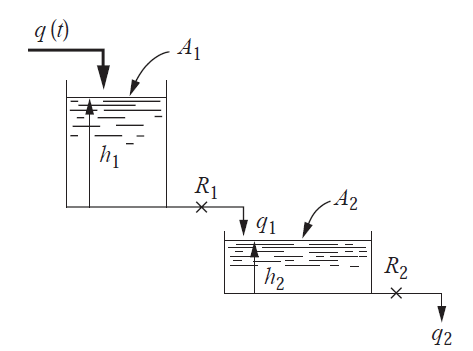
ΑΣΚΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 10 Νοεμβρίου 2020

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ΕΠΩΝΥΜΟ: |  | ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |
| ΟΝΟΜΑ: |  | ΛΗΓΟΝΤΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |

**(Στο Αρχείο αυτό να συμπληρωθούν οι Πίνακες με τα αποτελέσματα και να επικοληθούν οι φωτογραφίες από τα χειρόγραφα της λύσης. Το Αρχείο να σωθεί με όνομα Α6\_Δυναμική\_Επώνυμο\_Όνομα και να ανεβεί στο e-class)**

Σε χρόνο 0 η παροχή στην είσοδο της 1ης δεξαμενής αρχίζει να μεταβάλλεται γραμμικά με κλίση k (m3/min)/min. Να υπολογιστεί η στάθμη h2 στη 2η δεξαμενή μετά από χρόνο t min.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| q | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | m3/min |
| A1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | m2 |
| R1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0,5 | min/m2 |
| Α2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0,5 | 2 | 1 | m2 |
| R2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 1 | min/m2 |
| k | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | m3/min2 |
| t | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | min |

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **AM** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **h1s** | 4 | 4 | 2 | 4 | 4 | 4 | 2 | 4 | 2 | 1 |
| **h2s** | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς H1/Q** | | | | | | | | | | |
| **kp1** | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0,5 |
| **τ1** | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| **a1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς Q1/Q** | | | | | | | | | | |
| **kp1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **τ1** | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| **a1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς H2/Q1** | | | | | | | | | | |
| **kp2** | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 1 |
| **τ1** | 4 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0,25 | 2 | 1 |
| **a2** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **H2(s) HEAVYSIDE** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **A** | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| **B** | -12 | -12 | -6 | -3 | -6 | -10 | -6 | -2,25 | -8 | -4 |
| **C (1ης Δ.)** | -4 | 16 | -2 | 4 | 8 | 11 | -2 | 2 | 2 | 2 |
| **D (2ης Δ.)** | 16 | -4 | 8 | -1 | -2 | -1 | 8 | -0,0357 | 8 | 4 |
| Η2(t) | 0,233 | 0,665 | 0,672 | 0,843 | 0,116 | 0,379 | 1,685 | 1,260 | 0,415 | 2,498 |
| H2(t) | 4,233 | 4,665 | 4,672 | 2,843 | 2,116 | 2,379 | 3,685 | 2,260 | 2,415 | 4,498 |

ΚΟΚΚΙΝΑ ΚΕΛΙΑ: Στο HEAVYSIDE, ο παρονομαστής έχει 2 διπλές ρίζες. Η λύση τέτοιου τύπου του HEAVYSIDE είναι μέρος της θεωρίας και οι αναλυτικές λύσεις που παρουσιάζονται παρακάτω, είναι λυμένα παραδείγματα αυτής της περίπτωσης και θα θεωρούνται γνωστά για όλους τους φοιτητές/τριες.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ (οι λύσεις για ΑΜ 8 και 9, έχουν 2 διπλές ρίζες στον παρονομαστή και η λύση τους παρουσιάζεται στη συνέχεια)

AM 0

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/2 = 0 ⬄ h1s = 4 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/2 = 0 ⬄ h2s = 4 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3):

LAPLACE:  (4)

ΑΛΛΑ: και αφαιρώντας: Lt/min Laplace: (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9):

LAPLACE:  (10)

ΑΛΛΑ: (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+t ⬄ q(t) – qs = t ⬄ Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11):

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: (12)

0,25 = A(s2 + 0,75s + 0,125) + Bs(s2 + 0,75s + 0,125) + Cs2(s+0,25) + Ds2(s+0,5) ⬄ B + C + D = 0

⬄ B = -C-D = 4-16 = -12

ΑΠΟ ΤΗΝ (12):

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-12-4\*exp(-0,5\*t)+16\*exp(-0,25\*t) m

Η2(2) = 0,233 m h2(2) = H2(2) + 4 = 4,233 m

AM 1

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/2 = 0 ⬄ h1s = 4 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/2 = 0 ⬄ h2s = 4 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3):

LAPLACE:  (4)

ΑΛΛΑ: και αφαιρώντας: Lt/min Laplace: (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9):

LAPLACE:  (10)

ΑΛΛΑ: (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+t ⬄ q(t) – qs = t ⬄ Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11):

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: (12)

0,25 = A(s2 + 0,75s + 0,125) + Bs(s2 + 0,75s + 0,125) + Cs2(s+0,5) + Ds2(s+0,25) ⬄ B + C + D = 0

⬄ B = -C-D = -16+4 = -12

ΑΠΟ ΤΗΝ (12):

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-12+16\*exp(-0,25\*t)-4\*exp(-0,5\*t) m

Η2(3) = 0,665 m h2(2) = H2(2) + 4 = 4,665 m

AM 8

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/1 = 0 ⬄ h1s = 2 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/1 = 0 ⬄ h2s = 2 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3):

LAPLACE:  (4)

ΑΛΛΑ: και αφαιρώντας: Lt/min Laplace: (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9):

LAPLACE:  (10)

ΑΛΛΑ: (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+2t ⬄ q(t) – qs =2 t ⬄ Q(t) =2 t ⬄ Q(s) = 2/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11):

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: (12)

0,5 = A(s2 + s + 0,25) + Bs(s2 + s + 0,25) + Cs2 + Ds2(s+0,5) ⬄ B + D = 0 ⬄ B = -D

⬄ A + B + C + 0,5D = 0 ⬄ 4 = D – 0,5D = 0,5D ⬄ D = 8 ⬄ B = -8

ΑΠΟ ΤΗΝ (12):

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-8+2\*t\*exp(-0,5\*t)+8\*exp(-0,5\*t) m

Η2(2) = 0,415 m h2(2) = H2(2) + 2 = 2,415 m

AM 9

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/0,5 = 0 ⬄ h1s = 1 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/1 = 0 ⬄ h2s = 2 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3):

LAPLACE:  (4)

ΑΛΛΑ: και αφαιρώντας: Lt/min Laplace: (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9):

LAPLACE:  (10)

ΑΛΛΑ: (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+2t ⬄ q(t) – qs =2 t ⬄ Q(t) =2 t ⬄ Q(s) = 2/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11):

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: (12)

2 = A(s2 + 2s + 1) + Bs(s2 + 2s + 1) + Cs2 + Ds2(s+1) ⬄ B + D = 0 ⬄ B = -D

⬄ A + 2B + C + D = 0 ⬄ 4 = 2D – D = D ⬄ D = 4 ⬄ B = -4

ΑΠΟ ΤΗΝ (12):

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-4+2\*t\*exp(-\*t)+4\*exp(-t) m

Η2(2) = 2,498 m h2(2) = H2(2) + 2 = 4,498 m