**ΑΣΚΗΣΗ 12.6**



**Ερώτημα Α.** Να υπολογιστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς, οι αριθμητικές τιμές των παραμέτρων και να γίνει το διάγραμμα βαθμίδων.

**Ρυθμιστής PD.** Είσοδος: το ρυθμιστικό σφάλμα: ε = TR – Tm

 Έξοδος: διαφορά πίεσης για τη ρυθμιστική βαλβίδα: P = p – ps

 Συνάρτηση Μεταφοράς: P(s)/ε(s) = Kc\*(1 + τD\*s) (Εξίσωση 9.10[[1]](#footnote-1))

 Kc = 3 psi/oF τD = 0,5 min

 **P(s)/ε(s) = 3\*(1 + 0,5\*s)**

**Τελικό Στοιχείο:** Είσοδος: διαφορά πίεσης για τη ρυθμιστική βαλβίδα: P = p – p,s

**πνευματική** Έξοδος: διαφορά παροχής θερμότητας: Q = q – q,s

**βαλβίδα** Συνάρτηση Μεταφοράς: Q(s)/P(s) = Kv/(1 + τv\*s) (Εξίσωση 9.11)

 Kv = 500 (Btu/min)/psi τv = 0 min

 **Q(s)/P(s) = 500**

**Διεργασία 1[[2]](#footnote-2):** (όπως Παράγραφος 8.4 (Διεργασία), σελ. 197)

Ισοζύγιο ενέργειας: q + w\*Cp\*(T1in – T1out) = ρ\*Cp\*V\*dT1out/dt

@ss q,s + w\*Cp\*(T1in,s – T1out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T0 = T1in – T1in,s T1 = T1out- T1out,s Q = q – q,s

 Q(t) + w\*Cp\*(T0(t) – T1(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT1(t)/dt ⬄

 Q(s) + w\*Cp\*T0(s) – w\*Cp\*T1(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T1(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T1(s) = Q(s)/(w\*Cp) + T0(s)

τ1 = ρ\*V/w = 62,5\*4/250 = 1 min

w\*Cp = 250 Btu/oFmin ⬄ 1/(w\*Cp) = 0,004 oFmin/Btu

 **T1(s) = Q(s)\*0,004/(s + 1) + To(s)/(s + 1)**

**Διεργασία 2[[3]](#footnote-3):** Ισοζύγιο ενέργειας: w\*Cp\*(T2in – T2out) = ρ\*Cp\*V\*dT2out/dt

@ss w\*Cp\*(T2in,s – T2out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T1 = T2in – T2in,s T2 = T2out- T2out,s

 w\*Cp\*(T1(t) – T2(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT2(t)/dt ⬄

 w\*Cp\*T1(s) – w\*Cp\*T2(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T2(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T2(s) = T1(s)

τ2 = ρ\*V/w = 62,5\*5/250 = 1,25 min

**T2(s) = T1(s)/(1,25\*s + 1)**

**Διεργασία 3:** Ισοζύγιο ενέργειας: w\*Cp\*(T3in – T3out) = ρ\*Cp\*V\*dT3out/dt

@ss w\*Cp\*(T3in,s – T3out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T2 = T3in – T3in,s T3 = T3out- T3out,s

 w\*Cp\*(T2(t) – T3(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT3(t)/dt ⬄

 w\*Cp\*T2(s) – w\*Cp\*T3(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T3(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T3(s) = T2(s)

τ3 = ρ\*V/w = 62,5\*6/250 = 1,5 min

**T3(s) = T2(s)/(1,5\*s + 1)**

**Στοιχείο Μέτρησης:** Είσοδος: θερμοκρασία στο 3ο δοχείο[[4]](#footnote-4): Τ3 = Τout – T3out,s

Έξοδος: μέτρηση θερμοκρασίας: Τ3m = Tout,m – Tout,m,s

 Συνάρτηση Μεταφοράς[[5]](#footnote-5): Tm(s)/T(s) = 1/(1 + τM\*s) (Εξίσωση 9.18[[6]](#footnote-6))

**Δεν δίνονται δεδομένα χρόνου απόκρισης,**

**οπότε το τΜ θεωρείται 0 – δεν δίνονται δεδομένα**

**για τον συντελεστή ενίσχυσης, οπότε θεωρείται 1**

**και η συνάρτηση μεταφοράς γίνεται: Tm(s)/T3(s) = 1**

**Διάγραμμα βαθμίδων.**



**Ερώτημα Β.** Συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ προκαθορισμένου σημείου (δηλαδή του set point) και μετρούμενης μεταβλητής.

