

Σε χρόνο 0 η σε μόνιμη κατάσταση παροχή θερμότητας ws στην δεξαμενή μεταβάλλεται βηματικά σε w(t) kcal/min. Να υπολογιστεί η θερμοκρασια Τ2 στην έξοδο της 2ης δεξαμενής μετά από χρόνο t min. Δίνονται ρ = 1kg/lt, Cp = 1 kcal/kg.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| q | 25 | 20 | 10 | 5 | 10 | 25 | 25 | 20 | **10** | 5 | lt/min |
| θ | 30 | 40 | 50 | 50 | 40 | 30 | 40 | 50 | **40** | 40 | oC |
| V | 50 | 60 | 50 | 50 | 50 | 75 | 100 | 80 | **40** | 40 | lt |
| ws | 50 | 100 | 50 | 50 | 100 | 90 | 100 | 80 | **100** | 100 | Kcal/min |
| w(t) | 150 | 150 | 100 | 100 | 150 | 120 | 150 | 120 | **120** | 120 | Kcal/min |
| t | 15 | 10 | 12 | 15 | 10 | 12 | 10 | 15 | **12** | 10 | min |

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

**AM 8**

**ΒΗΜΑ 1. Βοηθητικοί υπολογισμοί στην αρχική μόνιμη κατάσταση.**

Η παροχή q (lt/min) είναι η ίδια και στην είσοδο και στην έξοδο και δεν μεταβάλλεται με το χρόνο, ούτε υφίσταται κάποια διαταραχή.

Ισοζύγιο ενέργειας στη μόνιμη κατάσταση q\*ρ\*Cp\*(θs-θref) + ws – q\*ρ\*Cp\*(θ1s-θref) = 0 ⬄

για τον υπολογισμό της θ1s ⬄ 10\*1\*1\*(40-θref) + 100 - 10\*1\*1\*( θ1s-θref) = 0 ⬄

⬄(40-θref) + 10 - ( θ1s-θref) = 0 ⬄ θ1s = 40+10 = 50 οC

Τους υπολογισμούς στην αρχική μόνιμη κατάσταση τους χρειαζόμαστε, για να εισάγουμε στη συνέχεια τις ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ.

**ΒΗΜΑ 2. Λύνουμε το κατάλληλο ισοζύγιο για να βρούμε τη διαφορική, που περιγράφει τη μετάβαση από την αρχική, στην τελική μόνιμη κατάσταση.**

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ:

**Αισθητή θερμότητα θερμότητα Αισθητή θερμότητα συσσώρευση**

**στην είσοδο από την στην έξοδο θερμότητας**

**αντίσταση**

**q\*ρ\*Cp\*(θ(t)-θref)** + w(t) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V1\*d(θ1(t)-θref)/dt ⬄

⬄10\*(θ(t)-θref) +w(t) – 10\*(θ1(t)-θref) = 40\*dθ1(t)/dt ⬄ **(θ(t)-θref) + 0,1w(t) – (θ1(t)-θref) = 4\*dθ1(t)/dt (1)**

(μονάδες συντελεστή ενίσχυσης 0,1 (ή αλλιώς μετατροπέα μονάδων): (lt/min)\*(kg/lt)\*(kcal/kgK)\*(K) = kcal/min

Άρα το 10 έχει μονάδες kcal/(min\*Κ) και το 1/10 = 0,1 έχει μονάδες min\*K/kcal)

**Οι μονάδες του συντελεστή ενίσχυσης είναι το πηλίκο των μονάδων της εξαρτημένης μεταβλητής** (της Y(t),δηλαδή εδώ της Τ1) , προς τις μονάδες της διαταραχής (της X(t), δηλαδή εδώ της w).

**ΒΗΜΑ 3. Εισαγωγή Μεταβλητών Απόκλισης**

Ισοζύγιο ενέργειας (η τελική του μορφή στην Εξίσωση 1) στη μόνιμη κατάσταση:

**(θs-θref) + 0,1ws – (θ1s-θref) = 4\*dθ1s/dt = 0 (2)**

Αφαιρούμε τη (2) από την (1):

**(θ(t)-θs) + 0,1(w(t)-ws) – (θ1(t)-θs) = 4\*d(θ1(t)-θ1s)/dt (3)**

(= 4\*d(θ1(t))/dt - 4\*d(θ1s)/dt = 4\*d(θ1(t))/dt – 0 = 4\*d(θ1(t))/dt )

Ορίζω μεταβλητές απόκλισης: Τ(t) = θ(t) – θs = θ(t) – 40 = 0 **οC**

Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 50 **οC**

W(t) = w(t) – ws = w(t) – 100 **kcal/min**

Αντικαθιστώ τις μεταβλητές απόκλισης στην (3):

