

ΦΥΣΙΚΗ ΩΚΕΑΝΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΑΘΗΜΑ 11

ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΕΚΜΑΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ
ΑΝΕΜΟΓΕΝΩΝ ΡΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ. Συλαίος

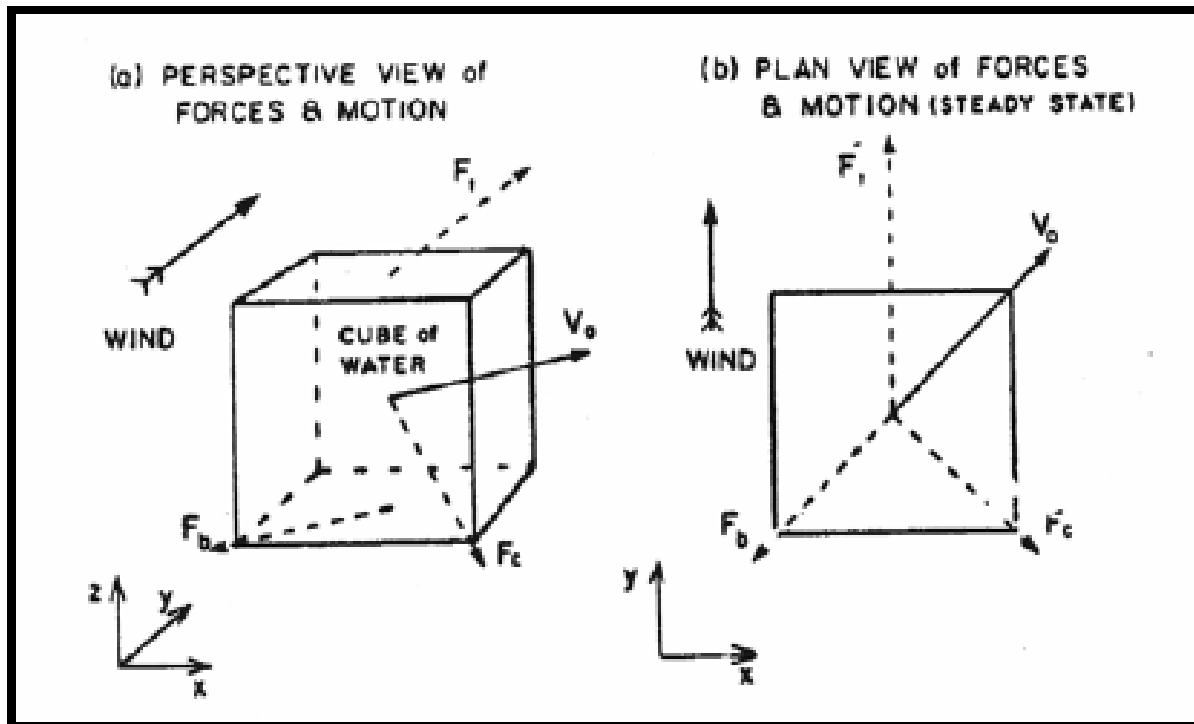
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://modip.duth.gr/>

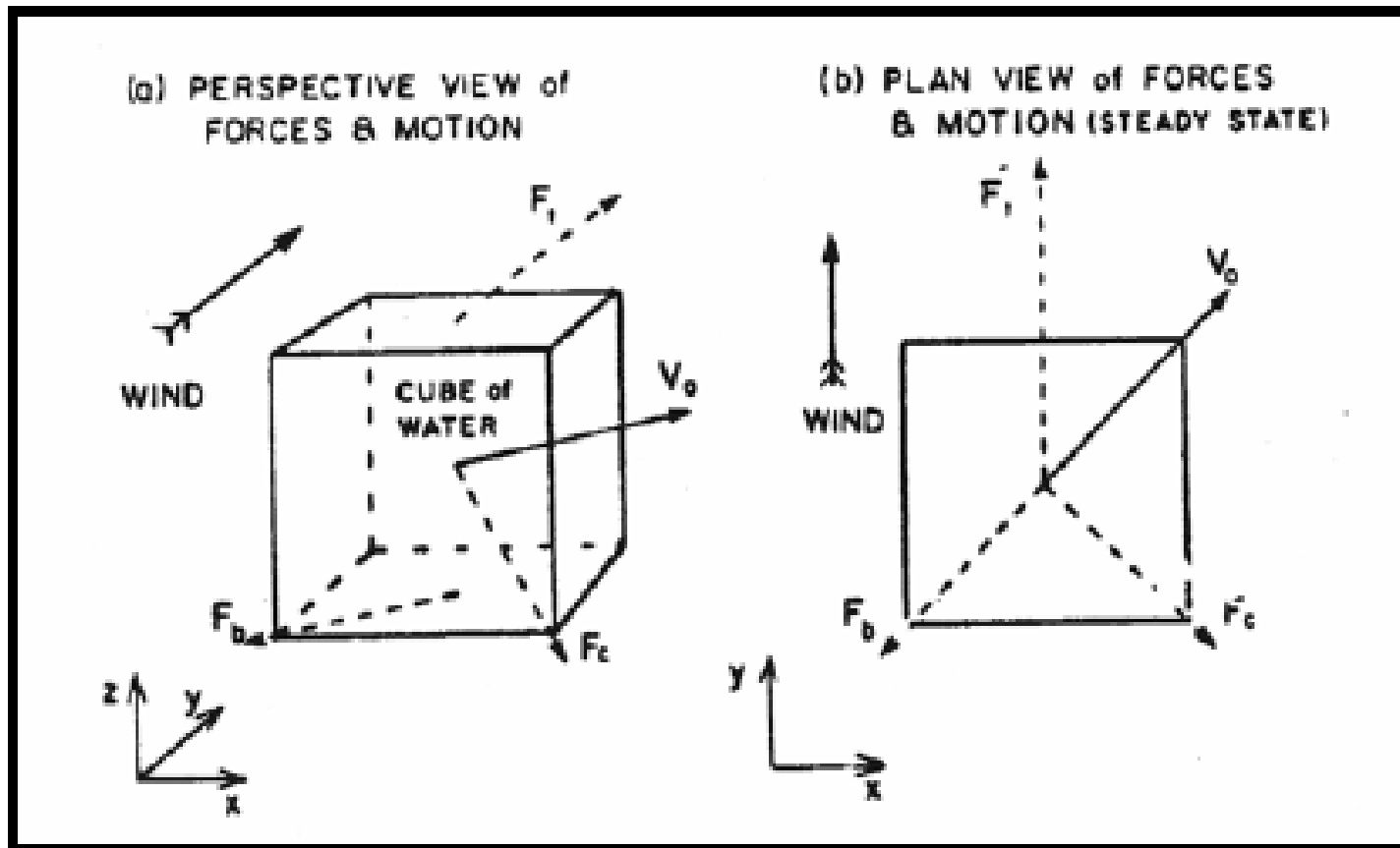
Ανεμογενής Κυκλοφορία

Ρεύματα με Τριβή

- Έστω αναπτύσσεται μια επιφανειακή τάση F_T
- Η δύναμη αυτή προκαλεί τη κίνηση της μάζας νερού προς μία κατεύθυνση, οπότε ξεκινά να ενεργεί και η δύναμη Coriolis F_C .
- Συνεπώς, η συνισταμένη δύναμη βρίσκεται μεταξύ των F_T & F_C
- Ταυτόχρονα λόγω της κίνησης της μάζας νερού, εφαρμόζεται στο πυθμένα μία δύναμη τριβής F_b αντίθετη προς τη διεύθυνση της κίνησης.



Ο συνδυασμός των δυνάμεων F_T και F_C προκαλεί την επιτάχυνση της μάζας νερού, ενώ η δύναμη F_b προκαλεί την επιβράδυνσή της.



Σε κατάσταση ισορροπίας, οι τρεις αυτές δυνάμεις εξισορροπούνται και η μάζα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα V_0 προς τη κατεύθυνση μεταξύ F_T και F_C , δηλ. προς τα δεξιά στο Β. ημισφαίριο.

Η εξίσωση κίνησης με τριβή

Οι οριζόντιες εξισώσεις κίνησης με τριβή γράφονται

$$\frac{du}{dt} = fv - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + F_x$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} + F_y$$

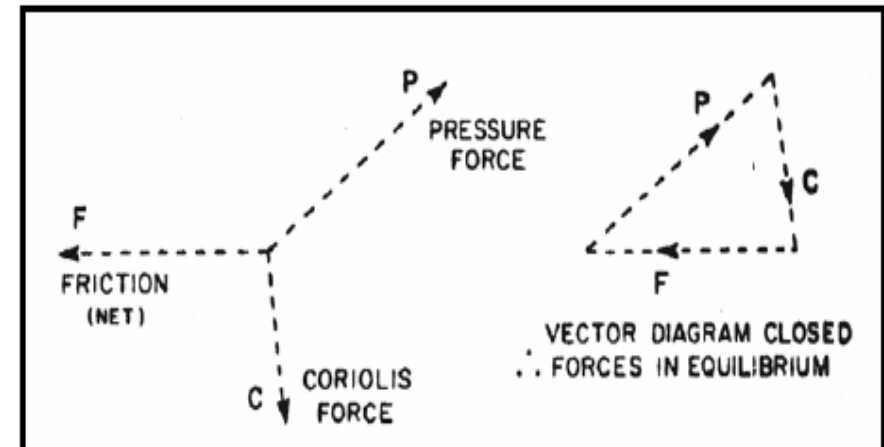
Αν θεωρήσουμε ότι βρισκόμαστε σε κατάσταση ισορροπίας, τότε οι επιταχύνσεις μηδενίζονται, και οι εξισώσεις γίνονται:

$$fv + F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$-fu + F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Coriolis + Τριβή + Πιεσοβαθμίδα = 0

Πριν προσπαθήσουμε να επιλύσουμε τις εξισώσεις αυτές, θα πρέπει να γράψουμε μαθηματικές εκφράσεις για τους όρους της τριβής F_x , F_y .



