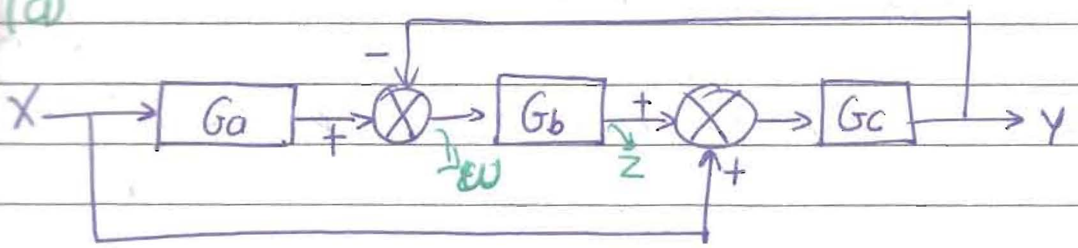
11-1 Y/X

(a)

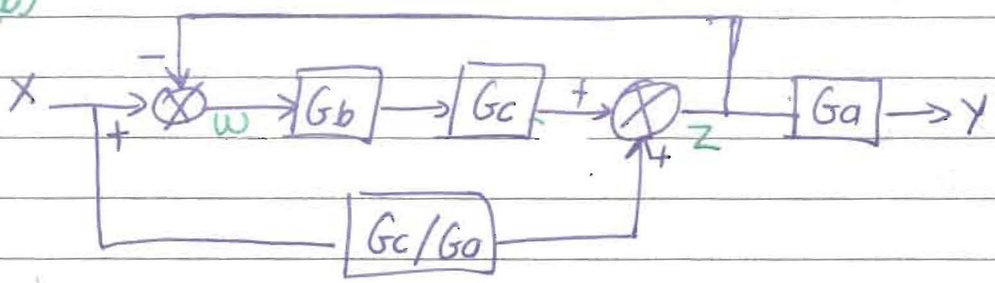


$$Y = G_c(Z + X)$$
$$Z = G_b \cdot w$$
$$w = G_a \cdot X - Y$$
$$\Rightarrow Z = G_b(G_a \cdot X - Y) \Rightarrow Y = G_c[G_b(G_a \cdot X - Y) + X]$$

$$\Rightarrow Y = G_c \cdot G_b \cdot G_a \cdot X - G_c \cdot G_b \cdot Y + G_c \cdot X \Rightarrow (1 + G_c \cdot G_b) \cdot Y = G_c \cdot G_b G_a \cdot X + G_c \cdot X$$

$$\Rightarrow Y = \frac{(G_c \cdot G_b \cdot G_a + G_c) X}{1 + G_c \cdot G_b} = \frac{G_c(G_b G_a + 1) \cdot X}{1 + G_c \cdot G_b}$$

(b)



$$Y = G_a \cdot Z$$
$$Z = G_c \cdot G_b \cdot w + \frac{G_c}{G_a} \cdot X$$
$$w = X - Z$$
$$\Rightarrow Z = G_c \cdot G_b (X - Z) + \frac{G_c}{G_a} \cdot X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z = G_c \cdot G_b \cdot X - G_c \cdot G_b \cdot Z + \frac{G_c}{G_a} \cdot X \Rightarrow$$

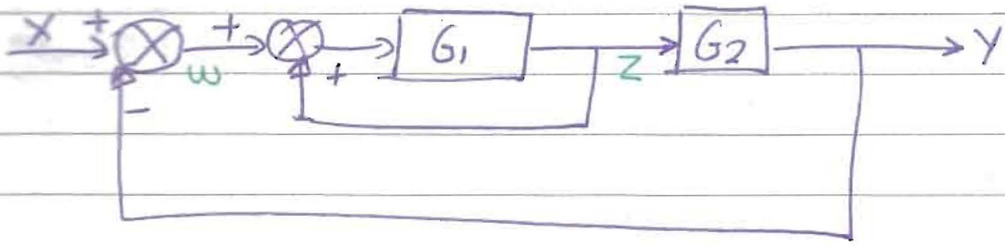
$$\Rightarrow (1 + G_c \cdot G_b) Z = \left(G_c \cdot G_b + \frac{G_c}{G_a}\right) \cdot X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z = \frac{G_c \cdot G_b + G_c/G_a}{1 + G_c \cdot G_b} \cdot X$$

