

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: **ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ**

4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ

Επίκουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.

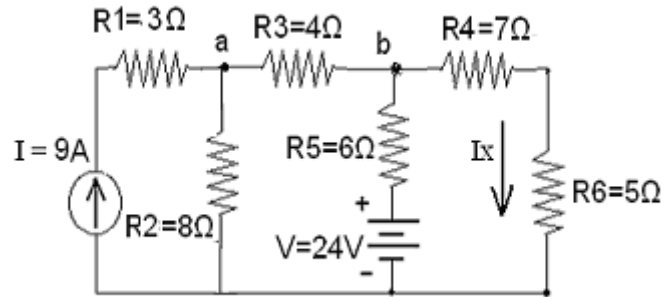
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : **2 ½ ΩΡΕΣ .**

ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΑΠΟΧΩΡΗΣΗ ΤΑ ΠΡΩΤΑ 30 ΛΕΠΤΑ.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Α.Μ.

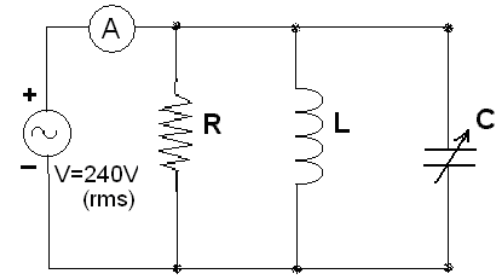
ΘΕΜΑ 1^ο : (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή του Θεωρήματος της υπέρθεσης να υπολογιστεί :
 α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_6 = 5\Omega$
 β) η πτώση τάσεως V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_3 = 4\Omega$ και γ) ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής ρεύματος έτσι ώστε να μηδενιστεί η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R_5 = 6\Omega$;



ΘΕΜΑ 2^ο : (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με παράλληλη συνδεσμολογία που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή τάσης ημιτονοειδούς μορφής $240V(rms)$, 50 Hz . Το αμπερόμετρο καταγράφει την μικρότερη ένδειξη $4A$, όταν ρυθμιστεί η χωρητικότητα του μεταβλητού πυκνωτή στα $20\mu F$. Να προσδιοριστούν:



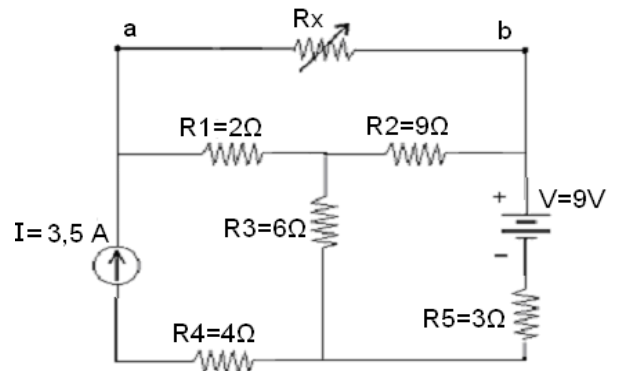
α) Η ωμική αντίσταση R , η εμπέδηση, η επαγωγή L του πηνίου, τα ρεύματα σε κάθε κλάδο, ο Σ.Ι., η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος.

β) Σε ποια χωρητικότητα πρέπει να ρυθμιστεί ο μεταβλητός πυκνωτής για να επιτευχθεί Σ.Ι. της πηγής $0,80$ χωρητικός; Πως διαμορφώνονται τα ρεύματα σε κάθε κλάδο, η εμπέδηση, η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος στην χωρητικότητα αυτή;

γ) Να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων και για τις δύο πιο πάνω χωρητικότητες του πυκνωτή.

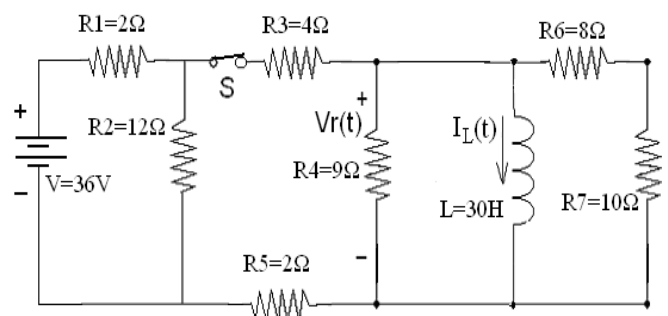
ΘΕΜΑ 3^ο : (Μονάδες 2.50).