Boundary Layer

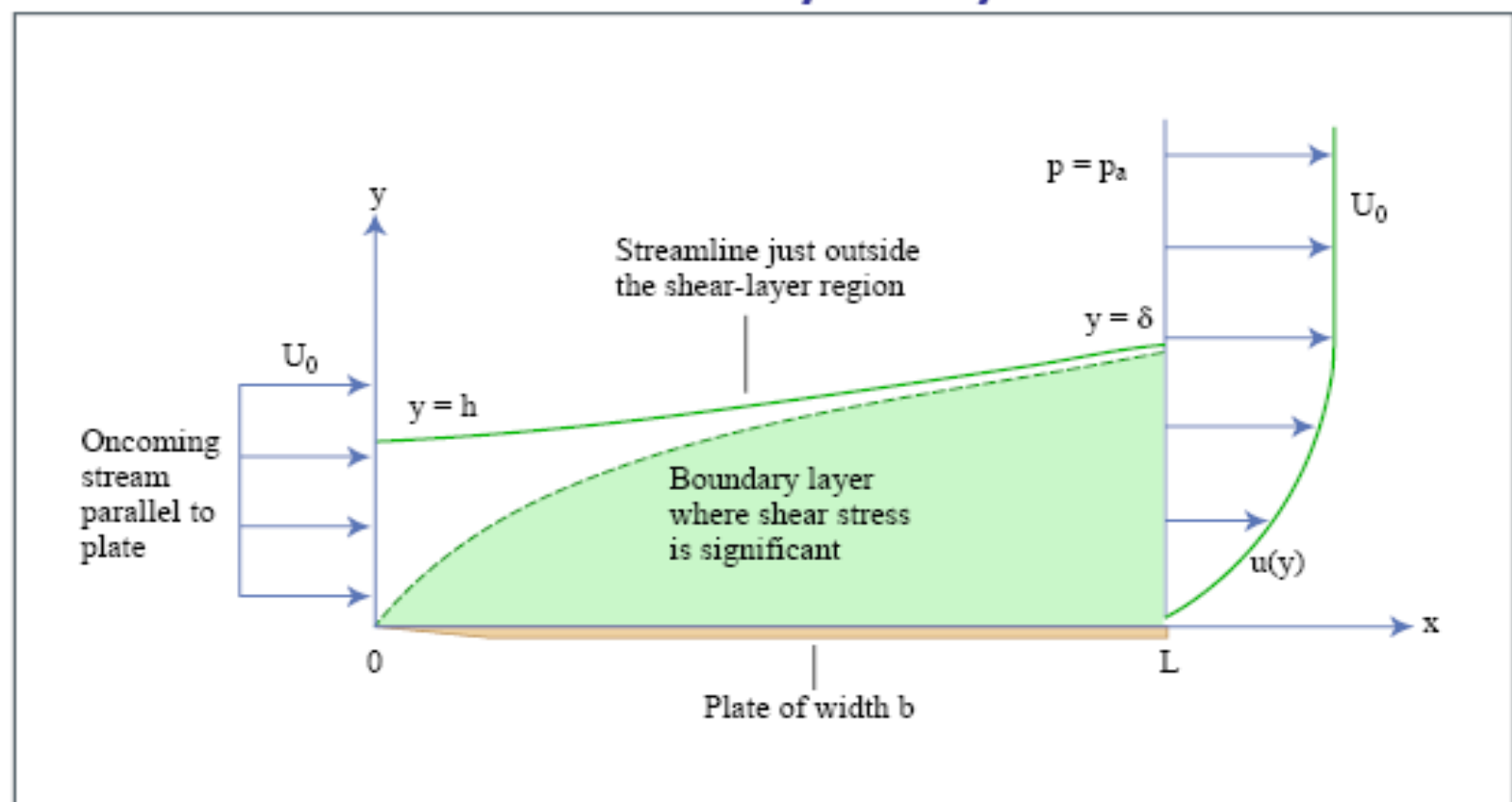
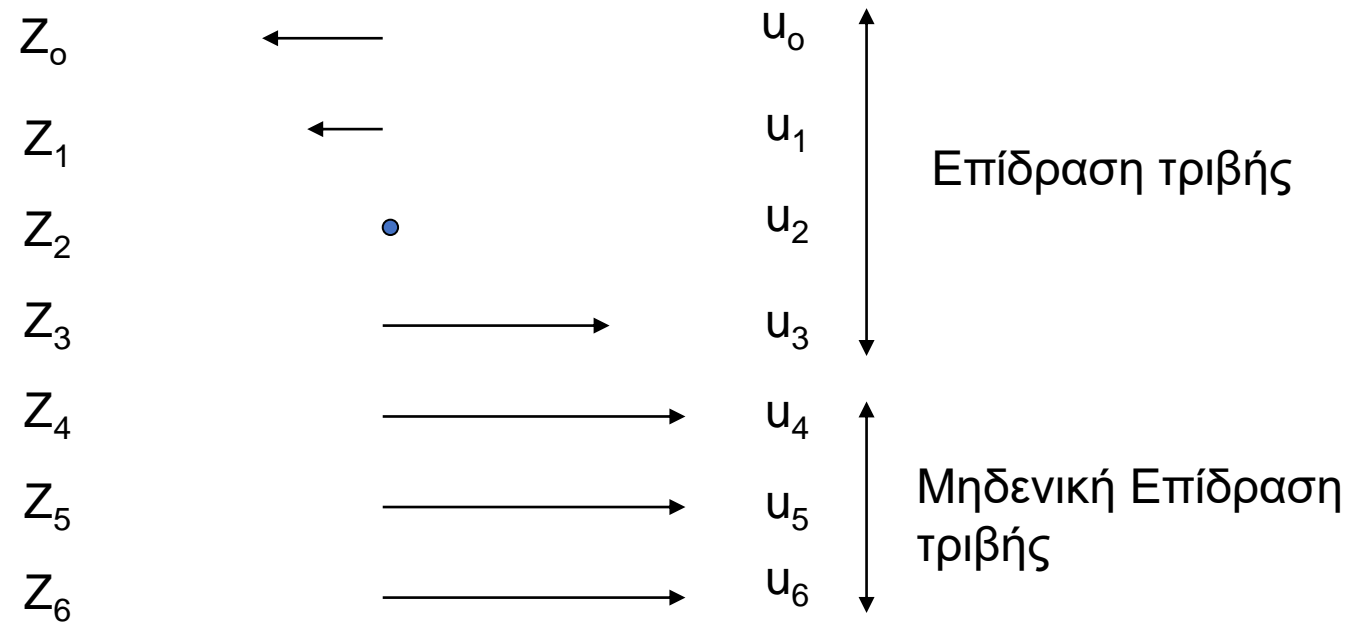


Figure by MIT OCW.



Διατμητική ταχύτητα (shear stress)

$$(u_4 - u_3) / (z_4 - z_3) = \frac{\delta u}{\delta z}$$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

Όπου μ ο συντελεστής δυναμικού ιξώδους
 $\mu = 10^{-3} \text{ kg/m s}$ στους 20°C

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

Όπου μ ο συντελεστής δυναμικού ιξώδους
 $\mu = 10^{-3} \text{ kg/m s}$ στους 20°C

$$\tau = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z}$$

Όπου ν ο συντελεστής κινηματικού ιξώδους
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ στους 20°C

Οι μοριακές αυτές τιμές εφαρμόζονται σε νερό γραμμικής ροής, δηλ.
για $\text{Re} < 1000$

$$\nu = (A_x, A_y, A_z) \quad \text{Συντελεστές τυρβώδους ιξώδους}$$

Στον ωκεανό, η ροή είναι τυρβώδης το κινηματικό ιξώδες αντικαθίσταται από τους συντελεστές τυρβώδους ιξώδους, με τιμές A_x, A_y περίπου $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ για οριζόντια διατμητική τάση και A_z περίπου $10^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ για κατακόρυφη διάτμηση

$$\tau = \rho A_z \frac{\partial u}{\partial z}$$

Εκφράζει τη δύναμη του ανώτερου στρώματος
πάνω στην επιφάνεια του κατώτερου στρώματος

$$\alpha \frac{\partial \tau}{\partial z} = \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Αν ρA_z είναι σταθερά και ανεξάρτητα του βάθους, τότε:

Η δύναμη τριβής ανά μονάδα μάζας είναι: $A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$

Άρα, οι οριζόντιες εξισώσεις κίνησης γίνονται:

$$\left. \begin{array}{l} fv + F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -fu + F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} fv + \alpha \frac{\partial \tau_x}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -fu + \alpha \frac{\partial \tau_y}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array} \right\}$$

$$fv + A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$-fu + A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$fv + A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$-fu + A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \alpha \frac{\partial p}{\partial y}$$

Ανάλυση Διαστάσεων Όρων

$$A_z = 10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \rightarrow A_z \frac{U}{H^2} = f U \Rightarrow$$

$$H^2 = A_z / f = 10^{-1} / 10^{-4} = 10^3 \text{ m}^2 \Rightarrow H = 30 \text{ m}$$

Επίλυση Εξισώσεων Κίνησης με Τριβή

$$fv = f(v_g + v_E) = \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} (u_g + u_E)$$

Όπου $f v_g = \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - A_Z \frac{\partial^2 u_g}{\partial z^2}$ $\rightarrow 0$

$$f v_E = - A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_E$$

Όπου u_E, v_E οι ταχύτητες Ekman (μη-γεωστροφικές)

Όμοια: $-fu = f(u_g + u_E) = \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} (v_g + v_E)$

Όπου $-f u_g = \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - A_Z \frac{\partial^2 v_g}{\partial z^2}$ $\rightarrow 0$

$$-f u_E = - A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} v_E$$

Παραδοχές Ekman

1. Δεν υπάρχουν πλευρικά όρια.
2. Ο ωκεανός είναι απεριόριστου βάθους.
3. Ο συντελεστής κατακόρυφου τυρβώδους ιξώδους $A_z =$ σταθερός
4. Ο άνεμος έχει σταθερή ένταση.
5. Το νερό είναι ομογενές, δηλ. $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$
6. Το f είναι σταθερό

Άρα:

$$\left. \begin{aligned} f v_E + A_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_E &= 0 \\ -f u_E + A_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} v_E &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Εξισώσεις} \\ \text{EKMAN} \end{array}$$

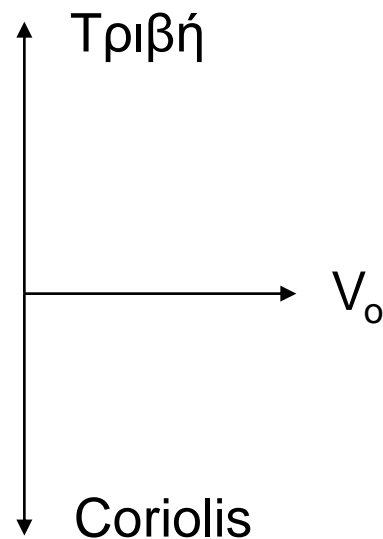
$$\text{Coriolis} + \text{Τριβή} = 0$$

Λύση εξισώσεων Ekman

$$f v_E + A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_E = 0$$

$$-f u_E + A_Z \frac{\partial^2}{\partial z^2} v_E = 0$$

Coriolis + Τριβή = 0



$$u_E = \pm V_0 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right) \exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right)$$

$$v_E = V_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right) \exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right)$$

Λύσεις Εξισώσεων Ekman

Όπου (+) για το Βόρειο Ημισφαίριο και (-) για το Νότιο Ημισφαίριο

$$V_0 = \left(\sqrt{2} \pi \tau_{yn}\right) / \left(D_E \rho |f|\right) \quad \text{Το ολικό επιφανειακό ρεύμα Ekman}$$

$$u_E = \pm V_o \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right) \exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right)$$

$$v_E = V_o \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{D_E} z\right) \exp\left(\frac{\pi}{D_E} z\right)$$

Λύσεις Εξισώσεων Ekman

Όπου (+) για το Βόρειο Ημισφαίριο και (-) για το Νότιο Ημισφαίριο

$$V_o = \left(\sqrt{2} \pi \tau_{yn} \right) / \left(D_E \rho |f| \right)$$

Το ολικό επιφανειακό ρεύμα Ekman

τ_{yn} = η ένταση της ανεμογενούς τάσης στην επιφάνεια της θάλασσας

$|f|$ = η απόλυτη τιμή της παραμέτρου Coriolis, και

D_E το βάθος επίδρασης της τριβής, ή αλλιώς το βάθος Ekman.

$$D_E = \pi \left(\frac{2A_z}{|f|} \right)^{1/2}$$

Παρατηρούμε ότι:

A) στην επιφάνεια της θάλασσας ($z = 0$)

$$u_E = \pm V_o \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

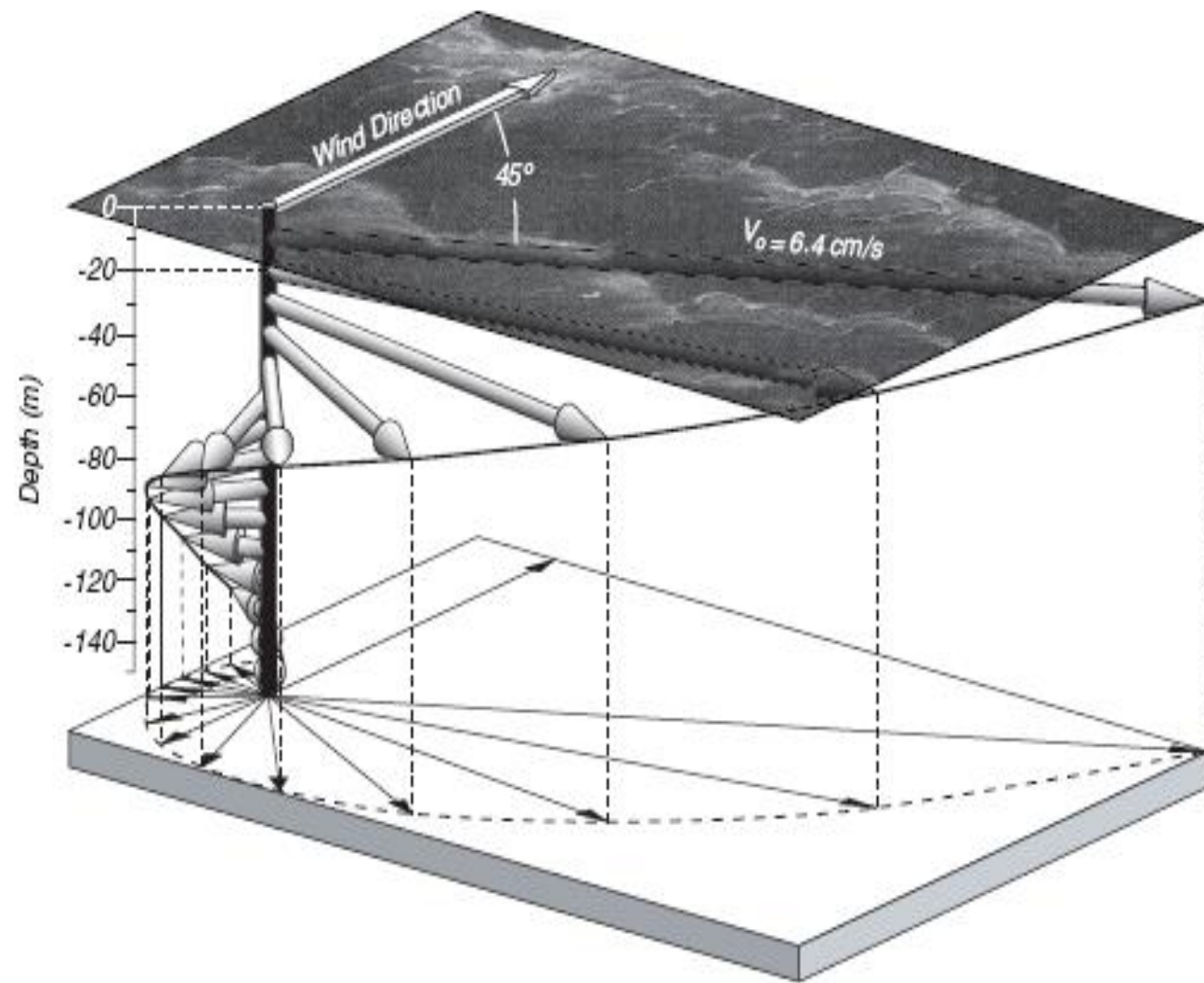
$$v_E = V_o \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

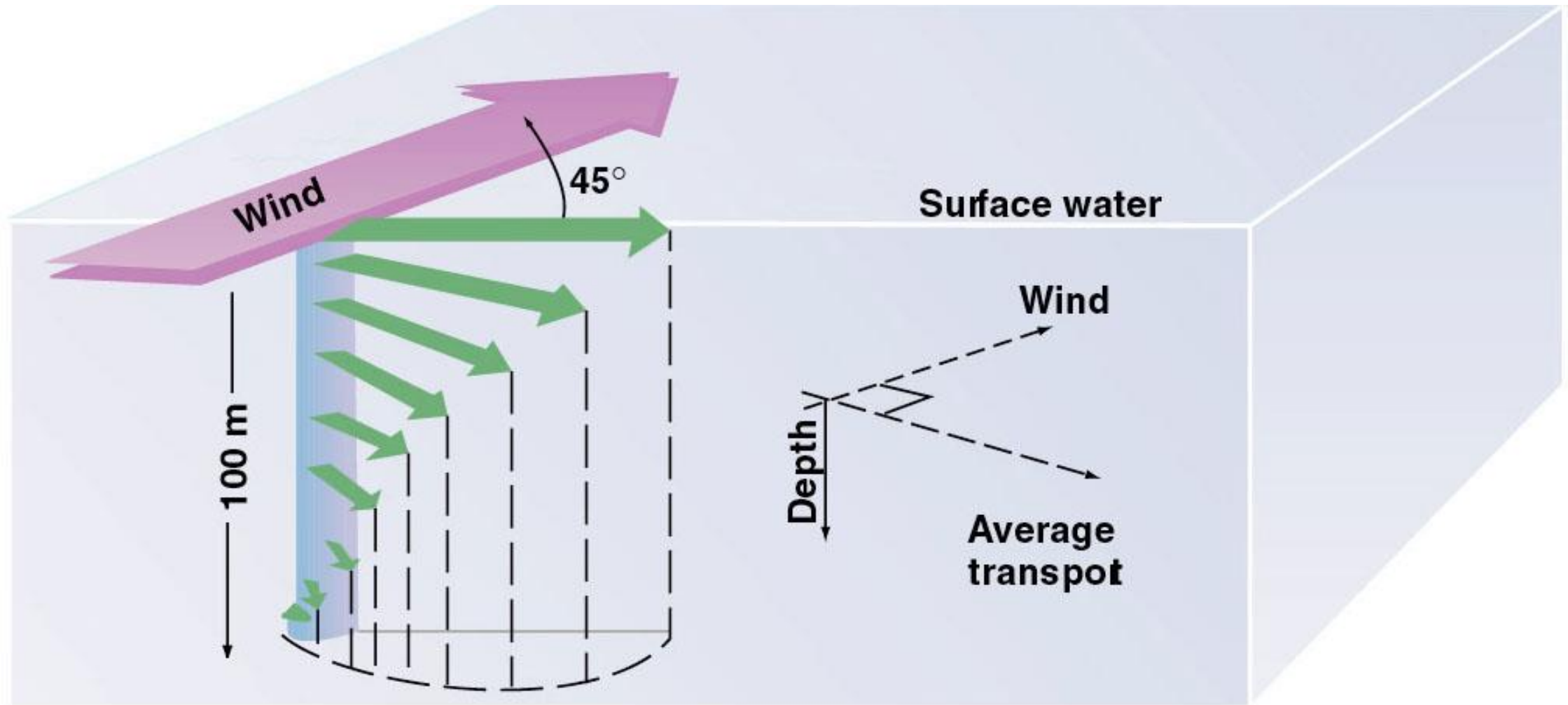
Άρα το επιφανειακό ρεύμα δεν κινείται κατά τη διεύθυνση του ανέμου αλλά αποκλίνει από αυτήν κατά 45° προς τα δεξιά στο Βόρειο Ημισφαίριο και προς τα αριστερά στο Νότιο Ημισφαίριο.

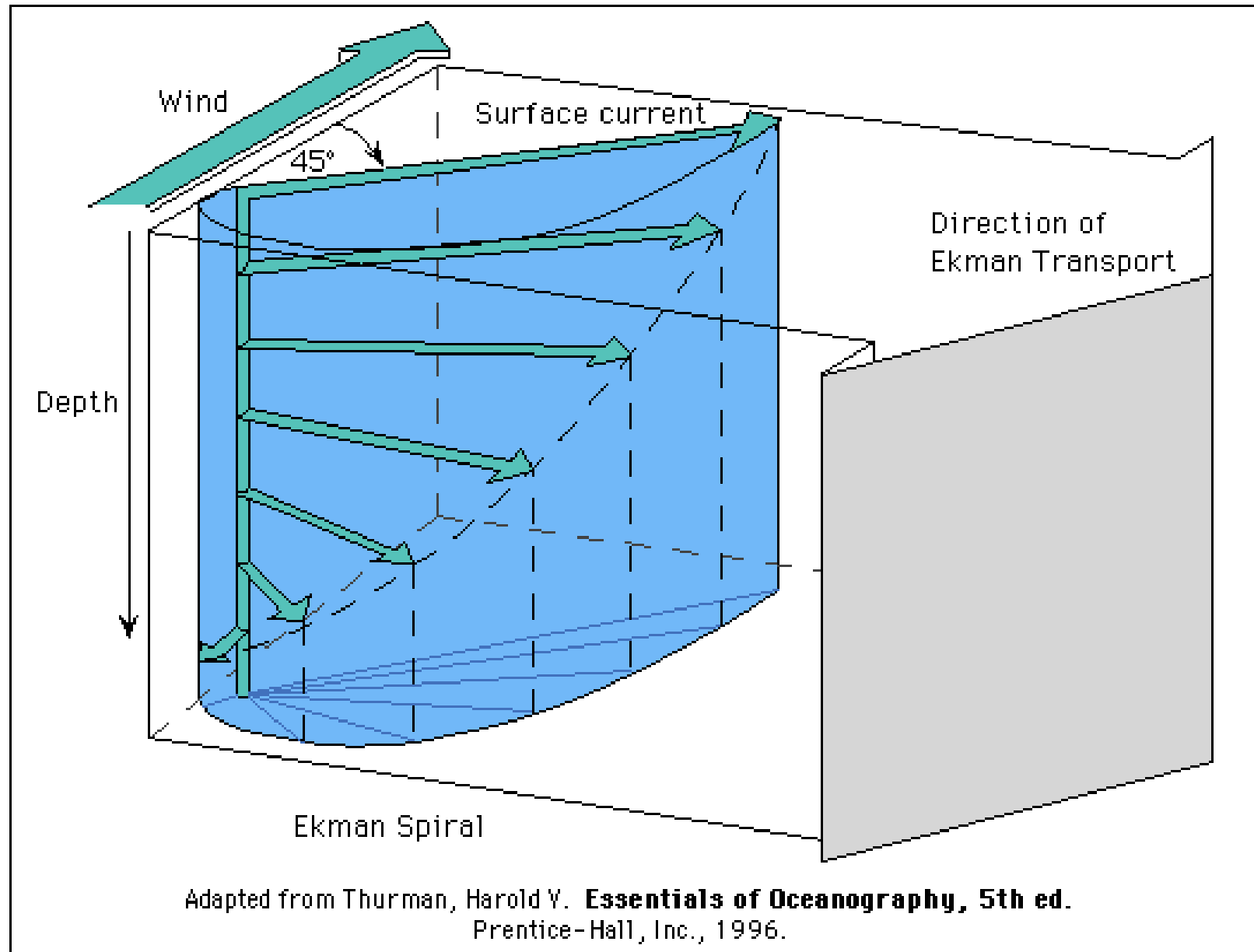
B) Κάτω από την επιφάνεια, η ολική ένταση του ρεύματος, $V_o \exp(\pi z/D_E)$ γίνεται όλο και μικρότερη, καθώς το βάθος z μεγαλώνει (z γίνεται όλο και πιο αρνητικό). Η διεύθυνση αλλάζει ωρολογιακά στο Βόρειο Ημισφαίριο και αντιωρολογιακά στο Νότιο Ημισφαίριο.

Γ) Στο βάθος $z = -D_E$ έχουμε $V_E = \exp(-\pi) = 0,04$ της επιφανειακής έντασης.

Άρα προκύπτει το ΣΠΙΡΑΛ ΕΚΜΑΝ







Τιμές σταθερών παραμέτρων λύσης Ekman

Η τιμή της ανεμογενούς τάσης δίνεται από:

$$\tau_{yz} = \tau = C_D \rho_{air} U_{10}^2$$

Όπου $\rho_{air} = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $C_D = 1,4 \times 10^{-3}$, U_{10} η ένταση του ανέμου 10 μ από την επιφάνεια της θάλασσας (m/s).

Άρα:

$$V_0 = \left(\sqrt{2} \pi \tau_{yn} \right) / \left(D_E \rho |f| \right) = 0.79 \times 10^{-5} \frac{U_{10}^2}{D_E |f|}$$

Παρατηρήσεις πεδίου έδειξαν:

$$V_0 = \frac{0.0127}{\sqrt{\sin |\phi|}} U_{10} \quad |\phi| \geq 10$$

Αντικαθιστώντας στη παραπάνω σχέση:

$$D_E = \frac{4.3 U_{10}}{(\sin |\phi|)^{1/2}}$$

Σε μέτρα

Άρα, όταν γνωρίζω την ένταση του ανέμου και το γεωγραφικό πλάτος μπορώ να υπολογίσω το βάθος Ekman και την ταχύτητα του ανεμογενούς ρεύματος στην επιφάνεια της θάλασσας.

