Σε χρόνο 0 η παροχή στην είσοδο της δεξαμενής αρχίζει να μεταβάλλεται γραμμικά με κλίση k (m3/min)/min. Να υπολογιστεί η στάθμη σε χρόνο t min.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| qin | **2** | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | m3/min |
| Ar | **1** | 2 | 1 | 1 | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 2 | m2 |
| R1 | **2** | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 0,5 | min/m2 |
| qc | **1** | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | m3/min |
| k | **1** | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 2 | m3/min2 |
| t | **2** | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 3 | 2 | 4 | min |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ: $\frac{Η}{Q}=\frac{kp}{τs+1}= \frac{KP}{s+CON} $

ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΕΙΣΟΔΟΥ: qin(t) = qins + k\*t ⬄ qin(t) – qins = kt ⬄ Qin(t) = kt ⬄ Qin(s) = $\frac{k}{s^{2}}$

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

AM 0

**ΒΗΜΑ 1. Βοηθητικοί υπολογισμοί στην αρχική μόνιμη κατάσταση.**

Έστω qR η παροχή εξόδου σταθερής αντίστασης και qc η παροχή εξόδου σταθερής ροής.

Ισοζύγιο μάζας στην αρχική μόνιμη κατάσταση:

~~ρ~~\*qins – ~~ρ~~\***qRs** – ~~ρ~~\*qcs = 0 ⬄ qins – **hs/R1** – qcs = 0 ⬄ 2 – **hs/2** – 1 = 0 ⬄ 1 = hs/2 ⬄ hs = 2 m

**ΒΗΜΑ 2. Καταστρώνουμε το κατάλληλο ισοζύγιο για να βρούμε τη διαφορική, που περιγράφει τη μετάβαση από την αρχική, στην τελική μόνιμη κατάσταση. Ισοζύγιο μάζας:**

~~ρ~~\*qin(t) – ~~ρ~~\*qR(t) – ~~ρ~~\*qc(t) = ~~ρ~~\*Ar\*dh(t)/dt ⬄ qin(t) – h(t)/R1– qc(t) = Ar\*dh(t)/dt [m3/min] (1)

**ΒΗΜΑ 3. Εισαγωγή Μεταβλητών Απόκλισης**

Ισοζύγιο μάζας στη μόνιμη κατάσταση: ~~ρ~~\*qins – ~~ρ~~\*qRs – ~~ρ~~\*qcs = ~~ρ~~\*Ar\*dhs/dt ⬄

 ⬄ qins –qRs –qcs = Ar\*dhs/dt [m3/min] (2)

Αφαιρώ την (2) από την (1): (**qin(t) – qins**) – (h(t) – hs)/R1– (qc(t) – qcs) = Ar\*d(h(t) – hs)/dt (3)

Ορίζω τις μεταβλητές απόκλισης: **Qin(t) = qin(t) – qins = qin(t) – 2 [m3/min]**

 **Qc(t) = qc(t) – qcs = 0** **[m3/min]**

 **H(t) = h(t) – hs = h(t) – 2 [m]**

Αντικαθιστώ τις μεταβλητές απόκλισης στην (3):

**Qin(t)** – H(t)/R1 – 0 = Ar\*dH(t)/dt ⬄ Qin(t) – H(t)/2 = 1\*dH(t)/dt

**ΒΗΜΑ 4. Μετασχηματισμός Laplace**

Qin(s) – H(s)/2 = 1\*sH(s) ⬄ 2Qin(s) – H(s) = 2sH(s) ⬄

⬄ 2 – H(s)/Qin(s) = 2sH(s)/Qin(s) ⬄ 2 = H(s)/Qin(s)\*(2s + 1) ⬄ $\frac{H\_{(s)}}{Qin(s)}=\frac{2}{2s+1}$ ⬄

(παραλείπω τα (s), τα οποία από το βήμα αυτό και μετά θα εννοούνται, ότι δηλαδή το Q είναι το Q(s), το Η είναι το H(s) κλπ)

⬄ H/Q = 2/(2s + 1) = 1/(s + 0,5) (4)

**Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου:**

qin(t) = qs + K\*t ⬄ **qin(t) – qs** = K\*t ⬄ **Qin(t)** = K\*t

Μετασχηματισμός Laplace: Q(s) = $\frac{K}{s^{2}} $⬄ Q(s) = 1/s2 ⬄ **Q = 1/s2**

Οπότε η (4) γίνεται: H/**Q** = 1/(s + 0,5) ⬄ Η = 1/s2\*(s + 0,5) ⬄ $H(s)=\frac{1}{s^{2}(s+0,5)}$

* H = 1/s2(s + 0,5) (2)

**ΒΗΜΑ 5. Μερικά κλάσματα και HEAVISIDE**

HEAVYSIDE: 1/s2(s + 0,5) = A/s2 + B/s + C/(s + 0,5) A = 2 C = 4

(πολλαπλή ρίζα το s2)

2(s + 0,5) + Bs(s + 0,5) + 4s2 = 1 ⬄ 2s + 1 + Bs2 + 0,5Bs + 4s2 = 1 ⬄ B = -4

**BHMA 6. Αντιστροφή Μετασχηματισμού Laplace**

(2) H = 2/s2 – 4/s + 4/(s+0,5) ⬄ H(t) = 2t-4+4exp(-0,5t)

AM 1

Ισοζύγιο μάζας: @SS 2 – 1 – hs/2 = 0 ⬄ 1 = hs/2 ⬄ hs = 2 m

q(t) – qo(t) – h(t)/R1 = Adh(t)/dt ⬄ Q(t) – H(t)/2 = 2dH(t)/dt ⬄ Q(s) – H(s)/2 = 2sH(s) ⬄ 2Q(s) – H(s) = 4sH(s) ⬄

