

**Δικτύωμα (Truss): ράβδοι συνδεόμενες με ήλωση, κοχλίωση ή συγκόλληση σε κόμβους**

**Ελαφριές κατασκευές που γεφυρώνουν μεγάλα ανοίγματα (>50m)**

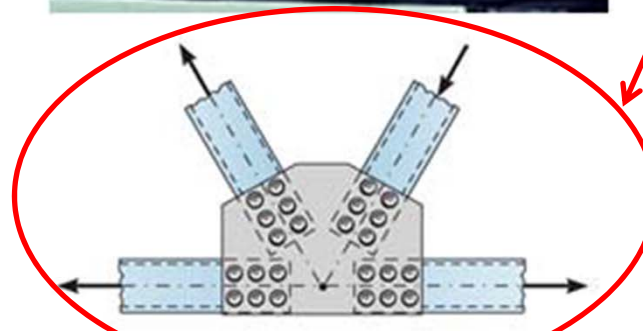
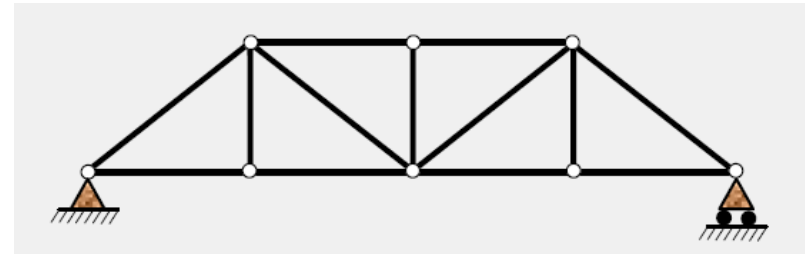
**Υλικό ράβδων: Χάλυβας, ξύλο, αλουμίνιο**

**Παραδοχές που γίνονται στην ανάλυση**

- Η σύνδεση των ράβδων στους κόμβους του δικτυώματος θεωρείται ως ιδανικά αρθρωτή ( $M_{\text{κόμβου}}=0$ ) χωρίς τριβές



**Οι άξονες όλων των ράβδων που συντρέχουν σε ένα κόμβο τέμνονται προεκτεινόμενοι σε ένα «σημείο» σύνδεσης (ΚΟΜΒΟΕΛΑΣΜΑ): ήλωση, συγκόλληση, κοχλίωση**



**Μπορεί όμως να αναπτύσσεται μικρή ροπή λόγω εκκεντρότητας (π.χ. λόγω διαφορετικού μεγέθους διατομής ράβδων)!**

**Δικτύωμα (Truss): ράβδοι συνδεόμενες με ήλωση, κοχλίωση ή συγκόλληση σε κόμβους**

**Ελαφριές κατασκευές που γεφυρώνουν μεγάλα ανοίγματα (>50m)**

**Υλικό ράβδων: Χάλυβας, ξύλο, αλουμίνιο**

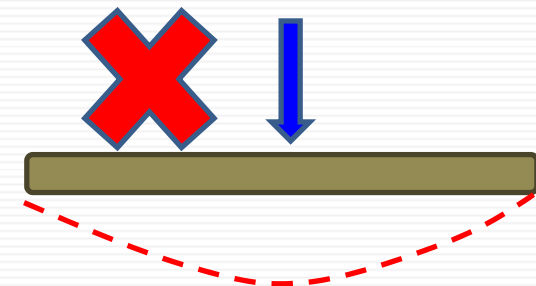
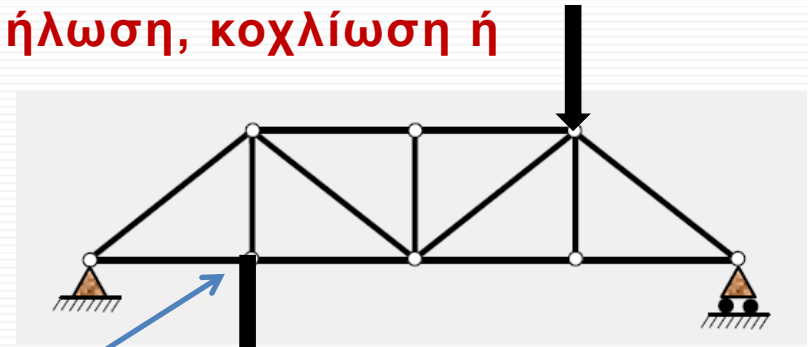
**Παραδοχές που γίνονται στην ανάλυση**

