**Εξαγωγή των συναρτήσεων μεταφοράς της στάθμης στη 2η Δεξαμενή και της παροχής εξόδου από τη 2η Δεξαμενή ως προς την παροχή εισόδου στην 1η:**

$\frac{H2(s)}{Q(s)}$ και $\frac{Q2(s)}{Q(s)}$

**ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1:** $ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right) – q1\left(t\right) = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – q1s = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ (2)

ΑΦΑΙΡΩ (2) ΑΠΌ (1): $(q(t)-qs) – (q1(t)-q1s) = A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Q1(t) = q1(t) – q1s H1(t) = h1(t) – h1s

ΜΕ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΣΤΗΝ (3), ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ: $Q(t) – Q1(t) = A1\frac{dH1(t)}{dt}$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $Q\left(s\right)–Q1\left(s\right)= A1sH1\left(s\right)$ **(4)**

**ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞ. 2:** $ρ\*q1\left(t\right) – ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– q2\left(t\right) = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ (5)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – q2s = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ (6)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗN (6) ΑΠΌ ΤΗΝ (5): $(q1(t)-q1s) – (q2(t)-q2s) = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q2(t) = q2(t) – q2s ft3/min

ΜΕ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΣΤΗΝ (6), ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ: $Q1(t) – Q2(t) = A2\frac{dH2(t)}{dt}$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $Q1\left(s\right)–Q2\left(s\right)= A2sH2\left(s\right)$ **(7)**

**ΕΞΙΣΩΣΗ ΠΑΡΟΧΗΣ q1** $q1(t)=\frac{h1\left(t\right)-h2(t)}{R1}$ (8)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ $q1s=\frac{h1s-h2s}{R1}$ (9)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗN (9) ΑΠΌ ΤΗΝ (8)

KAI ΕΙΣΑΓΩ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: $q1\left(t\right)-q1s=\frac{\left(h1\left(t\right)-h1s\right)-(h2\left(t\right)- h2s)}{R1}$ ⬄ $Q1\left(t\right)=\frac{H1\left(t\right)-H2(t)}{R1}$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $Q1\left(s\right)=\frac{H1\left(s\right)-H2(s)}{R1} $ ⬄ $R1Q1\left(s\right)=H1\left(s\right)-H2(s)$ **(10)**

**ΕΞΙΣΩΣΗ ΠΑΡΟΧΗΣ q2** $q2(t)=\frac{h2(t)}{R2}$ (11)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ $q2s=\frac{h2s}{R2}$ (12)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗN (12) ΑΠΌ ΤΗΝ (11)

KAI ΕΙΣΑΓΩ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: $q2\left(t\right)-q2s=\frac{h2\left(t\right)}{R2}$ ⬄ $Q2\left(t\right)=\frac{H2(t)}{R2}$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $Q2\left(s\right)=\frac{H2(s)}{R2} $ ⬄ $R2Q2\left(s\right)=H2(s)$ **(13)**

ΟΠΟΤΕ ΕΧΩ: $Q\left(s\right)–Q1\left(s\right)= A1sH1\left(s\right)$**(Α)**

 $Q1\left(s\right)–Q2\left(s\right)= A2sH2\left(s\right)$ **(Β)**

$R1Q1\left(s\right)=H1\left(s\right)-H2(s)$ **(Γ)**

 $R2Q2\left(s\right)=H2(s)$ **(Δ)**

**Για να εξαχθεί η συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ των Η2 και Q, όλες οι άλλες μεταβλητές θα πρέπει να απαλειφθούν, λύνοντας το σύστημα. Απαλείφω τα Η1, Q1 και Q2, με αυτή τη σειρά, ξεκινώντας από τη συνάρτηση μεταφοράς της 1η1 Δεξαμενής**

**Αντικαθιστώ στην (Α) το Η1 από τη (Γ):**

Q – Q1 = A1s(R1Q1 + H2)

**Αντικαθιστώ το Q1 από τη συνάρτηση μεταφοράς της 2ης Δεξαμενής:**

⬄ Q – Q2 – A2sH2 = A1s(R1(Q2 + A2sH2) + H2) ⬄

**Αντικαθιστώ το Q2 από τη (Δ):**

⬄ $Q- \frac{H2}{R2}-A2sH2=A1s(R1\left(\frac{H2}{R2}+A2sH2\right)+H2)$

**Πολλαπλασιάζω με R2:**

⬄ R2Q – H2 – R2A2sH2 = A1R1sH2 +A1R1sA2R2sH2 +A1R2sH2

**Θέτω τ1 = R1A1 και τ2 = R2A1:**

⬄ QR2 = H2(1 + τ2sH2 + τ1s + τ1τ2s2 + A1R2s)

**Εξάγω τη συνάρτηση μεταφοράς της στάθμης στη 2η Δεξαμενή ως προς την παροχή εισόδου στην 1η:**

⬄ $\frac{H2}{Q}=\frac{R2}{τ1τ2s^{2} + \left(τ1 + τ2+A1R2\right)s +1 }$

**Εξάγω τη συνάρτηση μεταφοράς της παροχής εξόδου από τη 2η Δεξαμενή ως προς την παροχή εισόδου στην 1η:**

**Αντικαθιστώ το Η2 από τη (Δ):**

⬄ $\frac{Q2}{Q}=\frac{1}{τ1τ2s2 + \left(τ1 + τ2+A1R2\right)s +1 }$