$$\rightarrow Y = G_a\{G_c \cdot G_b + G_c/G_a)/(1 + G_c \cdot G_b) \cdot X \Rightarrow Y = \frac{G_a \cdot G_c \cdot G_b + G_c}{1 + G_c \cdot G_b} X$$

SKAG

11-2



$$G_1 = \frac{1}{T_1 \cdot S + 1} \quad \text{και} \quad G_2 = \frac{0.5}{\frac{T_1 \cdot S}{2} + 1}$$

$Y = G_2 \cdot Z$

$$Z = G_1(\omega + Z) \Rightarrow Z - G_1 \cdot Z = G_1 \omega \Rightarrow Z(1 - G_1) = G_1 \cdot \omega \Rightarrow Z = \frac{G_1 \omega}{1 - G_1}$$

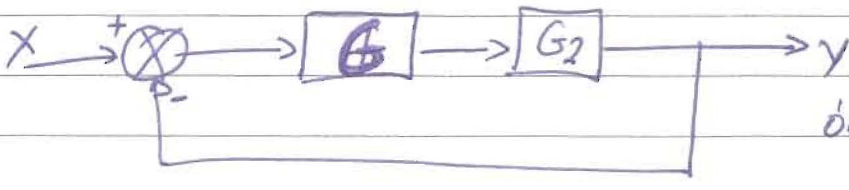
$$\Rightarrow Y = G_2 \cdot \frac{G_1 \cdot \omega}{1 - G_1}, \quad \omega = X - Y \Rightarrow Y = \frac{G_2 \cdot G_1 (X - Y)}{1 - G_1} = \frac{G_2 \cdot G_1 \cdot X}{1 - G_1} - \frac{G_2 \cdot G_1}{1 - G_1} \cdot Y$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{G_2 \cdot G_1}{1 - G_1}\right) Y = \frac{G_2 G_1}{1 - G_1} \cdot X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \frac{G_2 \cdot G_1}{1 - G_1} \frac{1}{1 + \frac{G_2 \cdot G_1}{1 - G_1}} \cdot X$$

παρένθεση

Το παραπάνω διάγραμμα βαθμίδων θα μπορούσε να αντικατασταθεί με



όπου $G = \frac{G_1}{1 - G_1}$

κι έτσι $Y = \frac{\text{ευθεία}}{1 + \text{κλειστός βρόχος}} \cdot X = \frac{G \cdot G_2}{1 + G \cdot G_2} \cdot X$

$$1 - G_1 = 1 - \frac{1}{T_1 \cdot S + 1} = \frac{T_1 \cdot S}{T_1 \cdot S + 1}$$

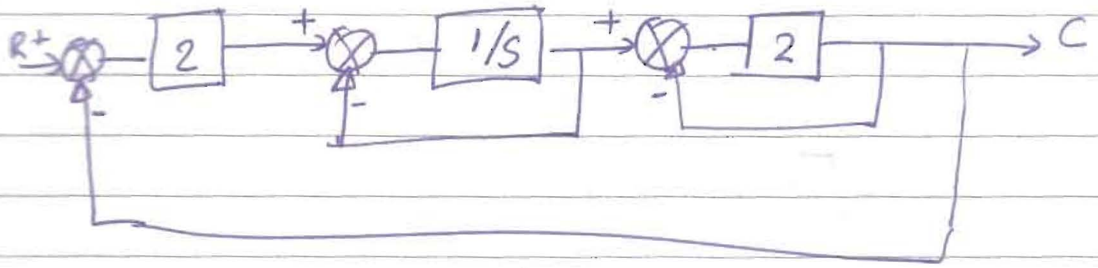
$$\frac{G_1}{1 - G_1} = \frac{1}{T_1 \cdot S + 1} \cdot \frac{T_1 \cdot S + 1}{T_1 \cdot S} = \frac{1}{T_1 \cdot S}$$