Για το κύκλωμα που δίνεται α) Να προσδιοριστεί το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton ανάμεσα στα σημεία a και b . β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ της και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



ΘΕΜΑ 4^ο : (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται και αφού έχει σταθεροποιηθεί η τιμή του ρεύματος στο πηνίο, τη χρονική στιγμή $t=0$ ανοίγει ο διακόπτης S . Να προσδιοριστούν α) η σταθερά χρόνου εκφόρτισης του πηνίου, β) το ρεύμα $I_L(t)$ για $t > 0$ και γ) η τάση $V_{R4}(t)$ στα άκρα της αντίστασης R_4 για $t > 0$.



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ:

ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ:

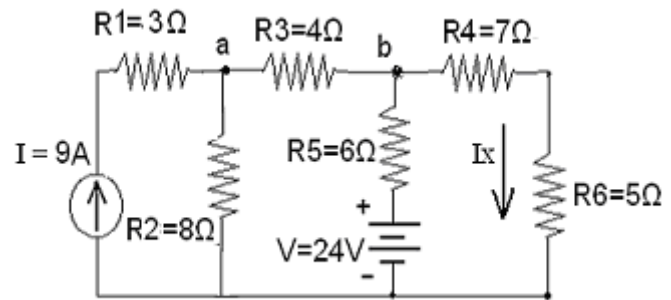
ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ : ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ Επικουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.

ΘΕΜΑ 1^ο: (Μονάδες 2.50).

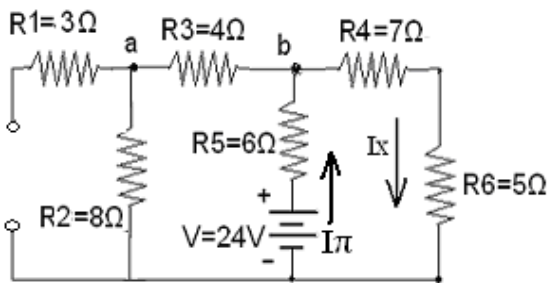
Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή του Θεωρήματος της υπέρθεσης να υπολογιστεί :
 α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_6 = 5\Omega$
 β) η πτώση τάσεως V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_3 = 4\Omega$ και γ) ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής ρεύματος έτσι ώστε να μηδενιστεί η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R_5 = 6\Omega$;



Λύση

Εφαρμόζεται το Θεώρημα της υπέρθεσης

1) Μόνο με την πηγή τάσης V (ανοιχτοκυκλώνεται η πηγή ρεύματος)



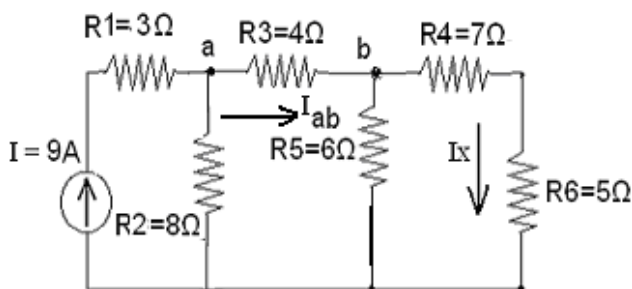
Η ισοδύναμη αντίσταση που βλέπει η πηγή είναι :
 $Req = R_5 + [(R_3 + R_2) // (R_4 + R_6)] =$
 $= 6 + [(4 + 8) // (7 + 5)] = 6 + [12 // 12] = 6 + 6$
 $\Rightarrow Req = 12 \Omega$

και το ρεύμα I_π της πηγής είναι :
 $I_\pi = V / Req = 24 V / 12 \Omega \Rightarrow I_\pi = 2 A$
 Το ρεύμα της πηγής διακλαδίζεται στον κόμβο b επάνω στις αντιστάσεις $R_3+R_2 = 4 + 8 = 12 \Omega$ και επάνω στις αντιστάσεις $R_4+R_6 = 7 + 5 = 12 \Omega$

Η αντίσταση R_1 δεν διαρρέεται από ρεύμα και έτσι $I_{x1} = I_\pi / 2 = 1 A$
 ενώ $V_{ab1} = (I_\pi / 2) \times R_3 = 1 A \times 4 \Omega \Rightarrow V_{ab1} = -4 V$

Το αρνητικό πρόσημο ισχύει επειδή η πολικότητα της τάσεως V_{ab1} είναι από το σημείο b προς το σημείο a .

