ΦΥΣΙΚΗ ΩΚΕΑΝΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΑΘΗΜΑ 9

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΩΚΕΑΝΟΓΡΑΦΙΑΣ

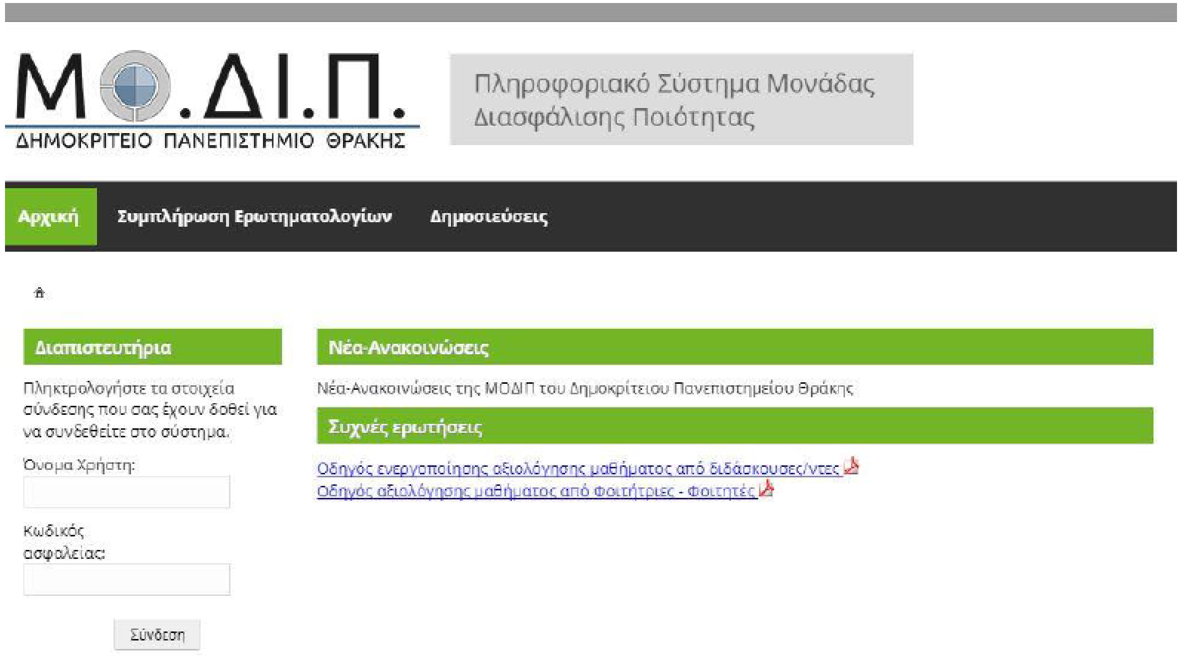
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ. Συλαίος

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

https://modip-server.kom.duth.gr/login.xhtml

Περιβάλλον Πληροφοριακού Συστήματος ΜΟΔΙΠ

Για την συμμετοχή σας στην διαδικασία της ηλεκτρονικής αξιολόγησης μαθημάτων μέσω του Πληροφοριακού Σύστημα της ΜΟΔΙΠ (http://modip-server.kom.duth.gr), από την Αρχική οθόνη και χωρίς να συμπληρώσετε Όνομα χρήστη και Κωδικό ασφαλείας επιλέξτε από το μενού την επιλογή «Συμπλήρωση Ερωτηματολογίων» (Εικόνα 1).



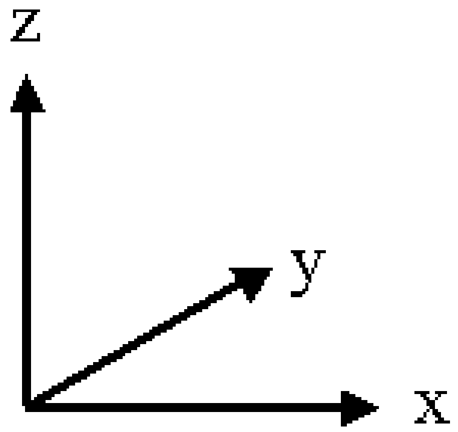
Μία σειρά από Φυσικοί Νόμοι οδηγούν στην ανάπτυξη των κύριων εξισώσεων της Ωκεανογραφίας.

1. Διατήρηση Μάζας: Περιγράφει το ισοζύγιο εισροών και εκροών μάζας σε/από έναν στοιχειώδη όγκο νερού σε σχέση με τις χρονικές μεταβολές μάζας στο εσωτερικό του στοιχειώδους όγκου. Η αρχή διατήρησης μάζας οδηγεί στην Εξίσωση της Συνέχειας (Continuity Equation).
2. Διατήρηση Ενέργειας: Περιγράφει το ισοζύγιο εισροών/εκροών ενέργειας (π.χ., θερμότητας) σε/από ένα στοιχειώδη όγκο νερού σε σχέση με τις χρονικές μεταβολές των παραμέτρων που εκφράζουν την εσωτερική ενέργεια του όγκου (π.χ., θερμοκρασία).
3. Διατήρηση Ορμής: Περιγράφει το ισοζύγιο εισροών/εκροών ορμής σε/από ένα στοιχειώδη όγκο νερού σε σχέση με την χρονική μεταβολή της επιτάχυνσης του όγκου. Η αρχή διατήρησης της ορμής οδηγεί στις Εξισώσεις Κίνησης (Equations of Motion, Navier-Stokes Equations).
4. Διατήρηση στροφορμής: Περιγράφει το ισοζύγιο εισροών/εκροών στροφορμής σε/από ένα στοιχειώδη όγκο νερού σε σχέση με την χρονική μεταβολή της περιδίνησης (vorticity) του όγκου.

Σχέση Φυσικών Νόμων και Κύριων Εξισώσεων της Ωκεανογραφίας.

Φυσικοί Νόμοι	**Εξισώσεις**
Διατήρηση Μάζας	Εξίσωση της Συνέχειας
Διατήρηση Ενέργειας	Η διατήρηση θερμότητας οδηγεί σε ενεργειακά ισοζύγια Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας οδηγεί στην εξίσωση του κύματος
Διατήρηση Ορμής	Οδηγεί στις εξισώσεις Κίνησης (Navier-Stokes)
Διατήρηση Στροφορμής	Οδηγεί στην εξίσωση διατήρησης της περιδίνησης (vorticity)

Σύστημα συντεταγμένων (Cartesian Coordinates System)



Θεωρούμε το Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων (Cartesian Coordinate System) το οποίο είναι και αυτό που χρησιμοποιείται ευρέως.

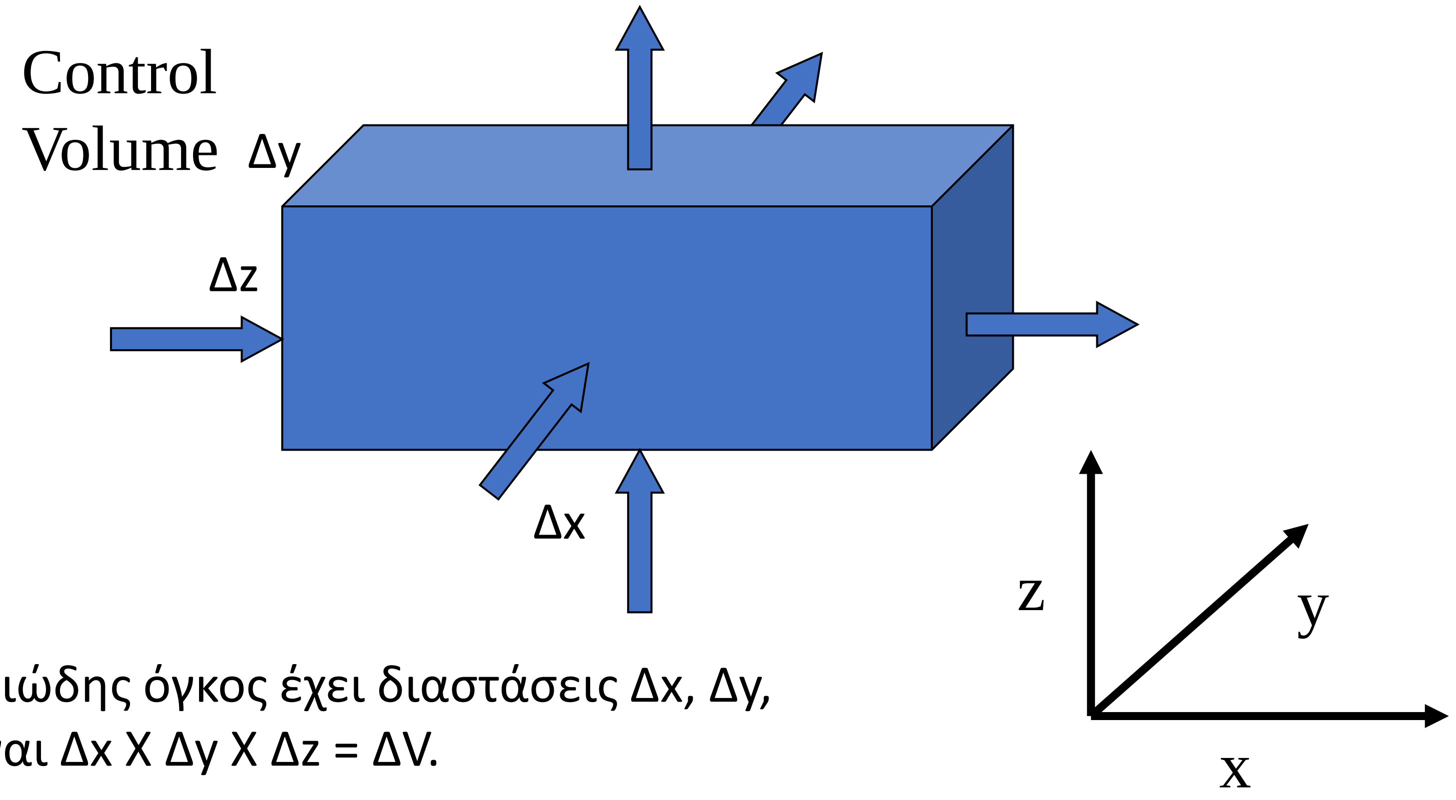
Όλες οι διεργασίες της Φυσικής Ωκεανογραφίας περιγράφονται με βάση το ΚΣΣ.

Το ΚΣΣ θεωρεί ότι ο άξονας x έχει θετική διεύθυνση προς την Ανατολή, ο άξονας y έχει θετική διεύθυνση προς τον Βορρά και ο άξονας z έχει θετική διεύθυνση προς τα πάνω.

Η Αρχή των Αξόνων βρίσκεται τοποθετημένη στην επιφάνεια της Θάλασσας. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι το εσωτερικό της θάλασσας, στα διάφορα βάθη του ωκεανού, τα βάθη περιγράφονται με αρνητικό πρόσημο (-z) και ότι ο πυθμένας βρίσκεται σε βάθος (-h).

Στοιχειώδης Όγκος (Control Volume)

Αν διαιρέσουμε τον ωκεανό σε στοιχειώδη κυβικά τμήματα με πλευρές μερικών μέτρων η κάθε μία, τότε ορίζουμε τον Στοιχειώδη Όγκο επί του οποίου μπορούμε να εφαρμόσουμε τις βασικές Αρχές (π.χ., Διατήρησης της Μάζας, της Ορμής κλπ.) και να καταστρώσουμε τις αντίστοιχες Κύριες Εξισώσεις (π.χ., Εξίσωση της Συνέχειας, Εξισώσεις Κίνησης, κλπ.). Οι Εξισώσεις αυτές θα περιγράφουν τότε τη ροή του ωκεανού σε κάθε χρονική στιγμή, σε οποιαδήποτε θέση του.



Ο κάθε στοιχειώδης όγκος έχει διαστάσεις Δx, Δy, Δz και άρα είναι $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z = \Delta V$.

Η Ολική Παράγωγος (D/Dt)

Αν ο αριθμός των στοιχειωδών όγκων σε μία θαλάσσια περιοχή αυξηθεί σημαντικά και οι διαστάσεις του στοιχειώδους όγκου μειωθούν έτσι ώστε Δx, Δy, Δz τείνουν στο μηδέν, τότε οι διεργασίες εφαρμογής των Αρχών και Εξισώσεων απαιτούν την χρήση **Διαφορικών Εξισώσεων (Differential Equations)**.

Κάθε παράμετρος στο φυσικό περιβάλλον μεταβάλλεται στον χώρο (x, y, z) και στον χρόνο (t).

Συνεπώς οι διαφορικές εξισώσεις που θα καταστρώσουμε θα πρέπει να εκφράζουν αυτή την χωρική και χρονική μεταβολή, την οποία θα ονομάσουμε **χωροχρονική μεταβολή (spatio-temporal change)**.