$$\frac{G_2 G_1}{1 - G_1} = \frac{0.5}{0.5 \cdot T_1 \cdot S + 1} \frac{1}{T_1 \cdot S} = \frac{1}{T_1 S + 2} \frac{1}{T_1 \cdot S} = \frac{1}{(T_1 S)^2 + 2 T_1 S}$$

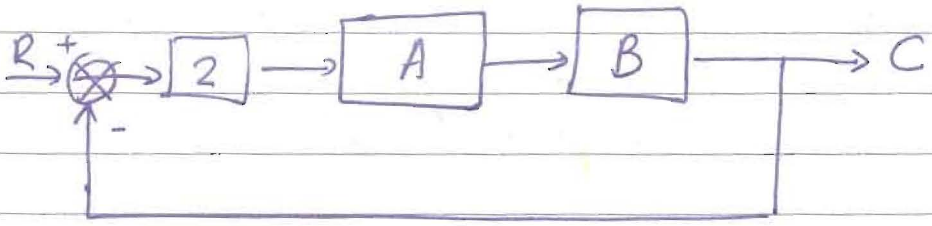
$$1 + \frac{G_2 \cdot G_1}{1 - G_1} = 1 + \frac{1}{(T_1 S)^2 + 2T_1 S} = \frac{(T_1 S)^2 + 2T_1 \cdot S + 1}{(T_1 S)^2 + 2T_1 S} = \frac{(T_1 S + 1)^2}{(T_1 S)^2 + 2T_1 S}$$

Άρα $Y = \dfrac{\frac{1}{(T_1 S)^2 + 2T_1 S}}{\frac{(T_1 S + 1)^2}{(T_1 S)^2 + 2T_1 S}} X = \dfrac{1}{(T_1 S + 1)^2} \cdot X$

11-3



⇓ απλοποίηση



$$A = \frac{1/s}{1+1/s} = \frac{1}{s+1}$$

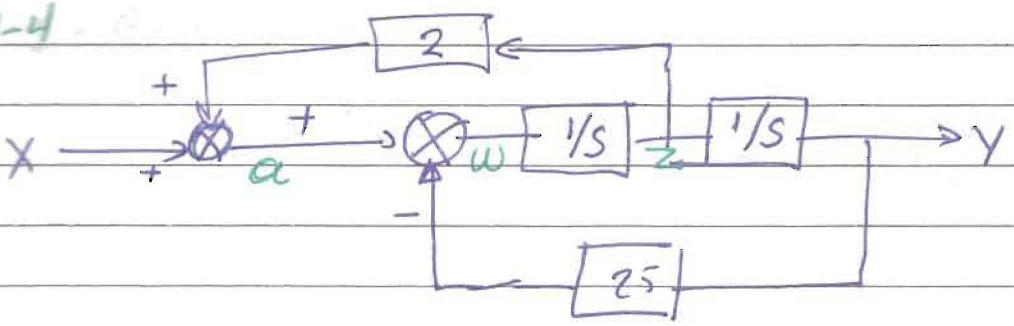
$$B = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$$

