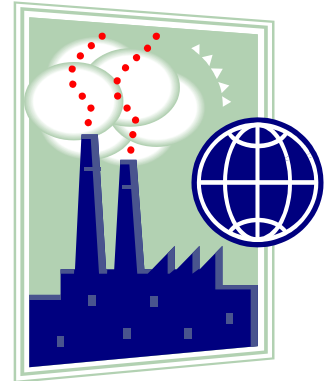
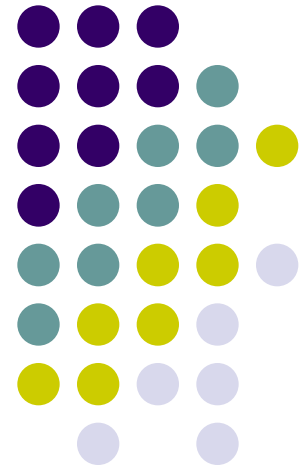


Κεφάλαιο 4



Δύναμη και κίνηση Οι νόμοι του Newton



Τι μαθαίνετε

- Την έννοια της κίνησης και τη σχέση της με την επιτάχυνση
- Τους τρεις νόμους του Νεύτωνα για την κίνηση
- Πώς ενεργεί η δύναμη της βαρύτητας σε αντικείμενα κοντά στην επιφάνεια της Γης
- Πώς να διακρίνετε το βάρος από το φαινόμενο βάρος
- Πώς να εφαρμόζετε τους νόμους του Νεύτωνα στην κίνηση σε μία διάσταση



Τι προκαλεί την κίνηση;



- **Λάθος ερώτηση!**

- Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι χρειάζεται μια δύναμη – μια ώθηση ή μια έλξη – για να διατηρεί την κίνηση ενός αντικειμένου. Αυτή η άποψη επικρατούσε για 2000 περίπου χρόνια.

- **Η σωστή ερώτηση: Γιατί η κίνηση μεταβάλλεται;**

- Ο Γαλιλαίος και ο Νεύτωνας ανακάλυψαν τη σωστή σχέση μεταξύ δύναμης και κίνησης: Η δύναμη είναι απαραίτητη μόνο για να προκαλέσει μεταβολή της κίνησης ενός αντικειμένου!
- **Η αριστοτελική άποψη:** Απουσία δύναμης, η κίνηση ενός αντικειμένου θα σταματήσει
- **Η Νευτώνεια άποψη:** Απουσία δύναμης, η κίνηση ενός αντικειμένου θα παραμείνει αμετάβλητη

Ο 1^{ος} και 2^{ος} νόμος του
Νεύτωνα στα λατινικά
από την πρωτότυπη
έκδοση του 1687
“Principia Mathematica”

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogatur statum illum mutare.

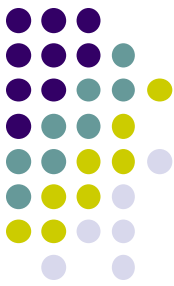
Projectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes coherendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutatum motus proportionalem esse viatrici impressae, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motus ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

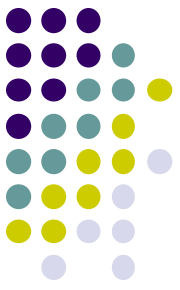
Ο 1^{ος} νόμος του Newton (νόμος της αδράνειας) (έννοια του ελεύθερου σώματος)



Ένα σώμα που ηρεμεί, παραμένει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται, συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, εκτός αν επιδράσει πάνω του εξωτερική δύναμη.

Ο Πρώτος Νόμος του Newton υπόκειται σ' έναν αυστηρό περιορισμό όσον αφορά την επιλογή του συστήματος αναφοράς: ο νόμος δεν ισχύει σε όλα τα συστήματα αναφοράς, αλλά μόνο σε μερικά ειδικά συστήματα. Είναι προφανές ότι αν αυτός ο νόμος ισχύει σε κάποιο σύστημα αναφοράς, τότε δεν μπορεί να ισχύει σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς, το οποίο επιταχύνεται ως προς το πρώτο. Για παράδειγμα, στο σύστημα αναφοράς του εδάφους, μια μπάλα που ηρεμεί αρχικά στο δάπεδο ενός σιδηροδρομικού σταθμού, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητη, στο σύστημα, όμως, αναφοράς ενός επιταχυνόμενου τρένου, που απομακρύνεται από το σταθμό, μια μπάλα, που αρχικά ηρεμούσε στο δάπεδο ενός βαγονιού, αποκτάει μίαν "αυθόρμητη" επιτάχυνση προς το πίσω μέρος του τρένου, σε αντίθεση με τον Πρώτο Νόμο του Newton. Εκείνα τα ειδικά συστήματα αναφοράς, στα οποία ισχύει ο νόμος, ονομάζονται αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Έτσι, το σύστημα αναφοράς του εδάφους είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς, το σύστημα, όμως, του επιταχυνόμενου τρένου δεν είναι.

Ο 1^{ος} νόμος του Newton (νόμος της αδράνειας)



Πως όμως γνωρίζουμε αν ένα σύστημα είναι αδρανειακό?

Παρακολουθούμε ένα ελεύθερο σώμα (απομονωμένο από όλες τις εξωτερικές δυνάμεις) και αν αυτό παραμένει στην κατάσταση της ομαλής κίνησης τότε αυτό το σύστημα είναι αδρανειακό.

Κάθε σύστημα με ομαλή κίνηση ως προς αδρανειακό σύστημα **είναι επίσης** αδρανειακό.

Κάθε σύστημα με επιταχυνόμενη κίνηση ως προς αδρανειακό σύστημα **δεν είναι** αδρανειακό.

Άρα, δύο αδρανειακά συστήματα **θα διαφέρουν μόνο** κατά κάποια συγκεκριμένη ταχύτητα.

Άρα, δύο αδρανειακά συστήματα **δεν μπορούν να διαφέρουν** κατά κάποια επιτάχυνση.

Δηλαδή, η επιτάχυνση είναι απόλυτη, αν ένα σώμα έχει κάποια επιτάχυνση σε ένα αδρανειακό σύστημα, τότε θα έχει την ίδια επιτάχυνση σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα αναφοράς.

Ποια από τα συστήματα αναφοράς της καθημερινής πρακτικής χρήσης είναι αδρανειακά ?

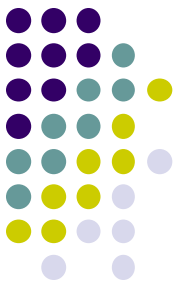


Σύστημα συνδεδεμένο με το έδαφος, αρχή συντεταγμένων κάποιο σημείο της επιφάνειας της γης

(ενώ όμως ένα ακίνητο αυτοκίνητο σε επίπεδο δρόμο συνεχίζει να είναι ακίνητο, πειράματα μεγαλύτερης ακρίβειας δείχνουν ότι το αυτό το σύστημα αναφοράς δεν είναι αδρανειακό, βλ. εκκρεμές Foucault, περιστροφική κίνηση του επιπέδου ταλάντωσης, λόγω της περιστροφής της γης)

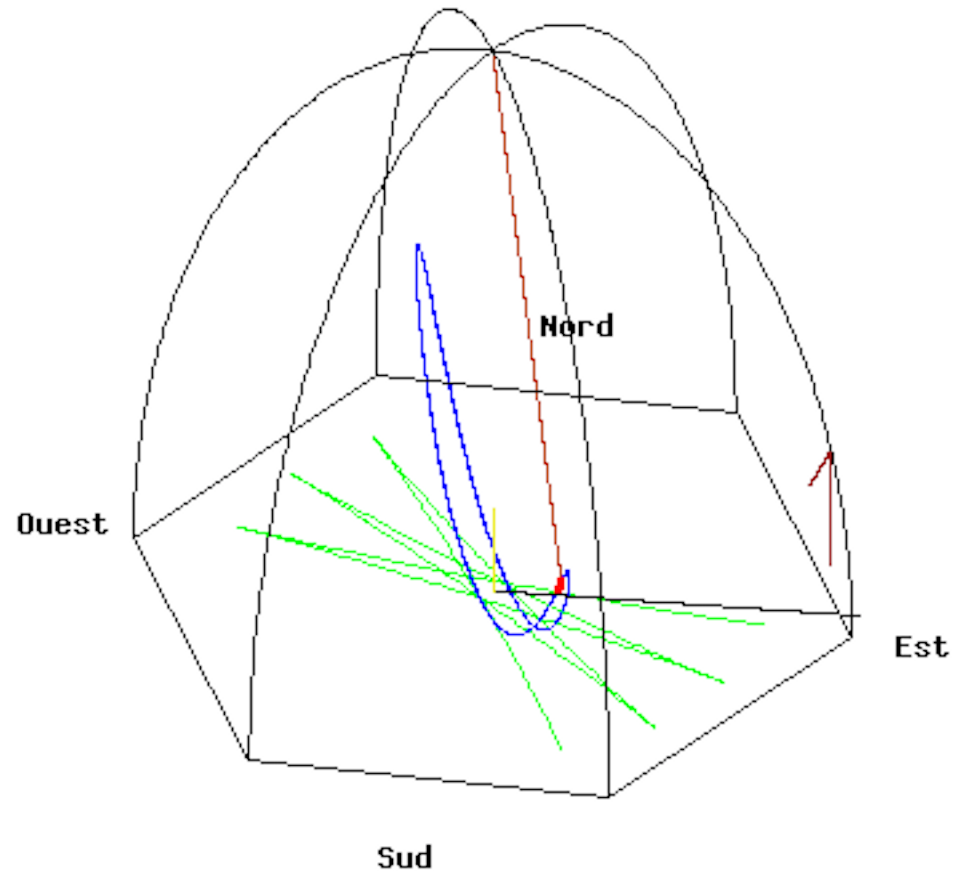
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0f/Foucault-anim.gif>