Η **Ολική Παράγωγος (total derivative)** εκφράζει την συνολική χωροχρονική μεταβολή στην τιμή μίας παραμέτρου. Η Ολική Παράγωγος εκφράζεται ως D/Dt.

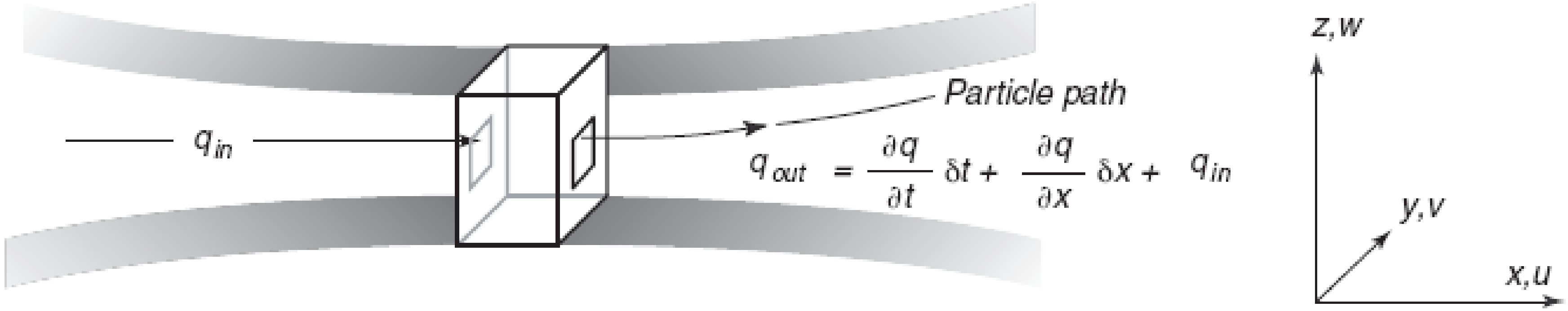
Οι **Μερικές Παράγωγοι (partial derivatives)** εκφράζουν μεταβολές μόνο ως προς τον χώρο ή μόνο ως προς τον χρόνο. Οι μερικές παράγωγοι εκφράζονται ως $\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z$

Η Ολική Παράγωγος (D/Dt)

Έστω μία παράμετρος q που εκφράζει την ροή μάζας διαμέσω ενός στοιχειώδους όγκου κατά την x-διεύθυνση.

Αν το q μεταβάλλεται στο χρόνο και το χώρο στο πεδίο ροής, τότε η σχέση μεταξύ του q_{in} και του q_{out} είναι:

$$q_{out} = q_{in} + \frac{\partial q}{\partial t}\,\delta t + \frac{\partial q}{\partial x}\,\delta x \qquad (7.5)$$

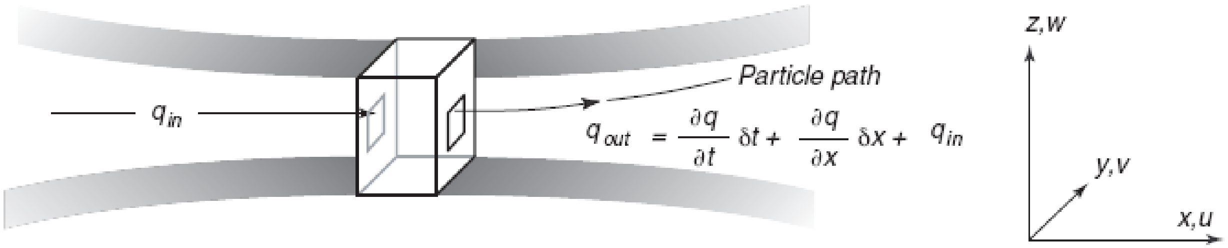


Η Ολική Παράγωγος (D/Dt)

Ο ρυθμός μεταβολής του q μέσα στο στοιχειώδη όγκο είναι

$$\underbrace{\frac{Dq}{Dt}}_{\text{Χωροχρονική Μεταβολή q}} = \frac{q_{out} - q_{in}}{\delta t} = \underbrace{\frac{\partial q}{\partial t}}_{\text{Χρονική Μεταβολή q}} + \underbrace{\frac{\partial q}{\partial x}\frac{\delta x}{\delta t}}_{\text{Χωρική Μεταβολή q}}$$

$$q_{out} = q_{in} + \frac{\partial q}{\partial t}\delta t + \frac{\partial q}{\partial x}\delta x \qquad (7.5)$$



Αλλά δx/δt = u, δηλ η ταχύτητα ροής, οπότε

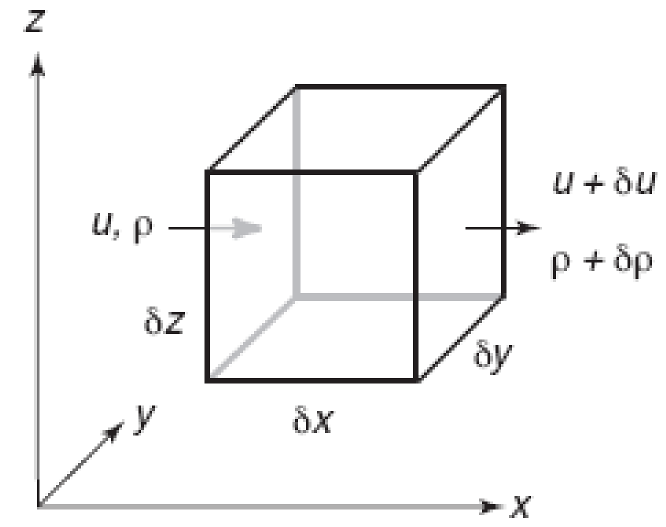
$$\frac{Dq}{Dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + u\frac{\partial q}{\partial x}$$

Οπότε, στις τρεις διαστάσεις η ολική παράγωγος είναι

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$$

Ή αλλιώς $$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}\nabla(\ldots)$$ Όπου $$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

Αρχή Διατήρησης Μάζας: Εξίσωση της Συνέχειας



Εισροή Μάζας προς τον Στοιχειώδη Όγκο: ρ u δy δz

Εκροή Μάζας από τον Στοιχειώδη Όγκο: (ρ + δρ) (u + δu) δy δz

Επομένως, η καθαρή ροή μάζας είναι Εκροή – Εισροή:

ρu δy δz + ρ δu δy δz + u δρ δy δz + δρ δu δy δz - ρu δy δz

Καθαρή Ροή Μάζας: ρ δu δy δz + u δρ δy δz + δρ δu δy δz

Αλλά $$\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\delta x, \quad \delta\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x}\delta x$$

Επομένως

$$\boxed{\mathrm{K}\alpha\theta\alpha\rho\acute{\eta}\ \mathrm{P}o\acute{\eta}\ \mathrm{M}\acute{\alpha}\zeta\alpha\varsigma : \left(\rho\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}\right)\delta x\,\delta y\,\delta z}$$

Καθώς δx → 0, ο τρίτος όρος της παραπάνω σχέσης γίνεται διαρκώς μικρότερος, σε σχέση με τους δύο πρώτους.

Αρα,

$$\boxed{\mathrm{K}\alpha\theta\alpha\rho\acute{\eta}\ \mathrm{P}o\acute{\eta}\ \mathrm{M}\acute{\alpha}\zeta\alpha\varsigma : \left(\rho\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)\delta x\,\delta y\,\delta z = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\,\delta x\,\delta y\,\delta z}$$

Αρχή Διατήρησης Μάζας: Εξίσωση της Συνέχειας

Στις τρεις διαστάσεις έχουμε

$$\boxed{\text{Καθαρή Ροή Μάζας}: \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \delta x \, \delta y \, \delta z}$$

Ωστόσο, η ροή μάζας αντισταθμίζεται από μία μεταβολή στη πυκνότητα του στοιχειώδους όγκου. Αυτό σημαίνει ότι αν η εισροή μάζας είναι μεγαλύτερη της εκροής μάζας, δηλ. η καθαρή ροή μάζας είναι θετική τότε η πυκνότητα του στοιχειώδους όγκου αυξάνει στον χρόνο, ενώ αντίθετα μειώνεται.

Η μεταβολή της πυκνότητας του στοιχειώδους όγκου στον χρόνο γράφεται:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} \, \delta x \, \delta y \, \delta z}$$

Από όπου καταλήγουμε σε

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0}$$

Αυτή είναι η Εξίσωση Συνέχειας για συμπιεστά ρευστά

Αρχή Διατήρησης Μάζας: Εξίσωση της Συνέχειας

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0}$$

Αν αναπτύξουμε τους όρους της εξίσωσης της συνέχειας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}+v\frac{\partial \rho}{\partial y}+w\frac{\partial \rho}{\partial z}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\frac{\partial v}{\partial y}+\rho\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

Προκύπτει ότι οι τέσσερις πρώτοι όροι εκφράζουν την ολική παράγωγο Dρ/Dt.

Άρα, μπορώ να τους αντικαταστήσω με τον όρο Dρ/ Dt και να διαιρέσω με το ρ.

$$\boxed{\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0}$$

Εναλλακτική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας σε συμπιεστά ρευστά

Η παραδοχή Boussinesq

Η πυκνότητα είναι σχεδόν σταθερή στον ωκεανό, οπότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η πυκνότητα είναι σταθερή εκτός από τη περίπτωση που πολλαπλασιάζεται με τη βαρύτητα g.

Η παραδοχή αυτή απλοποιεί την εξίσωση της Συνέχειας.

Η παραδοχή Boussinesq είναι ισοδύναμη με το να θεωρήσουμε ότι το ωκεάνιο νερό είναι ασυμπίεστο.

Θεωρώντας το συντελεστή συμπιεστότητας

$$\beta = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p} = -\frac{1}{V}\frac{DV}{Dt} / \frac{Dp}{Dt}$$

Για ασυμπίεστα ρευστά β = 0, άρα $\frac{1}{V}\frac{DV}{Dt} = 0$

$$-\frac{1}{V}\frac{DV}{Dt} = -V\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{V}\right) = -\frac{V}{m}\frac{D}{Dt}\left(\frac{m}{V}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} = 0$$

Άρα για ασυμπίεστα ρευστά, η εξίσωση της συνέχειας γίνεται

$$\boxed{\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0}$$

Εξίσωση της Συνέχειας σε ασυμπίεστα ρευστά

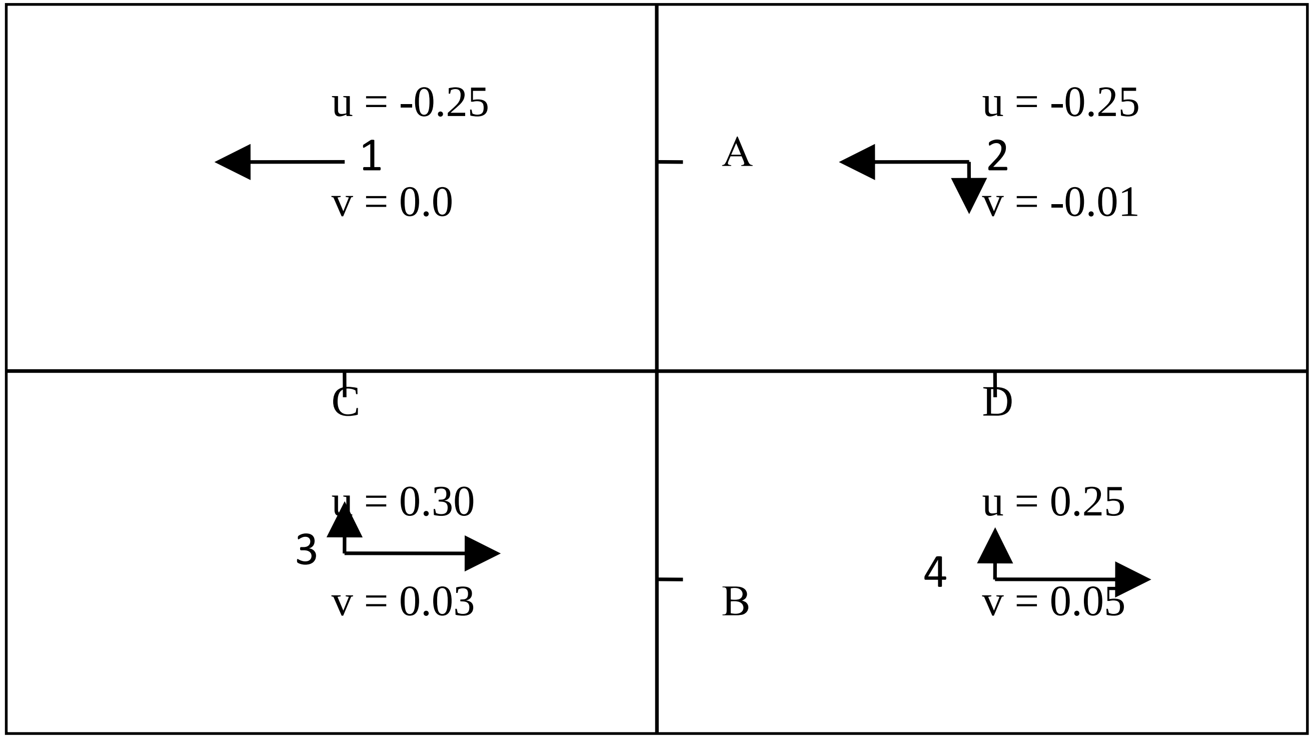
Άσκηση χρήσης της Εξίσωσης Συνέχειας

Είναι γνωστό ότι είναι δύσκολο να μετρήσουμε την κατακόρυφη ταχύτητα σε μια ροή. Δεν υπάρχει αισθητήρας χαμηλού κόστους που να επιτρέπει τέτοια μέτρηση.