**0,1W(t) – T1(t) + Τ(t) = 4\*dT1(t)/dt**

**ΒΗΜΑ 4. Μετασχηματισμός Laplace**

0,1W(s) – T1(s) = 4\*s\*T1(s) ⬄ 0,1W(s) = Τ1(s)(4s+1) ⬄ **T1(s)/W(s) = 0,1/(4s+1) (4)**

**Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου:** w(t) = 20 + ws ⬄ w(t) – ws = 20 ⬄ W(t) = 20 ⬄ **W(s) = 20/s**

Αντικαθιστώ το μετασχηματισμό laplace της διαταραχής εισόδου στην (4)

T1(s)/(20/s) = 0,1/(4s + 1) ⬄ T1(s) = 2/s(4s + 1)

**ΒΗΜΑ 5. Μερικά κλάσματα και HEAVISIDE**

T1 = 2/s(4s + 1) = A/s + B/(4s + 1)

A = 2/(4\*0+1) = 2/(1) = 2

B = 2/(-0,25) = -8

T1(s) = 2/s - 8/(4s+1)

**BHMA 6. Αντιστροφή Μετασχηματισμού Laplace**

T1(s) = 2/s - 8/(4s+1) ⬄ T1(s) = 2/s - 2/(s+0,25) ⬄ T1(t) = 2 - 2\*exp(-0,25\*t)

⬄ **T1(12)** = 1,90 ⬄ θ1(12) – θ1s = 1,90 ⬄ θ1(12) = θ1s + 1,90 = 50 + 1,90 = 51,90 oC

**AM 9**

Ισοζύγιο ενέργειας στη μόνιμη κατάσταση q\*ρ\*Cp\*(θs-θref) + ws – q\*ρ\*Cp\*(θ1s-θref) = 0 ⬄

για τον υπολογισμό της θ1s ⬄ 5\*1\*1\*(40-θref) + 100 - 5\*1\*1\*( θ1s-θref) = 0 ⬄

⬄(40-θref) + 20 - ( θ1s-θref) = 0 ⬄ θ1s = 40+20 = 60 οC

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ:

q\*ρ\*Cp\*(θ(t)-θref) + w(t) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V1\*d(θ1(t)-θref)/dt ⬄

⬄5\*(θ(t)-θref) +w(t) – 5\*(θ1(t)-θref) = 40\*dθ1(t)/dt ⬄ (θ(t)-θref) + 0,2w(t) – (θ1(t)-θref) = 8\*dθ1(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: (θs-θref) +0,2ws – (θ1s-θref) = 8\*dθ1s/dt = 0

μεταβλητές απόκλισης: Τ(t) = θ(t) – θs = θ(t) – 40 = 0 οC

Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 60 οC

W(t) = w(t) – ws = w(t) – 100 kcal/min

0,2W(t) – T1(t) = 8\*dT1(t)/dt ⬄ 0,2W(s) – T1(s) = 8\*s\*T1(s) ⬄ 0,2W = Τ1(8s+1) ⬄ T1/W = 0,2/(8s+1)

Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου: w(t) = 20 + ws ⬄ w(t) – ws = 20 ⬄ W(t) = 20 ⬄ W(s) = 20/s

T1 = 4/s(8s + 1) = A/s + B/(8s + 1)

A = 4/(8\*0+1) = 4/(1) = 4

B = 4/(-0,125) = -32

T1(s) = 4/s - 32/(8s+1) ⬄ T1(s) = 4/s - 4/(s+0,125) ⬄ T1(t) = 4 - 4\*exp(-0,125\*t)

⬄ T1(10) = 2,85 ⬄ θ1(10) = 60 + 2,85 = 62,85 oC

**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **AM** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **θ1s** | 32 | 45 | 55 | 60 | 50 | 33,6 | 44 | 54 | 50 | 60 |
| **transfer function T1/W = a/(bs+c)** | | | | | | | | | | | |
| **b** | 2 | 3 | 5 | 10 | 5 | 3 | 4 | 4 | 4 | 8 |
| **a** | 0,04 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |
| **c** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Laplace of inlet** | | | | | | | | | | | |
| **e** | 100 | 50 | 50 | 50 | 50 | 30 | 50 | 40 | 20 | 20 |
| **HEAVISIDE (A/s + B/(bs+c))** | | | | | | | | | | | |
| **A** | 4,00 | 2,50 | 5,00 | 10,00 | 5,00 | 1,20 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 4,00 |
| **B** | -8,00 | -7,50 | -25,00 | -100,00 | -25,00 | -3,60 | -8,00 | -8,00 | -8,00 | -32,00 |
| **T1(t)** | 4,00 | 2,41 | 4,55 | 7,77 | 4,32 | 1,18 | 1,84 | 1,95 | 1,90 | 2,85 |
| **θ1(t)** | 36,00 | 47,41 | 59,55 | 67,77 | 54,32 | 34,78 | 45,84 | 55,95 | 51,90 | 62,85 |