Foucault pendulum

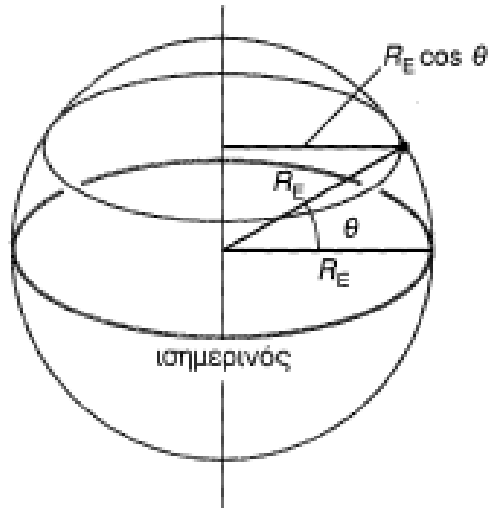
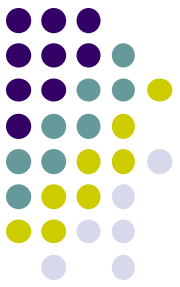


Videos

- Chicago Museum of Science
- Latitude estimation



Ο 1^{ος} νόμος του Newton (νόμος της αδράνειας)



Σχήμα. Ένα σημείο στην επιφάνεια της γης σε γεωγραφικό πλάτος θ , κινείται σε περιφέρεια $r = R_E \cos \theta$ καθώς η Γη περιστρέφεται.

Αριθμητική τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης.

$$r = R_E \cos \theta, v = 2\pi r / T$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \frac{1}{r} = 4\pi^2 \frac{R_E \cos \theta}{T^2}$$

και για $\theta=0^\circ$, $a = 0,034 \text{ m/s}^2$

Στον Ισημερινό $g = 9,814 \text{ m/s}^2 - 0,034 \text{ m/s}^2 = 9,780 \text{ m/s}^2$ (συνισταμένη επιτάχυνση)

Το μεγαλύτερο μέρος της μεταβολής του g με το γεωγραφικό πλάτος προέρχεται από τη μεταβολή της κεντρομόλου επιτάχυνσης με το γεωγραφικό πλάτος.



Ο 2^{ος} νόμος του Newton

Όταν μία δύναμη δρα πάνω σε ένα σώμα προσδίδει σ' αυτό επιτάχυνση που έχει τη φορά της δύναμης και μέτρο αντιστρόφως ανάλογο προς τη μάζα του σώματος,

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m \rightarrow m \cdot \mathbf{a} = \mathbf{F}$$

Ο Δεύτερος Νόμος έχει τους ίδιους περιορισμούς που έχει και ο Πρώτος Νόμος: **ισχύει, δηλ., μόνο σε αδρανειακά συστήματα αναφοράς.** Ακόμα, ο Δεύτερος Νόμος, όπως και ο Πρώτος Νόμος, **παίζει διπλό ρόλο:** είναι νόμος της φύσεως και χρησιμεύει επίσης ως **ακριβής ορισμός της δύναμης.** Για να μετρήσουμε μια δεδομένη δύναμη – λόγου χάρη, τη δύναμη που ασκείται από ένα ελατήριο που έχει εκταθεί κατά ένα ορισμένο μήκος – εφαρμόζουμε αυτή τη δύναμη στην πρότυπη μάζα. Αν η επιτάχυνση που θα αποκτήσει η πρότυπη μάζα είναι a_s , τότε η δύναμη έχει μέτρο

$$F = m_s a_s$$

Ακριβής πειραματική επαλήθευση του 2^{ου} νόμου: μελέτη της κίνησης ουρανίων σωμάτων

Ο 2ος νόμος



- Ο δεύτερος νόμος ποσοτικοποιεί τη σχέση μεταξύ της δύναμης και της μεταβολής της κίνησης με την «ποσότητα της κίνησης» ενός αντικειμένου

- Ο Νεύτωνας όρισε την «**ποσότητα της κίνησης**», που στις μέρες μας ονομάζουμε **ορμή**, ως το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

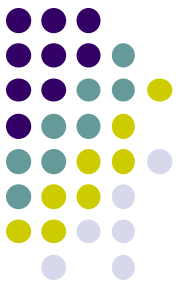
- Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα συσχετίζει την ταχύτητα μεταβολής της ορμής ενός αντικειμένου με την ολική δύναμη που δρα στο αντικείμενο αυτό:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- Όταν η μάζα παραμένει σταθερή, ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα παίρνει τη μορφή

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

- Η δύναμη που απαιτείται για να επιταχύνει μια μάζα 1 kg με ρυθμό 1 m/s² ορίζεται να είναι το **1 newton (N)**



1 newton = 1 N = 1 kg·m/s²

Ελξη βαρύτητας Ηλίου – Γης	$3,5 \times 10^{22} \text{ N}$
Ελξη βαρύτητας Γης – Σελήνης	$2,0 \times 10^{20} \text{ N}$
Ωθηση κινητήρων πυραύλου Saturn V	$3,3 \times 10^7 \text{ N}$
Ελξη μεγάλου ρυμουλκού	$1 \times 10^6 \text{ N}$
Ωθηση κινητήρων αεριοθωμένου (Boeing 747)	$7,7 \times 10^5 \text{ N}$
Ελξη μηχανής μεγάλου τρένου	$5 \times 10^5 \text{ N}$
Ελξη βαρύτητας Γης – αυτοκινήτου	$1,5 \times 10^4 \text{ N}$
Δύναμη επιβράδυνσης αυτοκινήτου κατά την τροχοπέδηση	$1 \times 10^4 \text{ N}$
Δύναμη μεταξύ δύο πρωτονίων ενός πυρήνα	$\sim 10^4 \text{ N}$
Δύναμη επιτάχυνσης αυτοκινήτου	$7 \times 10^3 \text{ N}$
Ελξη βαρύτητας Γης – ανθρώπου	$7,2 \times 10^2 \text{ N}$
Μέγιστη προς τα πάνω δύναμη που εξασκείται από βραχίονα	$2,7 \times 10^2 \text{ N}$
Ελξη βαρύτητας Γης – 1 kg	9,8 N
Ελξη βαρύτητας Γης – μήλου	2 N
Ελξη βαρύτητας Γης – νομίσματος 5 ¢	$5,1 \times 10^{-2} \text{ N}$
Δύναμη μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα ατόμου (υδρογόνου)	$8 \times 10^{-2} \text{ N}$

Στο Βρετανικό σύστημα μονάδα δύναμης είναι:

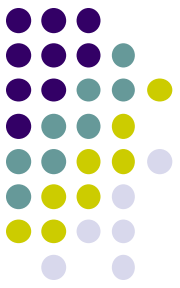
$$1 \text{ pound-force} = 1 \text{ lbf} = 4,44822 \text{ N}$$

$$1 \text{ lbf} = 32,174 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2$$

1 lbf είναι η δύναμη που ασκεί η επιτάχυνση της βαρύτητας σε μάζα 1 lb

(βολικό, αριθμητικά : μάζα = δύναμη)

Μάζα, αδράνεια και δύναμη

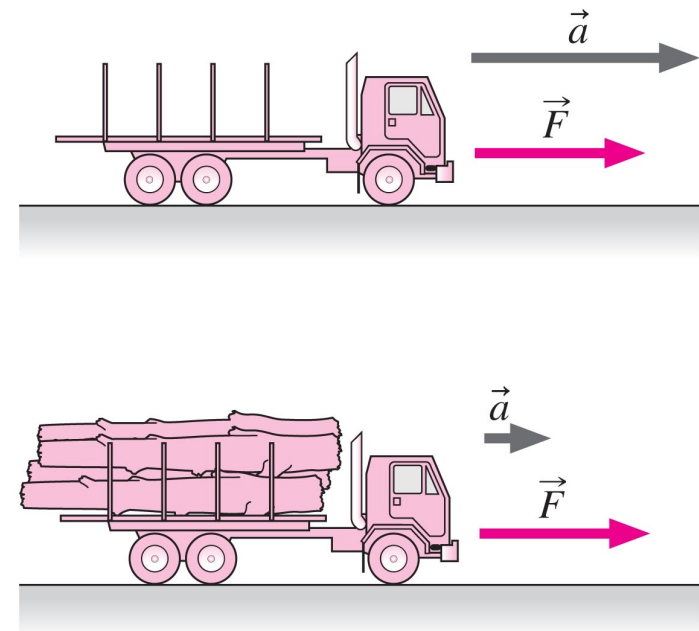


- Αν επιλύσουμε τον δεύτερο νόμο ως προς την επιτάχυνση, $\vec{a} = \vec{F}/m$ διαπιστώνουμε ότι μια δεδομένη δύναμη είναι λιγότερο αποτελεσματική όσον αφορά τη μεταβολή της κίνησης ενός αντικειμένου μεγαλύτερης μάζας
- Η μάζα m που εμφανίζεται στους νόμους του Νεύτωνα είναι επομένως μέτρο της **αδράνειας** ενός αντικειμένου και καθορίζει την απόκριση του αντικειμένου σε μια δεδομένη δύναμη
- Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για μια δύναμη μέτρου F ,

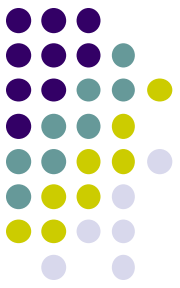
$$F = m_{\text{γνωστή}} a_{\text{άγνωστη}} \quad \text{και} \quad F = m_{\text{άγνωστη}} a_{\text{άγνωστη}}$$

παίρνουμε

$$\frac{m_{\text{άγνωστη}}}{m_{\text{γνωστή}}} = \frac{a_{\text{γνωστή}}}{a_{\text{άγνωστη}}}$$



Ο 2^{ος} νόμος του Newton



Ο 2^{ος} νόμος του Newton εδραιώνει τη σχέση μεταξύ της δύναμης που δρα πάνω σε ένα σώμα και της επιτάχυνσης που οφείλεται αυτή η δύναμη.