⬄ 2 – H/Q = 4sH/Q ⬄ 2 = H/Q(4s + 1) ⬄ H/Q = 2/(4s + 1) = 0,5/(s + 0,25) (1)

Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

(1) H = 0,5/s2(s + 0,25) (2)

HEAVYSIDE: 0,5/s2(s + 0,25) = A/s2 + B/s + C/(s + 0,25) A = 2 C = 2

 2(s + 0,25) + Bs(s + 0,25) + 8s2 = 0,5 ⬄ 2s + 0,5 + Bs2 + 0,25Bs + 8s2 = 0,5 ⬄ B = -8

(2) H = 2/s2 – 8/s + 2/(s+0,25) ⬄ H(t) = 2t-8+2exp(-0,25t)

AM 2

Ισοζύγιο μάζας: @SS 2 – 1 – hs/4 = 0 ⬄ 1 = hs/4 ⬄ hs = 4 m

q(t) – qo(t) – h(t)/R1 = Adh(t)/dt ⬄ Q(t) – H(t)/4 = 1dH(t)/dt ⬄ Q(s) – H(s)/4 = 1sH(s) ⬄ 4Q(s) – H(s) = 4sH(s) ⬄

⬄ 4 – H/Q = 4sH/Q ⬄ 4 = H/Q(4s + 1) ⬄ H/Q = 4/(4s + 1) = 1/(s + 0,25) (1)

Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

(1) H = 1/s2(s + 0,25) (2)

HEAVYSIDE: 1/s2(s + 0,25) = A/s2 + B/s + C/(s + 0,25) A = 4 C = 16

 4(s + 0,25) + Bs(s + 0,25) + 16s2 = 1 ⬄ 4s + 1 + Bs2 + 0,25Bs + 16s2 = 1 ⬄ B = -16

(2) H = 4/s2 – 16/s + 16/(s+0,25) ⬄ H(t) = 4t-16+16exp(-0,25t)

AM 3

Ισοζύγιο μάζας: @SS 2 – 1 – hs/4 = 0 ⬄ 1 = hs/4 ⬄ hs = 4 m

q(t) – qo(t) – h(t)/R1 = Adh(t)/dt ⬄ Q(t) – H(t)/4 = 1dH(t)/dt ⬄ Q(s) – H(s)/4 = 1sH(s) ⬄ 4Q(s) – H(s) = 4sH(s) ⬄

⬄ 4 – H/Q = 4sH/Q ⬄ 4 = H/Q(4s + 1) ⬄ H/Q = 4/(4s + 1) = 1/(s + 0,25) (1)

Q(t) = 2t ⬄ Q(s) = 2/s2

(1) H = 2/s2(s + 0,25) (2)

HEAVYSIDE: 2/s2(s + 0,25) = A/s2 + B/s + C/(s + 0,25) A = 8 C = 32

 8(s + 0,25) + Bs(s + 0,25) + 32s2 = 2 ⬄ 8s + 2 + Bs2 + 0,25Bs + 32s2 = 0,5 ⬄ B = -32

(2) H = 8/s2 – 32/s + 32/(s+0,25) ⬄ H(t) = 8t-32+32exp(-0,25t)

AM 4

Ισοζύγιο μάζας: @SS 4 – 2 – hs/2 = 0 ⬄ 2 = hs/2 ⬄ hs = 4 m

q(t) – qo(t) – h(t)/R1 = Adh(t)/dt ⬄ Q(t) – H(t)/2 = 4dH(t)/dt ⬄ Q(s) – H(s)/2 = 4sH(s) ⬄ 2Q(s) – H(s) = 8sH(s) ⬄

⬄ 2 – H/Q = 8sH/Q ⬄ 2 = H/Q(8s + 1) ⬄ H/Q = 2/(8s + 1) = 0,25/(s + 0,125) (1)

Q(t) = t ⬄ Q(s) = 2/s2

(1) H = 0,5/s2(s + 0,125) (2)

HEAVYSIDE: 0,5/s2(s + 0,125) = A/s2 + B/s + C/(s + 0,125) A = 4 C = 32

 4(s + 0,125) + Bs(s + 0,125) + 32s2 = 0,5 ⬄ 4s + 0,5 + Bs2 + 0,125Bs + 32s2 = 0,5 ⬄ B = -32

(2) H = 4/s2 – 32/s + 32/(s+0,125) ⬄ H(t) = 4t-32+32exp(-0,125t)

ΠΙΝΑΚΑΣ ΛΥΣΕΩΝ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **AM** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| Στάθμη στην μον. κατάσταση, hs | 2 | 2 | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 2 | 0,5 | 0,5 |
| kp | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 0,5 |
| τ | 2 | 4 | 1 | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 | 2 | 1 |
|  |   |  |   |  |   |  |   |  |   |  |
| KP | 1 | 0,5 | 1 | 1 | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,5 |
| const | 0,5 | 0,25 | 1 | 0,5 | 0,125 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 1 |
| HEAVYSIDE |   |  |   |  |   |  |   |  |   |  |
| Αριθμητής s2, A | 2 | 2 | 1 | 4 | 4 | 1 | 1 | 0,5 | 0,5 | 1 |
| Αριθμητής s + CON, C | 4 | 8 | 1 | 8 | 32 | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Αριθμητής s, B | -4 | -8 | -1 | -8 | -32 | -4 | -2 | -1 | -1 | -1 |
|  |   |  |   |  |   |  |   |  |   |  |
| H(t) | 1,472 | 1,779 | 3,018 | 2,943 | 1,993 | 1,472 | 1,446 | 0,723 | 0,368 | 3,018 |