Table 9.3 Typical Ekman Depths

U_{10} [m/s]	Latitude	
	15°	45°
5	75 m	45 m
10	150 m	90 m
20	300 m	180 m

Αριθμός Ekman

Το βάθος του στρώματος Ekman αντιστοιχεί στη περιοχή όπου οι δυνάμεις τριβής εξισώνονται με τη δύναμη Coriolis. Ο λόγος των δυνάμεων τριβής προς τη δύναμη Coriolis καλείται αριθμός Ekman.

$$E_z = \frac{\text{Δυνάμεις Τριβής}}{\text{Δύναμη Coriolis}} = \frac{A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}{fu} = \frac{A_z \frac{u}{d^2}}{fu}$$

$$E_z = \frac{A_z}{fd^2}$$

Στρώμα Πυθμένα Ekman

Το στρώμα Ekman στο βυθό της θάλασσας και στη βάση της ατμόσφαιρας διαφέρει σημαντικά από αυτό στην επιφάνεια του ωκεανού. Η επίλυση για το στρώμα πυθμένα για ροή ταχύτητας U είναι:

$$u = U \left[1 - \exp(-az) \cos az \right]$$

$$v = U \exp(-az) \sin az$$

όπου $a = \sqrt{\frac{f}{2A_z}}$

Η ταχύτητα $u = v = 0$ στο βάθος $z = 0$. Η διεύθυνση ροής κοντά στο πυθμένα είναι 45° προς τα αριστερά της ροής U που κινείται εκτός του οριακού στρώματος, στο Β. Ημισφαίριο.

Τα ανύσματα ταχύτητας κινούνται αντι-ωρολογιακά ως προς τη διεύθυνση της U , όσο απομακρυνόμαστε από το πυθμένα.

Εξέταση παραδοχών Ekman

1. Δεν υπάρχουν πλευρικά όρια. —→ Ισχύει για τον ανοικτό ωκεανό.
2. Ο ωκεανός είναι απεριόριστου βάθους. —→ Ισχύει για βάθη $\gg 200 \mu$
3. Ο συντελεστής κατακόρυφου τυρβώδους ιξώδους $A_z =$ σταθερός —→ Δεν είναι καλή παραδοχή
4. Ο άνεμος έχει σταθερή ένταση. —→ Ισχύει αν ο άνεμος επιδρά για περισσότερο από μία ημέρα
5. Το νερό είναι ομογενές, —→ Ισχύει
6. Το f είναι σταθερό —→ Ισχύει

Ανεμογενής Μεταφορά Μάζας και Upwelling

Οι εξισώσεις κίνησης χωρίς πιεσοβαθμίδα είναι:

$$\left. \begin{aligned} \rho f v_E + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} &= 0 \\ -\rho f u_E + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \rho f v_E dz &= -d\tau_x \\ -\rho f u_E dz &= -d\tau_y \end{aligned}$$

Ο όρος $\rho v_E dz$ εκφράζει τη μάζα που ρέει κατά τη y-διεύθυνση σε βάθος dz και πλάτος 1 μ

Άρα

$$f M_{yE} = f \int_{-2D_E}^0 \rho v_E dz = - \int_{-2D_E}^0 d\tau_x = -(\tau_x)_{sfc} + (\tau_x)_{-2D_E}$$

$$f M_{xE} = f \int_{-2D_E}^0 \rho u_E dz = \int_{-2D_E}^0 d\tau_y = (\tau_y)_{sfc} - (\tau_y)_{-2D_E}$$

Άρα

$$f M_{yE} = -(\tau_x)_{sfc}$$

$$f M_{xE} = (\tau_y)_{sfc}$$

ΌΠΟΥ

$$M_{yE} = \int_{-2D_E}^0 \rho v_E dz$$

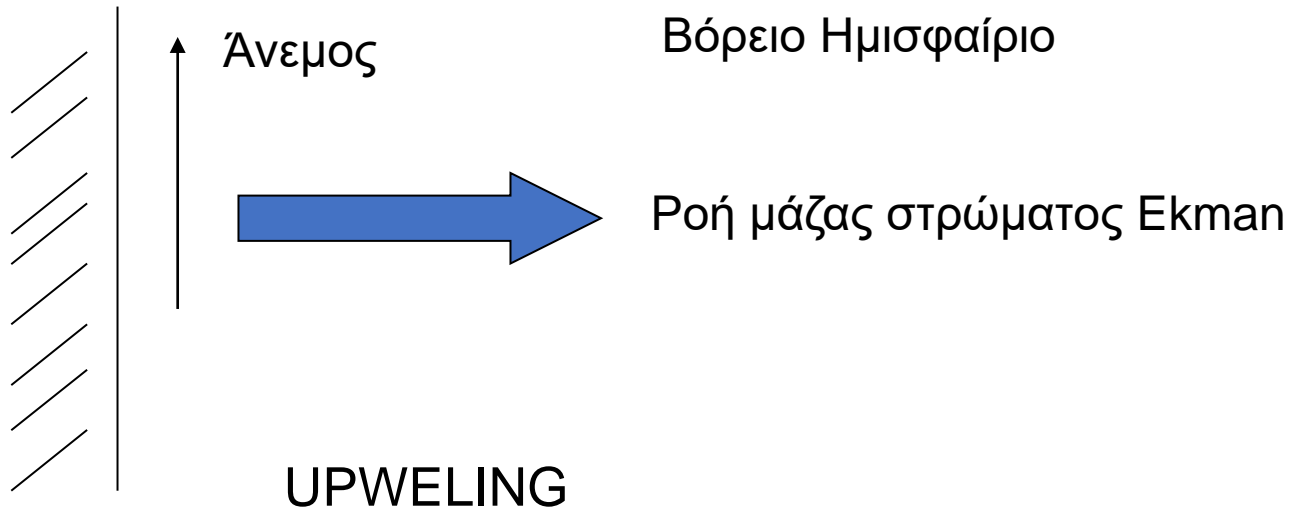
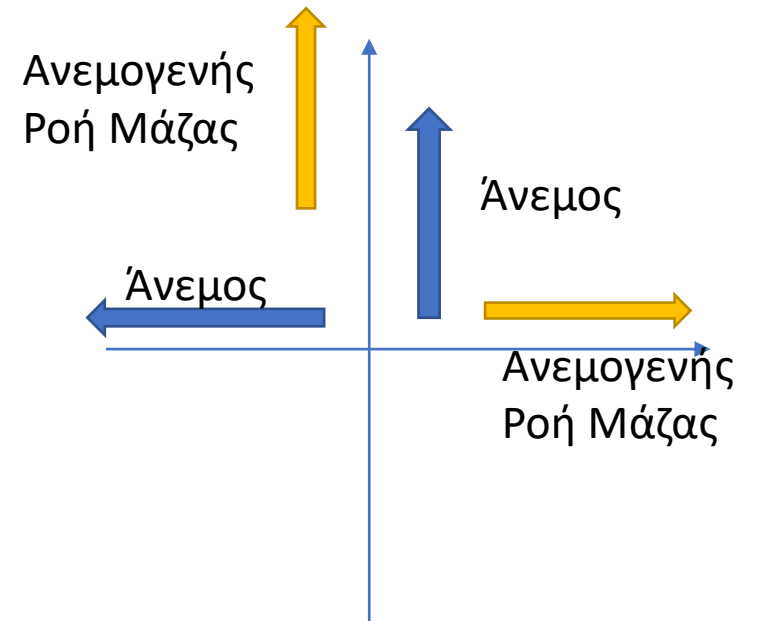
$$M_{xE} = \int_{-2D_E}^0 \rho u_E dz$$

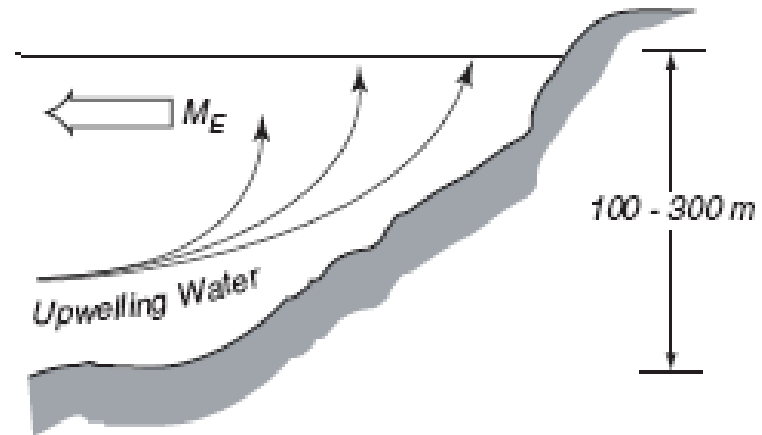
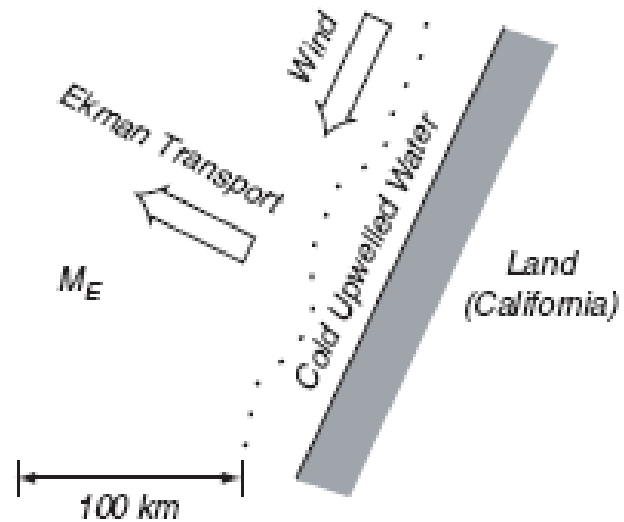
$$f M_{yE} = -(\tau_x)_{sfc}$$

$$f M_{xE} = (\tau_y)_{sfc}$$

Αν ο άνεμος φυσά κατά την αρνητική x-διεύθυνση (ανατολικός άνεμος), τότε παράγεται ροή μάζας του στρώματος Ekman με κατεύθυνση προς τη θετική y-διεύθυνση (Βόρεια ροή).

Αν ο άνεμος φυσά κατά τη θετική y-διεύθυνση (νότιος άνεμος), τότε παράγεται ροή μάζας του στρώματος Ekman με κατεύθυνση προς τη θετική x-διεύθυνση (ανατολική ροή).