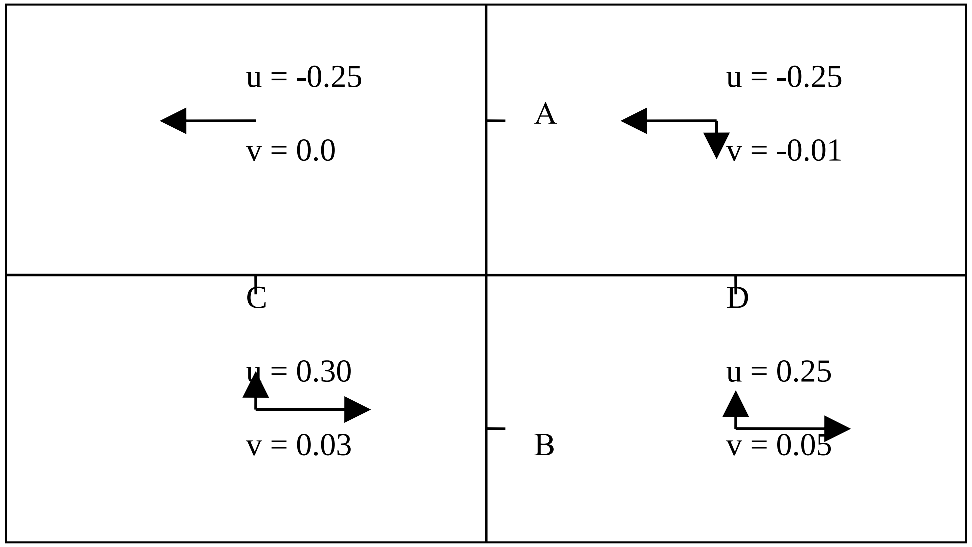
Αν όμως μετρήσουμε τις οριζόντιες ταχύτητες σε διάφορες θέσεις στον ωκεανό (μετριούνται εύκολα με έναν ρευματογράφο) τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση της συνέχειας για να εκτιμήσουμε την κατακόρυφη ταχύτητα.

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = -\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right]}$$

Να βρεθεί η ταχύτητα βύθισης ή ανύψωσης μίας μάζας νερού από την επιφάνεια της θάλασσας στα 50 μ. βάθος (ή αντίστροφα), όταν οι οριζόντιες ταχύτητες κατανέμονται όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί επίσης ο χρόνος που απαιτείται για τη μάζα αυτή να διανύσει κατακόρυφα την απόσταση των 50 μ.



$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right]$$



Στο σημείο A έχουμε : $\dfrac{\partial u}{\partial x} \approx \dfrac{\left[\left(-0.25\right)-\left(-0.25\right)\right]}{5\times10^{5}} = 0$

Στο σημείο B έχουμε : $\dfrac{\partial u}{\partial x} \approx \dfrac{\left[\left(+0.25\right)-\left(+0.30\right)\right]}{5\times10^{5}} = -10\times10^{-8}\ s^{-1}$

Στο σημείο C έχουμε : $\dfrac{\partial v}{\partial y} \approx \dfrac{\left[\left(0\right)-\left(+0.03\right)\right]}{5\times10^{5}} = -6.0\times10^{-8}\ s^{-1}$

Στο σημείο D έχουμε : $\dfrac{\partial v}{\partial y} \approx \dfrac{\left[\left(-0.01\right)-\left(+0.05\right)\right]}{5\times10^{5}} = -1.2\times10^{-7}\ s^{-1}$

Στο σημείο E έχουμε : $\left[\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)_A + \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)_B\right] / 2 = -5\times10^{-8}\ s^{-1}$

Στο σημείο E έχουμε : $\left[\left(\dfrac{\partial v}{\partial y}\right)_C + \left(\dfrac{\partial v}{\partial y}\right)_D\right] / 2 = -8.3\times10^{-8}\ s^{-1}$

Από την εξίσωση της συνέχειας :

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right] \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = -\left[-5\times 10^{-8} - 8.5\times 10^{-8}\right] \ s^{-1}$$

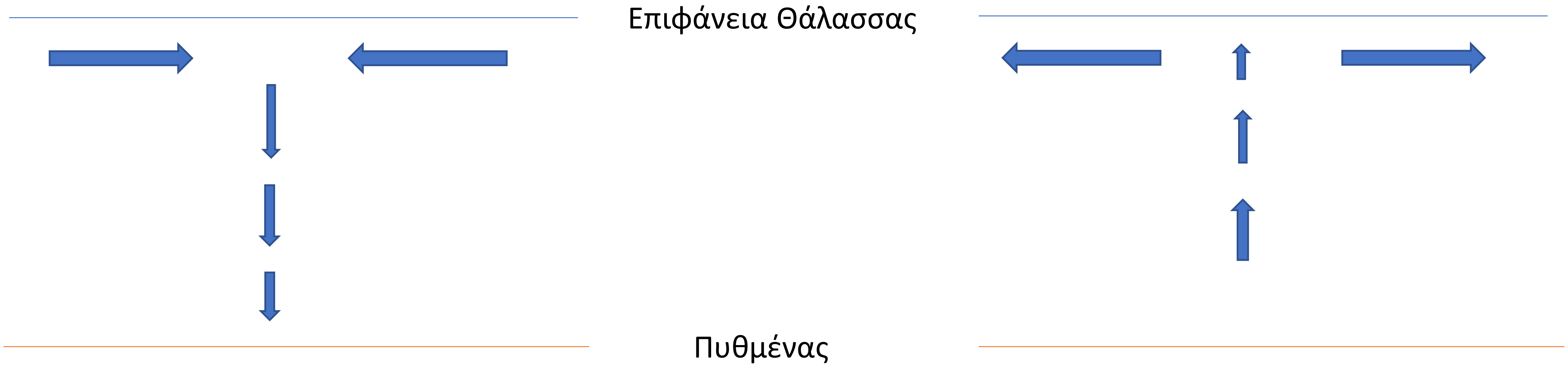
$$\frac{\partial w}{\partial z} = +13.8\times 10^{-8} \quad s^{-1}$$

Α) Η κατακόρυφη ταχύτητα w = 0 στην επιφάνεια της θάλασσας μηδενίζεται.

Β) Αν ο όρος ∂w/ ∂z είναι θετικός, άρα το w έχει αρνητική τιμή κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και θα μειώνεται όσο κατεβαίνουμε προς τον πυθμένα της θάλασσας. Άρα το νερό κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας κινείται προς τον πυθμένα (βυθίζεται). Επίσης, ο όρος (∂u/∂x + ∂v/∂y) είναι αρνητικός, άρα βρισκόμαστε σε **ζώνη επιφανειακής σύγκλισης (convergence zone)**.

Γ) Αν ο όρος ∂w/ ∂z είναι αρνητικός, άρα το w έχει θετική τιμή κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και θα μειώνεται όσο ανεβαίνουμε προς την επιφάνειας της θάλασσας. Άρα το νερό κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας κινείται προς την επιφάνεια (ανοδική κίνηση). Επίσης, ο όρος (∂u/∂x + ∂v/∂y) είναι θετικός, άρα βρισκόμαστε σε **ζώνη επιφανειακής απόκλισης (divergence zone)**.

Ζώνη Επιφανειακής Σύγκλισης **Ζώνη Επιφανειακής Απόκλισης**



Στη **Ζώνη Επιφανειακής Σύγκλισης** η κατακόρυφη ταχύτητα w κινείται από την επιφάνεια προς τον πυθμένα με ολοένα μειούμενη ένταση. Ο όρος $\partial w/\partial z$ είναι θετικός ενώ ο όρος $(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)$ είναι αρνητικός.

Στη **Ζώνη Επιφανειακής Απόκλισης** η κατακόρυφη ταχύτητα κινείται προς την επιφάνεια με ολοένα μειούμενη ένταση – μηδενίζεται στην επιφάνεια της θάλασσας. Ο όρος $\partial w/\partial z$ είναι αρνητικός, ενώ ο όρος $(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)$ είναι θετικός.

Τέλος, η κατακόρυφη ταχύτητα w_h σε βάθος h από την επιφάνεια δίνεται από :

$$w_h = \int_{-h}^{0} dw = \int_{-h}^{0} \frac{\partial w}{\partial z} dz = -\int_{-h}^{0} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] dz$$

Η μέση κατακόρυφη ταχύτητα w από την επιφάνεια έως το βάθος 50 μ

$$w_h = \int_{-h}^{0} dw = \int_{-h}^{0} \frac{\partial w}{\partial z} dz = -\int_{-h}^{0} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] dz = -\int_{-50}^{0} (13.8\times 10^{-8})\, dz = -6.9\times 10^{-6}\ m/s$$

Η ταχύτητα αυτή αντιστοιχεί σε 0.59 m/day

Αρχή Διατήρησης Ορμής: Εξίσωση της Κίνησης

Η θάλασσα κινείται υπό την επίδραση δυνάμεων.

Κάθε δύναμη που ασκείται στον στοιχειώδη όγκο νερού παράγει μία αντίστοιχη κίνηση στην θάλασσα.

Για παράδειγμα

- Η επίδραση του ανέμου δημιουργεί την ανεμογενή κίνηση
- Η επίδραση της περιστροφής της Γης την γεωστροφική κίνηση
- Η επίδραση της βαρυντικής έλξης πλανητών δημιουργεί την παλιρροιακή κίνηση
- Η επίδραση της διαφοράς πίεσης δημιουργεί την βαροτροπική και την βαροκλινική κίνηση

Κύριες Δυνάμεις στην Ωκεάνια Δυναμική

Μόνο ορισμένες από τις δυνάμεις της φυσικής είναι σημαντικές στη Φυσική Ωκεανογραφία. Αυτές είναι:

- Η Βαρύτητα (Gravity)
- Η Τριβή (Friction)
- Η δύναμη Coriolis (Coriolis force), και
- Η Πιεσοβαθμίδα (Pressure-gradient)

Κάθε τέτοια δύναμη αντιστοιχεί σε ένα διάνυσμα κίνησης του νερού το οποίο έχει μέγεθος και διεύθυνση.

Το διάνυσμα αυτό περιγράφει την Ροή του Νερού η οποία μεταβάλλεται στον Χώρο και τον Χρόνο.

1. Η Βαρύτητα

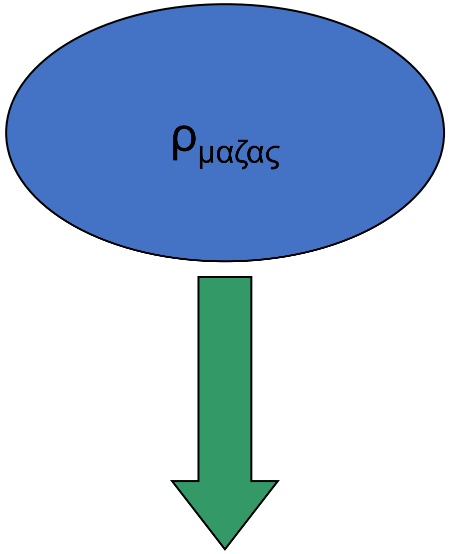
Η βαρύτητα αποτελεί τη κυρίαρχη δύναμη στον ωκεανό.

Κάθε μάζα νερού έχει βάρος και άρα παράγει πίεση στις υποκείμενες υδάτινες μάζες.

Μεταβολές στη δύναμη της βαρύτητας παράγονται λόγω της σχετικής κίνησης των Πλανητών που παράγουν τις παλίρροιες (tides), τα παλιρροιακά ρεύματα και τη παλιρροιακή ανάμειξη στο εσωτερικό του ωκεανού.