2) Μόνο με την πηγή ρεύματος I (βραχυκυκλώνεται η πηγή τάσης)



Το ρεύμα των $9 A$ διακλαδίζεται στον κόμβο a επάνω στην αντίσταση $R_2 = 8\Omega$ και στον κλάδο με ισοδύναμη αντίσταση R'_{eq} όπου
 $R'_{eq} = R_3 + [R_5 // (R_4 + R_6)] = 4 + [6 // (7 + 5)] =$
 $= 4 + [6 // 12] = 4 + (6 \times 12) / (6 + 12) = 4 + 4$
 $\Rightarrow R'_{eq} = 8 \Omega$

Έτσι $I_{ab} = I / 2 = 4,5 A$
 Το ρεύμα I_{ab} διακλαδίζεται στον κόμβο b επάνω στις αντιστάσεις $R_5 = 6\Omega$ και στις αντιστάσεις $(R_4+R_6) = (7+5) = 12 \Omega$.

Σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος $I_{x2} = R_5 \times I_{ab} / (R_5+R_4+R_6) = 6 \times 4,5 / (6 + 12)$
 $\Rightarrow I_{x2} = 1,5 A$

ενώ $V_{ab2} = I_{ab} \times R_3 = 4,5 A \times 4 \Omega \Rightarrow V_{ab2} = 18 V$

Έτσι α) $I_x = I_{x1} + I_{x2} = 1 A + 1,5 A \Rightarrow I_x = 2,5 A$

β) $V_{ab} = V_{ab1} + V_{ab2} = -4 V + 18 V \Rightarrow V_{ab} = 14 V$

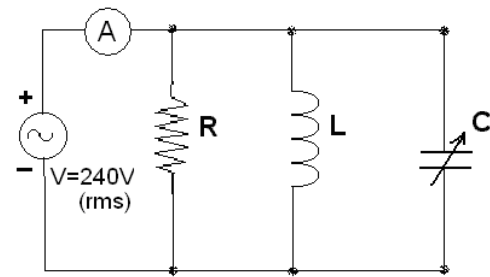
γ) Για να είναι η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R_5 = 6\Omega$ μηδενική θα πρέπει το συνολικό ρεύμα να είναι μηδέν. Επομένως θα πρέπει το ρεύμα που διαρρέει την R_5 μόνο με την πηγή ρεύματος να είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει την ίδια αντίσταση μόνο με την πηγή τάσης.

Έτσι θα ισχύει $(R_4+R_6) \times I_{ab} / (R_5+R_4+R_6) = I_\pi \Rightarrow 12 \times I_{ab} / 18 = 2$

και επειδή $I_{ab} = I / 2 \Rightarrow 12 \times I / (2 \times 18) = 2 \Rightarrow I = 6 A$

ΘΕΜΑ 2^ο: (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με παράλληλη συνδεσμολογία που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή τάσης ημιτονοειδούς μορφής 240V(rms), 50 Hz. Το αμπερόμετρο καταγράφει την μικρότερη ένδειξη 4A, όταν ρυθμιστεί η χωρητικότητα του μεταβλητού πυκνωτή στα 20 μF. Να προσδιοριστούν:



α) Η ωμική αντίσταση R, η εμπέδηση, η επαγωγή L του πηνίου, τα ρεύματα σε κάθε κλάδο, ο Σ.Ι., η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος.

β) Σε ποια χωρητικότητα πρέπει να ρυθμιστεί ο μεταβλητός πυκνωτής για να επιτευχθεί Σ.Ι. της πηγής 0,80 χωρητικός; Πως διαμορφώνονται τα ρεύματα σε κάθε κλάδο, η εμπέδηση, η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος στην χωρητικότητα αυτή;

γ) Να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων και για τις δύο πιο πάνω χωρητικότητες του πυκνωτή.

