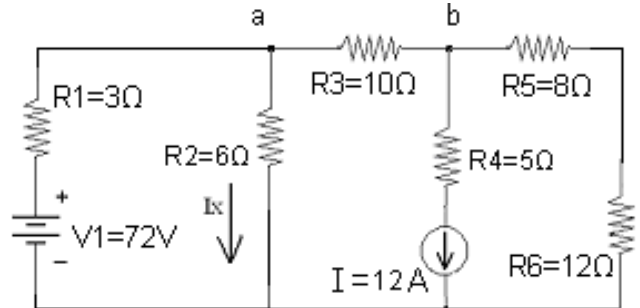


ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2017**
 ΜΑΘΗΜΑ: **ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ** 4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ
 ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ Επίκουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.
 ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ½ ΩΡΕΣ .
 ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΑΠΟΧΩΡΗΣΗ ΤΑ ΠΡΩΤΑ 30 ΛΕΠΤΑ.
 ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Α.Μ.

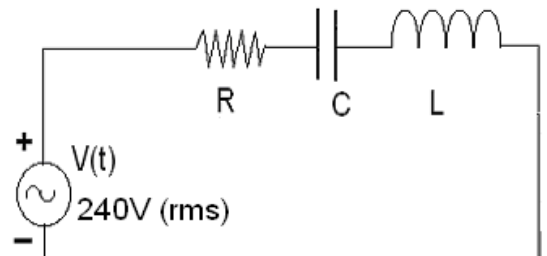
ΘΕΜΑ 1^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή του θεωρήματος της υπέρθεσης να υπολογιστεί:
 α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_2=6\Omega$ και β) η πτώση τάσεως V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_3=10\Omega$. γ) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής ρεύματος στο κύκλωμα έτσι ώστε να μηδενιστεί η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R_6=12\Omega$;



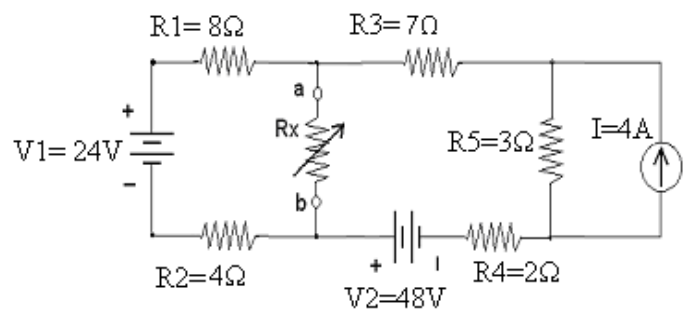
ΘΕΜΑ 2^ο: (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με συνδεσμολογία σειράς που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης ημιτονοειδούς μορφής 240V (rms), μεταβλητής συχνότητας. Στη συχνότητα των 60 Hz παρατηρείται η μέγιστη τιμή του ρεύματος του κυκλώματος που είναι 3 A. Να προσδιοριστούν:
 α) Η φαινόμενη, η πραγματική και η άεργος ισχύς, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και ο συντελεστής ισχύος της πηγής στην περίπτωση αυτή.
 β) Αν η συχνότητα της πηγής γίνει 50 Hz, το ρεύμα του κυκλώματος γίνεται 1,92 A. Να υπολογιστούν η φαινόμενη, η πραγματική και η άεργος ισχύς του κυκλώματος, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και ο συντελεστής ισχύος της πηγής στην περίπτωση αυτή.
 γ) Ποια τα στοιχεία R, L και C του κυκλώματος ; δ) Να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων για τις δύο πιο πάνω περιπτώσεις α) και β).
 γ) Να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των ρευμάτων και όλων των τάσεων στις δύο πιο πάνω περιπτώσεις.



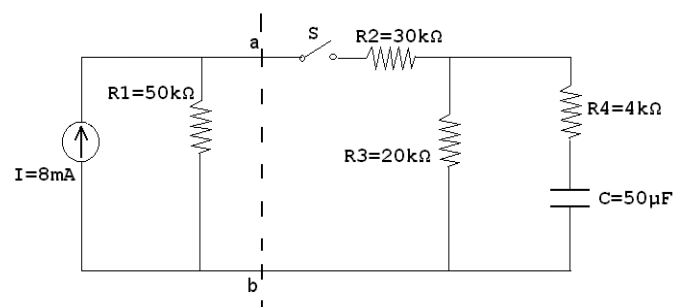
ΘΕΜΑ 3^ο: (Μονάδες 2.50).