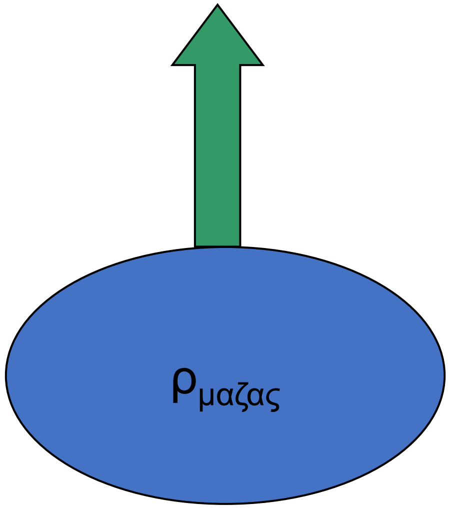
Στον ωκεανό η δύναμη της Βαρύτητας είναι σημαντική μόνο κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, άρα μόνο κατά τον z-άξονα.

Η δύναμη εκφράζεται από την **Άνωση (Buoyancy)**, με αποτέλεσμα την ανοδική ή την καθοδική κίνηση του νερού όταν η δύναμη της βαρύτητας και η άνωση εφαρμόζονται συνδυασμένα σε μία μάζα νερού με **διαφορετική πυκνότητα από το περιβάλλον της**.



Αρνητική άνωση

$\boldsymbol{\rho}_{\mu\acute{\alpha}\zeta\alpha\varsigma} > \rho_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\acute{\alpha}\lambda\lambda\text{o}\nu\tau\text{o}\varsigma}$

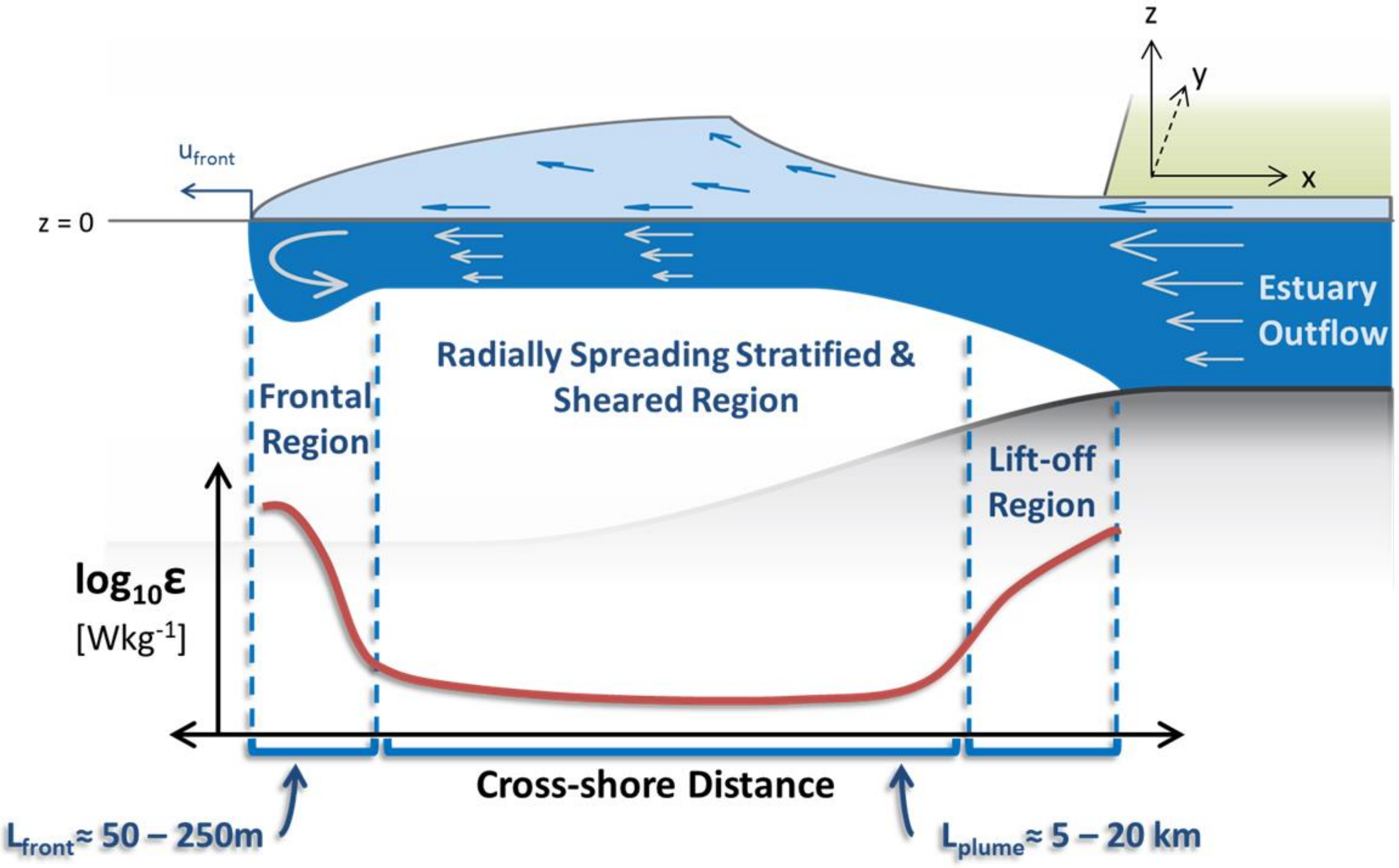


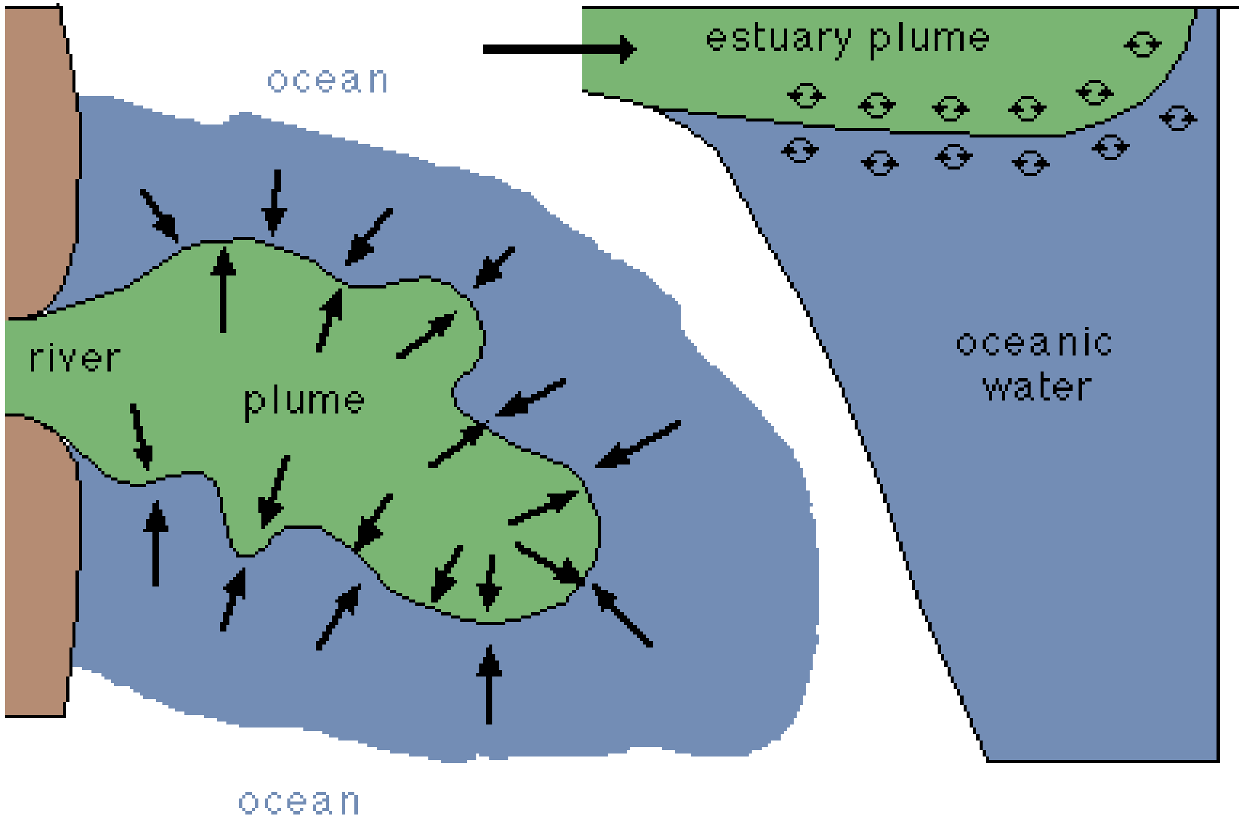
Θετική άνωση

$\boldsymbol{\rho}_{\mu\acute{\alpha}\zeta\alpha\varsigma} < \rho_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\acute{\alpha}\lambda\lambda\text{o}\nu\tau\text{o}\varsigma}$

Πετρελαιοκηλίδα στον Ωκεανό

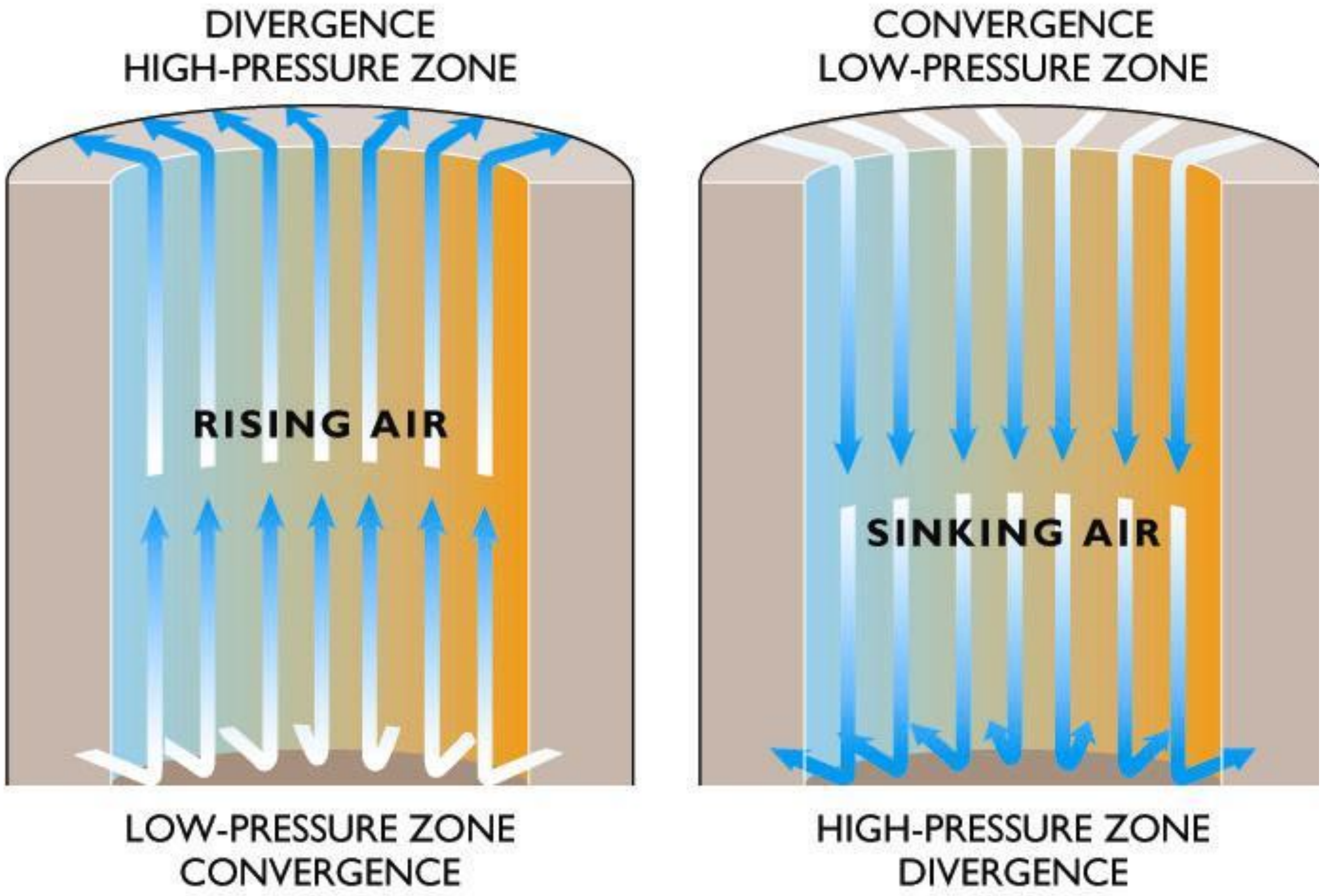
Άνωση σε Ποτάμιο Πλούμιο





Άνωση σε
Ποτάμιο Πλούμιο

Heating and Cooling of Air



2. Η Τριβή (Friction)