Upwelling

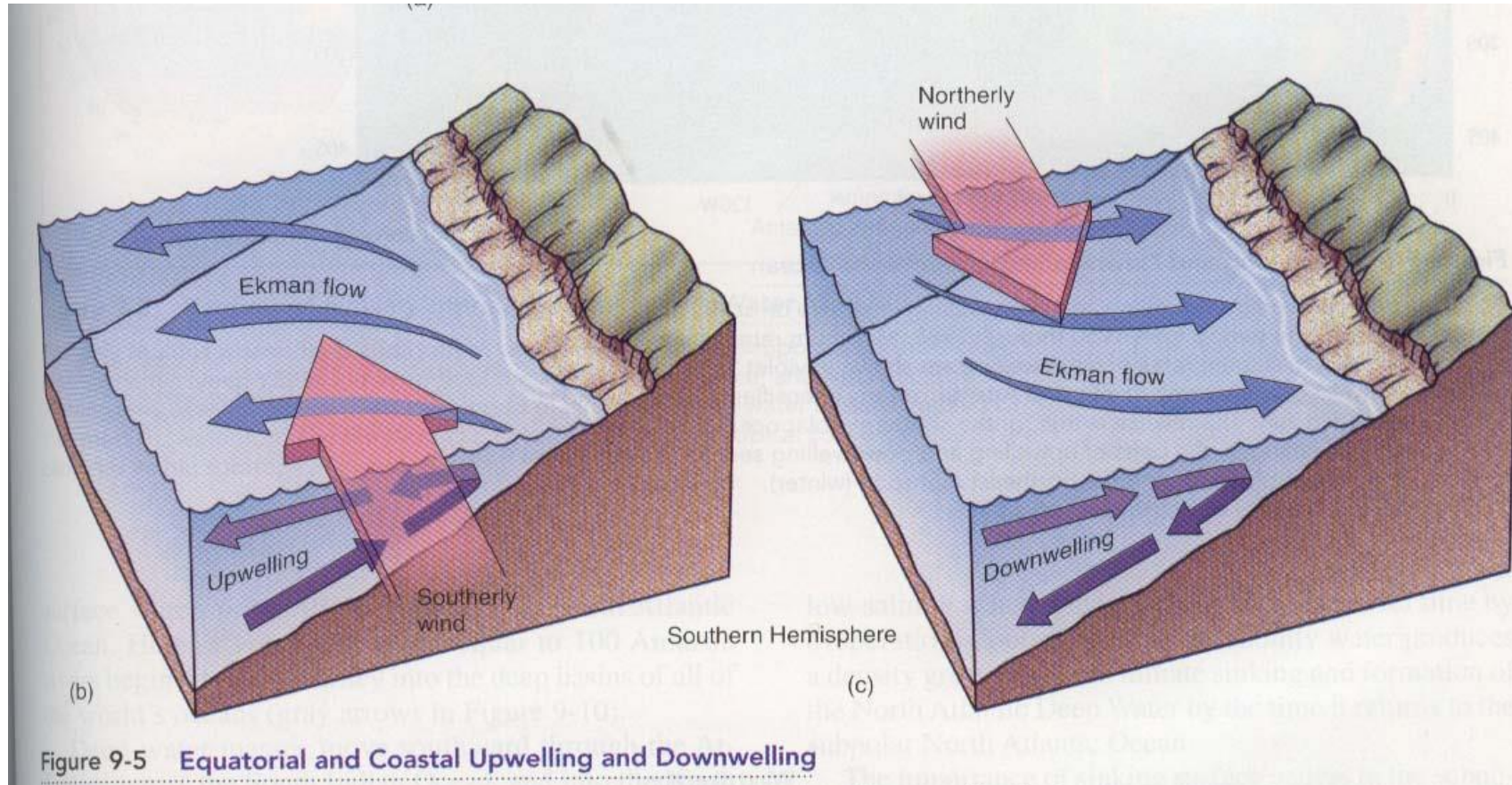
Συμβαίνει όταν υπάρχει επιφανειακή ροή απόκλισης, δηλ: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} > 0$

Αν ο όρος είναι θετικός, τότε ο όρος $\frac{\partial w}{\partial z}$ θα είναι αρνητικός, οπότε upwelling

Αντίστοιχα, αν υπάρχει επιφανειακή ροή σύγκλισης, τότε: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} < 0$

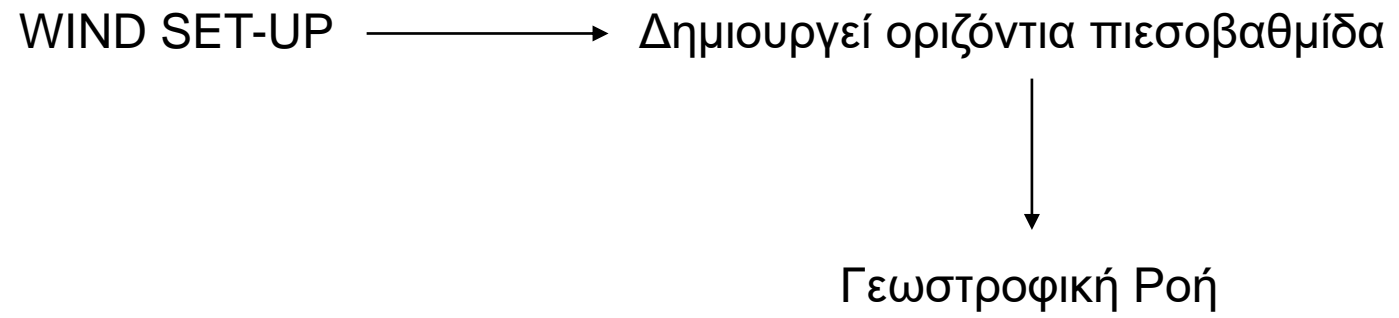
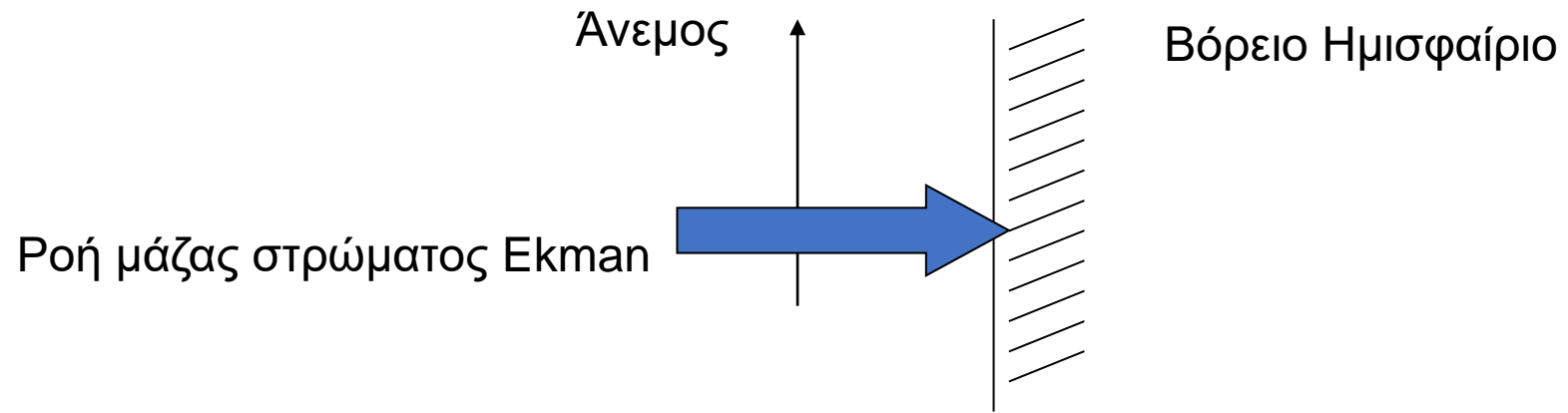
Οπότε ο όρος $\frac{\partial w}{\partial z}$ θα είναι θετικός, οπότε συμβαίνει downwelling

Other examples of upwelling include the coast of Peru

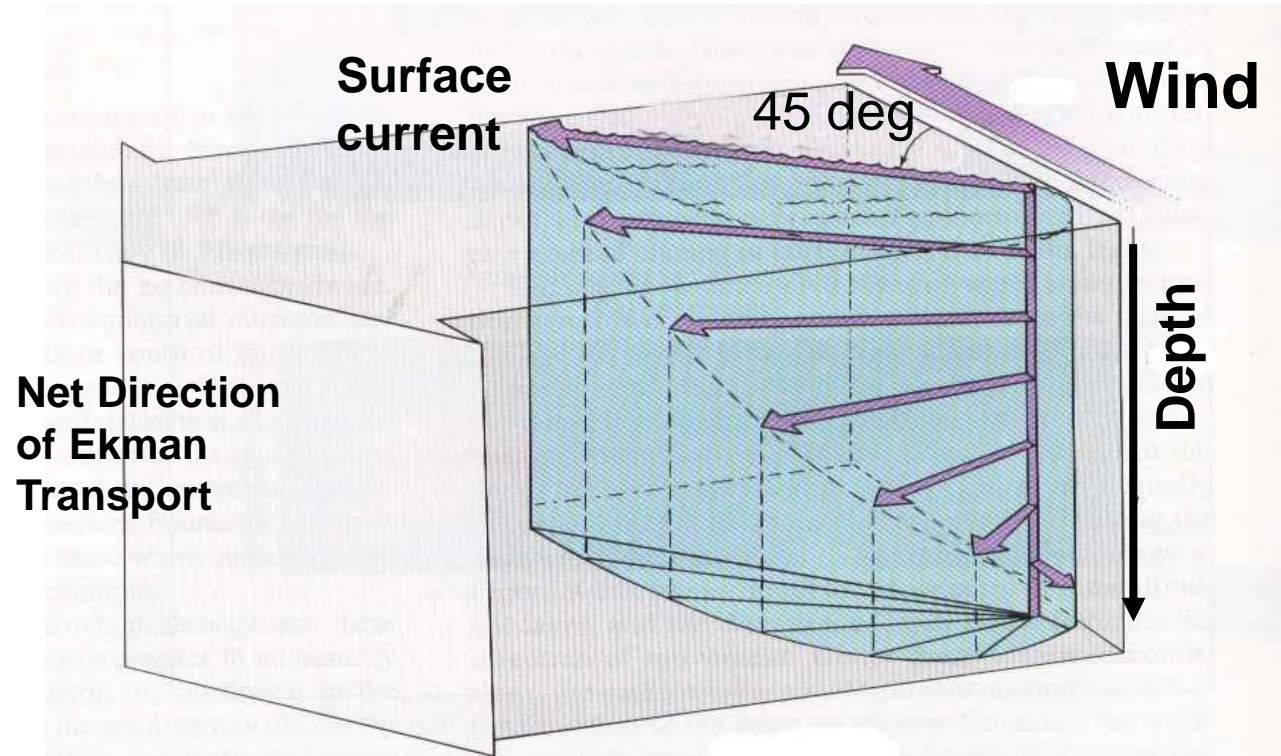


Ekman at work!

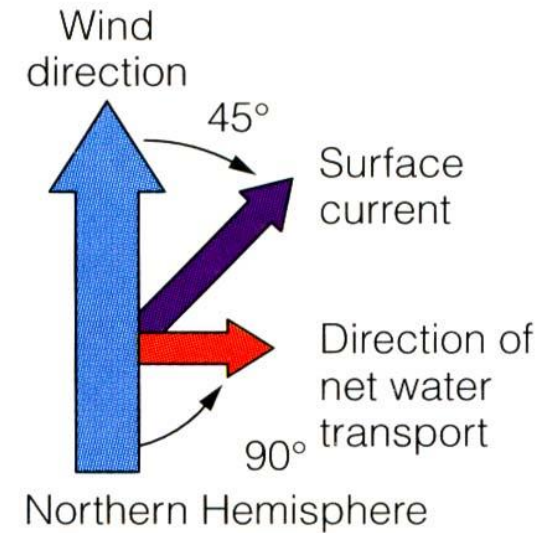
(Southern Hemisphere case)



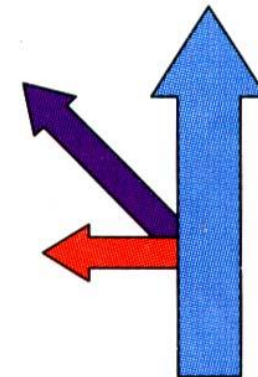
Ekman Spiral



Ekman Spiral (Southern hemisphere)