Απαιτείται ακριβής ορισμός της μάζας

(ζυγός στο μεσοαστρικό χώρο?)

Υπολογισμός μάζας αστροναυτών σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας?)

Ernst Mach:

Η άγνωστη μάζα (m) αλληλεπιδρά με την πρότυπη μάζα (m_s), δηλ. αφήνουμε τη μια μάζα να ασκήσει μια δύναμη πάνω στην άλλη (με ελατήρια, λάστιχα κτλ.). Από τις επιταχύνσεις a και a_s που αποκτούν αντίστοιχα υπολογίζεται η μάζα m από τη σχέση:

$$\mathbf{m \cdot a = m_s \cdot a_s} \longrightarrow \boxed{\frac{m}{m_s} = \frac{a_s}{a}}$$

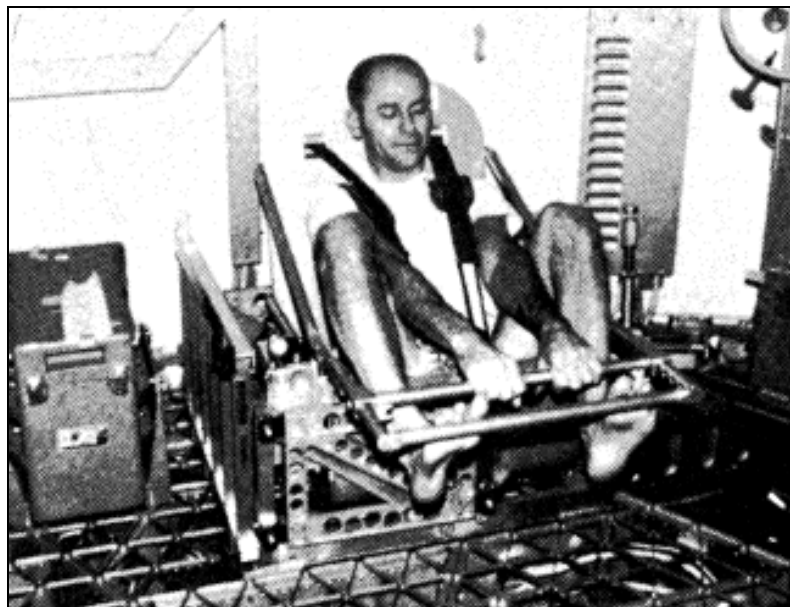
που εκφράζει τη διαισθητική έννοια ότι η μάζα αποτελεί μέτρο της αντίστασης που προβάλλει ένα σώμα στις μεταβολές ταχύτητας (αδρανειακή μάζα).

Πιο πρακτικά, υποβάλλουμε τα δύο σώματα στην ίδια δύναμη (ο λόγος των επιταχύνσεων παραμένει ο ίδιος και υπολογίζεται η μάζα)

Ο 2^{ος} νόμος του Newton



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1. Η συσκευή μέτρησης μάζας στο διαστημικό εργαστήριο Skylab αποτελείτο από ένα μικρό κάθισμα που μπορούσε να επιταχυνθεί μπρος –πίσω με ελατήριο που ήταν συνδεδεμένο πάνω του (βλ. Σχ. 5.4). Όργανα συνδεδεμένα στο κάθισμα μετρούσαν την επιτάχυνση⁴. Υποθέστε ότι όταν η πρότυπη μάζα, ίση με 66,9 kg, ήταν τοποθετημένη στο κάθισμα, το λυγισμένο ελατήριο προκαλούσε επιτάχυνση 0,0262 m/s². Όταν αφαιρείτο η πρότυπη μάζα και στο κάθισμα καθόταν ο αστροναύτης J.R. Lousma, το λυγισμένο ελατήριο (με τον ίδιο βαθμό λυγισμού) προκαλούσε μian επιτάχυνση 0,0204 m/s². Να υπολογιστεί η μάζα του Lousma. Αμελήστε τη μάζα του καθίσματος.



$$\frac{m}{m_s} = \frac{a_s}{a}$$

$$m = \frac{a_s}{a} m_s = \frac{0,0262 \text{ m/s}^2}{0,0204 \text{ m/s}^2} \times 66,9 \text{ kg} = 85,9 \text{ kg}$$

Μάζα, βάρος και βαρύτητα (1)



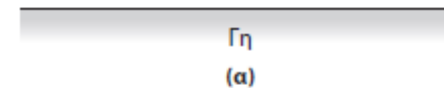
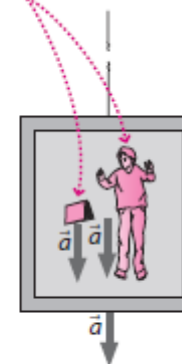
- **Βάρος** είναι η δύναμη που ασκεί η βαρύτητα σε ένα σώμα: $\vec{w} = m\vec{g}$
 - Η μάζα δεν εξαρτάται από την παρουσία ή την ένταση της βαρύτητας
 - Το βάρος εξαρτάται από τη βαρύτητα, επομένως διαφοροποιείται ανάλογα με την τοποθεσία:
 - Το βάρος διαφέρει σε επιμέρους πλανήτες
 - Κοντά στην επιφάνεια της Γης το \vec{g} έχει μέτρο $9,8 \text{ m/s}^2$ ή $9,8 \text{ N/kg}$ και κατεύθυνση προς τα κάτω

Μάζα, βάρος και βαρύτητα (2)

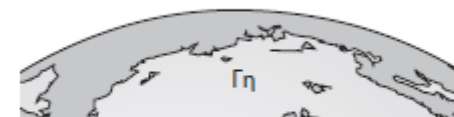
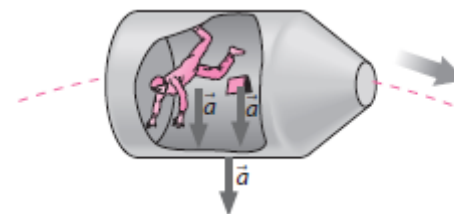


- Όλα τα σώματα δέχονται την ίδια βαρυτική επιτάχυνση, ανεξάρτητα από τη μάζα
- Έτσι, τα σώματα σε **ελεύθερη πτώση** –υπό την επίδραση της βαρύτητας μόνο– φαίνονται «αβαρή» επειδή όλα υπόκεινται στην ίδια επιτάχυνση
- Αυτό το φαινόμενο παρατηρείται σε διαστημόπλοια σε τροχιά
 - εξαιτίας της απουσίας αντίστασης του αέρα, η βαρύτητα είναι η μόνη δύναμη που επενεργεί
 - εξαιτίας της φαινόμενης έλλειψης βαρύτητας που συνεχίζει επ' άοριστο, καθώς το διαστημόπλοιο δεν μπαίνει στην τροχιά της Γης

Σε έναν ανελκυστήρα που πέφτει ελεύθερα εσείς και το βιβλίο σας φαίνεστε αβαρείς επειδή και οι δύο πέφτετε με την ίδια επιτάχυνση όπως ο ανελκυστήρας.

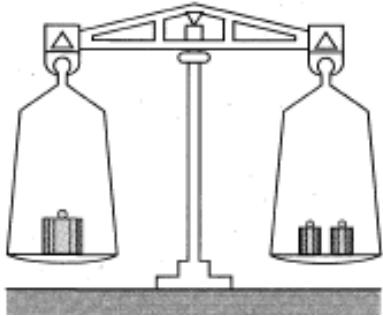
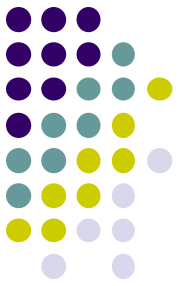


Όπως ο ανελκυστήρας στο (α), ένα περιστρεφόμενο διαστημόπλοιο πέφτει προς τη Γη και οι επιβάτες του, επειδή πέφτουν επίσης με την ίδια επιτάχυνση, αισθάνονται τη φαινόμενη έλλειψη βαρύτητας.