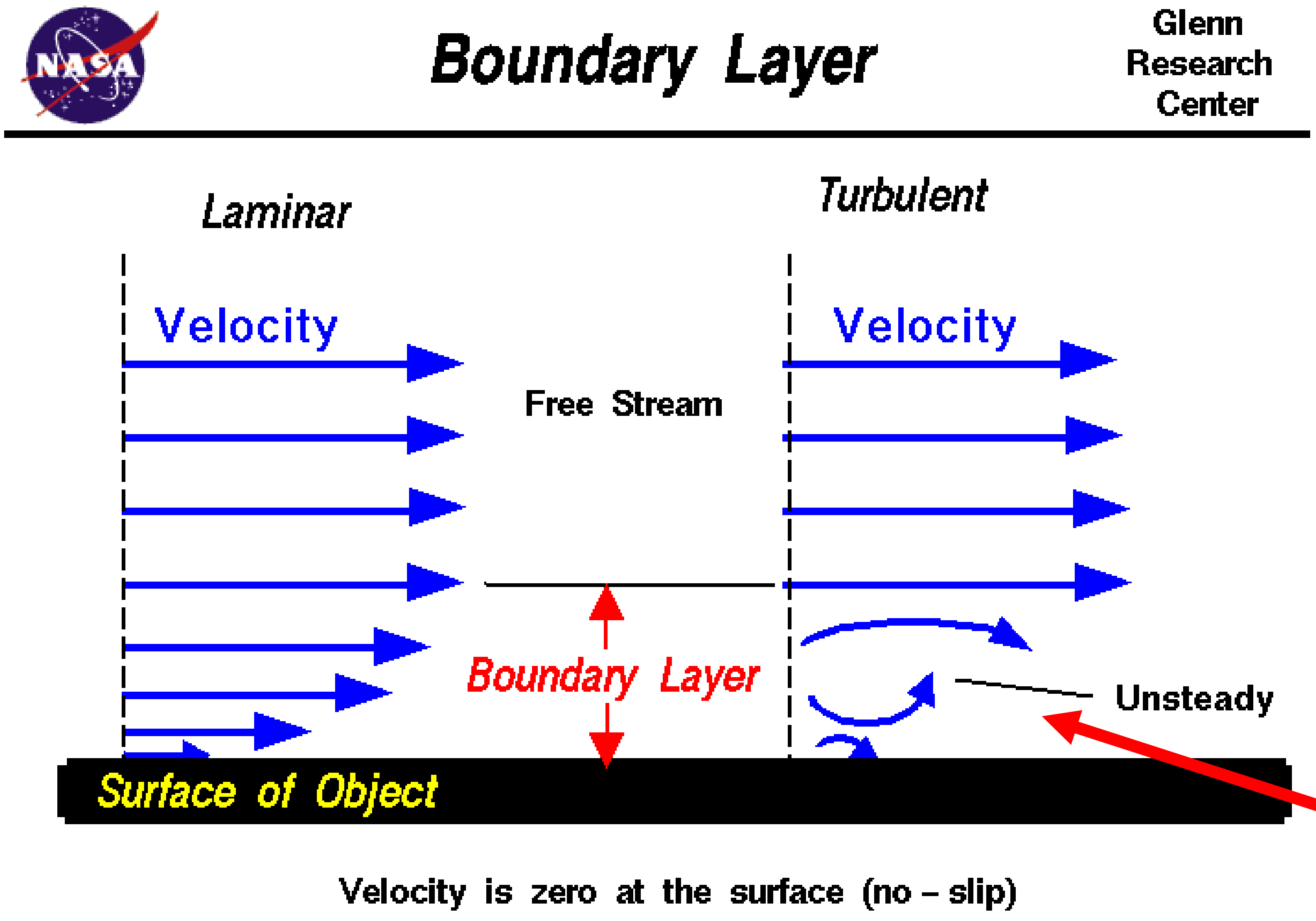
Η Τριβή αναπτύσσεται στα εξωτερικά όρια του Ωκεανού (επιφάνεια, πυθμένας, πλευρικά στερεά όρια).

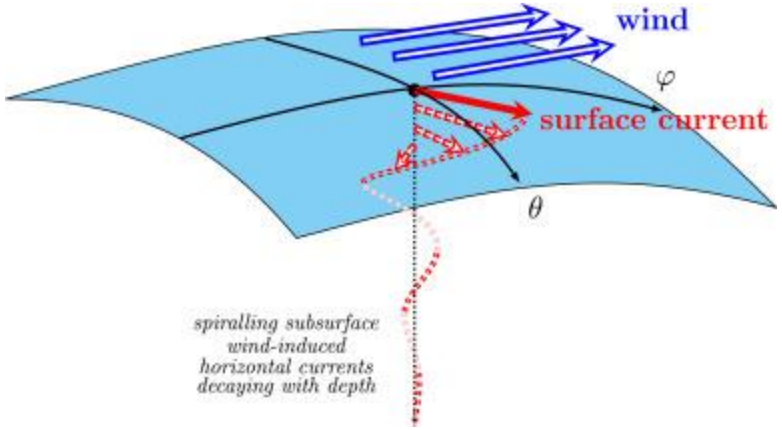
Ο άνεμος ασκεί μία δύναμη πάνω στην επιφάνεια της θάλασσας (ανεμογενής διατμητική τάση) η οποία παράγει τριβή πάνω στην επιφάνεια της θάλασσας και μεταφέρει την οριζόντια ορμή του στη θάλασσα δημιουργώντας ρεύματα.

Η κίνηση του νερού κοντά στον πυθμένα παράγει τριβή λόγω της τραχύτητας του πυθμένα. Το ίδιο και κοντά στα πλευρικά στερεά όρια.

Η τριβή δημιουργεί ένα ειδικό στρώμα στο εσωτερικό της ροής που ονομάζεται **οριακό στρώμα (boundary layer)**.

Άρα, στον ωκεανό έχουμε δύο οριακά στρώματα:
Α) το οριακό στρώμα επιφανείας (surface boundary layer), και
Β) το οριακό στρώμα πυθμένα (bottom boundary layer).





Οριακό Στρώμα – Υψηλή τιμή όρων $\partial u/ \partial z$ & $\partial v/ \partial z$

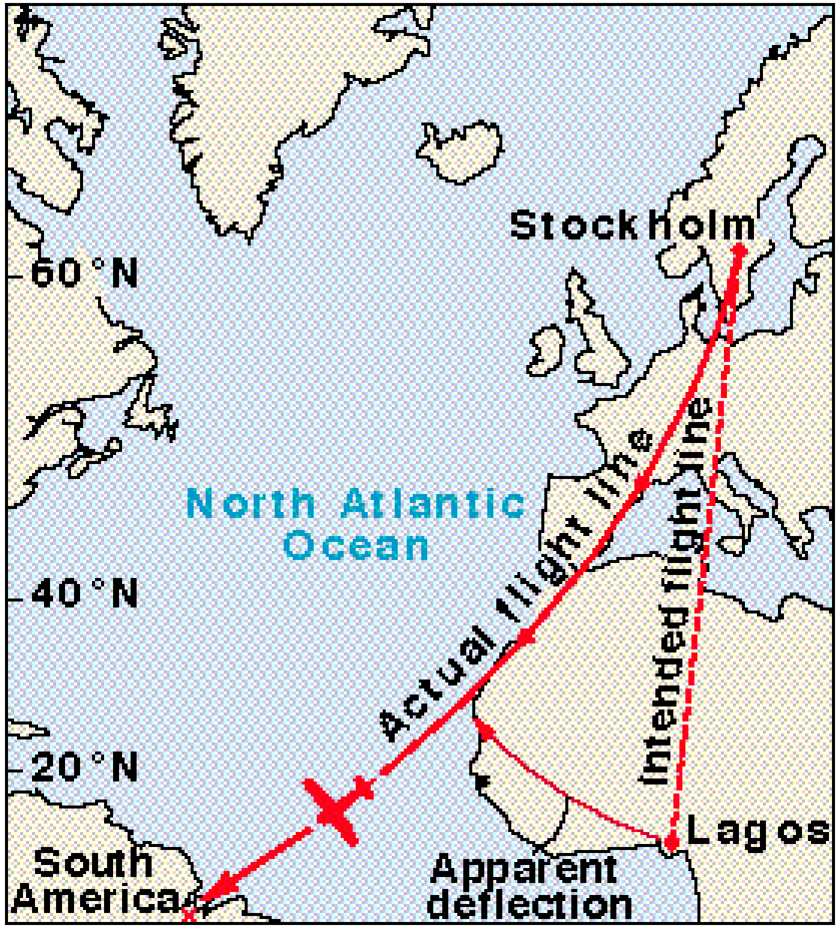
Στο Οριακό Στρώμα η Τριβή παράγει Τύρβη. Δημιουργεί μία ασταθή ροή που ονομάζεται Τυρβώδης Ροή.

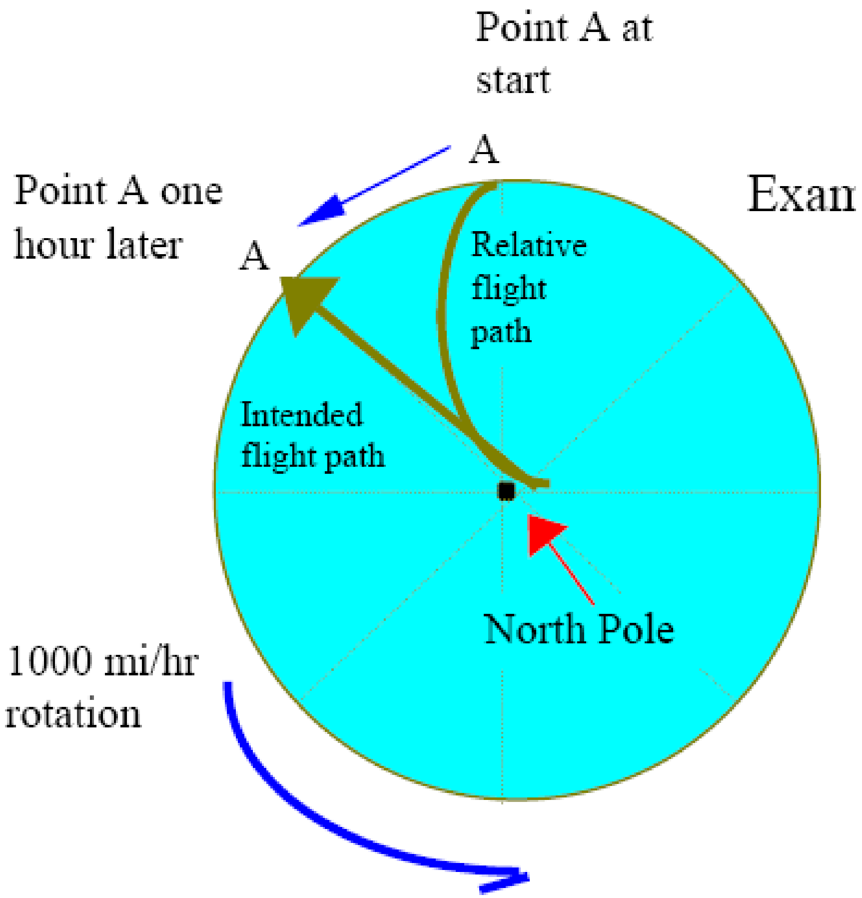
3. Η Δύναμη Coriolis

Η δύναμη Coriolis, αποτελεί μία δευτερογενή δύναμη, η οποία αναπτύσσεται όταν μία μάζα νερού βρίσκεται σε κίνηση.

Οφείλεται στη περιστροφή της Γης και προκαλεί την εκτροπή κινούμενων σωμάτων κατά τη κίνησή τους.

