ΑΣΚΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 20 Νοεμβρίου 2020

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ΕΠΩΝΥΜΟ: |  | ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |
| ΟΝΟΜΑ: |  | ΛΗΓΟΝΤΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |

 **(Στο Αρχείο αυτό να συμπληρωθούν οι Πίνακες με τα αποτελέσματα και να επικοληθούν οι φωτογραφίες από τα χειρόγραφα της λύσης. Το Αρχείο να σωθεί με όνομα Α7\_Δυναμική\_Επώνυμο\_Όνομα και να ανεβεί στο e-class)**

Στις δεξαμενές με αλληλεπίδραση και σε χρόνο 0 η παροχή στην είσοδο της 1ης δεξαμενής διαταράσεται από κρουστική διαταραχή μεγέθους δ(t). Να υπολογιστεί η στάθμη h2 στη 2η δεξαμενή μετά από χρόνο t min (να μην γίνει Heavyside).

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| q | 20 | 15 | 10 | 5 | 10 | 15 | 20 | 15 | 10 | 5 | m3/min |
| A1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 1 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | m2 |
| R1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | min/m2 |
| Α2 | 4 | 6 | 3 | 4 | 2 | 4 | 6 | 4 | 2 | 4 | m2 |
| R2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | min/m2 |
| δ(t) | 10 | 8 | 6 | 6 | 8 | 10 | 5 | 10 | 8 | 6 | m3/min2 |
| t | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | min |

**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **h2s** | 20 | 30 | 30 | 15 | 10 | 30 | 20 | 45 | 20 | 10 |
| **συν. μεταφ. H2/Q (1ο ισοζ.)** |
| **παράγοντας του s**  | 1 | 4 | 9 | 10 | 1 | 2 | 8 | 3 | 4 | 12 |
| **παράγοντας του Q(s)**  | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| **παράγοντας του H2(s)**  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **σταθερά** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **συν. μεταφ. H2/Η1 (2ο ισοζ.)** |
| **παράγοντας του s**  | 4 | 12 | 9 | 8 | 2 | 4 | 12 | 4 | 4 | 12 |
| **σταθερά** | 2 | 2 | 2 | 1,667 | 2 | 1,5 | 3 | 1,333 | 2 | 2,5 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς 2ης τάξης (ολική)** |
| **αριθμητής** | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| **παράγοντας του s2**  | 4 | 48 | 81 | 80 | 2 | 8 | 96 | 12 | 16 | 144 |
| **παράγοντας του s**  | 6 | 20 | 27 | 24,667 | 4 | 7 | 36 | 8 | 12 | 42 |
| **σταθερά** | 3 | 3 | 3 | 2,667 | 3 | 2,5 | 4 | 2,333333 | 3 | 3,5 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς 2ης τάξης (τυπική μορφή με σταθερό όρο 1)** |
| **αριθμητής** | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 |
| **παράγοντας του s2**  | 4 | 48 | 81 | 120 | 2 | 16 | 48 | 36 | 16 | 96 |
| **παράγοντας του s**  | 6 | 20 | 27 | 37 | 4 | 14 | 18 | 24 | 12 | 28 |
| **σταθερά** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **τ**  | 2,000 | 6,928 | 9,000 | 10,954 | 1,414 | 4,000 | 6,928 | 6,000 | 4,000 | 9,798 |
| **ζ** | **1,500** | **1,443** | **1,500** | **1,689** | **1,414** | **1,750** | **1,299** | **2,000** | **1,500** | **1,429** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Η2(t)** | 1,24 | 0,45 | 0,19 | 0,22 | 1,60 | 1,13 | 0,09 | 0,90 | 0,70 | 0,19 |
| **h2(t)** | 21,24 | 30,45 | 30,19 | 15,22 | 11,60 | 31,13 | 20,09 | 45,90 | 20,70 | 10,19 |

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

**AM 3**

Τιμές παροχής και στάθμης στην αρχική μόνιμη κατάσταση:

ρ\*qs = ρ\*q1s = ρ\*q2s ⬄ qos = q1s = q2s = q = 15 ft3/min

Στάθμη μόνιμης κατάστασης δεξαμενή 1: $qs – \frac{h1s-h2s}{R1} = 0$ ⬄ 10 = h1s – h2s (1)

Στάθμη μόνιμης κατάστασης δεξαμενή 2: $q1s – \frac{h2s}{R2} = 0$ ⬄ 5 = h2s/3 ⬄ **h2s = 15 m**

Από την (1): 10 = h1s – 15 ⬄ **h1s = 25 m**

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1:

$ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right)– \frac{h1\left(t\right)-h2(t)}{R1} = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ m3/min (2)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – \frac{h1s-h2s}{R1} = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ m3/min (3)

