Επαναληπτική ΑΣΚΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 20 Νοεμβρίου 2020

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ΕΠΩΝΥΜΟ: |  | ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |
| ΟΝΟΜΑ: |  | ΛΗΓΟΝΤΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |

 **(Στο Αρχείο αυτό να συμπληρωθούν οι Πίνακες με τα αποτελέσματα και να επικοληθούν οι φωτογραφίες από τα χειρόγραφα της λύσης. Το Αρχείο να σωθεί με όνομα Α2επ\_Δυναμική\_Επώνυμο\_Όνομα και να ανεβεί στο e-class)**

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Λήγοντας ΑΜ** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **Α, lt/min** | 5 | 10 | 20 | 10 | 5 | 10 | 20 | 10 | 5 | 10 |
| **Β, οC** | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
| **Γ, lt** | 50 | 50 | 100 | 100 | 100 | 60 | 60 | 20 | 60 | 80 |
| **t, min** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 |

Στο δοχείο πλήρους ανάμιξης και σε χρόνο t = 0 min, η θερμοκρασία θο μεταβάλλεται βηματικά από 40 σε Β oC. Να βρεθεί η διαφορική συνάρτηση που περιγράφει τη μεταβολή της θερμοκρασίας θ1 με το χρόνο, να εισαχούν οι μεταβλητές απόκλισης, να μετασχηματιστεί κατά Laplace και να γίνει ο αντίστροφος μετασχηματισμός. Να υπολογιστεί η θερμοκρασία εξόδου θ1 σε χρόνο t min, μετά τη βηματική διαταραχή. (η λύση χρειάζεται HEAVYSIDE).

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ**

**ΑΜ 0**

**1Ο ΒΗΜΑ: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ**

qo(t) = q1(t) = qos = q1s = q = 5

**2Ο ΒΗΜΑ: ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΥ ΙΣΟΖΥΓΙΟΥ** (εδώ το ισοζύγιο ενέργειας)

q\*ρ\*Cp\*(θο(t)-θref) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V\*d(θ1(t)-θref)/dt [(lt/min)\*(kg/lt)\*(kJ/kgoC)\*(oC) = kj/min]

⬄ **5\*(θο(t)-θref) – 5\*(θ1(t)-θref) = 50\*dθ1(t)/dt** [(l/min)\*(oC)] Εξ. 1

(επεξήγηση: d(θ1(t)-θref)/dt = dθ1(t)/dt - dθref/dt = dθ1(t)/dt - 0 = dθ1(t)/dt – γιατί το θref δε μεταβάλλεται με το χρόνο και συνεπώς το διαφορικό dθref/dt είναι 0 – τα διαφορικά συμβολίζουν τη μεταβολή κάποιου μεγέθους με το χρόνο t)

**3ο ΒΗΜΑ: ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ ΙΣΟΖΥΓΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ**

στη μόνιμη κατάσταση: 5\*(θοs-θref) – 5\*(θ1s-θref) = 50\*dθ1s/dt Εξ. 2

**4ο ΒΗΜΑ: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ**

μεταβλητές απόκλισης: Το(t) = θο(t) – θοs = θο(t) – 40 οC

 Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 40 οC Εξ.3

**(αφαιρούμε την Εξ.2 από την Εξ.1)**

5\*(θο(t) – θοs) – 5\*(θ1(t) – θ1s) = 50\*d(θ1(t) – θ1s)/dt ⬄ **5\*To(t) – 5\*T1(t) = 50\*dT1(t)/dt** ⬄

**5Ο ΒΗΜΑ: ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE**

⬄ **To(t) – T1(t) = 10\*dT1(t)/dt** ⬄ **To(s) – T1(s) = 10\*s\*T1(s)** ⬄ Το(s) = Τ1(s)(10s+1) ⬄

⬄ **T1(s)/Το(s) = 1/(10s+1) Εξ.4**

**6ο ΒΗΜΑ: ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ:**

θο(t) = 5 + θοs ⬄ θο(t) – θοs = 5 ⬄ To(t) = 5 ⬄ To(s) = 5/s

(ο χρόνος t είναι 0 και ξεκινάει να μετράει από τη στιγμή της μεταβολής από 40 σε 45 oC)

**7Ο ΒΗΜΑ: ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ (HEAVYSIDE)**

**T1 = 5/s(10s+1)** = A/s + B/(10s + 1) A = 5/1 = 5 B = 5/(-1/10) = -50

**T1 = 5/s – 50/(10s + 1)** = 5/s – 5/(s + 1/10) ⬄ T1(t) = 5-5\*exp(-t/10) ⬄

 ⬄ **T1(1) = 5-5\*exp(-1/10) = 0,476 οC** μεταβλητή απόκλισης της θερμοκρασίας εξόδου

Από την Εξ. 3: θ1(1) = θ1s + **T1(1)** = 40 + **0,476** = 40,476 οC η πραγματική θερμοκρασία εξόδου

**ΑΜ 9**

qo(t) = q1(t) = qos = q1s = q = 10

q\*ρ\*Cp\*(θο(t)-θref) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V\*d(θ1(t)-θref)/dt ⬄ 10\*(θο(t)-θref) – 10\*(θ1(t)-θref) = 80\*dθ1(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: 10\*(θοs-θref) – 10\*(θ1s-θref) = 80\*dθ1s/dt

μεταβλητές απόκλισης: Το(t) = θο(t) – θοs = θο(t) – 40 οC

 Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 40 οC

10\*To(t) – 10\*T1(t) = 80\*dT1(t)/dt ⬄ To(t) – T1(t) = 8\*dT1(t)/dt ⬄ To(s) – T1(s) = 8\*s\*T1(s) ⬄ Το = Τ1(8s+1) ⬄

⬄ T1/Το = 1/(8s+1)

Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου: θο(t) = 50 + θοs ⬄ θο(t) – θοs = 50 ⬄ To(t) = 50 ⬄ To(s) = 50/s

T1 = 50/s(8s+1) = A/s + B/(8s + 1) A = 50/1 = 50 B = 50/(-1/8) = -400

T1 = 50/s – 400/(8s + 1) = 50/s – 50/(s + 1/8) ⬄ T1(t) = 50-50\*exp(-t/8) ⬄ T1(1) = 50-50\*exp(-1/8)

**ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ΑΜ** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **συνάρτηση ματαφοράς Τ1/Το = kp/(τs+c)** |
| **Kp** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **τ** | 10 | 5 | 5 | 10 | 20 | 6 | 3 | 2 | 12 | 8 |
| **c** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **βηματική μεταβολή** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| αριθμιτής | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| **HEAVISIDE** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| A | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| B | -50 | -50 | -75 | -200 | -500 | -180 | -105 | -80 | -540 | -400 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| T1(t) | 0,476 | 3,297 | 6,768 | 6,594 | 5,530 | 18,964 | 31,606 | 39,267 | 23,744 | 5,875 |
| θ1(t) | 40,476 | 43,297 | 46,768 | 46,594 | 45,530 | 58,964 | 71,606 | 79,267 | 63,744 | 45,875 |