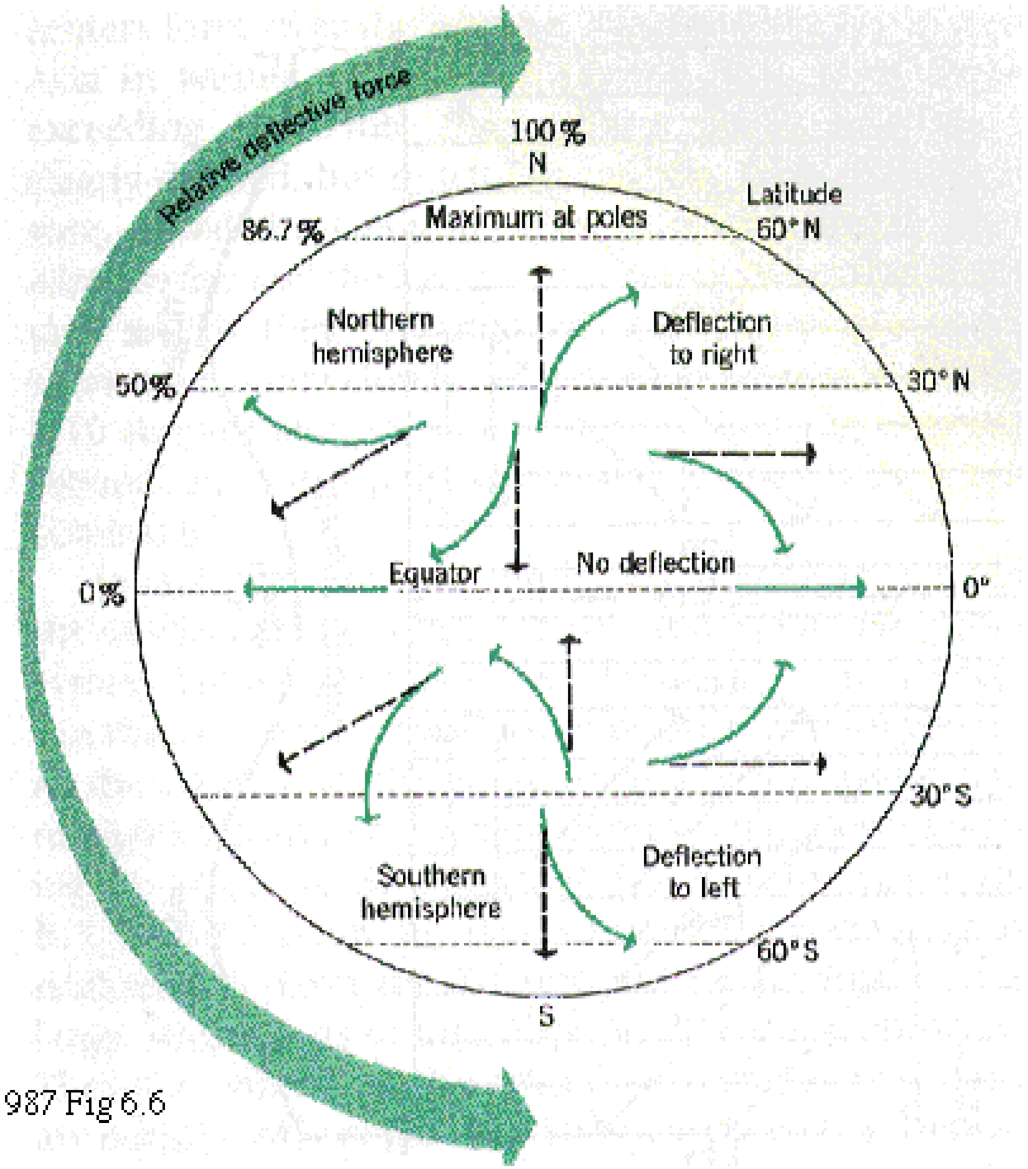
Στο Β. Ημισφαίριο η εκτροπή είναι προς τα δεξιά της τροχιάς κίνησης, ενώ στο Ν. Ημισφαίριο η εκτροπή είναι προς τα αριστερά της τροχιάς κίνησης.





Το αεροπλάνο κινείται σε ευθεία γραμμή ως προς την ατμόσφαιρα, αλλά κινείται σε καμπύλη γραμμή σε σχέση με την επιφάνεια της Γης, η οποία περιστρέφεται.

Coriolis Strength and Latitude



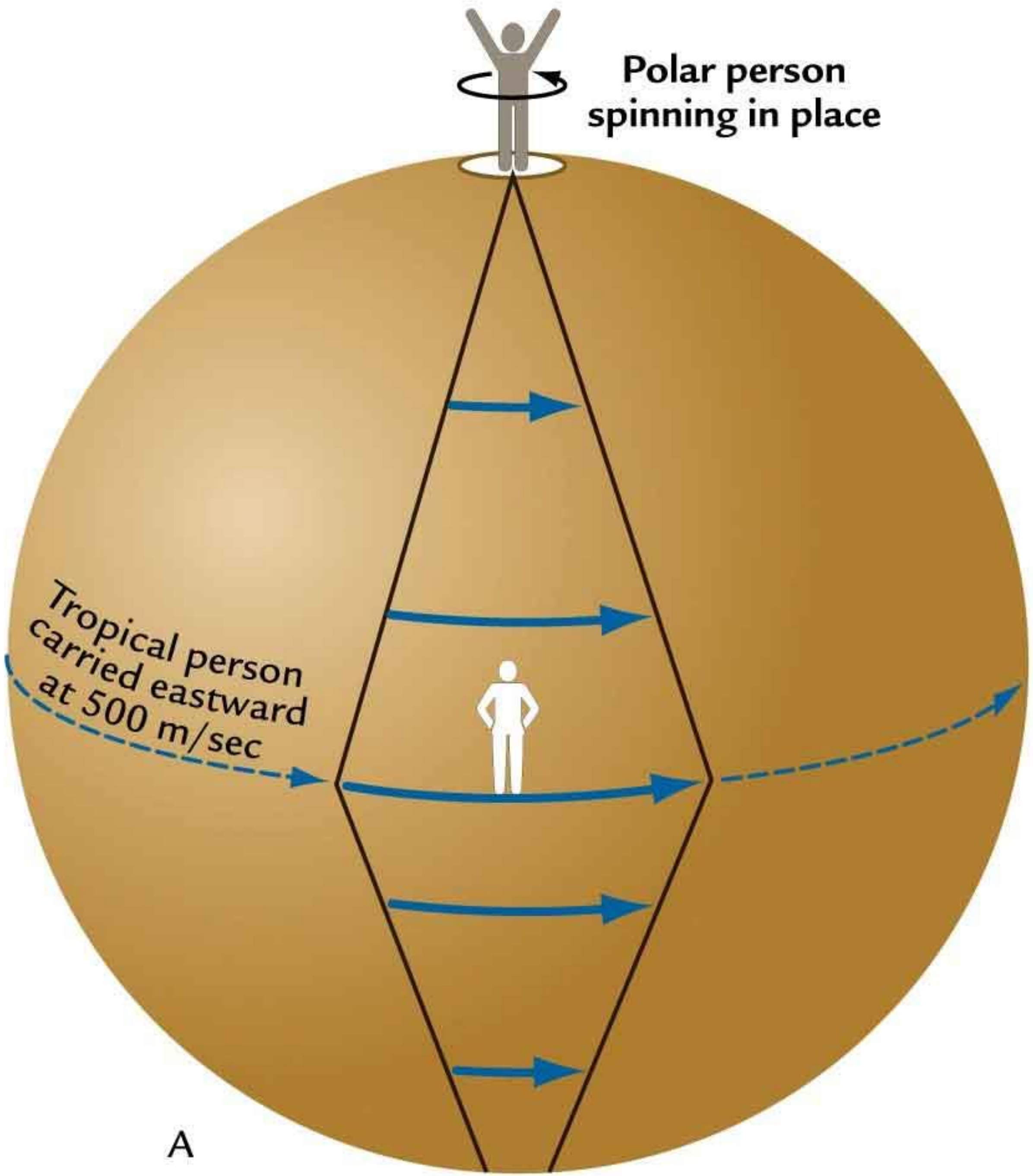
Strahler&Strahler 1987 Fig 6.6

Η δύναμη Coriolis είναι μηδενική στον Ισημερινό.

Αυξάνει το μέγεθός της με το γεωγραφικό πλάτος.

Αποκτά την μέγιστη τιμή της στους Πόλους

Εκτρέπει την ροή προς τα δεξιά της κίνησής της στο Β. Ημισφαίριο και προς τα αριστερά της κίνησής της στο Ν. Ημισφαίριο


Polar person
spinning in place
Tropical person
carried eastward
at 500 m/sec
A

3. Η Οριζόντια Πιεσοβαθμίδα

Η πίεση σε κάθε βάθος z του ωκεανού δίνεται από την Υδροστατική Εξίσωση: $p = \rho g z$

Η οριζόντια πιεσοβαθμίδα εκφράζεται ως $\partial p/\partial x$ & $\partial p/\partial y$

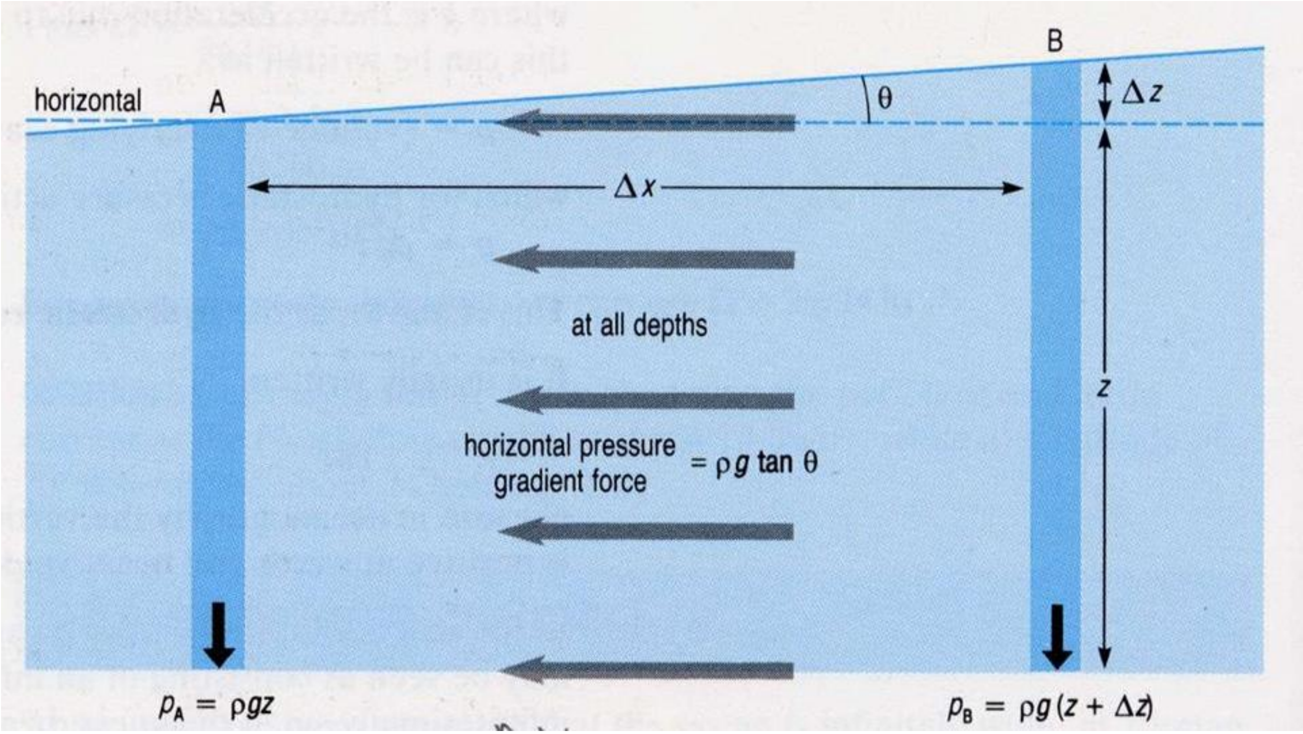
Η οριζόντια πιεσοβαθμίδα (horizontal pressure gradient) αναπτύσσεται λόγω :

Α) της διαφορετικής στάθμης της επιφάνειας της θάλασσας σε διάφορες θέσεις του ωκεανού (βαροτροπική πιεσοβαθμίδα), και

Β) της διαφορετικής πυκνότητας νερού στο ίδιο επίπεδο (βαροκλινική πιεσοβαθμίδα).

Βαροτροπική πιεσοβαθμίδα (Barotropic pressure-gradient) παράγεται λόγω της διαφορετικής στάθμης της επιφάνειας της θάλασσας σε διάφορες θέσεις του ωκεανού.

