κεφ 13

Άσκηση 13-1

συνάρτηση μεταφοράς $\dfrac{K_c \cdot \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)}}{1+K_c \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)} \cdot \frac{1}{\frac{1}{3}s+1}}$

χαρακτηριστική εξίσωση $1+\dfrac{K_c}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)(\frac{1}{3}s+1)}=0$

$$\Rightarrow 1+\frac{2\cdot 3K_c}{(s+1)(s+2)(s+3)}=0 \Rightarrow (s+1)(s+2)(s+3)+6K_c=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (s^2+3s+2)(s+3)+6K_c=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s^3+3s^2+2s+3s^2+9s+6+6K_c=0$$

$$\Rightarrow s^3+6s^2+11s+6+6K_c=0$$

Γραμμή	
1	$1 \quad 11$
2	$6 \quad 6+6K_c$
3	$\dfrac{6\cdot 11-(6+6K_c)}{6}=\dfrac{60-6K_c}{6}=\dfrac{6(10-K_c)}{6}=10-K_c$
3+1 = 4	$\dfrac{(10-K_c)(6+6K_c)}{10-K_c}=6+6K_c=6(1+K_c)$

Για να 'ναι όλοι οι συντελεστές της πρώτης στήλης θετικοί

πρέπει $10-K_c>0 \Rightarrow K_c<10$

Άρα ευσταθές μόνο για $K_c=9.5$

13-2

χαρακτηριστική εξίσωση $1 + K_c(1+3/s)\cdot 1{.}2 \cdot \frac{1}{0.2s^2+0.4s+1} = 0$

$\Rightarrow 0.2s^2+0.4s+1 + 2K_c(1+3/s) = 0$

$\Rightarrow 0.2s^3+0.4s^2+s + 2K_c\cdot s + 6K_c = 0$

$\Rightarrow 0.2s^3+0.4s^2 + (2K_c+1)s + 6K_c = 0$

Για $K_c = 2$

$0.2s^3+0.4s^2+5s+12=0$

Γραμμή		
1	0.2	5
2	0.4	12
3	(-1)*	..
3+1=4	(12)**	

$* \ \frac{0.4\cdot 5 - 0.2\cdot 12}{0{,}4} = \frac{2-2{,}4}{0.4} = \frac{-0.4}{0.4} = -1 < 0$

$** \ \frac{-1\cdot 12 - 0.4\cdot 0}{(-1)} = 12$

Στην 3η γραμμή ο συντελεστής είναι αρνητικός ⇒ άρα ασταθές σύστημα με 2 θετικές ρίζες (2 εναλλαγές προσήμου)

SKAG

13-9

Χαρακτηριστική εξίσωση $1+K_c\frac{1}{(s+1)^3}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (s+1)^3+K_c=0 \Rightarrow s^3+3s^2+3s+1+K_c=0$

Γραμμή		
1	1	3
2	3	$1+K_c$
3	$\frac{8-K_c}{3}$ *	
4	$1+K_c$	

* $\frac{3\cdot 3-1(1+K_c)}{3}=\frac{9-1-K_c}{3}=\frac{8-K_c}{3}$

$\frac{(8-K_c)(1+K_c)/3}{(8-K_c)/3}=1+K_c$

Για να 'ναι όλα θετικά πρέπει $\frac{8-K_c}{3}>0 \Rightarrow 8-K_c>0 \Rightarrow K_c<8$

Αν ο P controller αντικατασταθεί από PD controller τότε αντί για K_c θα έχουμε $K_c(T_D\cdot s+1)$ όπου $K_c=10$

Άρα χαρακτηριστική εξίσωση $1+10(T_D\cdot s+1)\frac{1}{(s+1)^3}=0$

$\Rightarrow s^3+3s^2+3s+1+10T_Ds+10=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow s^3+3s^2+(3+10T_D)s+11=0$

Γραμμή		
1	1	$3+10T_D$
2	3	11
3	$\frac{-2+30T_D}{3}$ *	
4	11	

* $\frac{3\cdot(3+10T_D)-1\cdot 11}{3}=\frac{9+30T_D-11}{3}=\frac{-2+30T_D}{3}$

Για να 'ναι όλα θετικά πρέπει: $-2+30T_D>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_D>2/30 \Rightarrow T_D>0.067$

13-11

(a) $s^4+4s^3+6s^2+4s+(1+k)=0$

Γραμμές			
1	1	6	1+k
2	4	4	
3	5 (*)	1+k (**)	
4	$\frac{16-4k}{5}$ (*3)		
4+1=5	1+k		

(*) $\frac{4\cdot 6-1\cdot 4}{4}=\frac{20}{4}=5$

(**) $\frac{4(1+k)-0}{4}=1+k$

(*3) $\frac{5\cdot 4-4(1+k)}{5}=\frac{20-4-4k}{5}=\frac{16-4k}{5}$

Για ευστάθεια $16-4k>0 \Rightarrow 4k<16 \Rightarrow k<4$

SKAG