Έτσι συνολικά $C = \frac{2 \cdot A \cdot B}{1+2AB} R = \frac{2 \cdot \frac{1}{s+1} \cdot \frac{2}{3}}{1+2\frac{1}{s+1} \cdot 2/3} \cdot R \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{C}{R} = \frac{4/3 \;\; 1/(s+1)}{1+\frac{4}{3}/(s+1)} = \frac{4/3}{(s+1)+4/3} = \frac{1}{3/4\,(s+1)+1} =$$

$$\Rightarrow \frac{C}{R} = \frac{1}{0.75 \cdot s + 1.75}$$

11-4



$$Y = 1/s \cdot 1/s \cdot w$$

$$w = a - 2s \cdot Y$$

$$a = X + 2z$$

$$z = 1/s\, w \Rightarrow a = X + 2\frac{1}{s} w \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = X + \frac{2}{s} w - 2s \cdot Y \Rightarrow w\left(1 - \frac{2}{s}\right) = X - 2s \cdot Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \frac{X - 2s \cdot Y}{1 - 2/s}$$

$$Y = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{X - 2s \cdot Y}{1 - 2/s} = \frac{X}{s^2 - 2s} - \frac{2s}{s^2 - 2s} \cdot Y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2s}{s^2 - 2s}\right) \cdot Y = \frac{X}{s^2 - 2s} \Rightarrow \frac{s^2 - 2s + 2s}{s^2 - 2s} \cdot Y = \frac{X}{s^2 - 2s}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{s^2 - 2s + 2s} \cdot X$$

Κεφάλαιο 12

(12-4)

Σελ 150 σχέσεις (6.5) και (6.6)

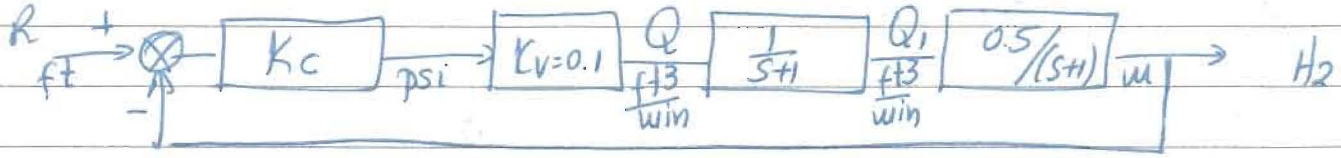
$$Q_1(s) = \frac{1}{T_1 s+1} Q(s) \quad T_1 = A_1 \cdot R_1, \quad A_1 = 2ft^2, \quad R_1 = \frac{h}{q} = \frac{dh}{dq} = \frac{1}{2}\frac{min}{ft^2} \Rightarrow T_1 = 1\ min$$

$$Q_1(s) = \frac{1}{s+1} Q(s)$$

$$H_2(s) = \frac{R_2}{T_2 \cdot s+1} Q_1(s)$$ Ομοίως $T_2 = A_2 \cdot R_2$, $A_2 = 2ft^2$, $R_2 = \frac{1}{2}\frac{min}{ft^2}$ $\Rightarrow T_2 = 1 min$

$$H_2(s) = \frac{0.5}{s+1}$$

(a)



(β) $$\frac{H_2}{R} = \frac{K_c \cdot K_v \frac{1}{s+1} 0.5/(s+1)}{1+K_c K_v \frac{1}{s+1}\frac{0.5}{s+1}} = \frac{K_c \cdot 0.1 \cdot 0.5/(s+1)^2}{1+K_c \cdot 0.1 \cdot 0.5/(s+1)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H_2}{R} = \frac{K_c \cdot 0.05}{(s+1)^2 + K_c \cdot 0.05} = \frac{K_c \cdot 0.05}{s^2+2s+1+K_c \cdot 0.05}$$

Είναι δεύτερης τάξης της μορφής $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$ (σχ. 7.12, σελ 168)

Θα φέρω την παραπάνω σε αυτή τη μορφή
(διαιρώ με το $1+K_c \cdot 0.05$ ώστε να εμφανιστεί το "1" στο δεξί[illegible] του παρανομαστή

SKAG

$$\frac{h_2}{R} = \frac{0.05K_c/(1+0.05K_c)}{\frac{1}{1+0.05K_c}s^2 + \frac{2}{1+0.05K_c}s + 1}$$