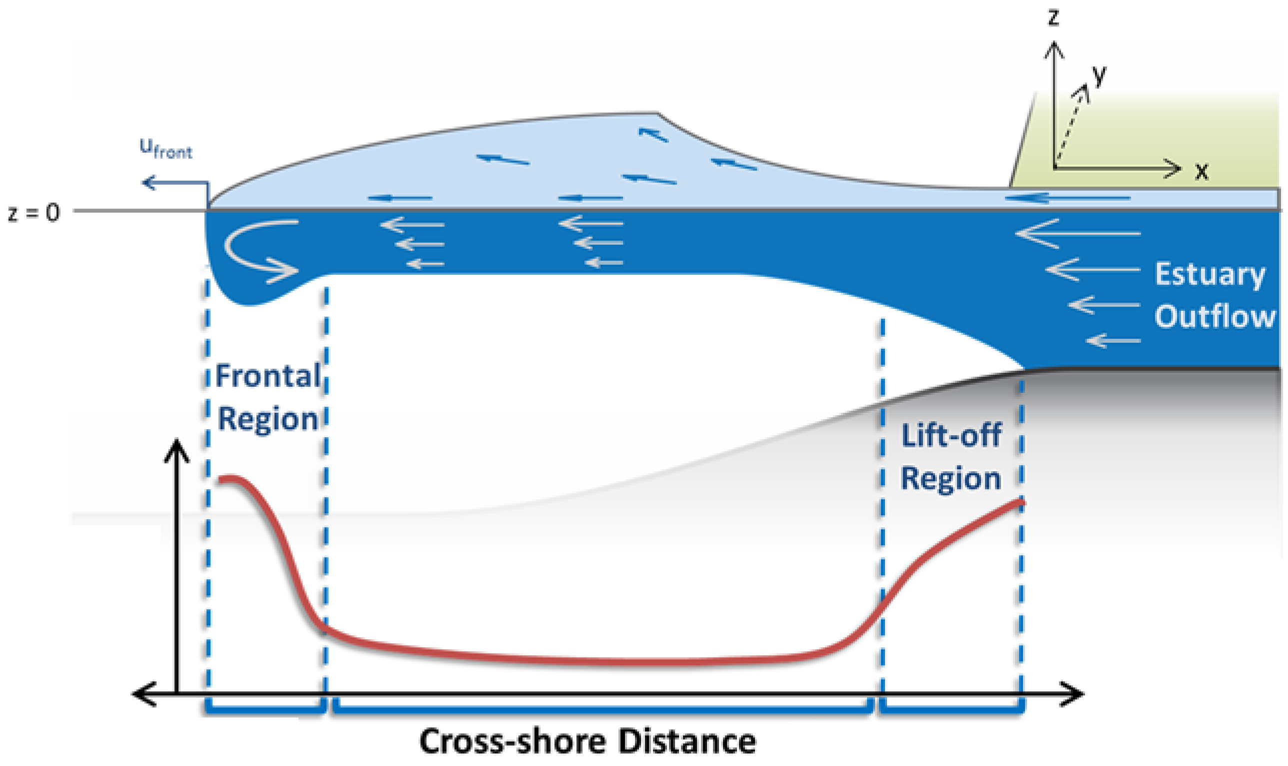
Η μεταβολή στην στάθμη της θάλασσας (Δz) παράγεται είτε από τον άνεμο ή από την παλίρροια.



Βαροτροπική Πιεσοβαθμίδα

Βαροκλινική πιεσοβαθμίδα (Baroclinic pressure-gradient) παράγεται λόγω της οριζόντιας διαφοράς πυκνότητας σε διάφορες θέσεις του ωκεανού.

Η διαφορά πυκνότητας μπορεί να οφείλεται σε διαφορά θερμοκρασίας (ψυχρό – θερμό νερό), της αλατότητας (γλυκό – αλμυρό νερό) ή και των δύο.



Βαροκλινική Πιεσοβαθμίδα

Η Εξίσωση Κίνησης στον Ωκεανό

Βασίζεται στο 2ο Νόμο του Νεύτωνα, σύμφωνα με τον οποίο, η μεταβολή της ορμής σε ένα ρευστό οφείλεται στην εφαρμογή μίας δύναμης.

$$F = ma \Leftrightarrow F = m\frac{DV}{Dt} \Leftrightarrow F = \frac{D(mV)}{Dt}$$

Όπου F είναι η δύναμη, m η μάζα και **V** η ταχύτητα.

Η Εξίσωση Κίνησης στον Ωκεανό

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{F}{m} = f_m$$

Όπου f_m είναι η δύναμη στη μονάδα της μάζας

Άρα, η επιτάχυνση που αποκτά μία υδάτινη μάζα ισούται με την δύναμη που της ασκείται ανά μονάδα μάζας

Έχουμε ήδη εξηγήσει ότι οι σημαντικές δυνάμεις στη ωκεάνια δυναμική είναι 4 δυνάμεις:
Α) η πιεσοβαθμίδα, Β) η Coriolis, Γ) η βαρύτητα και Δ) η τριβή

$$\boxed{\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - 2\Omega \times V + g + F_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}}}$$

Άρα οι κύριες δυνάμεις ανά μονάδα μάζας που κινούν το νερό κατά το οριζόντιο επίπεδο είναι:

Η οριζόντια πιεσοβαθμίδα

\+

Η δύναμη Coriolis

\+

Η τριβή (επιφάνειας και πυθμένα)

$$\boxed{\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - 2\Omega \times v + g + F_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}}}$$

Επιτάχυνση = Πιεσοβαθμίδα + Coriolis + Βαρύτητα + τριβή

$$\Omega = 7.292 \times 10^{-5} rads / s$$ Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής Γης

Ανάπτυξη εξίσωσης κίνησης στις 3 διαστάσεις

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega \sin\phi\, \mathrm{v} + \mathrm{F}_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega \sin\phi u + \mathrm{F}_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + \mathrm{F}_z$$

Επεξήγηση του όρου Πιεσοβαθμίδας

Η καθαρή δύναμη κατά τη x-διεύθυνση είναι

$$\delta F_x = p\,\delta y\,\delta z - (p+\delta p)\,\delta y\,\delta z \Rightarrow$$

$$\delta F_x = -\delta p\,\delta y\,\delta z$$

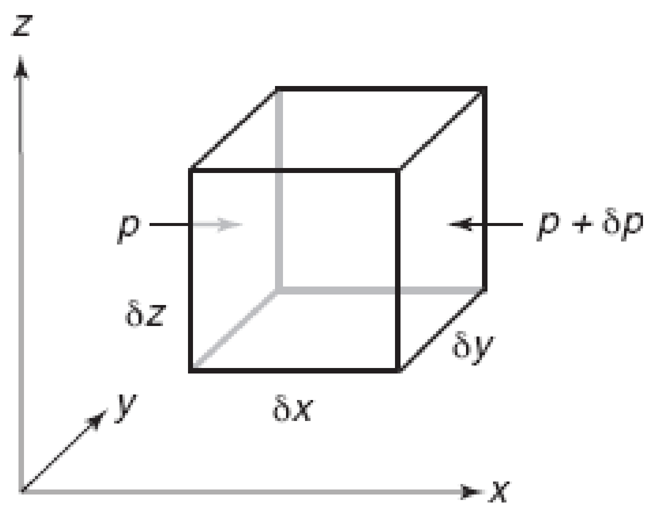
Αλλά

$$\delta p = \frac{\partial p}{\partial x}\delta x$$

Οπότε

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\,\delta y\,\delta z \Rightarrow$$

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta V$$



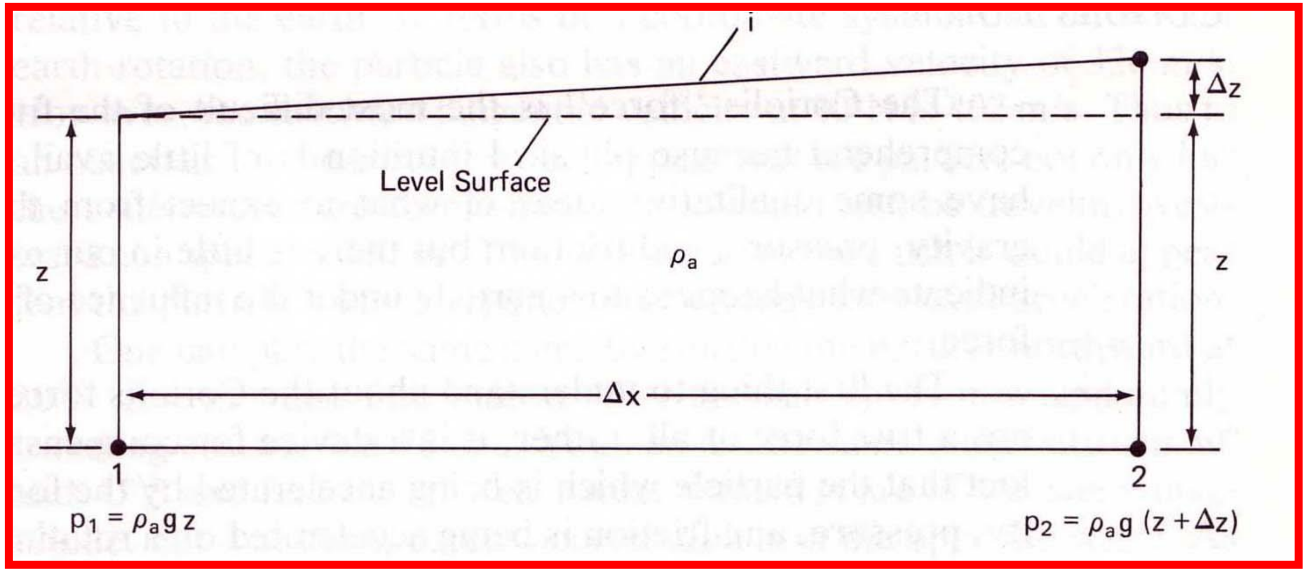
Διαιρώντας με τη μάζα, η επιτάχυνση του ρευστού κατά την x-διεύθυνσης είναι

$$\alpha_x = \frac{\delta F_x}{\delta m} = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\delta V}{\delta m} \Rightarrow$$

$$\alpha_x = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

Πως προκύπτουν στον ωκεανό οι πιεσοβαθμίδες ?

- Ο άνεμος συσσωρεύει το νερό προς την ανάντη πλευρά, π.χ., σε μία λίμνη ή τη παράκτια ζώνη.
- Οι μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης, καθώς 1 millibar μεταβολή πίεσης αντιστοιχεί σε μεταβολή της σταθμης της θάλασσας κατά 1 cm (10 m = 1 atm = 1000 mbars).
- Οριζόντιες μεταβολές πυκνότητας του νερού (λόγω μεταβολών T και S).



$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}$$

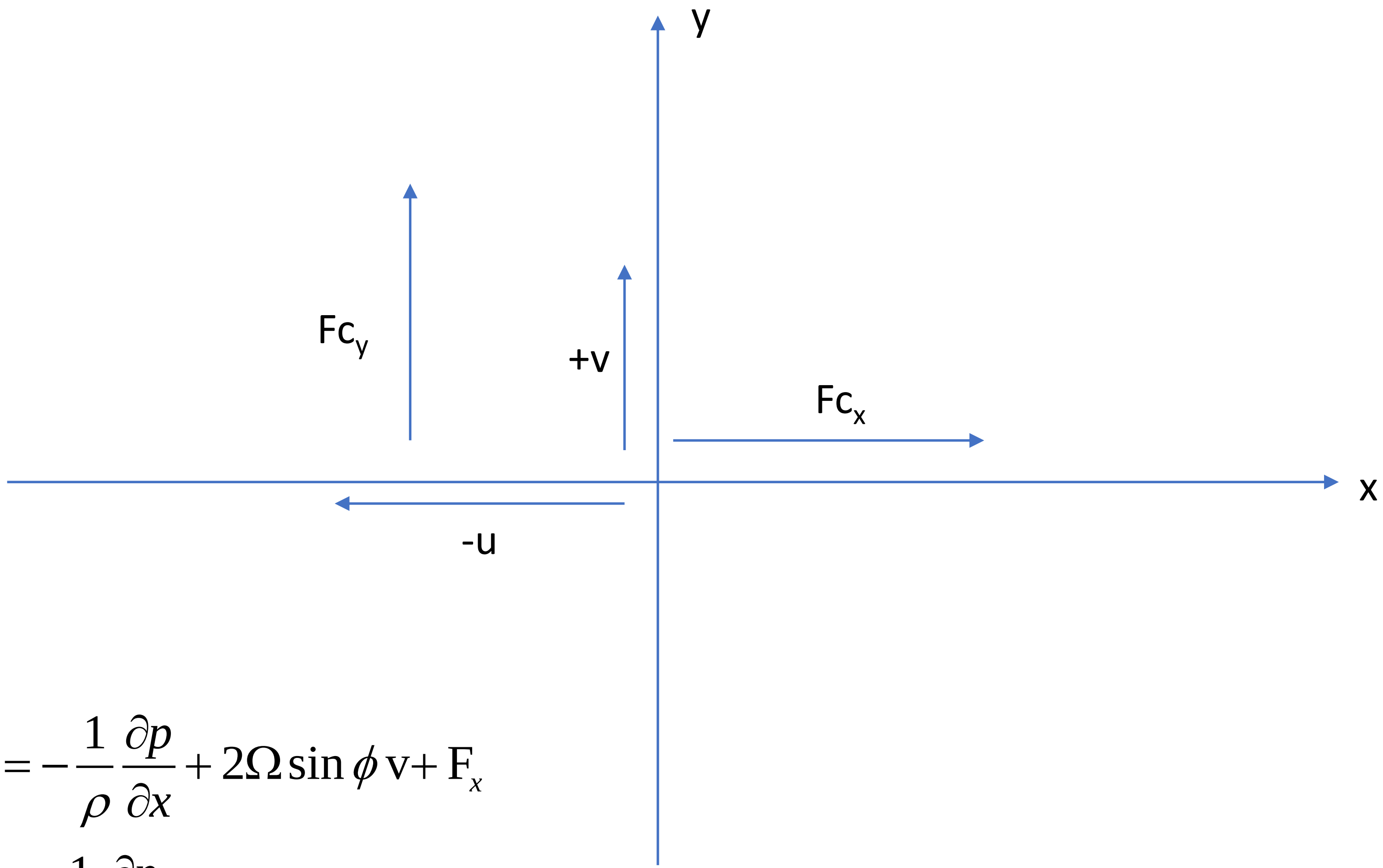
Επεξήγηση του όρου Coriolis

Ο όρος Coriolis υπάρχει διότι περιγράφουμε τα ρεύματα σε ένα σταθερό ως προς τη Γη σύστημα συντεταγμένων.