(β)

Πρακτική μέτρηση μάζας - δύναμης



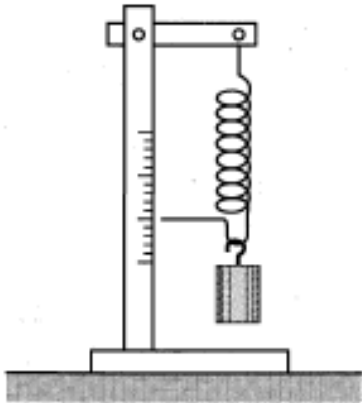
Μάζα ηλεκτρονίων, πρωτονίων, ιόντων ? από την εξίσωση $F=ma$

Φασματόμετρο μάζας: θάλαμος κενού

σταθερή ροή σωματιδίων

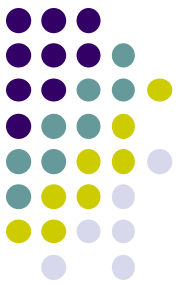
άσκηση γνωστής δύναμης (ηλεκτρική / μαγνητική)

μετρούμενη τιμή απόκλισης → επιτάχυνση → μάζα



Σωματίδιο	Μάζα ^a
Ηλεκτρόνιο	$9,110 \times 10^{-31}$ kg
Πρωτόνιο	$1,673 \times 10^{-27}$
Νετρόνιο	$9,675 \times 10^{-27}$

Επαλληλία δυνάμεων



Αρχή επαλληλίας

Αν ένα πλήθος δυνάμεων $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \dots$, ασκείται ταυτοχρόνως πάνω σε ένα σώμα, τότε η επιτάχυνση είναι ίδια με αυτήν που προκαλείται από μία δύναμη, η οποία δίνεται από τη σχέση

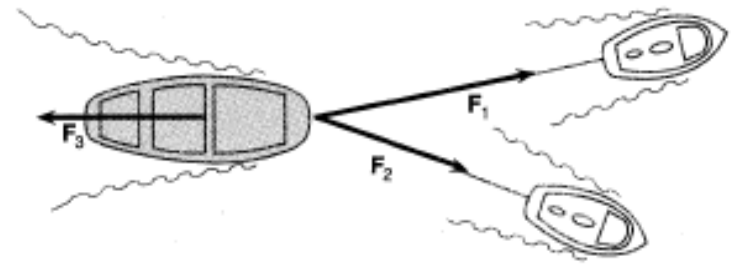
$$\mathbf{F}_{\text{net}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots$$

Η μοναδική δύναμη που έχει το ίδιο αποτέλεσμα με το συνδυασμό των επί μέρους δυνάμεων χωριστά ονομάζεται **συνισταμένη δύναμη**.

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{F}_{\text{net}}$$

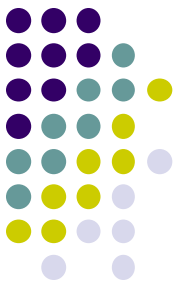
Κάθε δύναμη προσδίδει στο σώμα τη δική της επιτάχυνση,

π.χ. η συνολική δύναμη που ασκείται στη Γη είναι το διανυσματικό άθροισμα που ασκείται από τον Ήλιο και από τους άλλους πλανήτες:

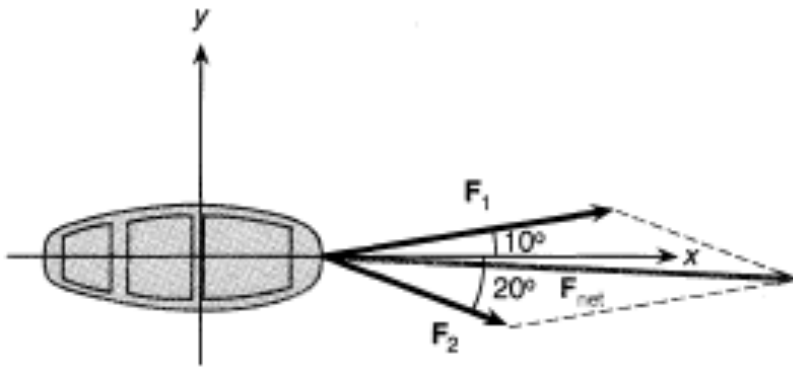


$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{1}{m} (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots) \\ &= \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots \end{aligned}$$

Επαλληλία δυνάμεων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4. Υποθέστε ότι τα δύο γεντέκια του Σχ. 5.8 έλκουν τη φορτηγίδα με οριζόντιες δυνάμεις 2×10^5 και $1,5 \times 10^5$ N, και ότι αυτές οι δυνάμεις σχηματίζουν γωνίες ίσες με 10° και 20° με το κύριο άξονα της φορτηγίδας (Σχ. 5.9). Υποθέστε ότι η δύναμη τριβής είναι μηδέν. Ποιά είναι η συνολική οριζόντια δύναμη που ασκείται στη φορτηγίδα;

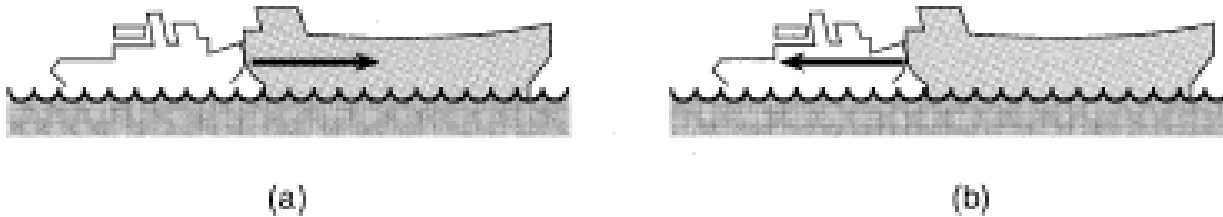


$$\mathbf{F}_{\text{net}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

$$\begin{aligned} F_{\text{net},x} &= 2,0 \times 10^5 \text{ N} \times \cos 10^\circ + 1,5 \times 10^5 \text{ N} \times \cos 20^\circ \\ &= 3,38 \times 10^5 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{net},y} &= 2,0 \times 10^5 \text{ N} \times \sin 10^\circ - 1,5 \times 10^5 \text{ N} \times \sin 20^\circ \\ &= -1,66 \times 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

Ο 3^{ος} νόμος του Newton (δράση-αντίδραση)



Σχήμα. (a) Το ρυμουλκό σπρώχνει τη μαούνα (δράση), (b) η μαούνα σπρώχνει το φορτηγό (αντίδραση).

Οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντοτε σε ζεύγη, καμιά δεν μπορεί να υπάρχει χωρίς την άλλη.

Ο Τρίτος Νόμος του Newton δίνει την ποσοτική σχέση μεταξύ της δύναμης δράσης και της αντίστοιχης δύναμης αντίδρασης:

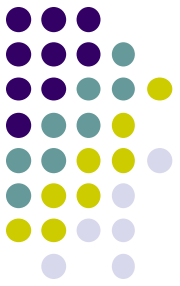
Κάθε φορά που ένα σώμα ασκεί δύναμη πάνω σε ένα άλλο σώμα, το τελευταίο ασκεί δύναμη, που έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά, πάνω στο πρώτο.

Αν και οι δυνάμεις αυτές έχουν το ίδιο μέτρο, επειδή δρουν σε διαφορετικά σώματα έχουν διαφορετικά αποτελέσματα

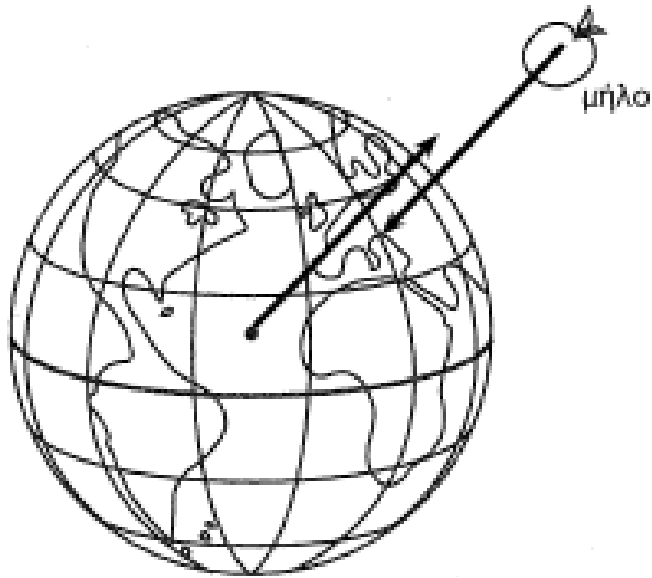
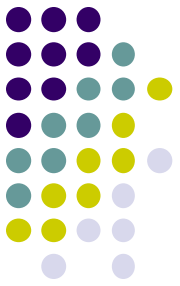
Η 1^η δύναμη επιταχύνει τη μαούνα, ενώ η 2^η δύναμη επιβραδύνει το ρυμουλκό και το εμποδίζει να αποκτήσει την επιτάχυνση που θα αποκτούσε αν δεν υπήρχε η μαούνα.

Άρα δεν αλληλοαναιρούνται επειδή εφαρμόζονται σε διαφορετικά σώματα.

Σημείωση: άλλο παράδειγμα είναι η δύναμη προώθησης του ρυμουλκού, όπου ο έλικας του ρυμουλκού σπρώχνει το νερό (δράση), και το νερό σπρώχνει τον έλικα (αντίδραση)



Ο 3^{ος} νόμος του Newton (δράση-αντίδραση)

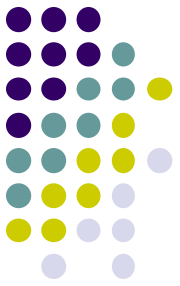


Σχήμα. Η γή έλκει το μήλο και το μήλο έλκει τη γή.

