

Στο δοχείο πλήρους ανάμιξης και σε χρόνο t = 0 min, η συγκέντρωση Cin μεταβάλλεται από 5 σε 6 gr/lt. Να βρεθεί η διαφορική συνάρτηση που περιγράφει τη μεταβολή της συγκέντρωση Cout με το χρόνο και να λυθεί κατά Laplace. Η ογκομετρική παροχή στην είσοδο είναι qin = 10 lt/min (=qout = q) και ο όγκος του δοχείου V = 80 lt.

V/q = 8 min, ο υδραυλικός χρόνος παραμονής ή χρόνος απόκρισης

**ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΣΥΣΤΑΤΙΚΟΥ**

Είσοδος συστατικού – έξοδος συστατικού = συσσώρευση συστατικού

qin\*Cin – q\*Cout = V\*dCout/dt ⬄ 10\*6 – 10\*Cout = 80\*dCout/dt ⬄ 8dCout/dt + Cout = 6 με οριακή συνθήκη:

Cout(0) = 5 gr/lt

(το Cin είναι 6 gr/lt, γιατί ο χρόνος t = 0 min, είναι ο χρόνος που γίνεται η μεταβολή

και το ισοζύγιο αφορά το σύστημα μετά τη μεταβολή)

Cout είναι η συγκέντρωση μέσα στο δοχείο και στην έξοδο του (είναι ίδιες γιατί το δοχείο είναι πλήρους ανάμιξης). Η Cout είναι και η συνάρτηση της οποίας τη μεταβατική συμπεριφο-ρά ψάχνουμε. Της συνάρτησης Cout θέλουμε το Laplace. Οπότε χρειαζόμαστε την τιμή της σε t = 0.

Διαφορική που δείχνει τον τρόπο μετάβασης

Laplace της διαφορικής

Cout(0) = 5 gr/lt

8\*(sCout(s) – 5) + Cout(s) = 6/s ⬄ 8sCout(s) – 40 + Cout(s) = 6/s

⬄ Cout(s)(8s + 1) = 6/s + 40 ⬄ $Cout\left(s\right)= \frac{6}{s(8s+1)}+ \frac{40}{(8s+1)} $ **(1)**

Στο χρόνο ακριβώς 0 που συμβαίνει η διαταραχή στην είσοδο, η Cin έχει πάρει τη νέα τιμή 6 gr/lt , ενώ η Cout δεν έχει ακόμη προλάβει να μεταβληθεί και έχει ακόμη την αρχική της τιμή 5 gr/lt.

Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace:

$\frac{6}{s(8s+1)}= \frac{Α}{s}+ \frac{Β}{8s+1}$ $Α= \frac{6}{8\*0+1}=6$

$Β= \frac{6}{-1/8}=-48 $

Άρα:

$$\frac{6}{s(8s+1)}= \frac{6}{s}- \frac{48}{8s+1}$$

Από την (1):

$Cout\left(s\right)= \frac{6}{s}- \frac{48}{8s+1}+ \frac{40}{8s+1}= \frac{6}{s}- \frac{8}{8s+1}$ = $\frac{6}{s}- \frac{1}{s+1/8}$

Κατά την αντιστροφή του μετασχηματισμού Laplace, θα πρέπει ο συντελεστής του s στον παρονομαστή, να είναι ίσος με τη μονάδα

Αντιστροφή του μετασχηματισμού Laplace:

**Cout(t) = 6 – exp(-t/8)**