Northern Hemisphere

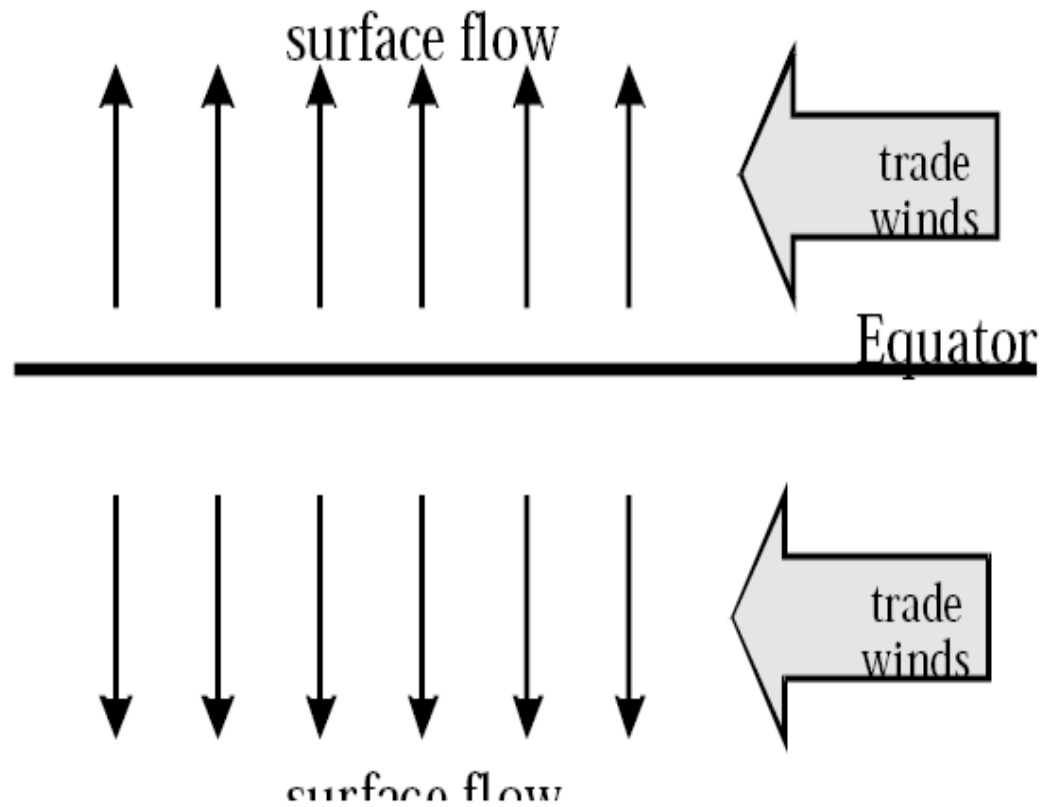


Southern Hemisphere

(b)

Upwelling Ισημερινού

Upwelling μπορεί να συμβεί και στον Ισημερινό. Οι ανεμογενείς τάσεις κινούν τις υδάτινες μάζες προς τα βόρεια στο Β. Ημισφαίριο και αντίστοιχα προς το νότο στο Νότιο Ημισφαίριο.



Περιοχή απόκλισης

Ekman pumping

Η ταχύτητα κίνησης του νερού στο upwelling είναι:

$$w_e = \frac{1}{\rho f} \left(\frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} \right)$$

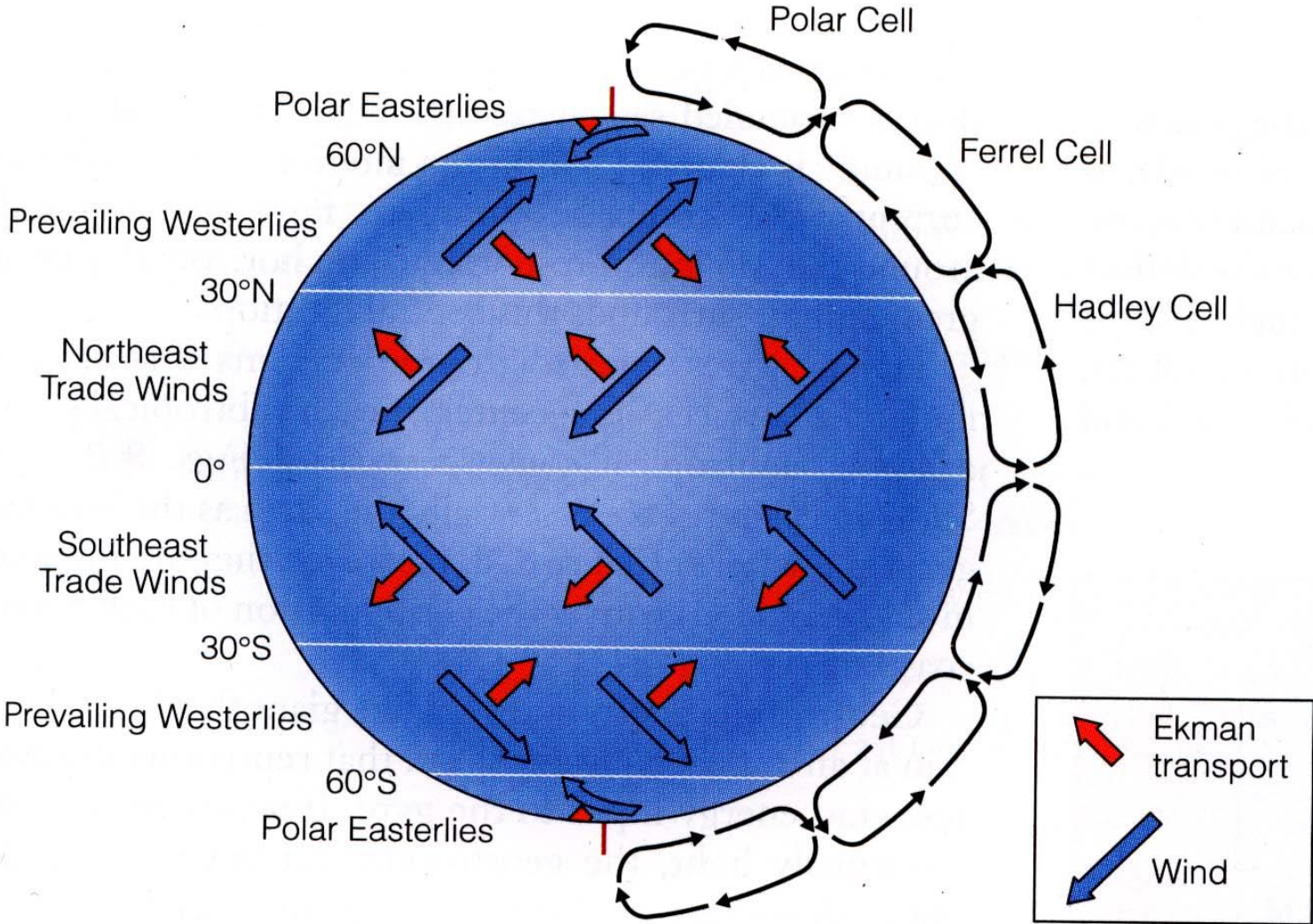
Όπου ο όρος $\frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}$ *curl of the wind stress*
Έλιξ διατμητικής τάσης

Αν ο όρος αυτός είναι θετικός, έχουμε επιφανειακή απόκλιση και άρα upwelling.

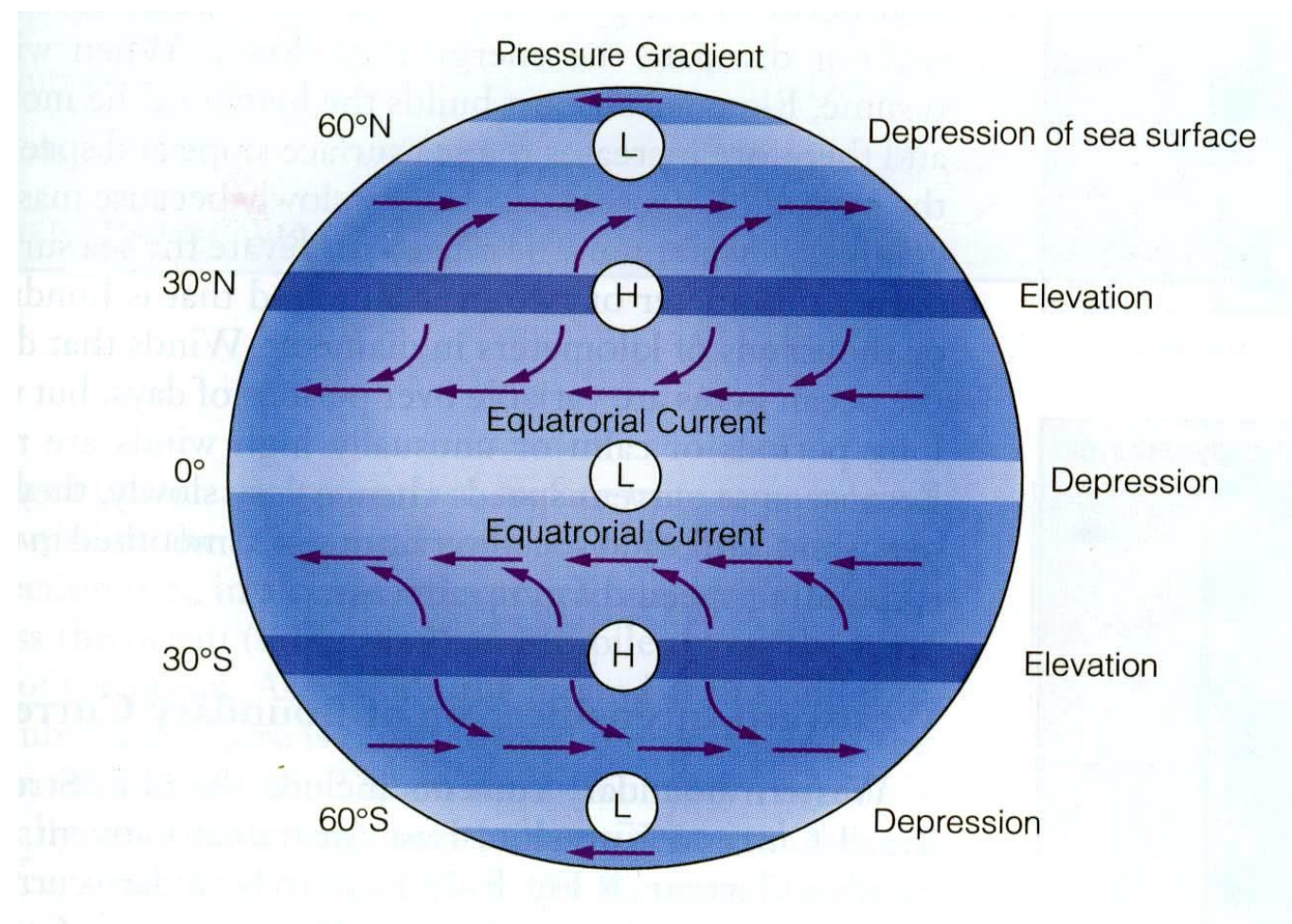
Αν είναι αρνητικός έχουμε επιφανειακή σύγκλιση και άρα downwelling.