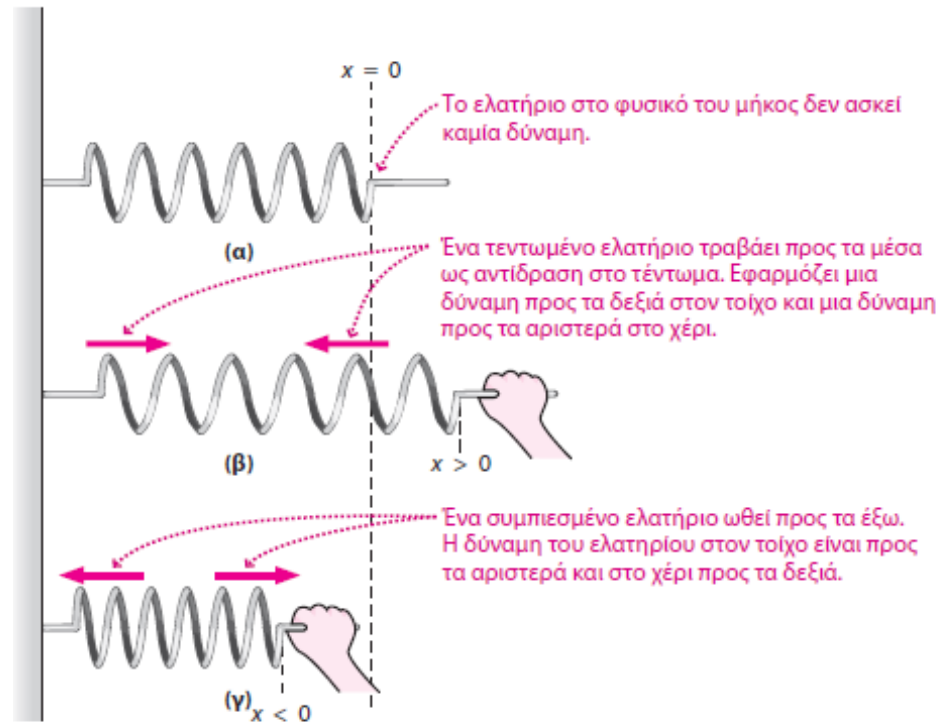
Δυνάμεις αντίδρασης υπάρχουν και όταν τα σώματα που αλληλοεπιδρούν δεν βρίσκονται σε άμεση επαφή.

Στην περίπτωση του μήλου, αυτή η δύναμη αντίδρασης είναι μια μορφή βαρύτητας, είναι η βαρύτητα που το μήλο ασκεί στη γή (έχει μέτρο 2 N, αλλά είναι αμελητέα δύναμη για την κίνηση της γης που έχει μάζα 6×10^{24} kg).

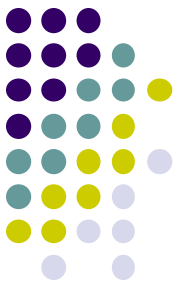
Δυνάμεις ελατηρίου



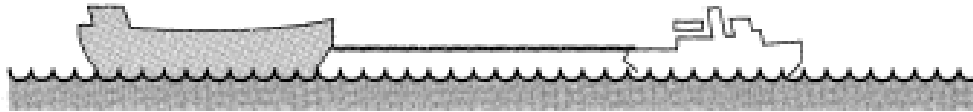
- Όταν ένα ελατήριο επιμηκύνεται ή συμπιέζεται παράγει μια δύναμη ίση με την επιμήκυνση ή τη συμπίεση που δέχεται, κάτι που εκφράζεται μαθηματικά ως : $F_s = -kx$
- Η δύναμη του ελατηρίου είναι **δύναμη επαναφοράς** επειδή η κατεύθυνσή της είναι αντίθετη προς την επιμήκυνση ή τη συμπίεση
- Τα ελατήρια παρέχουν έναν βολικό τρόπο μέτρησης των δυνάμεων



Ο 3^{ος} νόμος του Newton (δράση-αντίδραση)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5. Ένα ρυμουλκό ρυμουλκεί μian άδεια μαούνα μάζας 25.00 kg με ένα ισχυρό χαλύβδινο συρματόσκοινο μάζας 200 kg (Σχ. 5.15). Αν το ρυμουλκό ασκεί στο συρματόσκοινο έλξη ίση με 3000 N, ποιά είναι η επιτάχυνση της μαούνας;



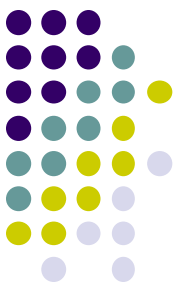
Ποιά είναι η τάση του συρματόσκοινου στο εμπρόσθιο άκρο; Στο οπίσθιο άκρο; Στο μέσο; Υποθέστε ότι το συρματόσκοινο είναι οριζόντιο και δεν κάνει κοιλιά, και αμελήστε τη δύναμη τριβής του νερού πάνω στη μαούνα.

ΛΥΣΗ: Η δύναμη των 3000 N που ασκείται από το ρυμουλκό πρέπει να επιταχύνει τόσο το συρματόσκοινο όσο και τη μαούνα. Δηλαδή πρέπει να επιταχύνει μια συνολική μάζα ίση με $m_{\text{μαούνας}} + m_{\text{συρματ.}}$. Επομένως η επιτάχυνση είναι

$$a = \frac{F}{m_{\text{μαούνας}} + m_{\text{συρματ.}}} = \frac{3000 \text{ N}}{25.000 \text{ kg} + 200 \text{ kg}} = 0,119 \text{ m/s}^2$$

Όταν λέμε **τάση** στην άκρη του συρματόσκοινου εννοούμε τη δύναμη με την οποία το συρματόσκοινο έλκει αυτό πάνω στο οποίο έχει προσδεθεί. Αφού το ρυμουλκό έλκει το συρματόσκοινο με δύναμη ίση με 3000 N, ο Τρίτος Νόμος του Newton απαιτεί, ώστε το συρματόσκοινο να έλκει το ρυμουλκό με μια δύναμη που να έχει το ίδιο μέτρο. Έτσι, η τάση στο εμπρόσθιο άκρο είναι

$$T_1 = 3000 \text{ N}$$



Για να βρούμε την τάση στο οπίσθιο άκρο, παρατηρούμε ότι για να επιταχυνθεί η μασίνα με ρυθμό $0,119 \text{ m/s}^2$, το συρματόσκοινο πρέπει να ασκήσει έλξη ίση με $m_{\text{μασίνας}} a$. Επομένως, η τάση στο οπίσθιο άκρο είναι

$$T_2 = m_{\text{μασίνας}} a = 25,000 \text{ kg} \times 0,119 \text{ m/s}^2 = 2976 \text{ N}$$

Όταν λέμε τάση στο μέσο, εννοούμε τη δύναμη με την οποία το εμπρόσθιο μισό του συρματόσκοινου έλκει το οπίσθιο μισό (ή αντιστρόφως· Σχ. 5.16). Για να βρούμε αυτή τη δύναμη παρατηρούμε ότι πρέπει να επιταχύνει τόσο το οπίσθιο μισό του συρματόσκοινου όσο και τη μασίνα, δηλαδή, πρέπει να επιταχύνει μια συνολική μάζα ίση με

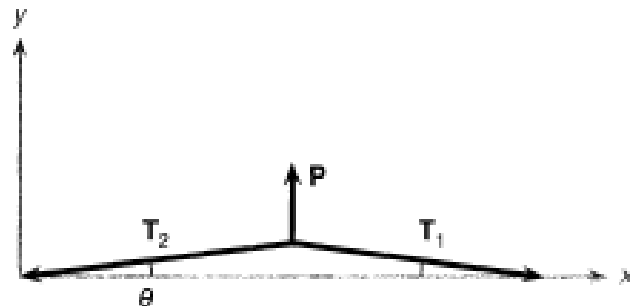
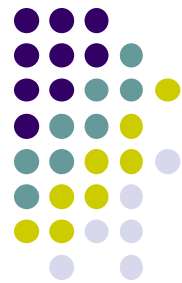
$$m_{\text{μασίνας}} + \frac{1}{2} m_{\text{συρματ.}}$$

Επομένως η απαιτούμενη τάση είναι

$$\begin{aligned} T_3 &= (m_{\text{μασίνας}} + \frac{1}{2} m_{\text{συρματ.}}) a \\ &= (25,000 \text{ kg} + 100 \text{ kg}) \times 0,119 \text{ m/s}^2 = 2988 \text{ N} \end{aligned}$$