- Η σύνδεση των ράβδων στους κόμβους του δικτυώματος θεωρείται ως ιδανικά αρθρωτή ( $M_{\text{κόμβου}}=0$ )
- Οι άξονες όλων των ράβδων του δικτυώματος θεωρούνται ευθύγραμμοι



- Τα εξωτερικά φορτία: δυνάμεις που ενεργούν επί των κόμβων (επικόμβια φορτία), αλλιώς έμμεση φόρτιση

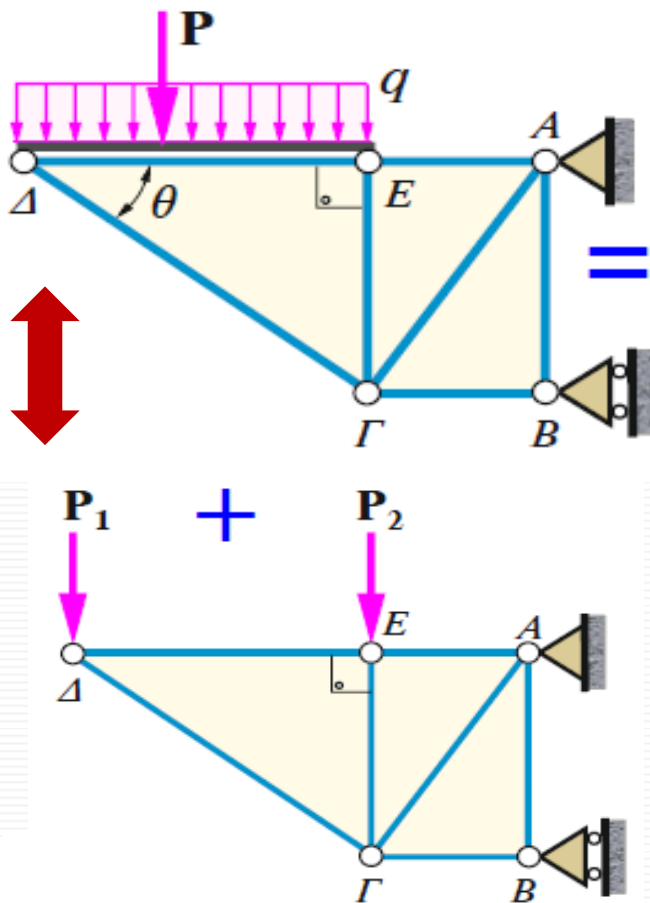
- Εάν η ράβδος δεν αναπτύσσει ένταση → **ΑΤΟΝΗ**



*Όταν ένα φορτίο ασκηθεί κάθετα στον άξονα της ράβδου, αυτή κάμπτεται εύκολα λόγω μικρής διατομής*

- Τα εξωτερικά φορτία: δυνάμεις που ενεργούν επί των κόμβων (επικόμβια φορτία), αλλιώς έμμεση φόρτιση

έμμεση φόρτιση: βοηθητικό δοκός που στηρίζεται η ίδια επί των κόμβων



**Δικτύωμα (Truss): ράβδοι συνδεόμενες με ήλωση, κοχλίωση ή συγκόλληση σε κόμβους**

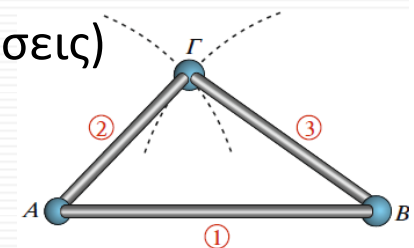
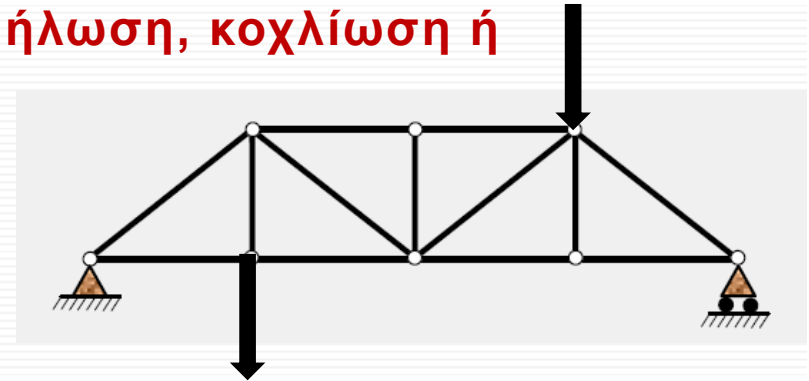
**Ελαφριές κατασκευές που γεφυρώνουν μεγάλα ανοίγματα (>50m)**

