ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2018 *ΟΜΑΔΑ Α*

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΝΟΙΚΤΑ ΒΙΒΛΙΑ

2ο ΘΕΜΑ

5,5 Μονάδες

Για τη μελέτη των συνθηκών ροής σε υποθαλάσσια κατασκευή (κτίριο), η οποία σχεδιάζεται να υλοποιηθεί σε μεγάλο βάθος, κατασκευάστηκε σε εργαστήριο ομοίωμα σε κλίμακα 1:10.

Θεωρούμε ότι λόγω του ότι η παραπάνω κατασκευή θα υλοποιηθεί σε μεγάλο βάθος κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας, η επίδραση του αριθμού Froude θα είναι αμελητέα. Κατά συνέπεια το εργαστηριακό ομοίωμα και οι συνθήκες ροής σε αυτό έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε για ένα ορισμένο σενάριο ο αριθμός Reynolds να είναι ίδιος στο πρωτότυπο και το ομοίωμα. Τόσο στο πρωτότυπο όσο και στο ομοίωμα χρησιμοποιείται το ίδιο θαλασσινό νερό του οποίου η πυκνότητα είναι ίση με ρ=1030kg/m^3. Προφανώς και το ιξώδες του ρευστού είναι ταυτόσημο τόσο στην ροή στο πρωτότυπο όσο και στο ομοίωμα αφού το ρευστό είναι το ίδιο, και μπορεί να θεωρηθεί ίσο με $\nu=10^{-6}$ m^2/s.

Θέλουμε να μελετήσουμε την επίδραση της ροής σε κάθετο δοκάρι τετραγωνικής διατομής με διαστάσεις στο πρωτότυπο ύψος H_π=10 m και πλάτος w_π=0,8 m. (Προφανώς οι διαστάσεις του αντίστοιχου δοκαριού στο ομοίωμα θα είναι: ύψος H_o=1 m και πλάτος w_π =8 cm).

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις (οι οποίες είναι γραμμένες με έντονα γράμματα:

- **2α) Αν στο ομοίωμα η ταχύτητα μακριά από την μελετούμενη κατασκευή μπορεί να θεωρηθεί οριζόντια, ομοιόμορφη και ίση U_0=7m/s και η δύναμη η οποία ασκείται στο δοκάρι το οποίο περιγράψαμε παραπάνω να είναι ίση με F_0=1520 Newton, να βρεθεί η αντίστοιχη δύναμη $F\pi$ η οποία**

ασκείται στο αντίστοιχο δοκάρι στο πρωτότυπο. Το δοκάρι είναι τοποθετημένο με τέτοιο τρόπο ώστε η επιφάνεια του να κάθετη στην ροή.

- **2β)** Επειδή προφανώς η ροή γύρω από το δοκάρι το οποίο εξετάζουμε επηρρεάζεται και από τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία της κατασκευής, δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι πίνακες οι οποίοι παρουσιάζονται στην βιβλιογραφία και οι οποίοι αναφέρονται σε απομονωμένα στερεά σώματα. **Υπολογίστε την τιμή του συντελεστή υδροδυναμικής αντίστασης C_D η οποία ασκείται στο δοκάρι στην συγκεκριμένη κατασκευή, όπως προέκυψε για τις συγκεκριμένες πειραματικές συνθήκες (** Υπενθυμίζουμε ότι στο ομοίωμα η ταχύτητα μακριά από την μελετούμενη κατασκευή μπορεί να θεωρηθεί οριζόντια, ομοιόμορφη και ίση με U_0=7 m/s**)**

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την παρακάτω εξίσωση η οποία είχε παρουσιαστεί στην παράδοση:

$$F = \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A \cdot U^2 \qquad \text{(I)}$$

Όπου A είναι το εμβαδόν την επιφάνειας του στερεού αντικειμένου το η οποία είναι προσανατολισμένη κάθετα την κυρίως ροή και C_D ο συντελεστής υδροδυναμικής αντίστασης .

Περιγράψτε τη μεθοδολογία των υπολογισμών σας και ενδεχόμενα τις υποθέσεις τις οποίες έχετε κάνει. Μπορείτε να αναφέρετε αποτελέσματα τα οποία είχαν παρουσιαστεί στην παράδοση.