Λύση

α) Για χωρητικότητα στα 20 μF επειδή η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι η μικρότερη υπάρχει συντονισμός στην συχνότητα των 50 Hz και έτσι ισχύει: $X_L = X_C$
 $\Rightarrow 2 \pi f L = 1 / 2 \pi f C$ και $L = 1 / 4 \pi^2 f^2 C \Rightarrow L = 1 / [4 \times (3,14 \times 50)^2 \times 20 \times 10^{-6}] = 0,507 \text{ H}$

Για το συνολικό ρεύμα της πηγής θα ισχύει :

$I_T = V / Z_{ολ} = 4 \text{ A}$ και η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι :

$Z_{ολ} = R = V / I = 240 \text{ V} / 4 \text{ A} = 60 \Omega$ και $\cos \varphi = 1$ περίπτωση συντονισμού

Οι άεργες χωρητικές και επαγωγικές αντιστάσεις θα έχουν ίδια τιμή και θα είναι :

$X_L = X_C = 2 \pi f L = 1 / 2 \pi f C = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,507 = 1 / 2 \times 3,14 \times 50 \times 20 \times 10^{-6} = 159 \Omega$

Τα ρεύματα που αντιστοιχούν σε κάθε κλάδο θα είναι :

$I_R = V / R = 240 \text{ V} / 60 \Omega$, $I_L = V / X_L = 240 \text{ V} / 159 \Omega$, $I_C = V / X_C = 240 \text{ V} / 159 \Omega$

$\Rightarrow I_R = I_T = 4 \text{ A} \angle 0^\circ$, $I_L = 1,51 \text{ A} \angle -90^\circ$, $I_C = 1,51 \text{ A} \angle +90^\circ$

και η φαινόμενη, η ενεργός και άεργος ισχύς της πηγής θα είναι αντίστοιχα:

$S = V I = 240 \times 4 = 960 \text{ VA}$, $S = P = I^2 R = 4^2 \times 60 = 960 \text{ W}$, $Q = 0 \text{ VAR}$

β) Για συντελεστή ισχύος της πηγής 0,80 χωρητικό θα ισχύει : $\cos \varphi = I_R / I_T = 0,80$

ενώ για να είναι χωρητικός θα πρέπει να ισχύει $I_C > I_L$.

έτσι το συνολικό ρεύμα της πηγής και η εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι αντίστοιχα:

$I_T = I_R / 0,80 = 4 / 0,80 = 5 \text{ A}$, $Z = V / I_T = 240 \text{ V} / 5 \text{ A} \Rightarrow Z = 48 \Omega$

ενώ $I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \Rightarrow |I_C - I_L| = \sqrt{I_T^2 - I_R^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ A}$

έτσι τα ρεύματα στους τρεις παράλληλους κλάδους θα είναι αντίστοιχα:

$I_R = V / R = 240 \text{ V} / 60 \Omega$, $I_L = V / X_L = 240 \text{ V} / 159 \Omega$, $I_C = V / X_C = 240 \text{ V} / X_C = I_X + I_L$

$\Rightarrow I_R = 4 \text{ A} \angle 0^\circ$, $I_L = 1,51 \text{ A} \angle -90^\circ$, $I_C = 3 + 1,51 = 4,51 \text{ A} \angle +90^\circ$

Επομένως $X_C = V / I_C = 240 / 4,51 = 53,215 \Omega$ και επειδή

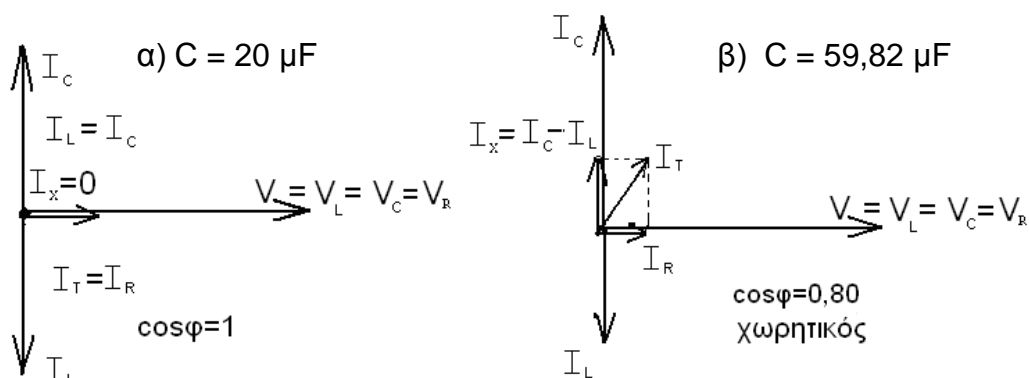
$X_C = 1 / 2 \pi f C \Rightarrow C = 1 / 2 \pi f X_C = 1 / (2 \times 3,14 \times 50 \times 53,215) \Rightarrow C = 59,82 \mu\text{F}$

