

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΥ

(άσκηση από το βιβλίο «Ρευστομηχανική» του Ν. Κωτσοβίνου)

ΕΚΦΩΝΗΣΗ

Η αντίσταση στην κίνηση ενός αυτοκινήτου μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο μέρη:

- α) Από την αντίσταση στην κύλιση που ορίζεται ως το γινόμενο του βάρους W του αυτοκινήτου επί τον συντελεστή τριβής κυλίσεως λ
- β) Από την δύναμη αεροδυναμικής αντίστασης η οποία ονομάζεται επίσης οπισθέλκουσα.

Το βάρος ενός τυπικού ιδιωτικού αυτοκινήτου με πέντε επιβάτες είναι $W=1,5t$ και η μετωπική του επιφάνεια $S=0.2 \text{ m}^2$. Ο συντελεστής τριβής κυλίσεως είναι περίπου $\lambda=0,1$ και ο συντελεστής αεροδυναμικής αντίστασης περίπου ίσος με $C_D=0,4$

Απαντείστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

- I) Ποια η οικονομία σε καύσιμα ανά διανυόμενο χιλιόμετρο όταν (σε οριζόντιο δρόμο) το αυτοκίνητο κινείται με 80 km/h αντί με 100 km/h;
- II) Να προσδιοριστεί η καταναλισκόμενη ισχύς για ταχύτητα του αυτοκινήτου ίση με 80 km/h και κίνηση σε οριζόντιο δρόμο
- III) Αν η μέγιστη ισχύς την οποία μπορεί να δώσει η μηχανή του αυτοκινήτου είναι ίση με $P_M=60 \text{ kW}$, ποια η μέγιστη ταχύτητα U_{\max} η οποία μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο αυτό;

Μπορούμε να πάρουμε επίσης υπόψη μας ότι όταν η θερμοκρασία του αέρα είναι ίση με 20 βαθμούς Κελσίου, η πυκνότητα του είναι ίση με $\rho=1,2 \text{ kg/m}^3$.

ΛΥΣΗ

A) Γενικότητες

Ενώ μας έχει δοθεί ο ορισμός της αντίστασης κύλισης σε:

$$F_K = \lambda W,$$

Πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι για τον πρόβλημα το οποίο εξετάζουμε η δύναμη αεροδυναμικής αντίστασης ορίζεται σαν:

$$F_A = \frac{1}{2} C_D S \rho (U_o)^2$$

Κατά συνέπεια η συνολική δύναμη η οποία ασκείται στο αυτοκίνητο, την οποία πρέπει να «αντιμετωπίσει» η μηχανή του είναι ίση με:

$$F_M = F_K + F_A$$

ή ισοδύναμα:

$$F_M = \lambda W + \frac{1}{2} C_D S \rho (U_o)^2$$

Όπου $\lambda=0,1$, $W=15 \text{ kN}$, $C_D=0,4$, $S=0,2 \text{ m}^2$,

Είναι σκόπιμο λοιπόν να κάνουμε τις παρακάτω μετατροπές:

$$U_{0,80} = 80 \text{ km/h} = 22 \text{ m/s}$$

$$U_{0,100} = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$$

B) Απαντήσεις στις επί μέρους ερωτήσεις

I)

Πρέπει να πάρουμε επίσης υπόψη μας ότι $1 \text{ Newton} = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Κατά συνέπεια είναι σκόπιμο να κάνουμε τις παρακάτω μετατροπές:

$$U_{0,80} = 80 \text{ km/h} = 22 \text{ m/s}$$

$$U_{0,100} = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$$

Για την περίπτωση κατά την οποία το αυτοκίνητο κινείται με 80 km/h η δύναμη η οποία ασκείται σε αυτό και κατά συνέπεια η δύναμη την οποία πρέπει να αναπτύξει ο κινητήρας είναι:

$$F_{M,80} = 0,1 \cdot 15000N + \frac{1}{2} 0,4(2m^2)(1,2kg / m^3)(22,2m/s)^2 = 1736N$$

Για την περίπτωση κατά την οποία το αυτοκίνητο κινείται με 100 km/h η δύναμη η οποία ασκείται σε αυτό και κατά συνέπεια η δύναμη την οποία πρέπει να αναπτύξει ο κινητήρας είναι:

$$F_{M,100} = 0,1 \cdot 15000N + \frac{1}{2} 0,4(2m^2)(1,2kg / m^3)(27,8m/s)^2 = 1871N$$

Απαιτούμενη ενέργεια για να καλυφθεί μία απόσταση L είναι ίση με :

$$E = F \cdot L$$

Οπότε:

$$\frac{E_{80}}{E_{100}} = \frac{F_{M,80} \cdot L}{F_{M,100} \cdot L} = \frac{F_{M,80}}{F_{M,100}} = \frac{1736N}{1871N} \cong 0,93 = 93\%$$

Κατά συνέπεια έχουμε οικονομία σε ενέργεια και σε καύσιμα 7% για πορεία ταχύτητα με 80 km/h σε σχέση με αυτή των 100 km/h

II) Πρέπει να πάρουμε υπόψη μας ότι $1Watt = 1W = 1 N \cdot \underline{m} \cdot \underline{s}^{-1}$

Η απαιτούμενη ισχύς για πορεία με ταχύτητα 80 km/h προκύπτει από τον τύπο:

$$P_{M,80} = F_{M,80} \cdot U_{0,80} = 1736N \cdot 22,2m/s = 38500W = 38,5kW$$

III) Πρέπει να πάρουμε υπόψη μας ότι $1Watt = 1W = 1 \underline{kg} \cdot \underline{m}^2 \cdot \underline{s}^{-3}$

Και επίσης ότι:

$$P_M = F_M U_{max}$$

Προκύπτει:

$$P_M = F_M U_{\max} = \left(\lambda W + \frac{1}{2} C_D S \rho (U_{\max})^2 \right) U_{\max}$$

Κατά συνέπεια:

$$60000W = \left(0,1 \cdot 15000N + \frac{1}{2} 0,4(2m^2)(1,2kg/m^3)(U_{\max})^2 \right) U_{\max}$$

ή

$$60000kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = 1500kg \cdot m \cdot s^{-2} U_{\max} + 0,48(kg/m)(U_{\max})^3$$

Ή ισοδύναμα:

$$0,48(kg/m)(U_{\max})^3 + 1500kg \cdot m \cdot s^{-2} U_{\max} - 60000kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι εξίσωσης τρίτης τάξης δηλ. της μορφής:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Όπου τα a, b, c, d είναι γνωστές παράμετροι

Ή ισοδύναμα:

$$a(U_{\max})^3 + b(U_{\max})^2 + cU_{\max} + d = 0$$

Όπου:

$$a = 0,48(kg/m)$$

$$b = 0$$

$$c = 1500kg \cdot m \cdot s^{-2}$$

$$d = -60000kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$$

Όπου το U_{\max} είναι σε μονάδες m/s

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση:

$$U_{\max} = 30,6m/s, \text{ ή}$$

$$U_{\max} \cong 110km/h$$