Για το κύκλωμα που δίνεται
 α) Να προσδιοριστεί το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton ανάμεσα στα σημεία a και b.
 β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



ΘΕΜΑ 4^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$, κλείνει ο διακόπτης S.
 Να προσδιοριστούν α) η σταθερά χρόνου φόρτισης του πυκνωτή και η εξίσωση της τάσης $V_c(t)$ και του ρεύματος $I_c(t)$ στα άκρα του πυκνωτή. Ποιο το πλήρες φορτίο του πυκνωτή ; β) Μετά την πλήρη φόρτιση του πυκνωτή βραχυκυκλώνεται η πηγή ρεύματος a – b όπως φαίνεται στο σχέδιο.



Να προσδιοριστούν η σταθερά χρόνου εκφόρτισης του πυκνωτή και η εξίσωση της τάσης $V'_c(t)$ και του ρεύματος $I'_c(t)$ στα άκρα του πυκνωτή για το νέο πλέον κύκλωμα.

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2017**

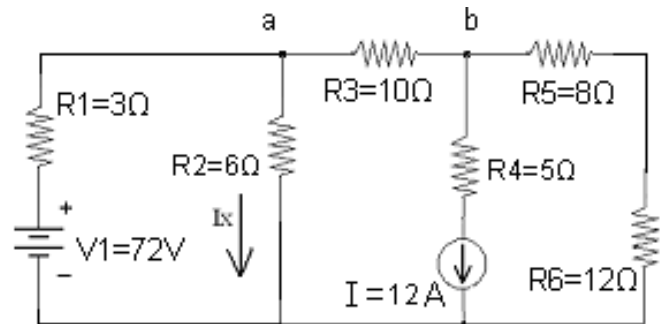
ΜΑΘΗΜΑ: **ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ**

4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ Επίκουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.

ΘΕΜΑ 1^ο: (Μονάδες 2.50).

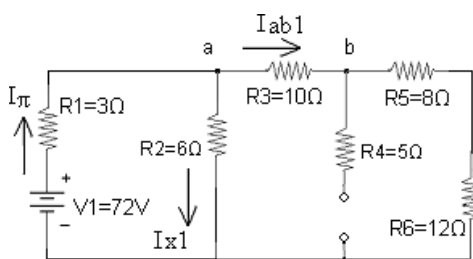
Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή του θεωρήματος της υπέρθεσης να υπολογιστεί:
 α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_2=6\Omega$
 και β) η πτώση τάσεως V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_3=10\Omega$. γ) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής ρεύματος στο κύκλωμα έτσι ώστε να μηδενιστεί η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R_6=12\Omega$;



Λύση

Για τον υπολογισμό του I_x , και της V_{ab} εφαρμόζεται το θεώρημα της υπέρθεσης.

1) Μόνο με την πηγή τάσης V_1 (ανοιχτοκυκλώνεται η πηγή ρεύματος I).



Η ισοδύναμη αντίσταση που βλέπει η πηγή είναι:
 $R_{eq} = R_1 + [R_2 // (R_3 + R_5 + R_6)] = 3 + [6 // (10 + 8 + 12)] = 3 + [6 // 30] = 3 + (6 \times 30) / (6 + 30) = 3 + 180 / 36 = 3 + 5 \Rightarrow R_{eq} = 8\Omega$
 και το ρεύμα I_π της πηγής είναι: $I_\pi = V_1 / R_{eq} = 72 / 8 = 9A$
 Το ρεύμα I_π διακλαδίζεται στον κόμβο a επάνω στην αντίσταση R_2 και στην $R'_{eq} = (R_3 + R_5 + R_6) = 10 + 8 + 12 = 30\Omega$. Από την αντίσταση R_4 δεν περνά ρεύμα.

Σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος θα ισχύει:

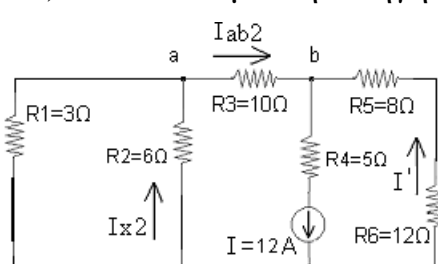
$$I_{x1} = R'_{eq} \times I_\pi / (R'_{eq} + R_2) = 30 \times 9 / (30 + 6) = 270 / 36 \Rightarrow I_{x1} = 7,50 A$$

$$I_{ab1} = R_2 \times I_\pi / (R_2 + R_3 + R_5 + R_6) = 6 \times 9 / (6 + 10 + 8 + 12) = 54 / 36 A$$

$$\text{ή } I_{ab1} = I_\pi - I_{x1} = 9 - 7,50 A \Rightarrow I_{ab1} = 1,5 A$$

$$\text{και } V_{ab1} = I_{ab1} \times R_3 = 1,5 A \times 10 \Omega \Rightarrow V_{ab1} = 15 V$$

2) Μόνο με την πηγή ρεύματος I (βραχυκυκλώνεται η πηγή τάσης V_1)



Το ρεύμα I της πηγής ρεύματος διακλαδίζεται στον κόμβο b , πρώτον στο ρεύμα I_{ab2} , που αντιστοιχεί στον παράλληλο κλάδο με αντίσταση $R_{1eq} = R_3 + R_1 // R_2 = 10 + (3 // 6) = 10 + 2 = 12\Omega$, και δεύτερον στο ρεύμα I' , που αντιστοιχεί στον παράλληλο κλάδο με αντίσταση $R_{2eq} = R_5 + R_6 = 8 + 12 = 20 \Omega$.

Σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος θα ισχύει:

$$I_{ab2} = R_{2eq} \times I / (R_{2eq} + R_{1eq}) = 20 \times 12 / (20 + 12) = 240 / 32 \Rightarrow I_{ab2} = 7,50 A \text{ και}$$

$$I' = R_{1eq} \times I / (R_{1eq} + R_{2eq}) = 12 \times 12 / (20 + 12) = 144 / 32 = 4,50 A$$

$$V_{ab2} = I_{ab2} \times R_3 = 7,50 A \times 10 \Omega \Rightarrow V_{ab2} = 75 V$$

Το ρεύμα I_{ab2} διακλαδίζεται στον κόμβο a επάνω στην αντίσταση R_1 και στην R_2 .

$$\text{Έτσι, } I_{x2} = R_1 \times I_{ab2} / (R_1 + R_2) = 3 \times 7,50 / (3 + 6) \Rightarrow I_{x2} = 2,50 A$$

Συνολικά από (1) και (2) προκύπτει:

$$\alpha) I_x = I_{x1} - I_{x2} = 7,50 A - 2,50 A \Rightarrow I_x = 5 A$$

$$\beta) V_{ab} = V_{ab1} + V_{ab2} = 15 V + 75 V \Rightarrow V_{ab} = 90 V$$

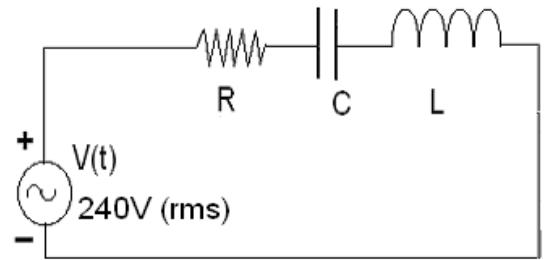
$$\gamma) \text{ Για να μηδενιστεί η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση } R_6 \text{ θα πρέπει να ισχύει :}$$

$$I' = I_{ab1} = 1,5A . \text{ Όμως } I' = R_{1eq} \times I / (R_{1eq} + R_{2eq}) = 12 \times I / (12 + 20) = 1,50 A$$

$$\Rightarrow I = 1,50 \times (12 + 20) / 12 = 1,50 \times 32 / 12 \Rightarrow I = 4 A .$$

ΘΕΜΑ 2^ο: (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με συνδεσμολογία σειράς που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης ημιτονοειδούς μορφής 240V (rms), μεταβλητής συχνότητας. Στη συχνότητα των 60 Hz παρατηρείται η μέγιστη τιμή του ρεύματος του κυκλώματος που είναι 3 A. Να προσδιοριστούν:



- α) Η φαινόμενη, η πραγματική και η άεργος ισχύς, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και ο συντελεστής ισχύος της πηγής στην περίπτωση αυτή.
β) Αν η συχνότητα της πηγής γίνει 50 Hz, το ρεύμα του κυκλώματος γίνεται 1,92 A. Να υπολογιστούν η φαινόμενη, η πραγματική και η άεργος ισχύς του κυκλώματος, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και ο συντελεστής ισχύος της πηγής στην περίπτωση αυτή.
γ) Ποια τα στοιχεία R, L και C του κυκλώματος; δ) Να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων για τις δύο πιο πάνω περιπτώσεις α) και β).

Λύση

- α) Στη μέγιστη τιμή του ρεύματος η εμπέδηση είναι ελάχιστη και υπάρχει συντονισμός.

$$\text{Δηλαδή στην περίπτωση αυτή ισχύει } X_L = X_C \Rightarrow 2 \pi f L = 1 / 2 \pi f C$$

$$\text{Φαινόμενη ισχύς } S = V \times I = 240 \text{ V} \times 3 \text{ A} = 720 \text{ VA}$$

$$\text{Πραγματική ισχύς } P = S = 720 \text{ W} \text{ ενώ η Άεργος ισχύς είναι } Q = 0 \text{ VAR}$$

$$\text{Η συνολική εμπέδηση είναι } Z = R = V / I = 240 \text{ V} / 3 \text{ A} = 80 \Omega$$

$$\text{ενώ ο συντελεστής ισχύος είναι μονάδα. } \cos \varphi = P / S = R / Z = 1$$

- β) Αντίστοιχα με την προηγούμενη περίπτωση

$$\text{Φαινόμενη ισχύς } S = V \times I = 240 \text{ V} \times 1,92 \text{ A} = 460,80 \text{ VA}$$

$$\text{Πραγματική ισχύς } P = I^2 \times R = 1,92^2 \times 80 = 294,912 \text{ W}$$

$$\text{Άεργος ισχύς } Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{460,80^2 - 294,912^2} = 354,06 \text{ VAR}$$

$$\text{Η συνολική εμπέδηση είναι } Z = V / I = 240 \text{ V} / 1,92 \text{ A} = 125 \Omega$$

$$\text{ενώ ο συντελεστής ισχύος είναι } \cos \varphi = P / S = R / Z = 80 / 125 = 0,64$$

Επειδή ισχύει $X_L = 2 \pi f L$ και $X_C = 1 / 2 \pi f C$ η μείωση της συχνότητας προκαλεί μείωση της επαγωγικής αντίδρασης X_L και αύξηση της χωρητικής αντίδρασης X_C με αποτέλεσμα να ισχύει $X_L < X_C$ και επομένως ο συντελεστής ισχύος στην περίπτωση αυτή έχει χαρακτήρα χωρητικό.

- γ) Από το ερώτημα (α) έχει εξαχθεί $R = 80 \Omega$

Στην περίπτωση του συντονισμού για συχνότητα $f = 60 \text{ Hz}$ ισχύει

$$X_L = X_C \Rightarrow 2 \pi f L = 1 / 2 \pi f C \Rightarrow 1 / C = 4 \pi^2 f^2 L = 4 \pi^2 60^2 L$$

$$\Rightarrow 1 / C = 14.400 \pi^2 L \quad (1)$$

Στην περίπτωση όπου η συχνότητα είναι $f = 50 \text{ Hz}$ ισχύει $X_C > X_L$ και

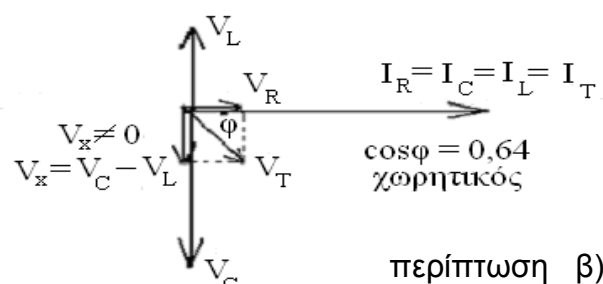
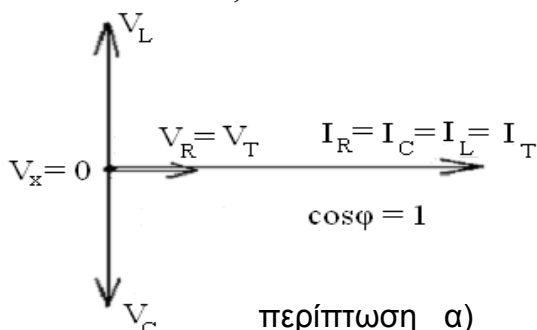
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \Rightarrow X_C - X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{125^2 - 80^2} = 96 \Omega$$