**Υλικό ράβδων: Χάλυβας, ξύλο, αλουμίνιο**

**Παραδοχές που γίνονται στην ανάλυση**

- Η σύνδεση των ράβδων στους κόμβους του δικτυώματος θεωρείται ως ιδανικά αρθρωτή ( $M_{\text{κόμβου}}=0$ )
- Οι άξονες όλων των ράβδων του δικτυώματος θεωρούνται ευθύγραμμοι
- Τα εξωτερικά φορτία: δυνάμεις που ενεργούν επί των κόμβων (επικόμβια φορτία), αλλιώς έμμεση φόρτιση
- Βασική μονάδα σύνθεσης δικτυωμάτων αποτελεί ο **τριγωνικός σχηματισμός: ΣΤΕΡΕΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ** (3 μη συνευθειακές αρθρώσεις)

**Παράθεση τριγώνων: απλό δικτύωμα με τον ελάχιστο αριθμό ράβδων για ευσταθή – στερεή κατασκευή!**



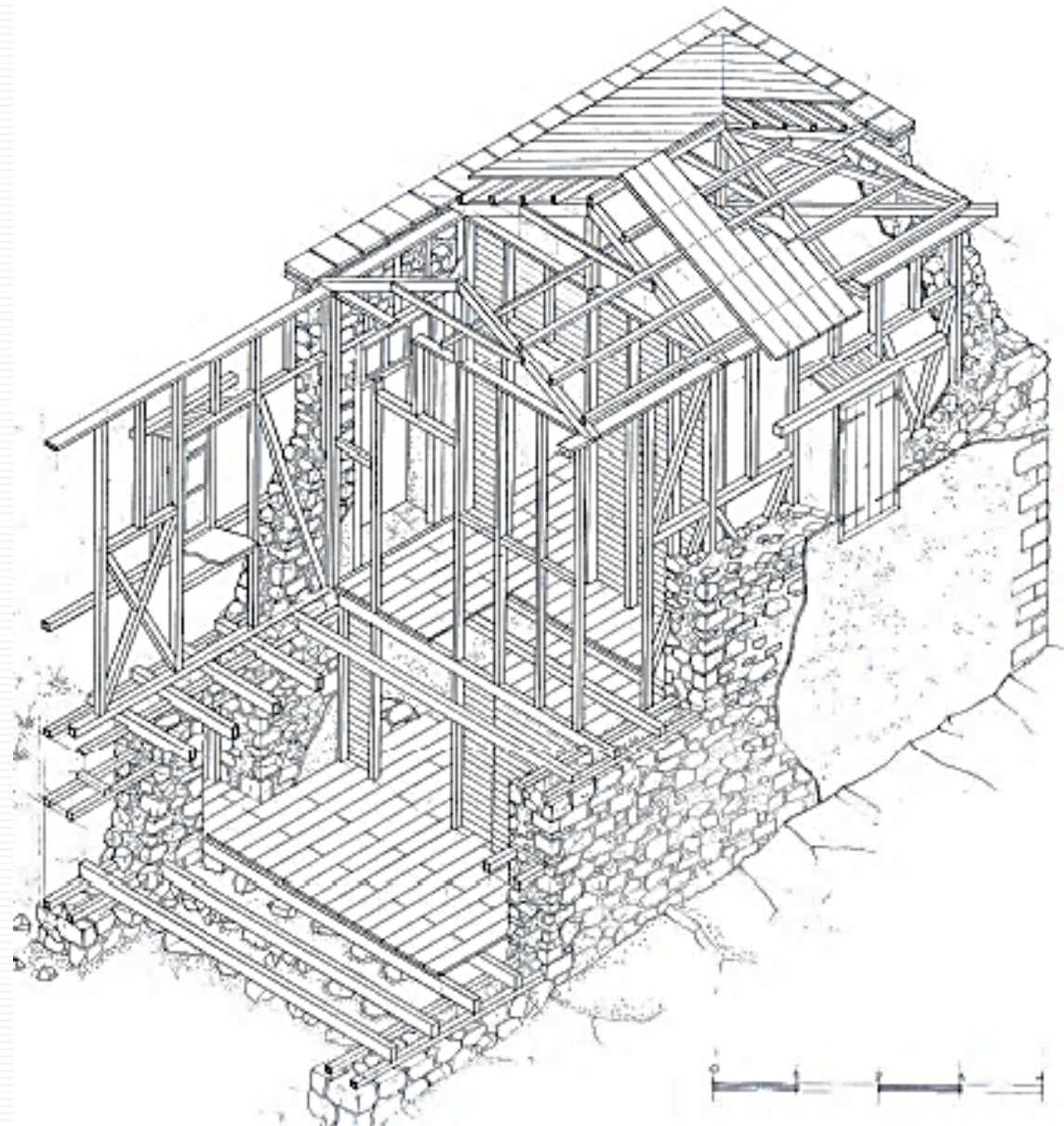
**Μεταλλικό στέγαστρο: αποτελείται από επίπεδα δικτυώματα σε παράθεση**