**Ερώτημα Γ.** Μόνιμη απόκλιση για μοναδιαία μεταβολή της διαταραχής Το.

Για μοναδιαία βηματική: Τ0(s) = 1/s

Με βάση το θεώρημα της τελικής τιμής από το Κεφάλαιο 3:

lim∞T3(t) = lim0(sT3(s)) = 1/(6 + 1) = 1/7 ⬄ Τ3(∞) = 0,143 ⬄ Θ3(∞) – Θ3s = 0,143 οC

Δηλαδή, σε άπειρο χρόνο από την επιβολή της βηματικής διαταραχής, στη νέα μόνιμη κατάσταση που θα προκύψει, η τιμή της θερμοκρασίας στην έξοδο του δοχείου 3, θα είναι κατά 0,143 oC υψηλότερη από ότι στην αρχική μόνιμη κατάσταση. Δηλαδή η ζητούμενη μόνιμη απόκλιση (offset) θα είναι 0,143 οC.

**ΑΣΚΗΣΗ 12.8**





Ερώτημα (α) ⬄

Ερώτημα (β)

Ερώτημα (γ) μόνιμη απόκλιση = C(∞) – R(∞) = 2 – 2 = 0

(Η μόνιμή απόκλιση στην περίπτωση της μεταβολής του set point, όπως σε αυτό το πρόβλημα, είναι το κατά πόσο η ρυθμιζόμενη μεταβλητή C (controlled variable) στη νέα μόνιμη κατάσταση (δηλαδή μετά από θεωρητικά άπειρο χρόνο ή επαρκή χρόνο) θα έχει τιμή ίση με το νέο set point. Το νέο set point έχει τιμή 2[[7]](#footnote-7) (αφού μεταβλήθηκε βηματικά από την αρχική του τιμή κατά 2) και η η ρυθμιζόμενη μεταβλητή C, επίσης σε όρους μεταβλητής απόκλισης, βρίσκεται από το όριο στο άπειρο, ότι θα έχει επίσης την τιμή 2)

Ερώτημα (δ) τ2 = 0,25 ⬄ τ = 0,5 2ζτ = 0,25 ⬄ ζ = 0,25

Απόκριση σε βηματική με ζ < 1:

 ⬄

⬄ C(0,5) = 2\*(1-1,03\*0,78\*sin(0,968+1,32)) = 0,78

Ερώτημα (ε) ζ < 1 άρα η απόκριση εμφανίζει ταλαντώσεις

**ΑΣΚΗΣΗ 12.9**



 ⬄

A = (0 + 1)/(2\*0 + 1) = 1 B = (-0,5 + 1)/(-0,5) = -1

 = ⬄ C(t) = 1-0,5\*exp(-0,5\*t)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| C(t) | 0,50 | 0,70 | 0,82 | 0,96 | 1,00 | 1,00 |

**ΑΣΚΗΣΗ 12.10**



Αρνητική ανατροφοδότηση, Kc = 0,5:

 ⬄

A = (1/3)/1 = 1/3 B = (1/3)/(-3/2) = -1/3

 = ⬄ C(t) = 0,33-0,5\*exp(-1,5\*t)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| C(t) | -0,17 | 0,22 | 0,31 | 0,33 | 0,33 | 0,33 |

Αρνητική ανατροφοδότηση, Kc = 1:

 ⬄

A = 1/2 = 0,5 B = 1/(-2) = -0,5

 ⬄ C(t) = 0,5-0,5\*exp(-2\*t)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| C(t) | 0,00 | 0,43 | 0,49 | 0,50 | 0,50 | 0,50 |

Θετική ανατροφοδότηση, Kc = 0,5:

⬄ A = 0,5/0,5 = 1 B = 0,5/(-0,5) = -1

 = ⬄ C(t) = 1-exp(-0,5\*t)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| C(t) | 0,00 | 0,39 | 0,63 | 0,92 | 0,99 | 1,00 |

Θετική ανατροφοδότηση, Kc = 1:

⬄ ⬄ C(t) = t

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| C(t) | 0 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |

**ΘΕΜΑ**

Στο σύστημα, συνδέται αναλογική-διαφορική-ολοκληρωτική ρύθμιση, με συντελεστή ενίσχυσης Κc = 1 mV/mV, διαφορικό χρόνο τD = 1min και ολοκληρωτικό χρόνο τI = 1 min. Ο συντελεστής ενίσχυσης του θεμοστοιχείου είναι 2 mV/oC και η απόκριση του θεωρείται ακαριαία. Μεταβολή της εξόδου του ρυθμιστή κατά 500 mV μεταβάλει την παροχή θερμότητας κατά 5.000 kcal/min. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα βαθμίδων και να υπολογιστεί η θερμοκρασία στην έξοδο της δεξαμενής μετά από 0,5, 1 και 5 min, για βηματική μεταβολή 10 oC της θερμοκρασίας της παροχής εισόδου α) όταν το σύστημα δεν ρυθμίζεται και β) για ρυθμιζόμενο σύστημα. Δίνεται, πυκνότητα νερού ρ = 1000 kg/m3 και θερμοχωρητικότητα νερού 1 kcal/kgoC. (Για το ρυθμιζόμενο σύστημα, τo πρόβλημα να λυθεί χωρίς HEAVISIDE και με τους σχετικούς τύπους για συστήματα 2ης τάξης)

Μόν. κατ.: qs + ρ\*w\*Cp\*(θos – θ1s) = 0 ⬄ qs = 1000\*0,1\*1\*(50-25) = 2500 kcal/min

**δεξαμενή:** q + ρ\*w\*Cp\*(θο – θ1) = ρ\*V1\*Cp\*dθ1/dt

Μεταβλητές απόκλισης: Tο = θο – 25 oC Τ1 = θ1 – 50 oC Q = q – 2500 kca/min

Q(t) + ρ\*w\*Cp\*(Tο(t) – T1(t)) = ρ\*V1\*Cp\*dT1(t)/dt ⬄ Q(s) + ρ\*w\*Cp\*Tο(s) – ρ\*w\*Cp\*T1(s) = ρ\*Cp\*V1\*s\*T1(s) ⬄ [(V1/w)\*s + 1]\*T1(s) = Q(s)/(ρ\*w\*Cp) + To(s)

τ1 = V1/w = 1/0,1 = 10 min

ρ\*w\*Cp = 1000\*0,1\*1 kcal/minoC ⬄ 1/(ρ\*w\*Cp) = 0,01 oCmin/kcal

**T1(s) = 0,01\*Q(s)/(10s + 1) + To(s)/(10s + 1)**

**Α) Όταν το σύστημα δεν ρυθμίζεται**

Βηματική μεταβολή στην είσοδο: θο(t) = θοs +10 ⬄ To(t) = 10 ⬄ To(s) = **10**/s

T1(s) = 10/s(10s + 1) = Α/s + B/(10s + 1) A = 10

 B = -100

T1(s) = 10/s – 100/(10s + 1) = 10/s – 10/(s + 0,1) ⬄ T1(t) = 10 – 10exp(-0,1t) ⬄ T1(5) = 10-10\*exp(-0,1\*5) = 3,935 oC ⬄ θ1(5) = 53,935 oC

**Β) Όταν το σύστημα ρυθμίζεται**

**Στοιχείο Μέτρησης:** Είσοδος: θερμοκρασία στη δεξαμενή: Τ1, oC

Έξοδος: μέτρηση θερμοκρασίας, mV: Τ1m = θ1m – θ1ms

 Συνάρτηση Μεταφοράς: T1m(s)/T1(s) = 2/(1 + τm\*s)