Έτσι $1 / 2 \pi f C - 2 \pi f L = 96$ (2) και με αντικατάσταση της (1) προκύπτει :

$$14.400 \pi^2 L / 2 \pi 50 - 2 \pi 50 L = 96 \Rightarrow 144 \pi L - 100 \pi L = 96 \Rightarrow 44 \pi L = 96$$

$$L = 96 / 44 \pi = 0,695 \text{ H} \text{ και από την (1) } C = 1 / 14.400 \pi^2 0,695 = 10,124 \mu\text{F}$$

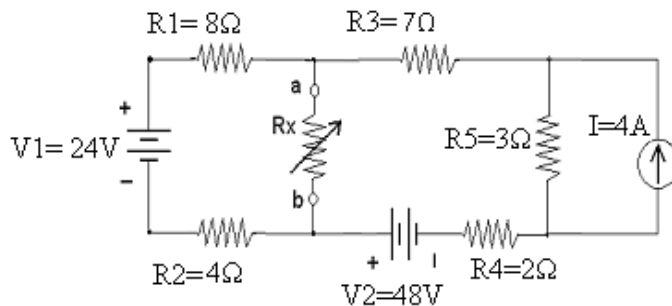
- δ)



ΘΕΜΑ 3^ο: (Μονάδες 2.50).

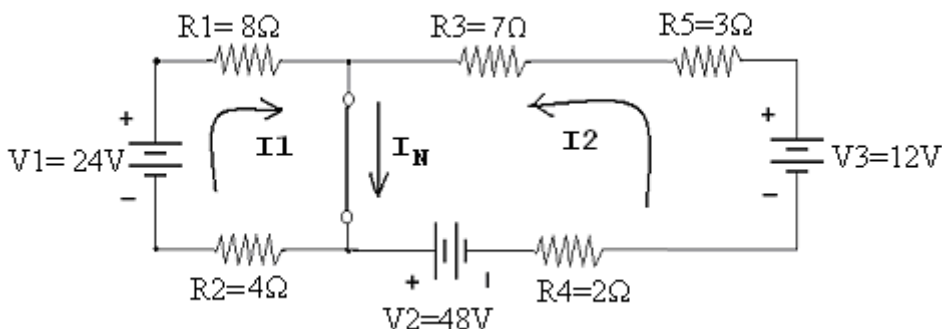
Για το κύκλωμα που δίνεται

- α) Να προσδιοριστεί το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton ανάμεσα στα σημεία a και b.
 β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



Λύση

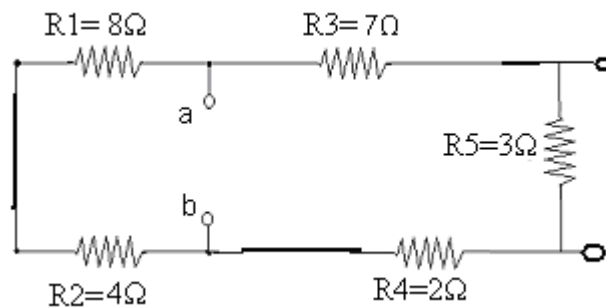
- α) Η πηγή ρεύματος αντικαθίσταται με πηγή τάσης $V_3 = I \times R = 4 \text{ A} \times 3 \Omega = 12 \text{ V}$. Η αντίσταση R_x απομακρύνεται και τα σημεία a και b βραχυκυκλώνονται. Έτσι προκύπτει το ακόλουθο κύκλωμα.