Από σύγκριση του παρανομαστή με την $\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1$

προκύπτει $\tau = \sqrt{\frac{1}{1+0.05K_c}}$ (σταθερά χρόνου συστήματος 2ης τάξης)

και $\zeta = \frac{2/(1+0.05K_c)}{2\cdot\tau} = \frac{1/(1+0.05K_c)}{1/\sqrt{1+0.05K_c}} = \frac{1}{\sqrt{1+0.05K_c}}$

Για $\zeta=1$ έχω απόκριση με κρίσιμη απόσβεση (σελ 171)

$\zeta=1 \Rightarrow \sqrt{1+0.05K_c} = 1 \Rightarrow K_c = 0$ δηλ. δεν πρέπει να έχω ρύθμιση

Άρα στην περίπτωση αναλογικού ρυθμιστή δεν μπορεί να γίνει κρίσιμη απόσβεση

(γ) Σχέση (6.24) σελ 156

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s + 1} = \frac{0.5}{1\cdot1\cdot s^2 + (1+1+2\cdot0.5)s + 1}$$

$$= \frac{0.5}{s^2+3s+1}$$

Για το σύστημα κλειστού βρόχου

$$\frac{H_2}{R} = \frac{K_c\cdot0.1\cdot0.5/(s^2+3s+1)}{1+K_c\cdot0.1\cdot0.5/(s^2+3s+1)} = \frac{0.05K_c}{s^2+3s+1+0.05K_c} =$$

$$= \frac{0.05K_c/(1+0.05K_c)}{\frac{1}{1+0.05K_c} + \frac{3}{1+0.05K_c} + 1}$$

SKAG

Συγκρίνω τον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς με αυτόν ενός συστήματος 2ης τάξης $\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1$

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{1+0.05K_c}} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{3/(1+0.05K_c)}{2\tau} = \frac{3/(1+0.05K_c)}{2/\sqrt{1+0.05K_c}} =$$

$$= 3/2 \frac{1}{\sqrt{1+0.05K_c}}$$

Για $\zeta = 1 \Rightarrow \sqrt{1+0.05K_c} = 3/2 \Rightarrow 1+0.05K_c = (3/2)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K_c = \frac{(3/2)^2 - 1}{0.05} = 25 \text{ psi/ft}$$ (από το διάγραμμα βαθμίδων)

(δ) $K_c = 1.5 \times 25 = 37.5$

$$\frac{H_2(s)}{R(s)} = \frac{0.05K_c}{s^2+3s+1+0.05K_c} = \frac{1.875}{s^2+3s+(1+1.875)} = \frac{1.875/2.875}{1/2.875\, s^2 + \frac{3}{2.875} s + 1} =$$

$$= \frac{0.652}{0.348 s^2 + 1.043 \cdot s + 1} = \frac{0.652}{(\sqrt{0.348})^2 + 2 \cdot \zeta \cdot 0.59\, s + 1}$$

($\sqrt{0.348} = 0.59$, $\zeta \to 0.884$)

Για μοναδιαία βηματική μεταβολή του R $\rightsquigarrow R(s) = 1/s$

δηλ. $\tau = 0.59$ και $\zeta = 0.884$

Άρα $H_2(s) = \dfrac{0.652}{0.348 s^2 + 1.043 \cdot s + 1} \cdot \dfrac{1}{s} = \dfrac{1}{\ }$

κι εφαρμόζεται η f.18 σελ 170 με αντικατάσταση.

$$H_2(t) = 0.652\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t/\tau} \sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\frac{t}{\tau} + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right.$$

$$= 0.652\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-0.884^2}} e^{-\frac{0.884}{0.59} \cdot t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-0.884^2}}{0.59}\, t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-0.884^2}}{0.884}\right)\right.$$

$$= 0.652\left[1 - \frac{1}{0.467} e^{-1.498 \cdot t} \cdot \sin(0.79\, t + 27.84)\right.$$