Από τον υπολογισμό αυτόν είναι φανερό ότι η τάση στο συρματόσκοινο ελαττώνεται βαθμιαία κατά το μήκος του, από τιμή 3000 N στο εμπρόσθιο άκρο στην τιμή 2976 N στο οπίσθιο άκρο. Η διαφορά μεταξύ των τάσεων στα άκρα είναι 24 N . Αυτή η ολική δύναμη των 24 N που ασκείται στο συρματόσκοινο είναι, φυσικά, ακριβώς αυτή που απαιτείται για να επιταχύνει το συρματόσκοινο με το ρυθμό των $0,119 \text{ m/s}^2$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6. Για να τραβήξει το αυτοκίνητο του, που έχει κολλήσει στη λάσπη, ο οδηγός τεντώνει ένα σκοινί από το εμπρόσθιο μέρος του αυτοκινήτου και το στερεώνει σ' ένα γερό δένδρο. Κατόπιν, σπρώχνει κάθετα προς το σκοινί στο μέσο του (Σχ. 5.17). Όταν σπρώχνει με δύναμη 900 N, η γωνία μεταξύ των δύο τμημάτων του σκοινιού, δεξιά και αριστερά, είναι 170°. Ποιά είναι η τάση του σκοινιού κάτω από αυτές τις συνθήκες;



$$P_x = 0$$

$$T_{1,x} = T \cos \theta$$

$$T_{2,x} = -T \cos \theta$$

$$F_{\text{net},x} = 0 + T \cos \theta - T \cos \theta$$

$$= \text{Μηδέν (0)}$$

$$P_y = P$$

$$T_{1,y} = -T \sin \theta$$

$$T_{2,y} = -T \sin \theta$$

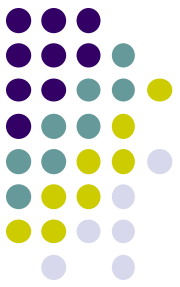
$$F_{\text{net},y} = P - T \sin \theta - T \sin \theta$$

$$= 0 \rightarrow P = 2T \sin \theta$$

$$\rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \theta} = \frac{900 \text{ N}}{2 \sin 5^\circ} = 5,2 \times 10^3 \text{ N}$$

Ετσι, μ' αυτό το τέχνασμα του σκοινιού, η ώθηση των 900 N προκαλεί μια τάση που είναι σχεδόν έξι φορές μεγαλύτερη. Φυσικά, μόλις το αυτοκίνητο κινηθεί προς τα εμπρός, η γωνία θ θα αυξηθεί και η τάση θα μειωθεί. Για να εκμεταλλευτεί πλήρως το τέχνασμα με το σκοινί, ο οδηγός θα πρέπει τότε να ξανατεντώσει το σκοινί πρώτου επαναλάβει τη διαδικασία.

Ορμή σωματιδίου



Ορμή σωματιδίου: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ μονάδες: $\text{kg}\cdot\text{m/s}$

1^{ος} νόμος Newton: *Ένα σώμα που ηρεμεί, παραμένει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται, συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, εκτός αν επιδράσει πάνω του εξωτερική δύναμη.*

η ορμή παραμένει σταθερή όταν δεν δρουν εξωτερικές δυνάμεις, $p = [\text{σταθ.}]$

2^{ος} νόμος Newton:

Όταν μία δύναμη δρα πάνω σε ένα σώμα προσδίδει σ' αυτό επιτάχυνση που έχει τη φορά της δύναμης και μέτρο αντιστρόφως ανάλογο προς τη μάζα του σώματος,

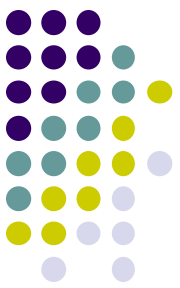
$$m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\mathbf{v}) = \frac{d}{dt} (\mathbf{p}) \longrightarrow \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

3^{ος} νόμος Newton:

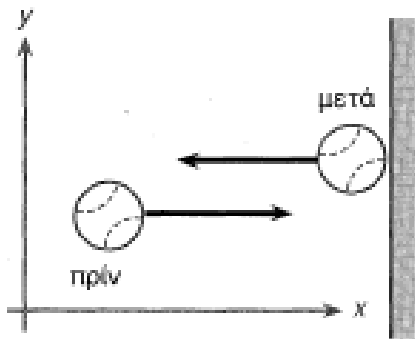
Κάθε φορά που ένα σώμα ασκεί δύναμη πάνω σε ένα άλλο σώμα, το τελευταίο ασκεί δύναμη, που έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά, πάνω στο πρώτο.

Κάθε φορά που ένα σώμα ασκεί κάποια δύναμη πάνω σε ένα άλλο, οι μεταβολές ορμής που προκύπτουν έχουν το ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά.

Ορμή σωματιδίου



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 7. Ένας παίκτης του τέννις χτυπάει μια μπάλα, μάζας 60 g, προς έναν κατακόρυφο τοίχο. Η μπάλα χτυπάει τον τοίχο υπό ορθή γωνία με ταχύτητα 40 m/s και αναπηδάει κατευθείαν προς τα πίσω με την ίδια ταχύτητα. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά την πρόσκρουση;



ΛΥΣΗ: Παίρνουμε το θετικό άξονα x κατά τη φορά της αρχικής κίνησης της μπάλας. Η ορμή της μπάλας πριν από τη σύγκρουση είναι τότε θετική:

$$p_x = mv_x = 0,060 \text{ kg} \times 40 \text{ m/s} = 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η ορμή της μπάλας μετά την πρόσκρουση έχει το ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά

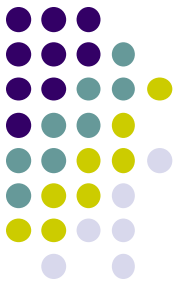
$$p'_x = -2,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η μεταβολή της ορμής είναι

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= p'_x - p_x = -2,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ &= -4,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Αυτή η μεταβολή της ορμής οφείλεται στη (μεγάλη) δύναμη που δρα πάνω στην μπάλα κατά την πρόσκρουση με τον τοίχο.

Σχετικότητα κατά Newton



Ομοιόμορφη κίνηση:

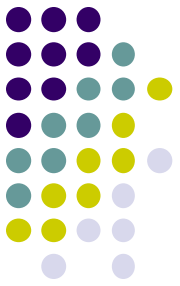
είναι σχετική κίνηση, μπορεί να διακριθεί μόνο ως προς ένα άλλο σύστημα αναφοράς, όχι με πειράματα μέσα στο σύστημα αναφοράς, π.χ. μπιλιάρδο σε πλοίο

Επιταχυνόμενη κίνηση:

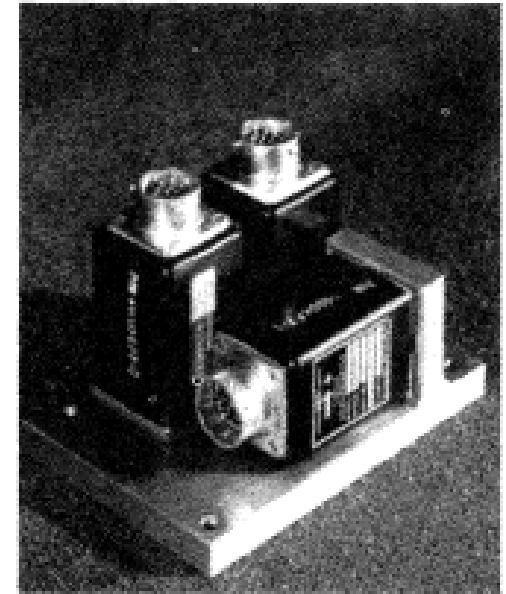
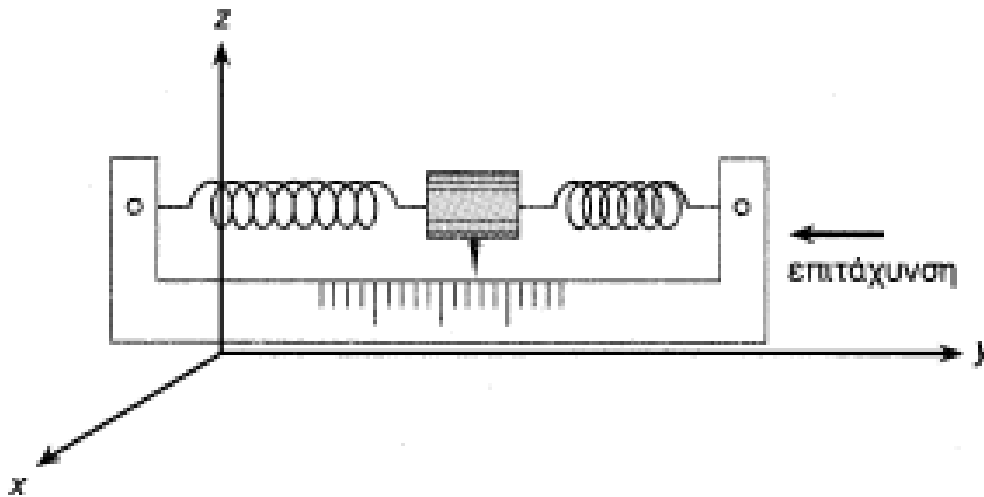
είναι απόλυτη κίνηση, μπορεί να διακριθεί με πειράματα μέσα στο σύστημα αναφοράς.

Η αδυναμία να διακριθεί η ομοιόμορφη μεταφορική κίνηση με πειράματα μέσα σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς αναγνωρίστηκε από τον Galileo, που υποστήριζε ότι είναι αδύνατο να γίνει διάκριση μεταξύ μιας "στάσιμης" Γης και μιας "κινούμενης" Γης με μηχανικά πειράματα που γίνονται στην επιφάνεια της Γης⁹. Ο ισχυρισμός ότι οι νόμοι της μηχανικής είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς ονομάζεται **Αρχή της Σχετικότητας του Galileo ή του Newton.**

Σχετικότητα κατά Newton

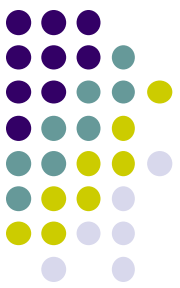


Αδρανειακά συστήματα κατεύθυνσης σε πλοία, αεροπλάνα, πυραύλους, κτλ., στηρίζονται σε επιταχυνσιόμετρα (μέτρηση απόλυτων επιταχύνσεων)



Σχήμα. Λειτουργία επιταχυνσιόμετρου και επιταχυνσιόμετρο τριών αξόνων αποτελούμενο από τρία ξεχωριστά επιταχυνσιόμετρα, αναρτημένα έτσι ώστε να σχηματίζουν ορθές γωνίες μεταξύ τους.