Η φαινόμενη, η ενεργός και η άεργος ισχύς του κυκλώματος θα είναι αντίστοιχα :

$S = V \times I_T = 240 \text{ V} \times 5 \text{ A} = 1.200 \text{ VA}$, $P = V \times I_R = 240 \text{ V} \times 4 \text{ A}$ ή $P = S \cos \varphi = 960 \text{ W}$,

$Q = V \times I_X = 240 \text{ V} \times 3 \text{ A}$ ή $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 720 \text{ VAR}$

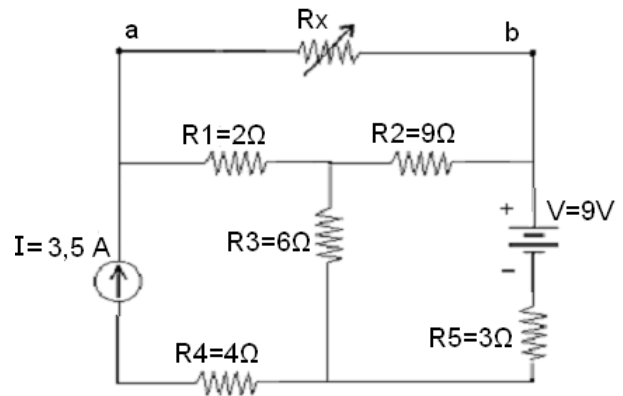
γ)



ΘΕΜΑ 3^ο: (Μονάδες 2.50).

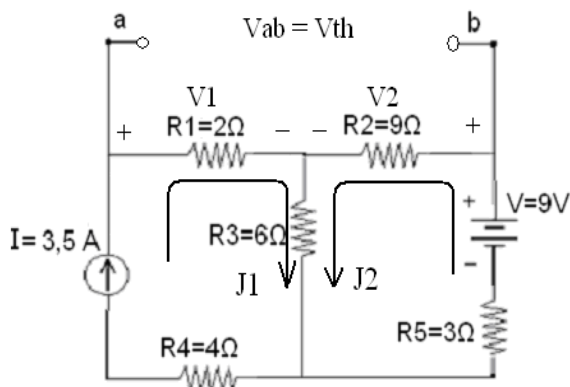
Για το κύκλωμα που δίνεται α) Να προσδιοριστεί το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton ανάμεσα στα σημεία a και b. β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ της και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.

Λύση



α) Αντί για το ισοδύναμο κατά Norton θα υπολογιστεί πρώτα το αντίστοιχο ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin και μετά θα αντικατασταθεί .

Για τον υπολογισμό της τάσης Thevenin ανάμεσα στα σημεία a και b απομακρύνεται η αντίσταση R_x και έτσι στο ακόλουθο κύκλωμα που προκύπτει ισχύει : $V_{th} = V_{ab} = V_1 - V_2$



Στο κύκλωμα αυτό με εφαρμογή της μεθόδου των βρόχων λαμβάνονται οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$J_1 = 3,5 \text{ A} \quad (1)$$

$$-V + R_2 \times J_2 + R_3 \times (J_1 + J_2) + R_5 \times J_2 = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow J_1 \times R_3 + (R_2 + R_3 + R_5) \times J_2 = V$$

Με αντικατάσταση από την εξίσωση (1) του πρώτου βρόχου προκύπτει :

$$3,5 \times 6 + (9 + 6 + 3) \times J_2 = 9$$

$$\Rightarrow 18 \times J_2 = 9 - 21 \Rightarrow J_2 = -12/18 = -0,666 \text{ A}$$