Ocean Winds Will Cause Currents

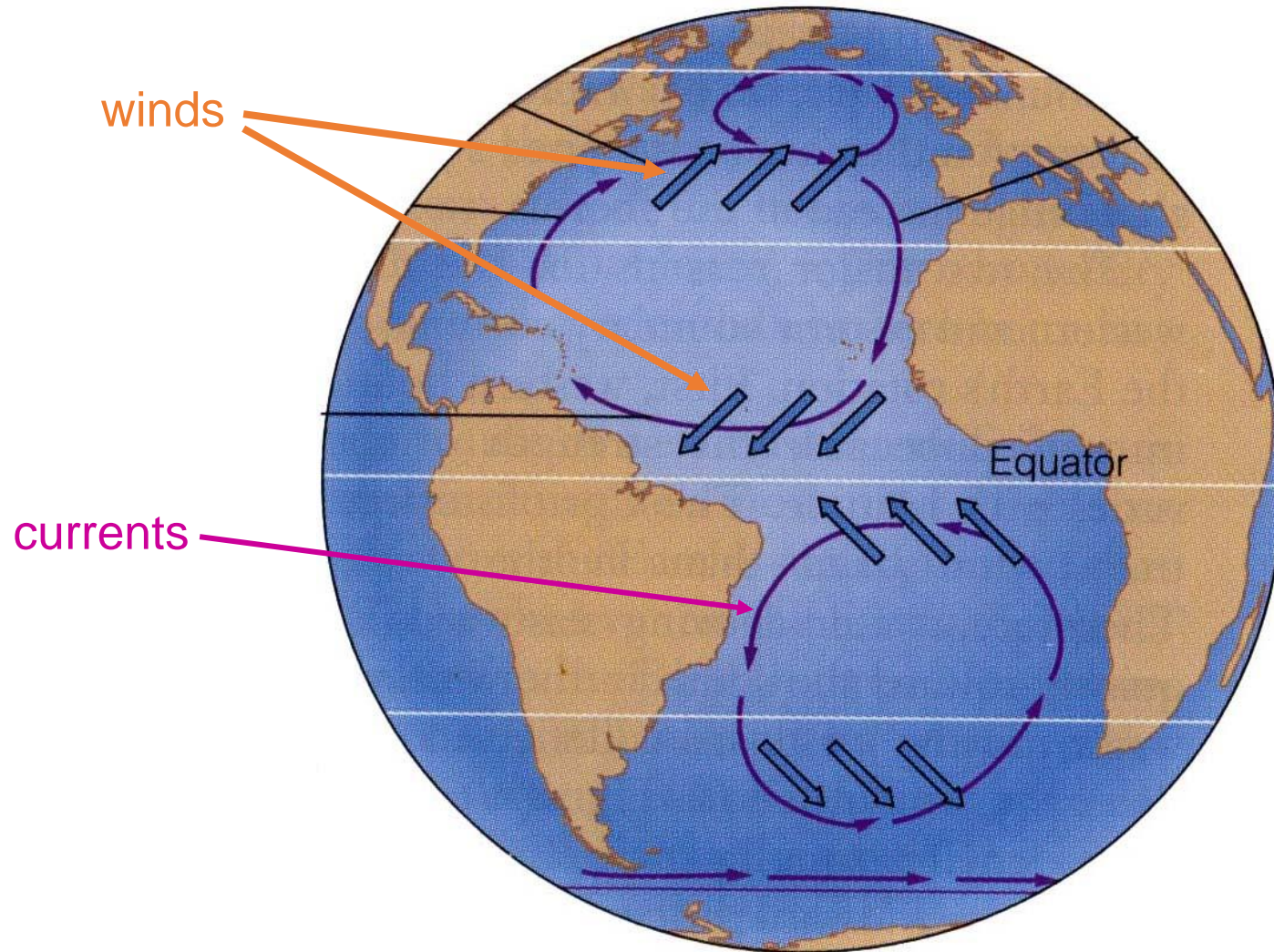
– No Continents



Ocean Currents – No Continents



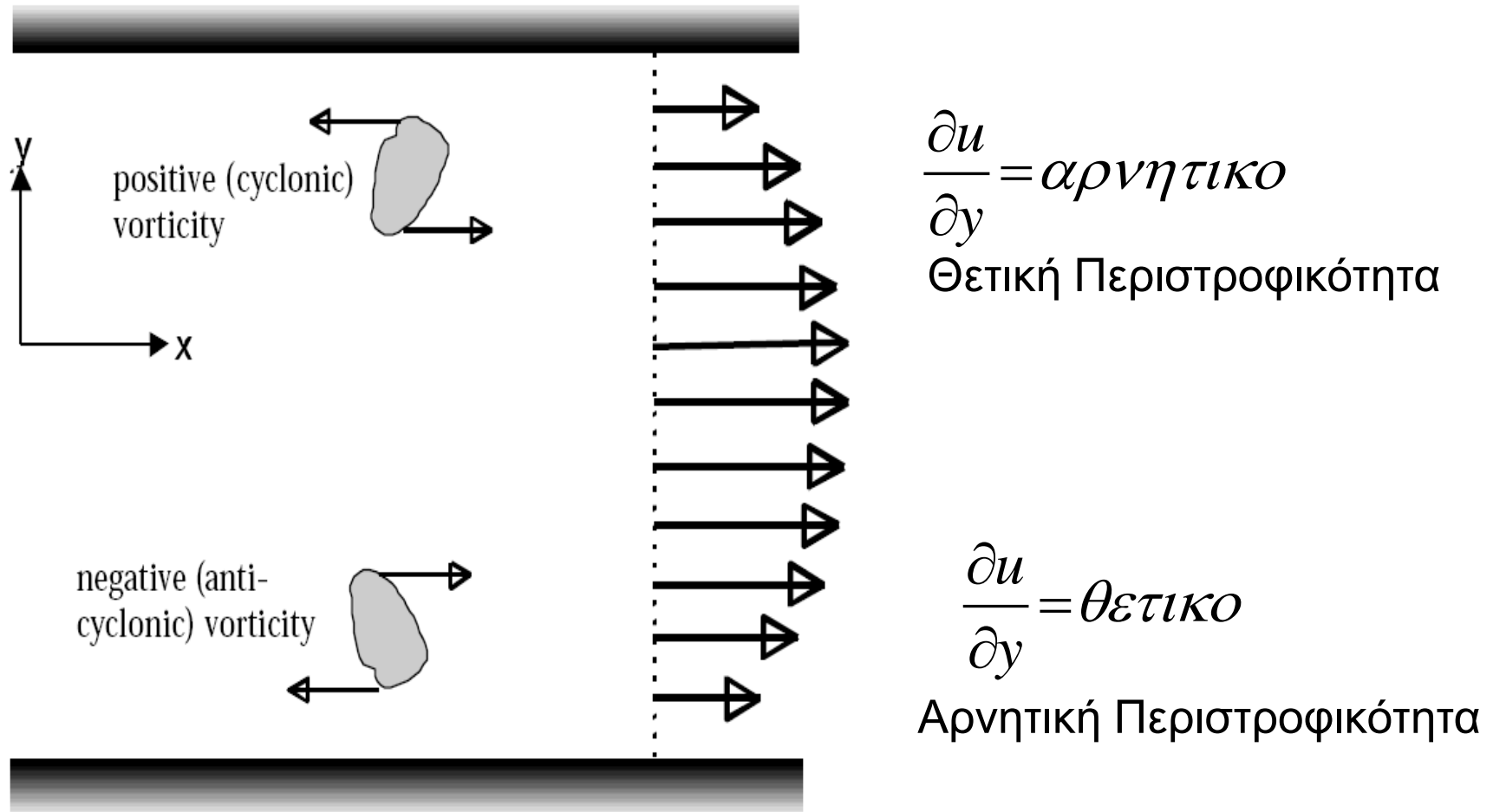
Open Ocean Currents – With Continent Effect



Περιστροφικότητα (Vorticity)

Εκφράζει το μέγεθος της περιστροφής ενός σωματιδίου γύρω από τον άξονά του. Είναι ανάλογη της γωνιακής ορμής του σωματιδίου και προσδίδεται στο σωματίδιο από τη ροή στρέψης του

Παράδειγμα: Ποτάμια Εκροή



Η περιστροφικότητα στο οριζόντιο επίπεδο δίνεται από:

$$\xi = \underbrace{\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{vorticity}}$$

Η περιστροφικότητα είναι θετική όταν η περιστροφή είναι αντι-ωρολογιακή (σε κάτοψη). Αυτή είναι η διεύθυνση περιστροφής της Γης, όπως φαίνεται από το Βόρειο Πόλο.

Άρα: Θετική περιστροφικότητα σημαίνει κυκλωνική κίνηση.

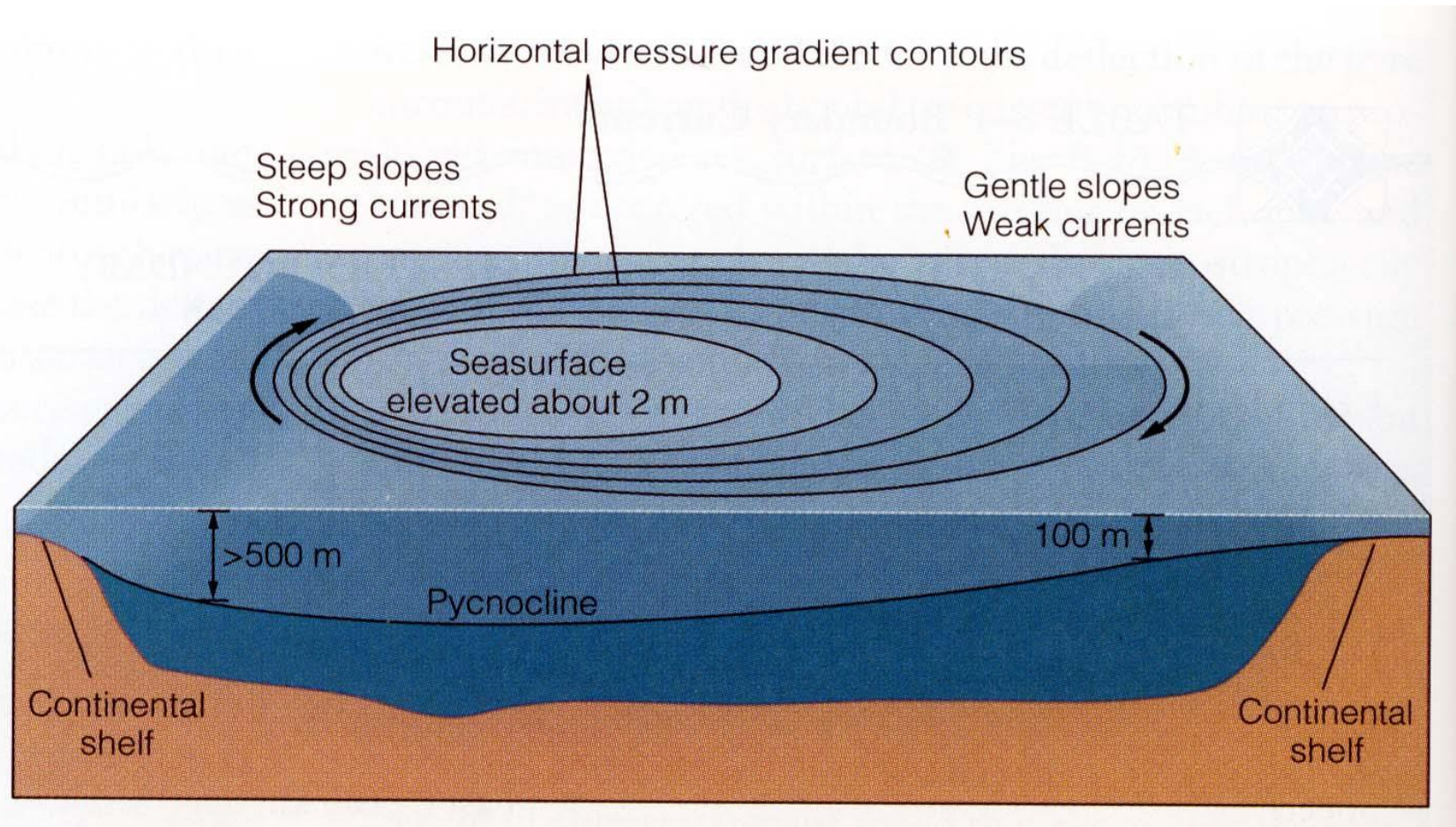
Αρνητική περιστροφικότητα σημαίνει αντι-κυκλωνική κίνηση.