Σύνοψη



Ο Πρώτος Νόμος του Newton: Σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, ένα σώμα που ηρεμεί παραμένει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, εκτός αν δράσει πάνω του εξωτερική δύναμη.

Ορισμός της μάζας: $m/m_s = a_s/a$

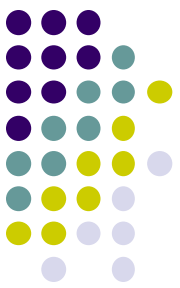
Ο Δεύτερος Νόμος του Newton: $ma = \mathbf{F}_{\text{net}}$

Επαλληλία δυνάμεων: $\mathbf{F}_{\text{net}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots$

Ο Τρίτος Νόμος του Newton: Οποτε ένα σώμα ασκεί μια δύναμη σε ένα άλλο σώμα, το τελευταίο ασκεί στο πρώτο μια δύναμη με ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά.

Ορμή: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$



Ερωτήσεις

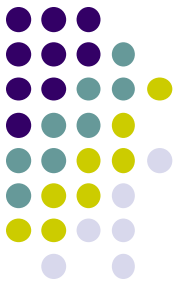
1. Πάνω σ' ένα τραπέζι βάζετε ένα φύλλο χαρτί και πάνω στο χαρτί ακουμπάτε ένα ποτήρι. Μπορείτε να βγάλετε το χαρτί, τραβώντας το απότομα, χωρίς να ακουμπήσετε το ποτήρι. Εξηγείστε γιατί το ποτήρι, λίγο-πολύ, παραμένει στη θέση του.
2. Φυλές ιθαγενών στη ζούγκλα του Αμαζονίου χρησιμοποιούν πολύ μακρά (3 m ή και παραπάνω) και βαριά βέλη. Γιατί; (Βοήθημα: Τι είναι πιθανό να πάθει ένα βέλος που πετάει μέσα στην πυκνή ζούγκλα;)
5. Αν η Γη σταματούσε να περιστρέφεται, η τιμή του g σε όλα τα σημεία της επιφάνειας εκτός από τους πόλους θα γινόταν ελαφρώς μεγαλύτερη. Γιατί;
19. Βρίσκεστε μέσα σε μια μικρή βάρκα στο μέσο μιας ήρεμης λίμνης. Δεν έχετε κουπιά και δεν μπορείτε να βάλετε τα χέρια σας μέσα στο νερό γιατί η λίμνη είναι γεμάτη πιράνχας. Η βάρκα περιέχει ένα μεγάλο φορτίο από καρόδες. Πώς μπορείτε να φτάσετε στην ακτή;

Επίλυση προβλημάτων με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα



- **ΕΡΜΗΝΕΥΣΤΕ** Ερμηνεύστε το πρόβλημα για να βεβαιωθείτε ότι γνωρίζετε τι ζητά και ότι ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα είναι η σχετική έννοια. Προσδιορίστε το αντικείμενο ενδιαφέροντος και όλες τις επιμέρους δυνάμεις αλληλεπίδρασης που ενεργούν πάνω του
- **ΑΝΑΠΤΥΞΤΕ** Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος. Αναπτύξτε το σχέδιο της λύσης σας γράφοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ με το \vec{F}_{net} εκφρασμένο ως το άθροισμα των δυνάμεων που έχετε προσδιορίσει. Στη συνέχεια, επιλέξτε ένα σύστημα συντεταγμένων ώστε να μπορείτε να εκφράσετε τον νόμο του Νεύτωνα σε συνιστώσες.
- **ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ** Σε αυτό το σημείο η φυσική έχει ολοκληρωθεί και είστε έτοιμοι να εκτελέσετε το σχέδιό σας, επιλύοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα και αξιολογώντας την αριθμητική απάντηση, αν ζητείται. Ακόμη και στα μονοδιάστατα προβλήματα θυμηθείτε ότι ο νόμος του Νεύτωνα είναι μια διανυσματική εξίσωση και θα βοηθήσει να έχετε τα πρόσημα σωστά. Πρέπει να γράψετε τις συνιστώσες του νόμου του Νεύτωνα στο σύστημα συντεταγμένων που επιλέξατε και, στη συνέχεια, να λύσετε την προκύπτουσα εξίσωση για την ή τις ποσότητες που ενδιαφέρουν.
- **ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΤΕ** Αξιολογήστε τη λύση σας για να διαπιστώσετε έχει νόημα. Είναι οι αριθμοί λογικοί; Οι μονάδες προκύπτουν σωστά; Τι συμβαίνει σε ειδικές περιπτώσεις – για παράδειγμα, όταν η μάζα, η δύναμη ή η επιτάχυνση καθίστανται πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες ή μια γωνία γίνεται 0° ή 90° ;

Ασκήσεις

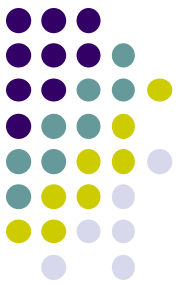


3. Σπρώχνοντας και με τα δύο του χέρια, ένας ναύτης που στέκεται στην προκυμαία, ασκεί οριζόντια δύναμη 270 N σ' ένα καταδρομικό 3400 μετρικών τόννων. Αν υποθέσουμε ότι δεν είναι αγκυροβολημένο και ότι το νερό δεν προσφέρει καμιά αντίσταση, πόση είναι η επιτάχυνση του πλοίου; Πόση απόσταση καλύπτει το πλοίο σε 60 s;

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{270 \text{ N}}{3.4 \cdot 10^6 \text{ kg}} \Rightarrow \alpha = 7.9 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

$$x - x_0 = u_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2} (7.9 \cdot 10^{-5}) \cdot 60^2 \Rightarrow x - x_0 = 0.14 \text{ m}$$

Ασκήσεις



4. Μια γυναίκα 57 kg έχει προσδεθεί στο κάθισμα του αυτοκινήτου της με ζώνη ασφαλείας κόλλου και ώμου. Το αυτοκίνητο συγκρούεται και επιβραδύνεται από τα 50 στα 0 km/h σε 0,12 s. Πόση είναι η μέση οριζόντια δύναμη, την οποία η ζώνη εξασκεί πάνω στη γυναίκα; Να συγκριθεί αυτή η δύναμη με το βάρος της γυναίκας.

$$\Delta u = 50 \text{ km/h} - 0 \text{ km/h} = 50 \text{ km/h} = 13.9 \text{ m/s}$$

$$F = m a = m \frac{\Delta u}{\Delta t} \Rightarrow F = 57 \frac{13.9}{0.12} = 6.6 * 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Βάρος} = m * g \approx 570 \text{ N}$$

Περίπου 12 φορές μεγαλύτερη

Ασκήσεις



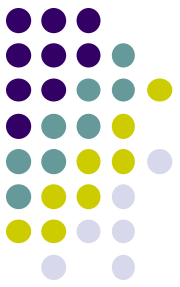
8. Σε σύγκρουση στην πίστα Silverstone της Αγγλίας, ο οδηγός ενός αυτοκινήτου αγώνων υπέστη περισσότερα από τριάντα κατάγματα και εξορθώσεις καθώς και αρκετά εμφράγματα όταν το αυτοκίνητο του επιβραδύνθηκε από 174 km/h στα 0 km/h, διανύοντας απόσταση 66 cm περίπου. Εάν η επιβράδυνση ήταν σταθερή κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης και αν η μάζα του οδηγού ήταν 75 kg, πόση ήταν η επιβράδυνση και πόση η δύναμη που ασκήθηκε στον οδηγό;

$$U_0 = 174 \text{ km/hr} = 48.3 \text{ m/s}$$

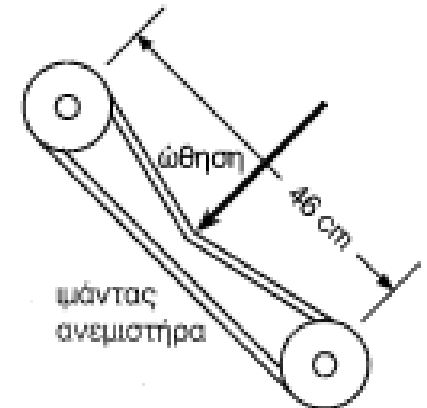
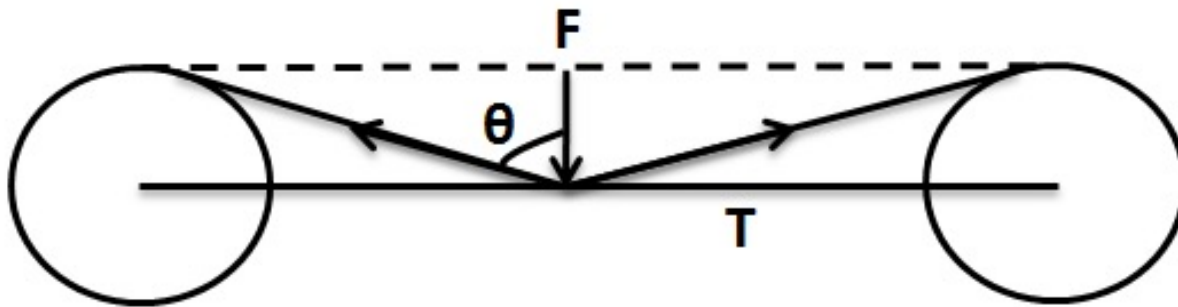
$$u^2 - u_0^2 = 2\alpha(x - x_0) \Rightarrow \alpha = \frac{-u_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{-48.3^2}{2 \cdot 0.66} \Rightarrow \alpha = -1.8 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \alpha = -75 \cdot 1.8 \cdot 10^3 = -1.3 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Ασκήσεις