Θεωρούμε την επιτάχυνση ενός σωματιδίου του πεδίου ροής, σε σταθερό και σε περιστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων.

$$\mathbf{a}_{fixed} = \left(\frac{D\mathbf{v}}{Dt}\right)_{fixed} = \left(\frac{D\mathbf{v}}{Dt}\right)_{rotating} + \underbrace{(2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v})}_{\text{Δύναμη Coriolis}} + \underbrace{\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R})}_{\text{Φυγόκεντρος δύναμη}}$$

Ο τελευταίος όρος της φυγοκέντρου δύναμης δεν λαμβάνεται υπόψη γιατί περιλαμβάνεται στον όρο βαρύτητας.



$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+2\Omega\sin\phi\,\mathrm{v}+\mathrm{F}_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-2\Omega\sin\phi u+\mathrm{F}_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g+\mathrm{F}_z$$

Η Δύναμη Coriolis

$$F_c = 2\Omega \sin(\phi)\rho v$$

F_c ενεργεί κατά τη x-διεύθυνση αλλά εξαρτάται από τη ταχύτητα v

F_c είναι κάθετη στη ταχύτητα ροής!

- Ορίζουμε τη παράμετρο *f* = ‘Παράμετρος “Coriolis:

$$f = 2\Omega \sin(\phi) \qquad \frac{F_c}{\rho} = fv$$

- Όπου φ είναι το γεωγραφικό πλάτος και $\Omega = 7.3 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης. (F_c = 0 στον Ισημερινό και ενισχύεται στους Πόλους)

Επεξήγηση του όρου Βαρύτητας

Η ελκτική δύναμη μεταξύ δύο μαζών M_1, m είναι

$$\mathbf{F}_g = \frac{G\,M_1\,m}{R^2}$$

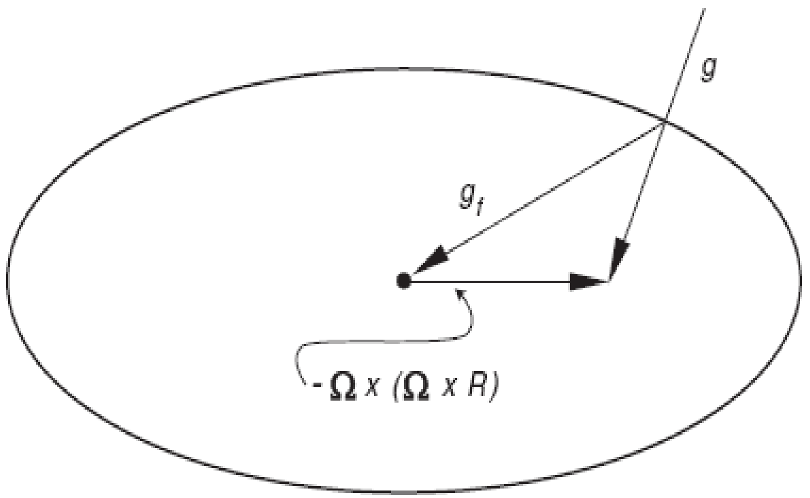
Το άνυσμα της ελκτικής δύναμης βρίσκεται κατά μήκος της γραμμής που ενώνει τα δύο κέντρα των μαζών. Η ελκτική δύναμη ανά μονάδα μάζας λόγω βαρύτητας είναι

$$\frac{\mathbf{F}_g}{m} = \mathbf{g}_f = \frac{G\,M_E}{R^2}$$

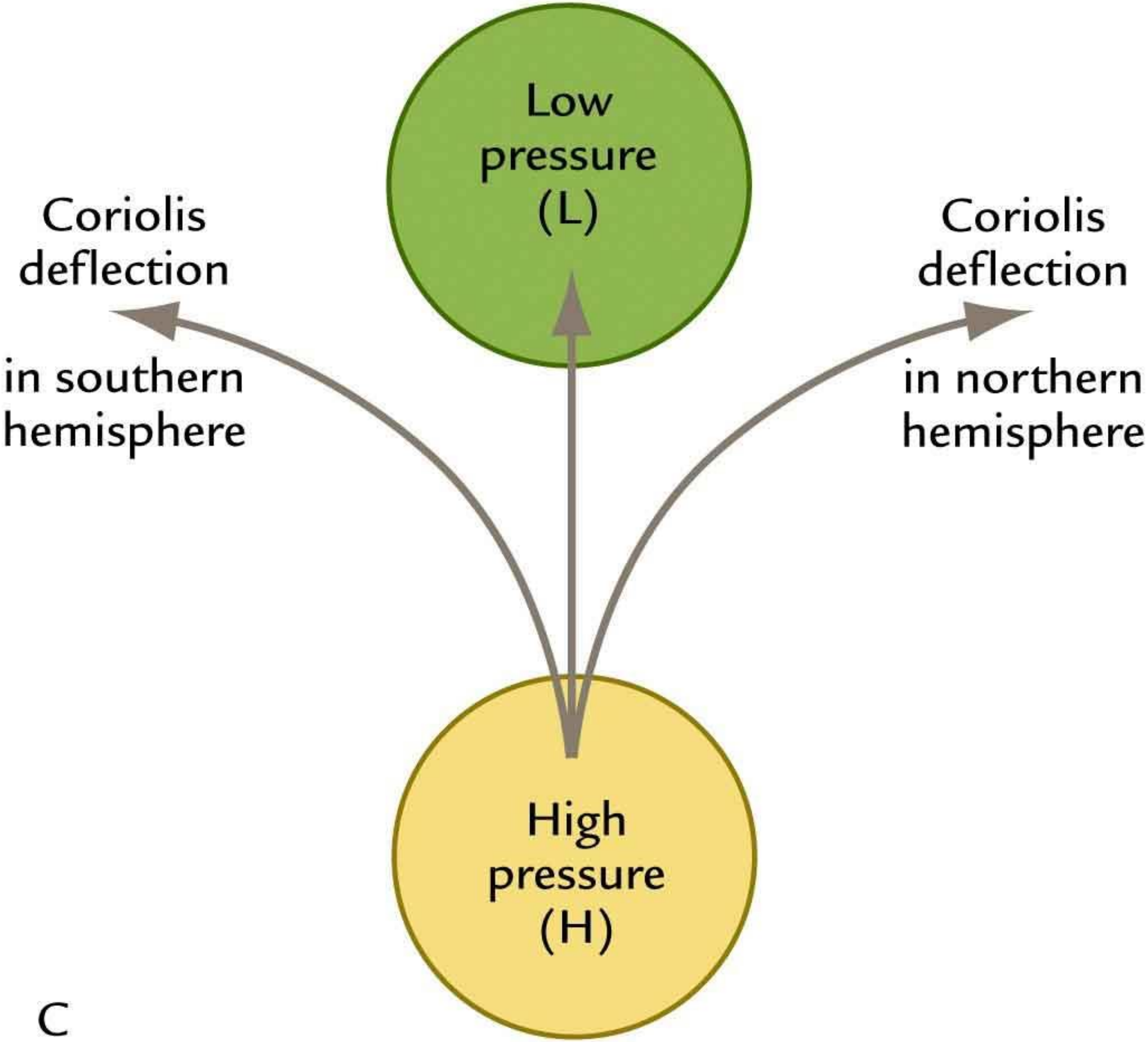
Όπου M_E η μάζα της Γης

Λαμβάνοντας υπόψη και τη φυγόκεντρο δύναμη, έχουμε τον όρο βαρύτητας

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_f - \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R})$$



ΠΡΟΣΟΧΗ: Η δύναμη βαρύτητας δεν έχει διεύθυνση προς το κέντρο της Γης, καθώς η φυγόκεντρος επιτάχυνση προκαλεί μία μικρή απόκλιση από αυτό.


Low
pressure
(L)
Coriolis
deflection
in southern
hemisphere
Coriolis
deflection
in northern
hemisphere
High
pressure
(H)
C

Εξίσωση Κίνησης

$$\boxed{\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - 2\Omega \times V + g + F_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}}}$$

Ανάλυση Διαστάσεων των όρων της Εξίσωσης Κίνησης

Η ανάλυση αυτή μας επιτρέπει να καταλάβουμε το σχετικό μέγεθος των όρων της Εξίσωσης Κίνησης οι οποίοι εκπροσωπούν τις δυνάμεις που ασκούνται στην θάλασσα.

Για λόγους απλοποίησης μπορούμε αργότερα να διαγράψουμε όρους με μικρό σχετικό μέγεθος και να κρατήσουμε μόνο τους σημαντικούς όρους της Εξίσωσης.

Κλίμακα Όρων Εξίσωσης Κίνησης

$$L \approx 10^6\, m,\ U \approx 10^{-1}\, m/s,\ f \approx 10^{-4}\, s^{-1},\ \rho \approx 10^3\, kg/m^3,\ g \approx 10\, m/s^2$$

$$H_1 \approx 10^3\, m, H_2 \approx 1 m$$

Από τις τιμές αυτές μπορούμε να εξάγουμε τυπικές τιμές για την κατακόρυφη ταχύτητα W, τη πίεση P και το χρόνο T

$$\boxed{\frac{\partial W}{\partial z} = -\left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right]}$$

$$\frac{W}{H_1} = \frac{U}{L} \Rightarrow W = \frac{UH_1}{L} \Rightarrow W = \frac{10^{-1}10^3}{10^6}\, m/s = 10^{-4}\, m/s$$

$$P = \rho g H_1 = 10^3 10^1 10^3 = 10^7\ Pa$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho g H_2}{L} = 10^{-2}\ Pa/m$$

$$T = \frac{L}{U} = 10^7\, s$$

Η εξίσωση κίνησης για τη κατακόρυφη διεύθυνση είναι

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g$$

$$\frac{W}{T}+\frac{UW}{L}+\frac{UW}{L}+\frac{W^2}{H}=\frac{P}{\rho H_1}-g$$

$$10^{-11}+10^{-11}+10^{-11}+10^{-11}=10-10$$

Άρα, στην κατακόρυφη διεύθυνση οι κύριες δυνάμεις είναι η πιεσοβαθμίδα και η βαρύτητα.

Οι δύο αυτές δυνάμεις είναι ίσες και αντίθετες.

Όταν όλοι οι όροι εξαλειφθούν και μείνουν μόνο η πιεσοβαθμίδα και η βαρύτητα τότε προκύπτει η Υδροστατική Ισορροπία (Hydrostatic Stability).

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial z}=-\rho g}$$

Η εξίσωση κίνησης κατά την οριζόντια διεύθυνση είναι

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+2\Omega\sin\phi\,\mathrm{v}$$

$$10^{-8}+10^{-8}+10^{-8}+10^{-8}=10^{-5}+10^{-5}+10^{-8}$$

Άρα, η δύναμη Coriolis αντισταθμίζει την οριζόντια πιεσοβαθμίδα.

Η σχέση αυτή καλείται γεωστροφική ισορροπία και οι εξισώσεις καλούνται γεωστροφικές εξισώσεις.

$$\boxed{\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=f\,\mathrm{v},\quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=-fu}$$

Η γεωστροφική ισορροπία ισχύει σε ωκεάνιες ροές με οριζόντιες διαστάσεις μεγαλύτερες των 50 χλμ και χρονικής κλίμακας μερικών ημερών.

Υδροστατική Εξίσωση

- Η εξίσωση αυτή μας λέει ότι καθώς η βαρύτητα είναι σταθερή σε μία περιοχή του ωκεανού, ο ρυθμός μεταβολής της πίεσης με το βάθος είναι μεγαλύτερος για μία ψυχρή στήλη νερού από ότι για μία θερμή στήλη νερού.
- Άρα, **ο ρυθμός μεταβολής της υδροστατικής πίεσης με το βάθος είναι ανάλογος της θερμοκρασίας.**

Οι κύριες εξισώσεις της Φυσικής Ωκεανογραφίας

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+2\Omega\sin\phi\,\mathrm{v}+\mathrm{F}_x\\
\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-2\Omega\sin\phi u+\mathrm{F}_y\\
\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g+\mathrm{F}_z
\end{aligned}}$$

Εξίσωση Κίνησης

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0}$$

Εξίσωση Συνέχειας

Οι απλοποιημένες κύριες εξισώσεις της Φυσικής Ωκεανογραφίας

$$\boxed{\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = f\,\mathrm{v}, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = -fu}$$

Γεωστροφικές Εξισώσεις

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g}$$

Υδροστατική Εξίσωση