όπου , $I_1 = 24 / (8 + 4) = 24 / 12 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}$
 $I_2 = (12 - 48) / (7 + 3 + 2) = -36 / 12 \Rightarrow I_2 = -3 \text{ A}$
 και $I_N = I_1 + I_2 = 2 \text{ A} + (-3) \text{ A} = -1 \text{ A}$

Για τον υπολογισμό της R_N απομακρύνεται από το κύκλωμα η R_x και οι πηγές τάσης βραχυκυκλώνονται ενώ η πηγή ρεύματος ανοιχτοκυκλώνεται. Έτσι η αντίσταση ανάμεσα στα σημεία a και b είναι :

$$R_N = (8 + 4) // (7 + 3 + 2) = 12 // 12 = (12 \times 12) / (12 + 12) = 144 / 24 = 6 \Omega \Rightarrow R_N = 6 \Omega$$



- β) Για το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton ανάμεσα στα σημεία a και b που δίνεται δίπλα ισχύει : $I = I_N \times R_N / (R_N + R_x) = I_N / 2 = 1 \text{ A} / 2 \Rightarrow I = 0,5 \text{ A}$.

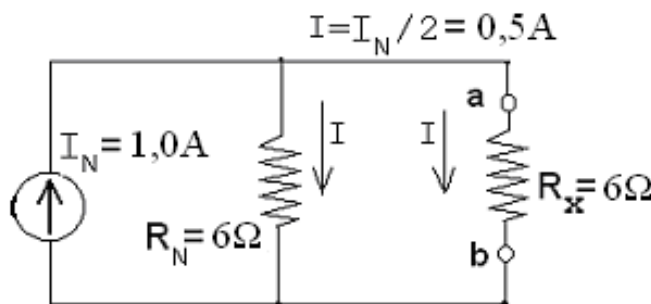
Για να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ η αντίσταση R_x πρέπει να είναι

$$R_x = R_N = 6 \Omega$$

και έτσι : $I = 1,0 \text{ A} / 2 = 0,5 \text{ A}$

ενώ η μέγιστη ισχύς επάνω στην αντίσταση R_x θα είναι :

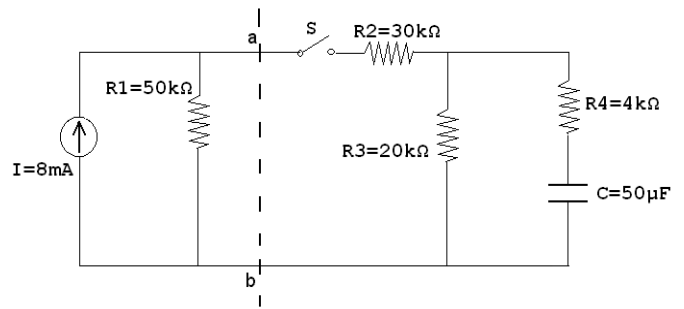
$$P = I^2 \times R_x = 0,5^2 \times 6 = 1,5 \text{ W}$$



ΘΕΜΑ 4^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$, κλείνει ο διακόπτης S.

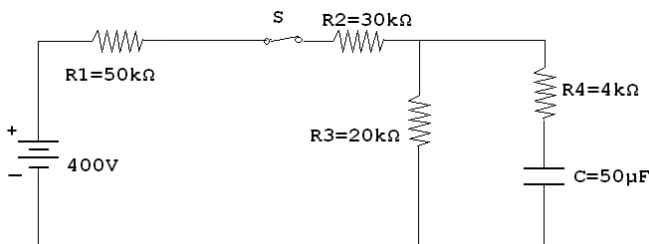
Να προσδιοριστούν α) η σταθερά χρόνου φόρτισης του πυκνωτή και η εξίσωση της τάσης $V_c(t)$ και του ρεύματος $I_c(t)$ στα άκρα του πυκνωτή. Ποιο το πλήρες φορτίο του πυκνωτή; β) Μετά την πλήρη φόρτιση του πυκνωτή βραχυκυκλώνεται η πηγή ρεύματος a-b όπως φαίνεται στο σχέδιο.



Να προσδιοριστούν η σταθερά χρόνου εκφόρτισης του πυκνωτή και η εξίσωση της τάσης $V'_c(t)$ και του ρεύματος $I'_c(t)$ στα άκρα του πυκνωτή για το νέο πλέον κύκλωμα.

Λύση

α) Η πηγή ρεύματος μετατρέπεται σε πηγή τάσης και προκύπτει το ακόλουθο κύκλωμα.