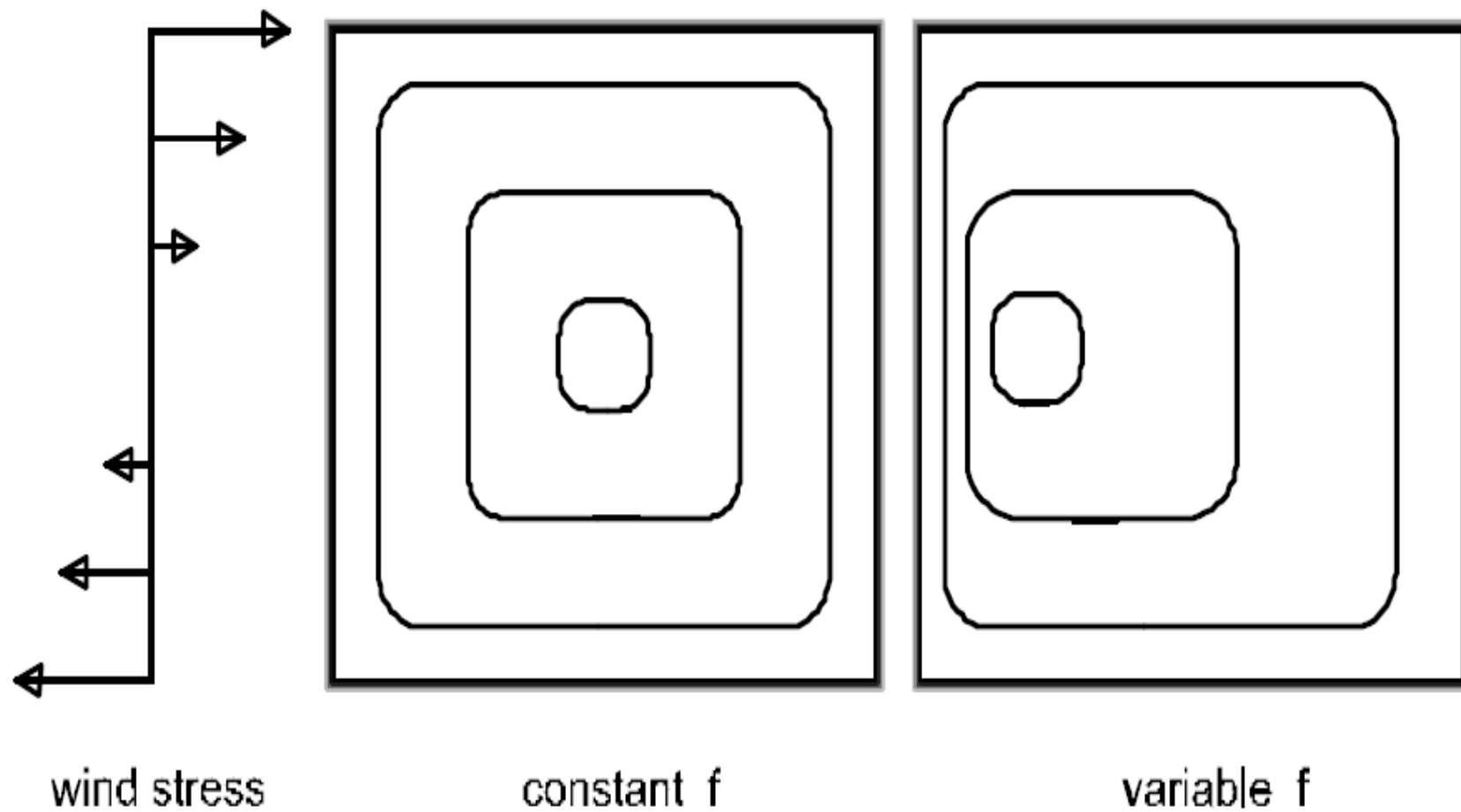
Ο όρος ξ καλείται **σχετική περιστροφικότητα** καθώς προσδιορίζεται ως προς τη περιστροφή της Γης.

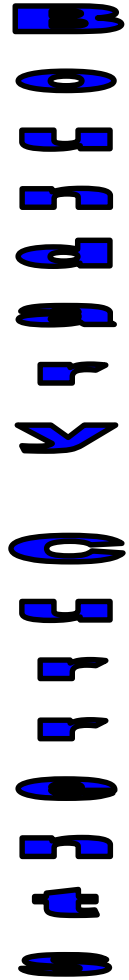
Η αυξημένη ένταση των Ρευμάτων Δυτικών Περιθωρίων

- Τα ωκεάνια ρεύματα κατά μήκος των δυτικών περιθωρίων είναι πολύ πιο μικρού πλάτους, μεγαλύτερου βάθους και υψηλότερων ταχυτήτων από τα αντίστοιχα ρεύματα των ανατολικών περιθωρίων. Γιατί?
- Η δύναμη Coriolis μεταβάλλει την έντασή της με το γεωγραφικό πλάτος. Είναι ασθενής στις τροπικές περιοχές, όπου το νερό αποκλίνει ελαφρά και κινείται προς τα δυτικά περιθώρια των ηπείρων. Η δύναμη Coriolis γίνεται εντονότερη στα μεγαλύτερα γεωγραφικά πλάτη, όπου τα ρεύματα αποκλίνουν προς τον Ισημερινό κινούμενα από τα δυτικά προς τα ανατολικά.
- Η περιστροφικότητα (Vorticity) εκφράζει τη περιδύνηση ενός ρεύματος. Όλα τα ρεύματα σε κυκλική τροχιά έχουν vorticity, η οποία θα πρέπει να διατηρηθεί, όπως ακριβώς και η ενέργεια.
 - Τα ρεύματα που κινούνται προς τους Πόλους, έχουν περιστροφικότητα, η οποία ενισχύεται από τη συνεχόμενη αύξηση της επίδρασης της δύναμης Coriolis. Η διατήρηση του Vorticity οδηγεί στην ανάπτυξη ενός στενού και μεγάλου βάθους ρεύματος.
 - Τα ρεύματα που κινούνται προς τον Ισημερινό χάνουν περιστροφικότητα, την οποία αντισταθμίζουν σχηματίζοντας μεγάλο πλάτους και ρηχά ρεύματα.

Westward Intensification Contours

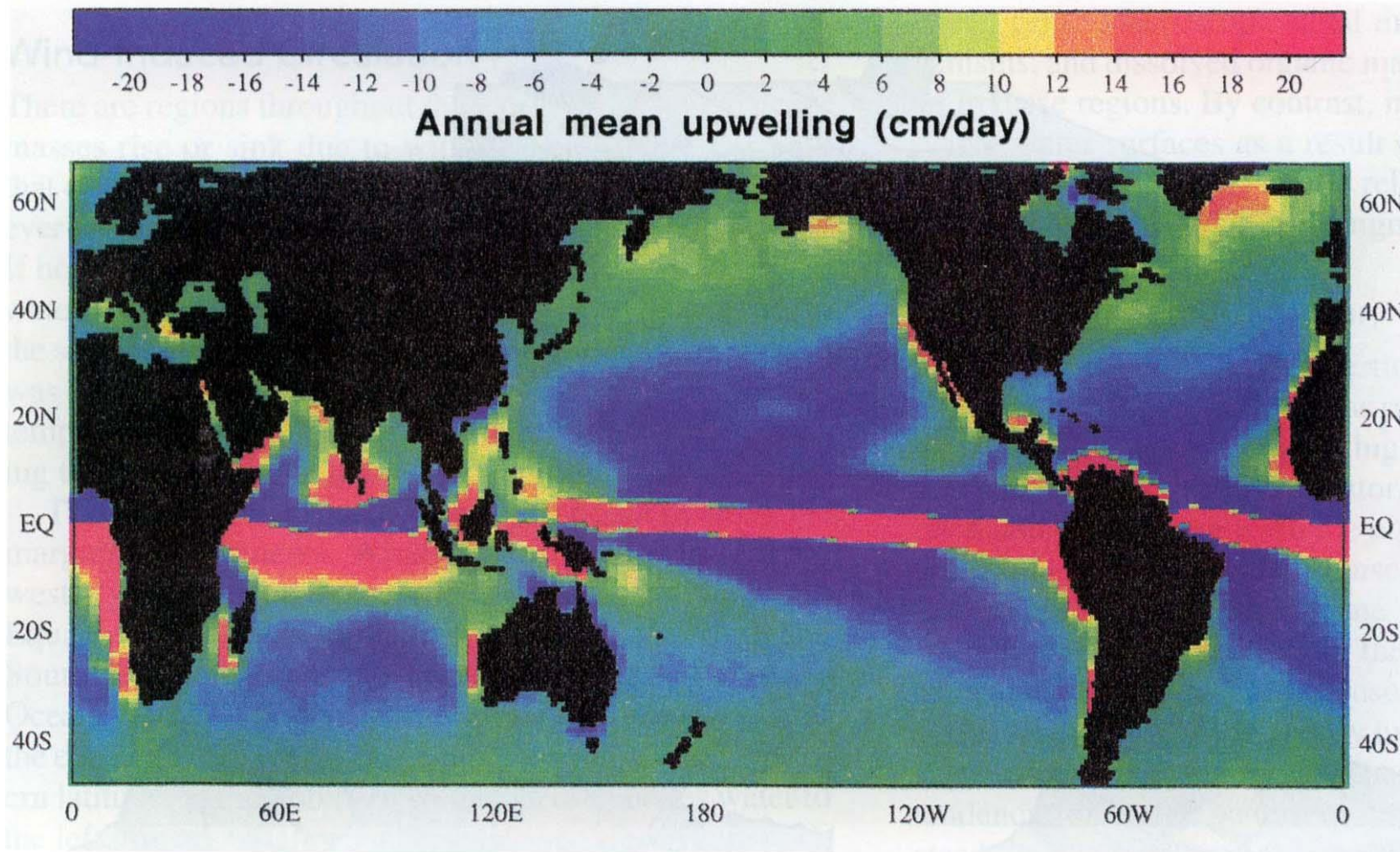






	WESTERN BOUNDARY CURRENTS	EASTERN BOUNDARY CURRENTS
Examples in Northern Hemisphere	Gulf Stream Kuroshio	California Current Canary Current
Examples in Southern Hemisphere	Aghulas Current Brazil Current	Peru Current Benguela Current
Width	Narrow (≈ 100 km)	Broad ($\approx 1,000$ km)
Depth	Deep (to 2 km)	Shallow (< 500 m)
Speed	Fast (> 100 km*day ⁻¹)	Slow (< 50 km*day ⁻¹)
Volume transport	Large (50×10^6 m ³ xs ⁻¹)	Small ($10 - 15 \times 10^6$ m ³ xs ⁻¹)
Boundaries with coastal currents	Sharply defined	Diffuse
Upwelling	Almost none	Frequent
Nutrients	Depleted	Enhanced by upwelling
Fishery	Usually poor	Usually good
Water temperature	Warm	Cool

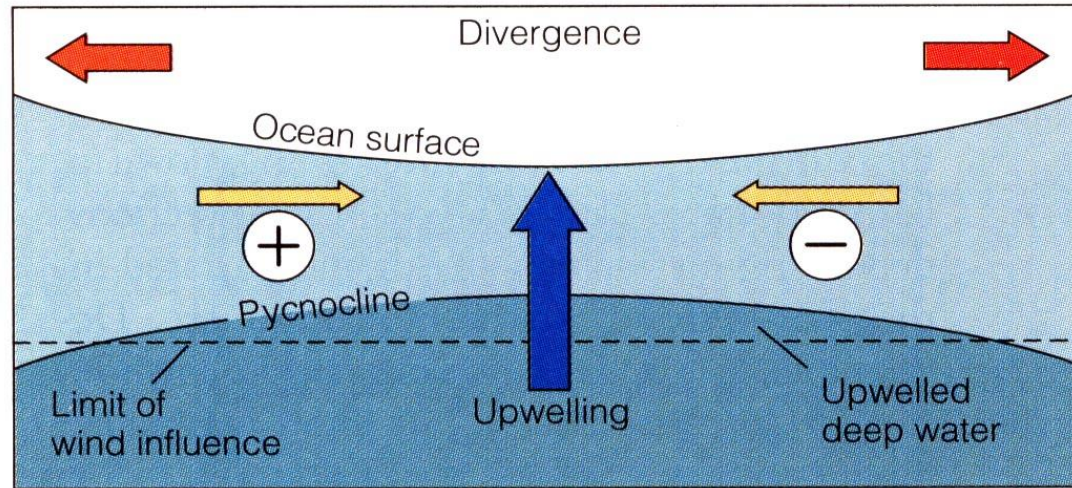
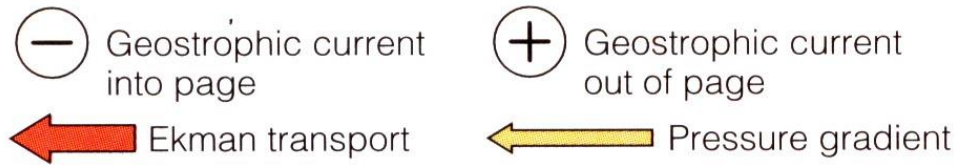
Upwelling and Downwelling



- Average upwelling and downwelling at the base of the Ekman layer over the years 1950 through 1988
 - Max upwelling in red, max downwelling in violet

Source; William Hsieh, University of British Columbia

Regions of divergence are regions of high biological productivity



(a)

