ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΕ ΔΥΟ ΔΕΞΑΜΕΝΕΣ

Δύο δεξαμενές, **Α** και **Β**, συνδέονται με έναν αγωγό εσωτερικής διαμέτρου D=1 m, μήκους L=2 km, και τραχύτητας k= 1mm. Η στάθμη του νερού στην επιφάνεια της δεξαμενής **Α** είναι στα +195 m ενώ η στάθμη του νερού στην επιφάνεια της δεξαμενής **Β** είναι στα +100 m

Η επιφάνεια του υγρού και στις δύο δεξαμενές έρχεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα (και κατά συνέπεια η πίεση σε αυτήν είναι ίση με την πίεση της ατμόσφαιρας). Επίσης το νερό στην επιφάνεια και των δύο δεξαμενών μπορεί να θεωρηθεί ακίνητο. Το κινηματικό ιξώδες του νερού μπορεί να θεωρηθεί ίσο με $\nu = 10^{-6} \quad m^2/s$

Υποθέτοντας πως οι μόνες τοπικές απώλειες είναι οι απώλειες εισόδου, με συντελεστή $K_T = K_{εισ}$=0,5 και οι απώλειες εξόδου με συντελεστή $K_T = K_{εξ}$=1,0.

Με βάση τα παραπάνω υπολογίστε την παροχή *Q* η οποία ρέει, μέσα από τον αγωγό, ανάμεσα στην δύο δεξαμενές

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιείστε σαν αρχική εκτίμηση για συντελεστή τριβής *f* την τιμή *f*=0,02.

ΛΥΣΗ

Για την λύση του προβλήματος αυτού θα εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli, η οποία υπενθυμίζουμε ότι γράφεται:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta h \qquad \text{(I)}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli, θεωρώντας ότι το σημείο ανάντη, σημείο με δείκτη 1, είναι η επιφάνεια του νερού της δεξαμενής Α και το σημείο κατάντη σημείο με δείκτη 2 είναι η επιφάνεια του νερού της δεξαμενής Β και παίρνοντας υπόψη μας όσα έχουν ήδη αναφερθεί στην εκφώνηση προκύπτει ότι

a) $p_1 = p_2 = p_{atm}$, όπου p_{atm} είναι η ατμοσφαιρική πίεση

b) $u_1 = u_2 = 0$, επειδή το νερό στις επιφάνειες των δύο δεξαμενών θεωρείται ακίνητο

Κατά συνέπεια η εξίσωση (Ι) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\Delta h = z_1 - z_2 \qquad \text{(II)}$$

Η τιμές και των δύο μεταβλητών στην δεξιά πλευρά τις παραπάνω εξίσωσης είναι γνωστές από την εκφώνηση:

z_1=195 m (υψόμετρο της επιφάνειας του νερού της δεξαμενής **A**

z_2=100 m (υψόμετρο της επιφάνειας του νερού της δεξαμενής **B**

Για το Δh το συνολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών ανάμεσα στις διατομές 1 και 2, μπορώ να χρησιμοποιήσω την παρακάτω εξίσωση:

$$\Delta h = h_\Gamma + \Sigma h_T \tag{III}$$

Όπου h_Γ είναι οι γραμμικές (ή κύριες) απώλειες και Σh_T είναι οι τοπικές (ή δευτερεύουσες) απώλειες

Ενώ για τις γραμμικές απώλειες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση, την οποία έχουμε παρουσιάσει ήδη:

$$h_\Gamma = f\frac{L}{D}\frac{u^2}{2g}, \tag{IV}$$

Όπου *u* είναι η μέση ταχύτητα στον αγωγό και τα υπόλοιπα μεγέθη τα έχουμε παρουσιάσει ήδη, για την συγκεκριμένη περίπτωση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό των τοπικών απωλειών την σχέση:

$$\Sigma h_T = \mathrm{K}_{\varepsilon\iota\sigma}\frac{u^2}{2g} + \mathrm{K}_{\varepsilon\xi}\frac{u^2}{2g} \tag{V}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

$$u = \sqrt{\frac{2g\left(z_1 - z_2\right)}{\mathrm{K}_{\varepsilon\iota\sigma} + \mathrm{K}_{\varepsilon\xi} + f\frac{L}{D}}} \tag{VI}$$

Παίρνοντας υπόψη μας τα δεδομένα της εκφώνησης και θεωρώντας σαν πρώτη προσέγγιση ότι *f*=0,02, προκύπτει ότι ***u*=6,702 m/s**

Με βάση αυτό το αποτέλεσμα προκύπτει ότι $\mathrm{Re} \cong 6,7 \cdot 10^6$. Επειδή επιπρόσθετα λόγος k/D υπολογίζεται σε k/D=10^{-3} προκύπτει ότι η αρχική εκτίμηση *f*=0,02 ήταν σωστή επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την τιμή ***u*=6,702 m/s** για την συνέχεια των υπολογισμών μας.

Για την παροχή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση

$$Q = \pi\frac{D^2}{4}u \tag{VII}$$

Προκύπτει ότι <u>***Q*=5,264 m³/s**</u>

το οποίο είναι και το ζητούμενο αποτέλεσμα