Η ισοδύναμη αντίσταση που βλέπει ο πυκνωτής στα άκρα του θα είναι:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_4 + [(R_1 + R_2) // R_3] = \\ &= 4 + [(50 + 30) // 20] = 4 + (80 // 20) = \\ &= 4 + (80 \times 20) / (80 + 20) = 4 + 1600 / 100 = \\ &= 4 + 16 \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 20 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Η σταθερά χρόνου φόρτισης του πυκνωτή θα είναι:

$$\tau = R_{eq} \times C = 20 \times 10^{-3} \Omega \times 50 \times 10^{-6} \text{ F} = 1,0 \text{ sec}$$

Για $t = 0$, ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και $V_c(t=0) = 0 \text{ V}$

Για $t = \infty$ ο πυκνωτής συμπεριφέρεται ως ανοικτό κύκλωμα και με εφαρμογή του τύπου του διαιρέτη τάσης προκύπτει ότι η μέγιστη τάση φόρτισης του πυκνωτή θα είναι: $V_c(t=\infty) = V \times R_3 / (R_1 + R_2 + R_3) = 400 \times 20 / (50 + 30 + 20) \Rightarrow V_c(t=\infty) = 80 \text{ V}$

Επομένως η εξίσωση της τάσης στα άκρα του πυκνωτή θα είναι:

$$V_c(t) = V_c(\infty) (1 - e^{-t/\tau}) \quad \Rightarrow \quad V_c(t) = 80 (1 - e^{-t}) \text{ V}$$

Η αντίστοιχη εξίσωση του ρεύματος του πυκνωτή $I_c(t)$ θα είναι:

$$I_c(t) = [V_c(\infty) / R_{eq}] \times e^{-t/\tau} = [80 \text{ V} / 20 \text{ k}\Omega] \times e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad I_c(t) = 4 e^{-t} \text{ mA}$$

Το πλήρες φορτίο του πυκνωτή για $t = \infty$ θα είναι

$$q = C \times V_c(t = \infty) = 50 \times 10^{-6} \text{ F} \times 80 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad q = 4 \text{ mCb}$$

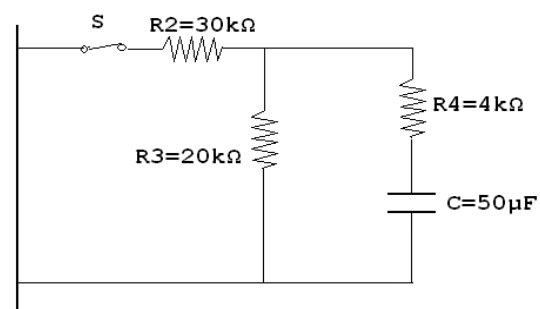
β) Μετά την βραχυκύκλωση της πηγής ρεύματος ο πλήρως φορτισμένος πυκνωτής συμπεριφέρεται ως πηγή τάσης και το κύκλωμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο.

Η νέα ισοδύναμη αντίσταση που βλέπει ο πυκνωτής στα άκρα του θα είναι:

$$\begin{aligned} R'_{eq} &= R_4 + (R_2 // R_3) = 4 + (30 // 20) = \\ &= 4 + (30 \times 20) / (30 + 20) = 4 \times 600 / 50 = \\ &= 4 + 12 \quad \Rightarrow \quad R'_{eq} = 16 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Η σταθερά χρόνου εκφόρτισης του πυκνωτή θα είναι:

$$\tau' = R'_{eq} \times C = 16 \times 10^{-3} \Omega \times 50 \times 10^{-6} \text{ F} = 0,8 \text{ sec}$$



Οι αντίστοιχες εξισώσεις τάσης και ρεύματος στα άκρα του πυκνωτή θα είναι:

$$V'_c(t) = V_c(\infty) e^{-t/\tau'} \quad \Rightarrow \quad V'_c(t) = 80 e^{-t/0,80} \text{ V}$$

και

$$I_c(t) = -[V_c(\infty) / R'_{eq}] \times e^{-t/\tau'} = -[80 \text{ V} / 16 \text{ k}\Omega] \times e^{-t/\tau'} \quad \Rightarrow \quad I_c(t) = -5 e^{-t/0,80} \text{ mA}$$