Επομένως $V_1 = J_1 \times R_1 = 3,50 \text{ A} \times 2 \Omega = 7 \text{ V}$

και $V_2 = J_2 \times R_2 = -12/18 \text{ A} \times 9 \Omega = -6 \text{ V}$

$$7 \text{ V} - (-6 \text{ V}) \Rightarrow V_{th} = 13 \text{ V}$$

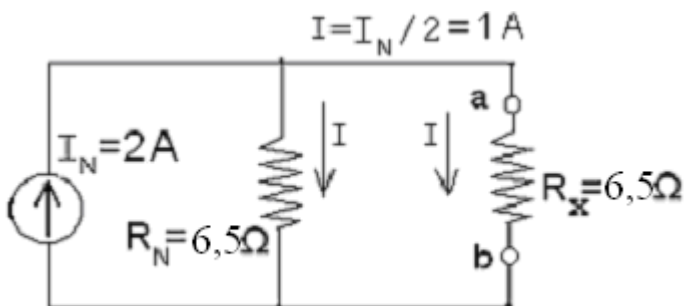
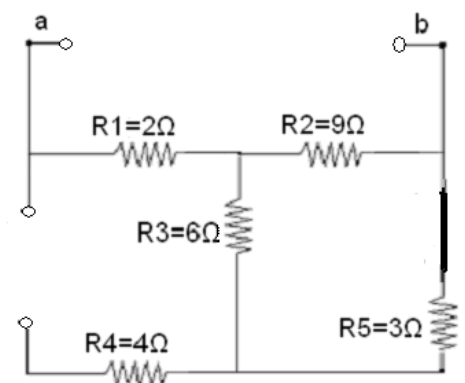
$$V_{th} = V_1 - V_2 =$$

Για τον υπολογισμό της R_{th} ή αντίστοιχα της R_n απομακρύνεται η αντίσταση R_x , βραχυκυκλώνεται η πηγή τάσης και ανοιχτοκυκλώνεται η πηγή ρεύματος. Έτσι προκύπτει ο ακόλουθος συνδυασμός αντιστάσεων ανάμεσα στα σημεία a και b.

$$R_{th} = R_n = R_1 + [(R_2 // (R_3 + R_5))] =$$

$$= 2 + [(9 // (6 + 3))] = 2 + (9 // 9) =$$

$$= 2 + (9 \times 9) / (9 + 9) = 2 + 4,5 \Rightarrow R_{th} = R_n = 6,5 \Omega$$



και έτσι προκύπτει $I_n = V_{th} / R_{th} = 13 \text{ V} / 6,5 \Omega$

$$\Rightarrow I_n = 2 \text{ A}$$

β) Έτσι το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton δίνεται στο διπλανό σχήμα :

Για να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ η αντίσταση R_x θα πρέπει να είναι $R_x = R_n = 6,5 \Omega$

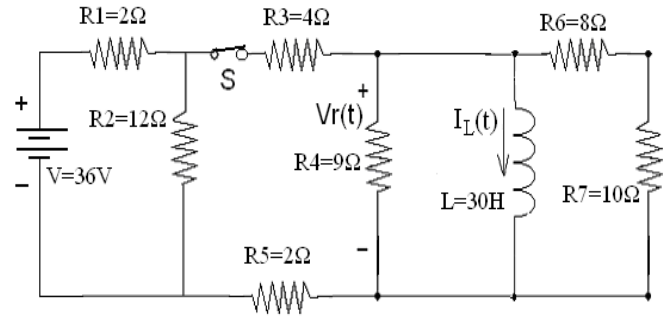
έτσι θα ισχύει : $I = I_n \times R_n / (R_n + R_x) =$

$$= I_n \times 6,5 / (6,5 + 6,5) = I_n / 2 = 2 \text{ A} / 2 \Rightarrow I = 1 \text{ A}$$

και η ισχύς αυτή θα είναι : $P = I^2 \times R_x = 1^2 \times 6,5 = 6,50 \text{ W}$

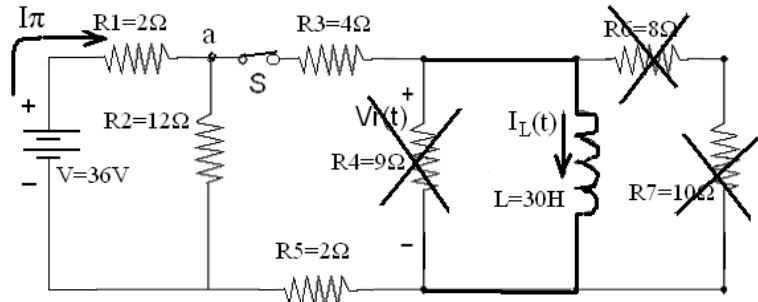
ΘΕΜΑ 4^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται και αφού έχει σταθεροποιηθεί η τιμή του ρεύματος στο πηνίο, τη χρονική στιγμή $t=0$ ανοίγει ο διακόπτης S . Να προσδιοριστούν α) η σταθερά χρόνου εκφόρτισης του πηνίου, β) το ρεύμα $I_L(t)$ για $t > 0$ και γ) η τάση $V_{R4}(t)$ στα άκρα της αντίστασης $R4$ για $t > 0$.