Ακαριαία απόκριση, τm= 0: **T1m(s)/T1(s) = 2**

**Ρυθμιστής PΙD:** Είσοδος: ρυθμιστικό σφάλμα, mV: ε = T1R – T1m

 Έξοδος: διαφορά δυναμικού: V = v – vs

 Συνάρτηση Μεταφοράς: V(s)/ε(s) = Kc\*(1 + τD\*s + 1/τΙs)

Kc = 1 mV/oC τD = 1 min τI = 1 min

 **V(s)/ε(s) = 1\*(1 + s + 1/s)**

**Τελικό Στοιχείο:** Είσοδος: διαφορά δυναμικού: V = v – vs

 Έξοδος: παροχής θερμότητας: Q = q – qs

 Συνάρτηση Μεταφοράς: Q(s)/V(s) = Kv/(1 + τv\*s)

Δεν δίνονται δεδομένα για το

χρόνο απόκρισης: τv = 0 min

Συντελεστής ενίσχυσης: Kv = 5000/500 = 10 (kcal/min)/mV  **Q(s)/V(s) = 10**

**Διάγραμμα βαθμίδων:**

 ****

Συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ θερμοκρασίας εισόδου και μετρούμενης μεταβλητής.

(Εξίσωση 1)

τ = 2,2^0,5 = 7,141 6 = 2ζτ ⬄ ζ = 0,420

Για βηματική μεταβολή στην είσοδο, το s του αριθμιτή απαλείφεται και η μεταβολή αντιστοιχεί σε κρουστική μεταβολή (ίδιου μέτρου με τη βηματική, δηλαδή 10), με ζ < 1 (Εξίσωση 7.32 – ταλαντωτική συμπεριφορά):

) ⬄

⬄ T1(0,5) = 10\*5\*(1/7,141)\*(1/0,9075)\*exp(-0,420\*0,5/7,141)\*sin(0,070\*0,9075) = 0,476 oC

⬄ T1(1) = 10\*5\*(1/7,141)\*(1/0,9075)\*exp(-0,420\*0,5/7,141)\*sin(0,070\*0,9075) = 0,922 oC

⬄ T1(5) = 10\*5\*(1/7,141)\*(1/0,9075)\*exp(-0,420\*0,5/7,141)\*sin(0,070\*0,9075) = 3,412 oC

(το **10** αντιστοιχεί στο μέτρο της βηματικής μεταβολής και το **5** στον συντελεστή του αριθμητή της Εξ.1)

1. Δίνεται στο τυπολόγιο της 2ης Προόδου [↑](#footnote-ref-1)
2. Θερμοκρασίες εισόδου στο 1ο, 2ο και 3ο δοχείο (μεταβλητές απόκλισης): Τ0, Τ1, Τ2

 Θερμοκρασίες εξόδου στο 1ο, 2ο και 3ο δοχείο (μεταβλητές απόκλισης): Τ1, Τ2, Τ3 [↑](#footnote-ref-2)
3. Οι μαζικές παροχές εισόδου και εξόδου και στα 3 δοχεία είναι σε κάθε χρονική στιγμή ίσες μεταξύ τους και ίσες με w. [↑](#footnote-ref-3)
4. Θεωρείται δοχείο πλήρους ανάμιξης, οπότε η θερμοκρασία στην έξοδο του είναι ίση με τη θερμοκρασία στο εσωτερικό του. [↑](#footnote-ref-4)
5. Η στατική ενίσχυση των θερμομέτρων είναι πάντα 1. [↑](#footnote-ref-5)
6. Δίνεται στο τυπολόγιο της 2ης Προόδου [↑](#footnote-ref-6)
7. Το 2/s είναι ο μετασχηματισμός laplace της βηματικής μεταβολής του set point κατά 2. Αν r το set point και R η μεταβλητή απόκλισης του set point (R = r – rs), τότε το R είναι 2. Δηλαδή το νέο set point έχει τιμή 2, σε όρους μεταβλητής απόκλισης, π.χ. αν ήταν θερμοκρασία και το αρχικό set point ήταν 74 oC, το τελικό set point θα είναι 76 oC. [↑](#footnote-ref-7)