**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΒΟΛΙΜΗΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ**

**ΛΥΣΗ 3ης ΑΣΚΗΣΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΟΜΑΔΑΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**ΕΚΦΩΝΗΣΗ 1ης ΑΣΚΗΣΗΣ**

Δίνεται η εξίσωση Stokes σε διανυσματική μορφή:

  (Ι)

Όπου *p* είναι η πίεση,  το διάνυσμα των ταχυτήτων και *μ* το ιξώδες

**Για την** **περίπτωση** **δισδιάστατης ροής, παράλληλης στο επίπεδο x-z γράψτε τις δύο αλγεβρικές εξισώσεις οι οποίες αντιστοιχούν στην εξίσωση (Ι)**. Εξηγείστε σύντομα πως έχετε μετατρέψει την (Ι) από διανυσματική εξίσωση σε δύο «συμβατικές αλγεβρικές»

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε όποιους από τους παρακάτω ορισμούς κρίνετε απαραίτητο:

1. Ο τελεστής (βαθμίδα) εφαρμόζεται επί ενός βαθμωτού μεγέθους και ορίζεται σαν:



1. Ο τελεστής (απόκλιση) εφαρμόζεται επί ενός διανυσματικού μεγέθους (έστω ) και ορίζεται σαν από την παρακάτω σχέση:



1. Όταν ο τελεστής  εφαρμόζεται σε ένα διάνυσμα (έστω ) ονομάζεται τελεστής Stokes και ισούται με

 

**ΛΥΣΗ 1ης ΑΣΚΗΣΗΣ 2ης ΟΜΑΔΑΣ**

Α) ΓΕΝΙΚΟΤΗΤΕΣ

Α1) Ποιους τελεστές έχουμε;

Στην εξίσωση (Ι) ( δηλ. την ), προφανώς το *p* είναι βαθμωτό μέγεθος και το είναι διάνυσμα. Κατά συνέπεια το είναι το(**βαθμίδα**), ενώ το είναι ο **τελεστής Stokes**. Δεν εμφανίζεται ο τελεστής (απόκλιση), κατά συνέπεια η σχετική έκφραση η οποία δίνεται στην εκφώνηση δεν χρειάζεται.

Α2) Τι σημαίνει *περίπτωση δισδιάστατης ροής, παράλληλης στο επίπεδο* *x-z*

Η ροή λαμβάνει χώρα αποκλειστικά σε ένα επίπεδο *x-z*, και ισοδύναμα όποιο *επίπεδο x-z* και να θεωρήσουμε στον χώρο που εξετάζουμε θα έχουμε ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα. Αυτό σημαίνει ότι:

Α2-1) Αφού δεν έχουμε αλλαγές κατά την διεύθυνση *y* οι παράγωγοι κατά *y* είναι μηδενικές.

Α2-2) Η συνιστώσα του πεδίου των ταχυτήτων κατά *y* είναι μηδέν.

Β) ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Β1) Η γενική μορφή του  είναι η παρακάτω:

 (ΙΙ)

Όμως στο συγκεκριμμένο πρόβλημα στο οποίο έχουμε «*δισδιάστατη ροή, παράλληλη στο επίπεδο x-z*», όπως αναφέραμε παραπάνω ισχύει ότι οι «*παράγωγοι κατά y είναι μηδενικές*»

Κατά συνέπεια η εξίσωση (ΙΙ) μπορεί να γραφεί:

 (ΙΙΙ)

Β2) Η γενική μορφή του είναι η παρακάτω:

 (ΙV)

Όμως στο συγκεκριμμένο πρόβλημα στο οποίο έχουμε «*δισδιάστατη ροή, παράλληλη στο επίπεδο x-z*», όπως αναφέραμε παραπάνω ισχύει ότι οι «*παράγωγοι κατά y είναι μηδενικές*», αλλά και ότι «*Η συνιστώσα του πεδίου των ταχυτήτων κατά y είναι μηδέν*»

Κατά συνέπεια η εξίσωση (ΙV) μπορεί να γραφεί:

 (V)

Ισχύει επίσης ότι:

 (VI)

B3) Σύμπτυξη των αποτελεσμάτων

Εισαγάγωντας τις εξισώσεις (III) και (VI) στην εξίσωση (I) ( δηλ. την ), προκύπτει ότι:

 (VII)

Ανασυντάσσοντας την εξίσωση (VII) προκύπτει:

 (VIII)

Εφόσον η δεξιά πλευρά της εξίσωσης (VIII) είναι ίση με το μηδέν θα είναι ίση και η αριστερά. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η αριστερά πλευρά της εξίσωσης είναι ένα διάνυσμα . Εφόσον όμως προκύπτει ότι και .

Κατά συνέπεια:

 (ΙΧ)

 (X)

**Οι δύο παραπάνω εξισώσεις (IX) και (X) αποτελούν και την λύση του προβλήματος, αφού είναι η απάντηση στο ερώτημα** «***Για την περίπτωση δισδιάστατης ροής, παράλληλης στο επίπεδο x-z γράψτε τις δύο αλγεβρικές εξισώσεις οι οποίες αντιστοιχούν στην εξίσωση (Ι)»***