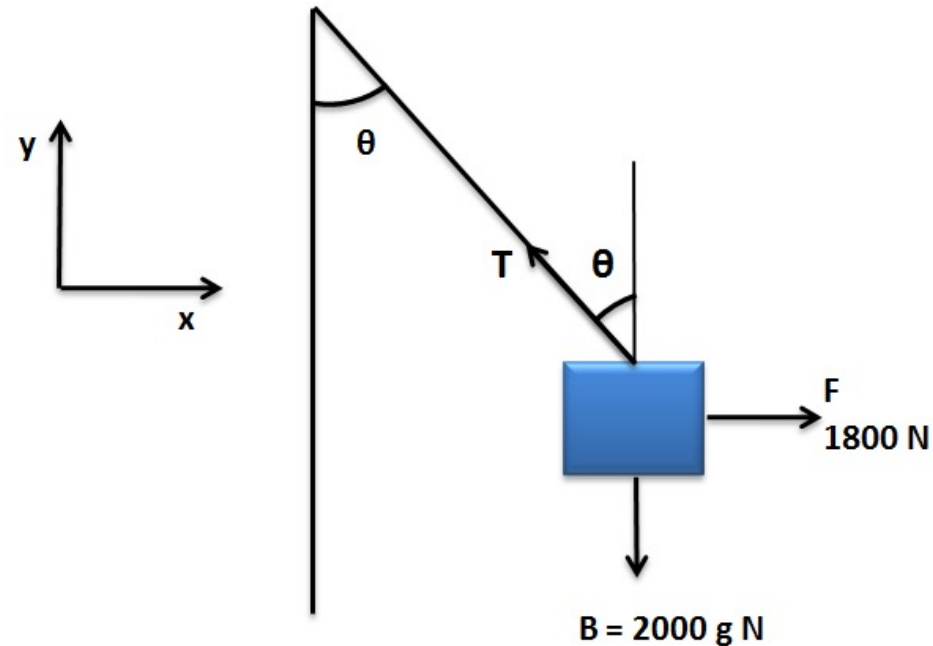
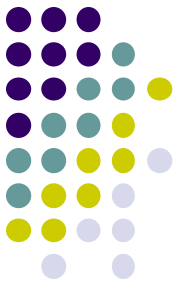
*27. Ένας μηχανικός δοκιμάζει την τάση του μάντα ανεμιστήρα σπρώχνοντας τον με το δάκτυλο (Σχ. 5.28). Η δύναμη της ώθησης ισούται προς 130 N και ασκείται στο μέσο ενός τμήματος του μάντα μήκους 46 cm. Η εγκάρσια μετατόπιση του μάντα ισούται προς 2,5 cm. Πόση είναι η τάση του μάντα (όσο διάστημα ασκεί δύναμη ο μηχανικός);



$$F = 2 T \cos\theta \Rightarrow T = \frac{F}{2 \cos\theta} \Rightarrow T = \frac{130}{\frac{2,5}{\sqrt{23^2 + 2,5^2}}} = 600 \text{ N}$$

Ασκήσεις

*31. Ένα κιβώτιο μάζας 2000 kg κρέμεται από γερανό στο άκρο συρματόσκοινου μήκους 12 m. Εάν προσδέσουμε ένα οριζόντιο σκοινί στο κιβώτιο και εφαρμόσουμε βαθμιαία έλξη 1800 N, πόση θα είναι η γωνία, την οποία θα σχηματίσει τελικά το συρματόσκοινο με την κατακόρυφο;

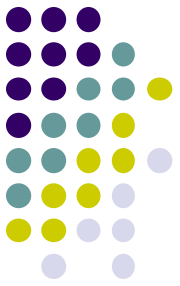


$$\vec{F} + \vec{B} + \vec{T} = 0$$

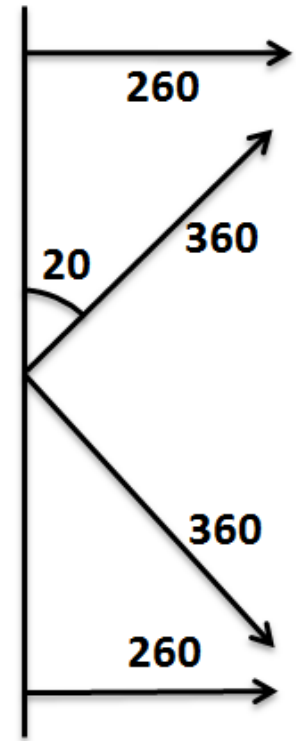
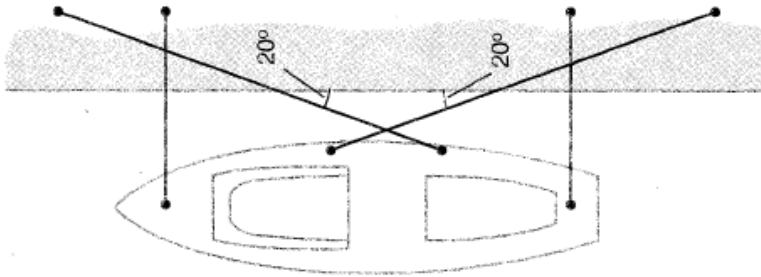
$$(x) T \sin\theta = 1800$$

$$(y) T \cos\theta = 2000 \text{ g} \quad \left| \quad \Rightarrow \tan\theta = 0,9 \Rightarrow \theta = 5,2^\circ$$

Ασκήσεις



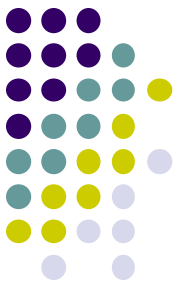
20. Μια βάρκα είναι δεμένη στην προβλήτα με τέσσερα οριζόντια σκοινιά. Δύο σκοινιά, με τείνουσα δύναμη 260 N το καθένα, είναι κάθετα προς την προβλήτα. Τα άλλα δύο σκοινιά, με τείνουσα δύναμη 360 N το καθένα, σχηματίζουν γωνία 20° με την προβλήτα (Σχ. 5.26). Ποιά είναι η συνιστώσα αυτών των δυνάμεων;



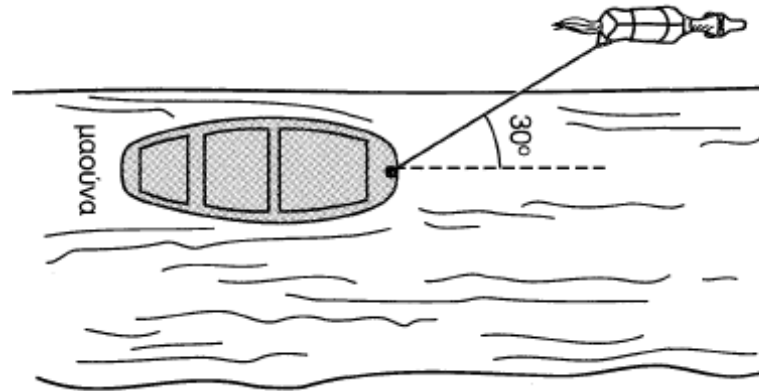
$$(x): 260 + 260 + 2 * 360 \cos 70^\circ = 766 \text{ N} \quad (\sin 20^\circ)$$

$$(y): 360 * \cos 20^\circ - 360 \cos 20^\circ = 0$$

Ασκήσεις



*32. Ένα άλογο, προχωρώντας κατά μήκος της όχθης ενός καναλιού, έλκει μια μαούνα. Το άλογο έλκει τη μαούνα με δύναμη 300 N υπό γωνία 30° (Σχ. 5.31). Ο μαουνιέρης κρατάει τη μαούνα σε παράλληλη προς την όχθη πορεία στρέφοντας κατάλληλα το πηδάλιο. Πόση είναι η εγκάρσια δύναμη (κάθετη προς την όχθη), την οποία πρέπει να εξασκήσει το πηδάλιο στη μαούνα;



36. Η ώθηση που εξασκείται από μια σφαίρα τη στιγμή που κτυπάει ένα στόχο εξαρτάται από την ορμή της σφαίρας. Από όπλο Remington .244 (διαμετρήματος 6 mm), που χρησιμοποιείται για το κυνήγι ελαφιών, βάλλεται σφαίρα 90 κόκκων ($1\text{ κόκκος} = 0,0648\text{ g}$) με ταχύτητα 975 m/s . Από όπλο Remington .35 (διαμετρήματος 9 mm περίπου) βάλλεται σφαίρα 200 κόκκων με ταχύτητα 674 m/s . Πόση είναι η ορμή κάθε σφαίρας;