Λύση

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ και πριν ανοίξει ο διακόπτης S το πηνίο συμπεριφέρεται ως βραχυκύκλωμα και διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα του. Οι αντιστάσεις $R4 = 9\Omega$ στον έναν παράλληλο κλάδο και $R6 = 8\Omega$ σε σειρά με την $R7 = 10\Omega$ δεν διαρρέονται από ρεύμα γιατί είναι βραχυκυκλωμένες.



Έτσι ισχύει το διπλανό σχήμα και η πηγή «βλέπει» την ισοδύναμη αντίσταση Req (πηγής).

$$Req \text{ (πηγής)} = R1 + [(R3 + R5) // R2] = 2 + [(4 + 2) // 12] =$$

$$2 + (6 // 12) = 2 + (6 \times 12) / (6 + 12) = 2 + 72 / 18 = 2 + 4 \Rightarrow Req \text{ (πηγής)} = 6 \Omega.$$

Το ρεύμα που δίνει η πηγή για $t=0$ και πριν ανοίξει ο διακόπτης S θα είναι :

$$I\pi = V / Req = 36 \text{ V} / 6 \Omega = 6 \text{ A}.$$

Το ρεύμα της πηγής διακλαδίζεται στον κόμβο a επάνω στην αντίσταση $R2=12\Omega$ και στον άλλο παράλληλο κλάδο που περιλαμβάνει τις αντιστάσεις $R3=4\Omega$ σε σειρά με την αντίσταση $R5=2\Omega$ και επειδή το πηνίο είναι βραχυκύκλωμα το ρεύμα που περνά από το πηνίο είναι αυτό που περνά από τον κλάδο των αντιστάσεων $(R3+R5)$.

Σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος θα ισχύει :

$$I_L(t=0) = I\pi \times R2 / (R2 + R3 + R5) = 6 \times 12 / (12 + 4 + 2) = 6 \times 12 / 18 = 4 \text{ A}$$

Όταν ανοίξει ο διακόπτης S τη χρονική στιγμή $t=0$ το ρεύμα του πηνίου από την μέγιστη αυτή τιμή των 4A θα αρχίσει να μειώνεται εκθετικά μέχρι να μηδενιστεί.

$$I_L(t=\infty) = 0 \text{ A}$$

α) Η ισοδύναμη αντίσταση στα άκρα του πηνίου μέσω της οποίας εκφορτίζεται μετά το άνοιγμα του διακόπτη S θα είναι όπως φαίνεται στο διπλανό κύκλωμα :

$$Req = (R6 + R7) // R4 = (10 + 8) // 9 = 18 // 9 = (18 \times 9) / (18 + 9) = 6 \Omega$$

$$\text{και η σταθερά χρόνου του πηνίου θα είναι } \tau = L / Req = 30 \text{ H} / 6 \Omega = 5 \text{ sec}.$$

β) έτσι η εξίσωση του ρεύματος του πηνίου για $t > 0$ θα δίνεται από την σχέση :

$$I_L(t > 0) = I_L(t=0) e^{-t/\tau} \Rightarrow I_L(t > 0) = 4 e^{-t/5} \text{ A}.$$

γ) Το ρεύμα του πηνίου μοιράζεται στους δύο παράλληλους κλάδους i) στον κλάδο με την αντίσταση $R4=9\Omega$ και ii) στον κλάδο με τις αντιστάσεις $(R6 + R7) = 18\Omega$.

Το ρεύμα $I_r(t)$ επάνω στην αντίσταση $R4$ δίνεται σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος ως $I_r(t) = I_L(t) \times 18 / (18 + 9) = (4 \times 18/27) e^{-t/5} \text{ A} = 2,667 e^{-t/5} \text{ A}.$

και έτσι η τάση $V_r(t)$ στα άκρα της αντίστασης θα δίνεται ως

$$V_r(t) = I_r(t) \times R4 = 2,667 e^{-t/5} \text{ A} \times 9 \Omega \Rightarrow V_r(t) = 24 e^{-t/5} \text{ V}$$

