

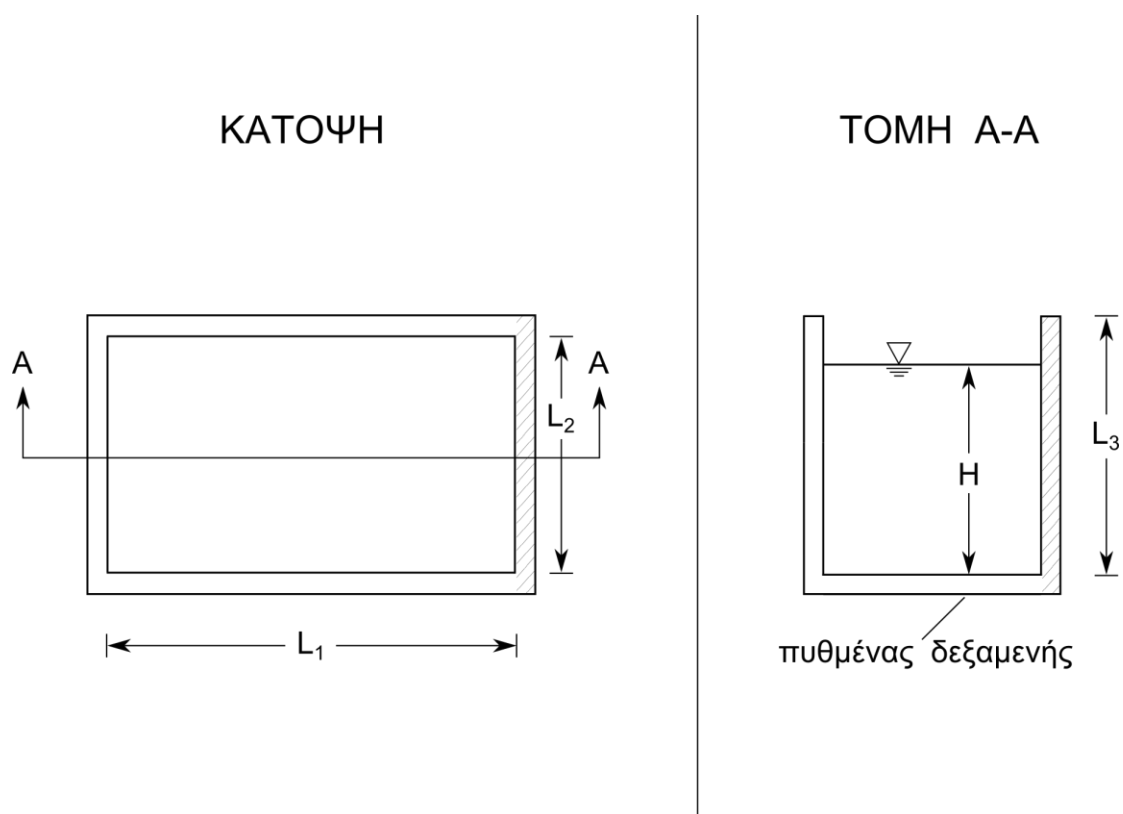
ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2013

5^ο ΘΕΜΑ

(2 Μονάδες)

Η δεξαμενή η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 2, περιέχει νερό το οποίο θεωρείται ακίνητο. Η επιφάνεια του νερού έρχεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα. Οι διαστάσεις της δεξαμενής είναι ίσες με $L_1=20\text{m}$, $L_2=30\text{m}$, $L_3=25\text{m}$ και το βάθος του νερού ίσο με $H=19\text{m}$. Το ειδικό βάρος του νερού μπορεί να θεωρηθεί ίσο με $\gamma=9,81\text{KN/m}^3$.



Σχήμα 2 Παρουσίαση του Προβλήματος το οποίο εξετάζεται στο 5^ο θέμα.

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

[1]

A) Σχεδιάστε την κατανομή της πίεσης στο πυθμένα της δεξαμενής και στον δεξιό τοίχο (γραμμοσκιασμένο στο Σχήμα 2)

B) Υπολογίστε την δύναμη η οποία ασκείται στον πυθμένα της δεξαμενής και στον δεξιό τοίχο (ο οποίος στο Σχήμα 2 είναι γραμμοσκιασμένος)

Πάρτε υπόψη σας για τους υπολογισμούς σας μόνο δεδομένα τα οποία είναι απαραίτητα.

ΛΥΣΗ

Για να λύσουμε την άσκηση θα πάρουμε υπόψη μας τις εξισώσεις οι οποίες είχαν παρουσιαστεί στην θεωρία

$$p = \gamma z$$

$$\text{Και } F = \iint_A p dA$$

A)

A1) Η κατανομή της πίεσης στον πυθμένα είναι σταθερή και ομοιόμορφη με την πίεση σε κάθε σημείο να είναι σταθερή και ίση με $p = \gamma H$

A2) Η κατανομή της πίεσης στον γραμμοσκιασμένο τοίχο αυξάνεται γραμμικά με το βάθος (λόγω της σχέσης $p = \gamma z$). Στην επιφάνεια έχουμε $p = 0$ (η πίεση είναι ίση με την πίεση της ατμόσφαιρας) ενώ στον πυθμένα έχουμε (όπως ήδη αναφέραμε $p = \gamma H$).

Κατά συνέπεια η κατανομή της πίεσης στον προαναφερθέντα τοίχο έχει τριγωνική μορφή

B)

Θα υποθέσουμε ότι το σύστημα των καρτεσιανών συντεταγμένων έχει το $z=0$ στην επιφάνεια του νερού με τον άξονα z στραμμένο προς τα κάτω Τοποθετούμε την τομή των αξόνων σε μία από τις γωνίες της δεξαμενής.

B1)

Πρέπει να πάρουμε υπόψη μας ότι η επιφάνεια του πυθμένα θα βρίσκεται σε ένα επίπεδο x - y .

Κατά συνέπεια η δύναμη η οποία ασκείται στον πυθμένα θα είναι ίση με

$$F = \int_{y=0}^{L_2} \int_{x=0}^{L_1} p dx dy$$

Όπως είπαμε ήδη, η πίεση σε κάθε σημείο του πυθμένα θα είναι ίδια και ίση με $p = \gamma H$.

Κατά συνέπεια η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$F = \int_{y=0}^{L_2} \int_{x=0}^{L_1} \gamma H dx dy$$

Ή

$$F = \gamma H \int_{y=0}^{L_2} \int_{x=0}^{L_1} dx dy$$

Ολοκληρώνοντας:

$$F = \gamma H L_1 L_2$$

Συνεπάγεται ότι η δύναμη στον πυθμένα είναι ίση με

$$F = 111.834 \text{ kN}$$

B2) Για να υπολογίσουμε την δύναμη στον δεξιό γραμμοσκιασμένο τοίχο θα πάρουμε υπόψη μας ότι αυτός βρίσκεται σε ένα επίπεδο y - z .

Κατά συνέπεια:

$$F = \int_{z=0}^H \int_{y=0}^{L_2} p dy dz$$

Παίρνοντας υπόψη μου ότι $p = \gamma z$ προκύπτει:

$$F = \int_{z=0}^H \int_{y=0}^{L_2} \gamma z dy dz$$

Οπότε:

$$F = \gamma L_2 \int_{z=0}^H z dz$$

επίσης

$$F = \gamma L_2 \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^H$$

και

$$F = \gamma L_2 \frac{H^2}{2}$$

Αντικαθιστώντας συνεπάγεται ότι η δύναμη η οποία ασκείται στον δεξιό τοίχο είναι ίση με

$$\mathbf{F=53.121,15kN}$$