,9	58,2
2	79,6	67,9	12	78,4	69,2
3	82,6	59,8	13	83,8	61,1
4	60,4	50,2	14	59,2	51,5
5	91,4	60,6	15	90,2	61,9
6	77,5	58,7	16	78,7	60
7	66,5	55,5	17	65,3	56,8
8	68,5	50,6	18	69,7	51,9
9	70,5	60,4	19	69,3	61,7
10	60,5	50,6	20	61,7	51,9

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Άσκηση III

Μία ερευνητική ομάδα θέλει να ερευνήσει κατά πόσο ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα προετοιμασίας μπορεί να επηρεάσει τους χρόνους που κάνουν οι φοιτητές του τμήματος παραγωγής και διοίκησης στα 100 μέτρα. Για τον σκοπό αυτό έχει χρησιμοποιήσει ένα δείγμα από 20 φοιτητές στους οποίους μετρήθηκαν οι χρόνοι που κάνουν τα 100 μέτρα πριν και μετά το πρόγραμμα προετοιμασίας. Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι χρόνοι των φοιτητών πριν και μετά το πρόγραμμα προπόνησης. Σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 ερευνήστε αν το πρόγραμμα βοηθά στην μείωση των χρόνων

a/a	Χρόνος Πριν	Χρόνος Μετά	a/a	Χρόνος Πριν	Χρόνος Μετά
1	18,6	13,5	11	19,6	14,5
2	20,1	14	12	19,1	13
3	17,4	12,9	13	18,4	13,9
4	19	13,6	14	18	12,6
5	19,1	14,5	15	20,1	15,5
6	19,6	13,8	16	20,6	14,8
7	19,4	14,4	17	18,4	13,4
8	18,5	14,9	18	19,5	15,9
9	20	15,3	19	21	16,3
10	21,3	15,3	20	20,3	14,3



Άσκηση IV

Μία εταιρεία θέλει να ερευνήσει κατά πόσο επηρεάζει την απόδοση των εργαζομένων ένα πρόγραμμα εκπαίδευσης. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποίησε ένα δείγμα 20 εργαζόμενων στους οποίους μέτρησε την απόδοση πριν και μετά το πρόγραμμα εκπαίδευσης. Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι τιμές της απόδοσης των εργαζόμενων πριν και μετά το πρόγραμμα εκπαίδευσης. Σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 ερευνήστε αν το πρόγραμμα εκπαίδευσης επηρεάζει την απόδοση των εργαζομένων

a/a	Απόδοση Πριν	Απόδοση Μετά	a/a	Απόδοση Πριν	Απόδοση Μετά
1	18	22	11	14	15
2	21	25	12	16	15
3	16	17	13	16	18
4	22	24	14	19	26
5	19	16	15	18	18
6	24	29	16	20	24
7	17	20	17	12	18
8	21	23	18	22	25
9	23	19	19	15	19
10	18	20	20	17	16

T - test Εξαρτημένων Δειγμάτων



Άσκηση IV

Μία ερευνητική ομάδα θέλει να διερευνήσει αν υπάρχει διαφορά στο επίπεδο ανησυχίας (άγχους) των ανθρώπων στη θέα μιας πραγματικής ταραντούλας ή μιας εικόνας της ταραντούλας σε φωτογραφία. Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι τιμές της ανησυχίας (άγχους) 20 ατόμων στην πραγματική θέα μιας ταραντούλας και στην θέα μιας ταραντούλας από φωτογραφία. Σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 ερευνήστε αν ο τρόπος εμφάνισης της ταραντούλας διαφοροποιεί την ανησυχία των ανθρώπων από την θέα της.

a/a	Εικόνα	Πραγματική	a/a	Εικόνα	Πραγματική
1	30	40	11	40	60
2	35	35	12	50	39
3	45	50	13	60	50
4	40	55	14	55	40
5	50	65	15	45	60
6	35	55	16	25	45
7	55	50	17	15	60
8	25	35	18	35	40
9	30	30	19	45	70
10	45	50	20	45	50



Ερωτήσεις ?????????????????????????????????