ΛΥΣΗ

Απάντηση στο ερώτημα 2α):

Παίρνοντας υπόψη μας ότι για τις συγκεκριμμένες συνθήκες ροής ο συντελεστής αντίστασης C_D εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds και επειδή το ομοίωμα έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να ισχύει η ομοιότητα Reynolds μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο συντελεστής C_D είναι ο ίδιος στο πρωτότυπ και στο ομοίωμα κατά συνέπεια $\left(C_D\right)_\pi = \left(C_D\right)_o$. (1)

Η δύναμη η οποία ασκείται στο δοκάρι στο πρωτότυπο γράφεται:

$$\left(F\right)_\pi = \frac{1}{2}\left(C_D\right)_\pi \cdot \left(\rho\right)_\pi \cdot \left(A\right)_\pi \cdot \left(U\right)_\pi^2 \quad (2)$$

Ενώ η δύναμη η οποία ασκείται στο δοκάρι στο ομοίωμα δίνεται από την σχέση:

$$\left(F\right)_o = \frac{1}{2}\left(C_D\right)_o \cdot \left(\rho\right)_o \cdot \left(A\right)_o \cdot \left(U\right)_o^2 \quad (3)$$

Κατά συνέπεια ισχύει ότι:

$$F_R = \frac{\left(F\right)_\pi}{\left(F\right)_o} = \frac{\left(C_D\right)_\pi}{\left(C_D\right)_o} \frac{\left(\rho\right)_\pi}{\left(\rho\right)_o} \frac{\left(A\right)_\pi}{\left(A\right)_o} \frac{\left(U\right)_\pi^2}{\left(U\right)_o^2} \quad (4)$$

Όπως είδαμε ήδη ισχύει ότι: $\left(C_D\right)_\pi = \left(C_D\right)_o$ (βλ. εξίσωση 1).

Εφόσον τόσο στο πρωτότυπο όσο και στο ομοίωμα χρησιμοποιείται το ίδιο ρευστό (θαλασσινό νερό) ισχύει η σχέση:

$\left(\rho\right)_\pi = \left(\rho\right)_o$ (5).

Όπως αναφέρεται στις σημειώσεις με τίτλο «*θεωρία ομοιωμάτων*», βλ. εξίσωση (2) των σημειώσεων αυτών.

$$A_R = \frac{\left(A\right)_\pi}{\left(A\right)_o} = \left(L_R\right)^2 \quad (6)$$

Στις ίδιες σημειώσεις αναφέρεται ότι για την περίπτωση της ομοιότητας Reynolds, όταν χρησιμοποιούμε το ίδιο ρευστό, ή ρευστά τα οποία έχουν την ίδια τιμή του ιξώδους, ισχύει η εξίσωση (7) (βλ. εξίσωση (8) των προαναφερθεισών σημειώσεων):

$$U_R = \frac{(U)_\pi}{(U)_o} = \frac{1}{L_R} \qquad (7).$$

Κατά συνέπεια:

$$(U)_R^2 = \frac{(U)_\pi^2}{(U)_o^2} = \frac{1}{(L_R)^2} \qquad (8)$$

Για την περίπτωση δηλαδή κατά την οποία επιλέγουμε ομοιότητα κατά Reynolds, αν εισαγάγουμε τις εξισώσεις (1), (5), (6) και (8) στην εξίωση (4) προκύπτει ότι:

$$F_R = \frac{(F)_\pi}{(F)_o} = 1 \cdot 1 \cdot (L_R)^2 \cdot \frac{1}{(L_R)^2} = 1 \qquad (9)$$

Επομένως:

$$(F)_\pi = (F)_o = \mathbf{1520\ Newton}$$

<u>Απάντηση στο ερώτημα 2β):</u>

Παίρνοντας υπόψη μας είτε την εξίσωση (I) είτε τον ορισμό του συντελεστή υδροδυναμικής αντίστασης:

$$C_D = \frac{F}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot U^2}$$

Επίσης

$$C_D = \frac{(F)_o}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (A)_o \cdot (U)_o^2} \tag{10}$$

Κατά συνέπεια:

$$C_D = \frac{1520 \quad N}{\frac{1}{2} \cdot 1030 kg / m^3 \cdot 8 \cdot 10^{-2} m^2 \cdot 7^2 (m/s)^2} \tag{11}$$

Παίρνοντας υπόψη μου ότι

1Newton = 1N =1 kg·m·s^{-2}

Και κάνοντας τους υπολογισμούς στην εξίσωση (11) προκύπτει ότι:

$C_D = 0,753$