ΑΦΑΙΡΩ (3) ΑΠΌ (2): $\left(q\left(t\right)-qs\right)– \frac{h1\left(t\right)-h1s}{R1}+ \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R1}= A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ m3/min (4)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs (Q(t)= q(t) – 5) m3/min

H1(t) = h1(t) – h1s (H1(t) = h1(t) – 25) m

H2(t) = h2(t) – h2s (H2(t) = h2(t) – 15) m

ΜΕ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΣΤΗΝ (4), ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ:

$Q\left(t\right)– \frac{H1\left(t\right)}{R1}+ \frac{H2(t)}{R1}= A1\frac{dH1(t)}{dt} \leftrightarrow $ $2\*Q\left(t\right) – H1\left(t\right)+H2\left(t\right)= 10\*\frac{dH1\left(t\right)}{dt} \leftrightarrow 2Q(t) – H1(t)+H2\left(t\right)= 10\frac{dH1(t)}{dt} $

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $2Q\left(s\right)–H1\left(s\right)+H2(s)= 10s\*H1\left(s\right)$⬄ $2Q\left(s\right)+H2(s)= H1\left(s\right)(10s+1)$ **(5)**

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞ. 2: $ρ\*q1\left(t\right)– ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– \frac{h2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ m3/min (6)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – \frac{h2s}{R2} = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ m3/min (7)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (6) ΑΠΌ ΤΗΝ (5): $(q1(t)-q1s) – \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R2} = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$ m3/min (8)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q2(t) = q2(t) – q2s (Q2(t) = q2(t) – 5) m3/min

H2(t) = h2(t) – h2s (H2(t) = h2(t) – 15) m

ΜΕ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΣΤΗΝ (8), ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ:

$Q1(t) – \frac{H2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dH2(t)}{dt} \leftrightarrow $ $R2\*Q1\left(t\right)– H2\left(t\right)= A2\*R2\frac{dH2\left(t\right)}{dt} \leftrightarrow 3Q1(t) – H2(t)= 12\frac{dH2(t)}{dt} $ (9)

Αλλά: $Q1\left(t\right)= \frac{H1\left(t\right)}{R1}- \frac{H2\left(t\right)}{R1}= \frac{H1\left(t\right)}{2}- \frac{H2\left(t\right)}{2}$

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΣΤΗΝ (9): $1,5Η1(t) – 2,5H2(t)= 12\frac{dH2(t)}{dt}$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΚΑΤΑ LAPLACE: $1,5Η1\left(s\right)–2,5H2\left(s\right)= 12sH2\left(s\right)\leftrightarrow Η1\left(s\right)=H2\left(s\right)\*\left(8s+1,667\right)$ (10)

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΣΤΗΝ (5): $2Q\left(s\right)+H2(s)=H2\left(s\right)(8s+1,667)(10s+1)$⬄ $2Q\left(s\right)=H2\left(s\right)(80s^{2}+24,677s+0,667)$ ⬄

⬄ $\frac{H2}{Q}=\frac{2}{80s^{2}+24,667s+0,667}$ ⬄ $\frac{H2}{Q}=\frac{3}{120s^{2}+37s+1}$ (11)

τ2 = 120 ⬄ τ = 10,954 min 2\*ζ\*τ = 37 ⬄ ζ = 37/(2\*10,954) ⬄ ζ = 1,689

**ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ** ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ 6 ΣΕ **ΣΥΣΤΗΜΑ 2ΗΣ** ΤΑΞΗΣ ΜΕ **ζ > 1** (Εξίσωση 7.36)

$Η2\left(t\right)= 3\*6\*\left[\frac{1}{τ}\*\frac{1}{\sqrt{ζ^{2}-1}}\*exp\left(-\frac{ζ\*t}{τ}\right)\*\sinh(\left(\frac{t}{τ}\sqrt{ζ^{2}-1}\right))\right] $ ⬄

$$Η2\left(2\right)= 18\*\left[\frac{1}{10,954}\*\frac{1}{\sqrt{1,689^{2}-1}}\*exp\left(-\frac{1,689\*2}{10,954}\right)\*\sinh(\left(\frac{2}{10,954}\sqrt{1,689^{2}-1}\right))\right]=$$

$$=18\*0,091\*0,735\*0,735\*0,251=0,22 m $$

θ(9) = 15 + 0,22 = 15,22 οC

**ΛΥΣΗ**

**Επικόλληση φωτογραφιών χειρόγραφης λύσης**

**(αν δεν επικολληθούν τα χειρόγραφα λύσης, η άσκηση δεν θα βαθμολογηθεί)**