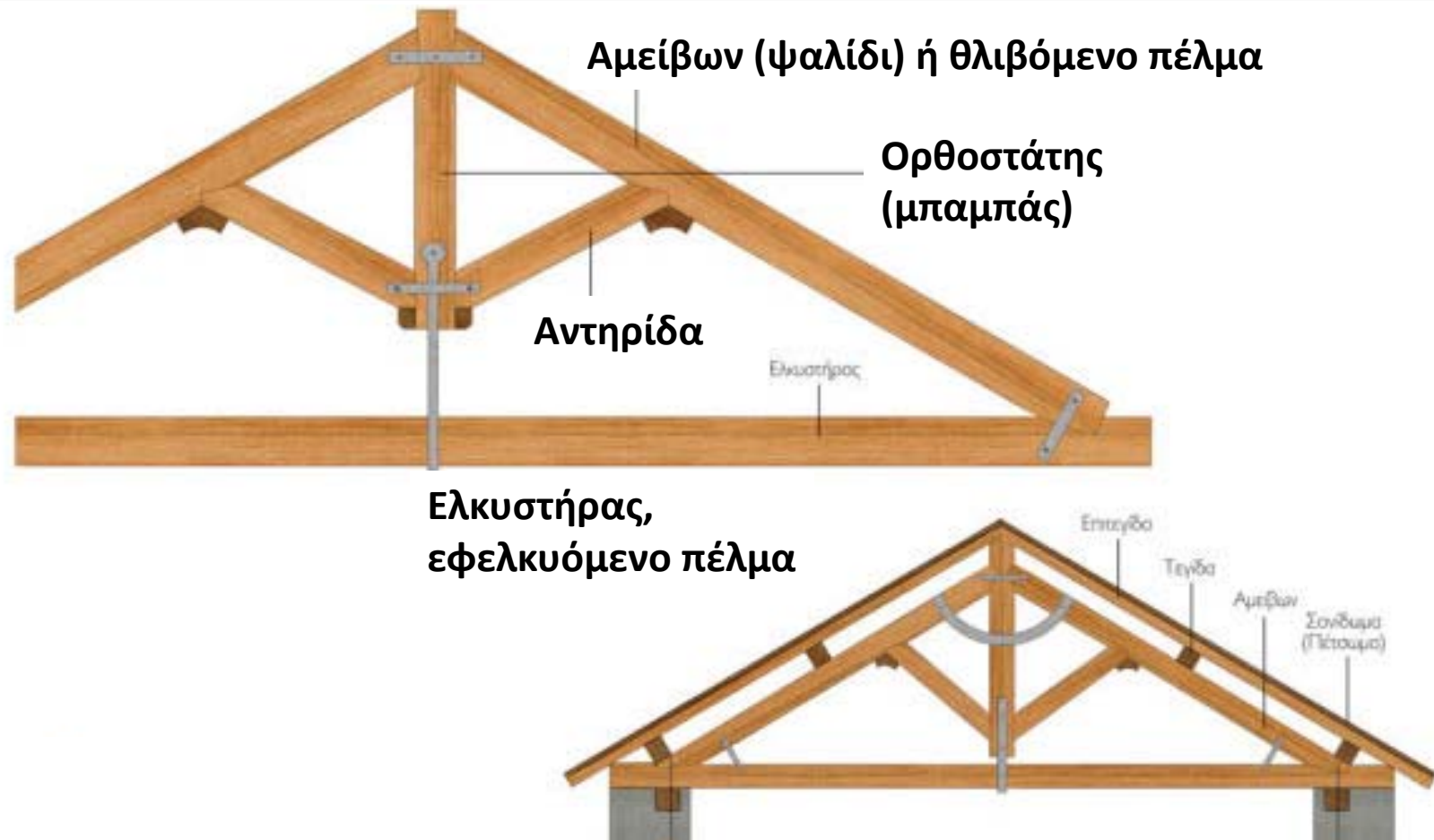


**Ιστορικό δικτύωμα: Ξυλόπηκτη παραδοσιακή  
πλινθο/λιθόκτιστη δομή ή αλλιώς ΤΣΑΤΜΑΣ**



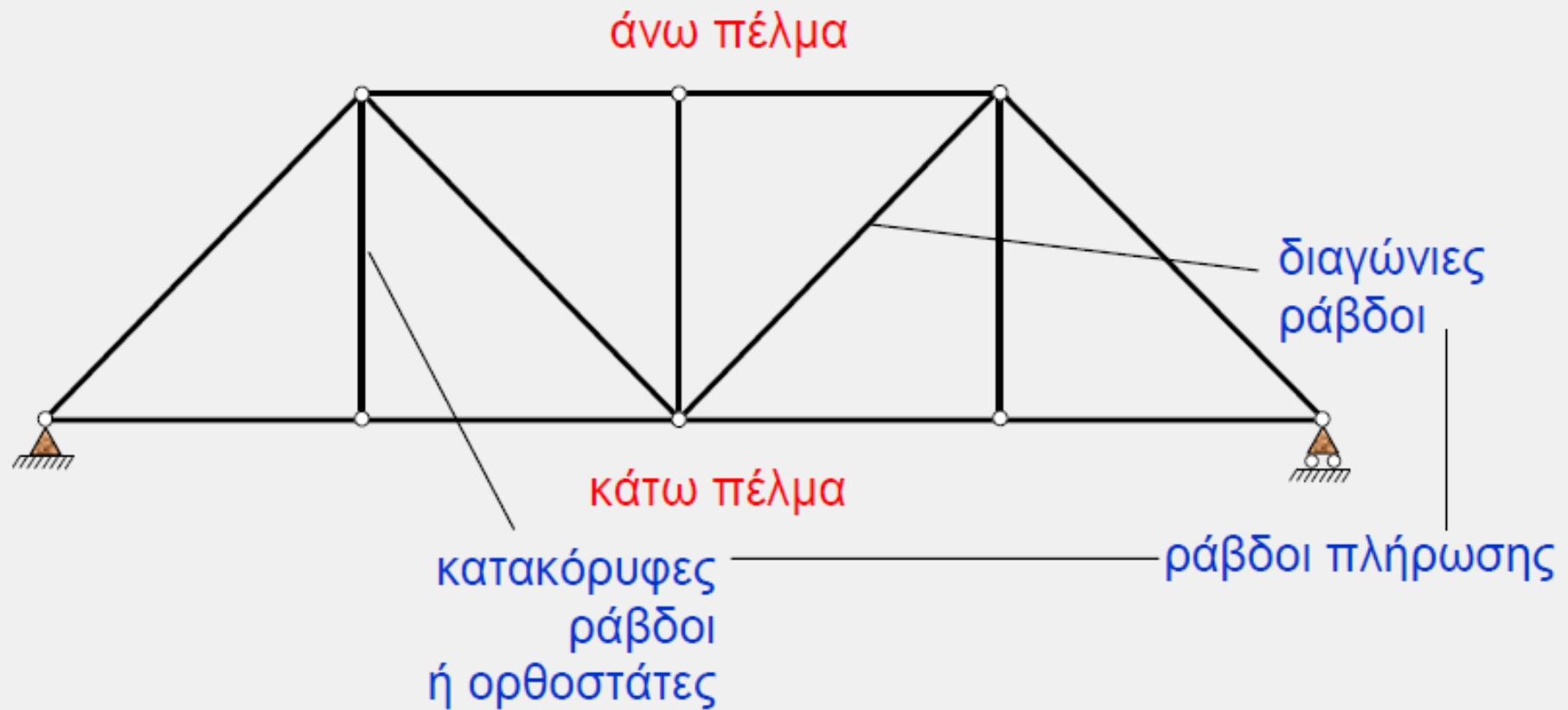
**Δικτύωμα (Truss):** ράβδοι  
συνδεόμενες με ήλωση, κοχλίωση  
ή συγκόλληση σε κόμβους

*Ξύλινη στέγη: παράθεση  
επίπεδων δικτυωμάτων – ζευκτά*





## Ονοματολογία ράβδων δικτυώματος



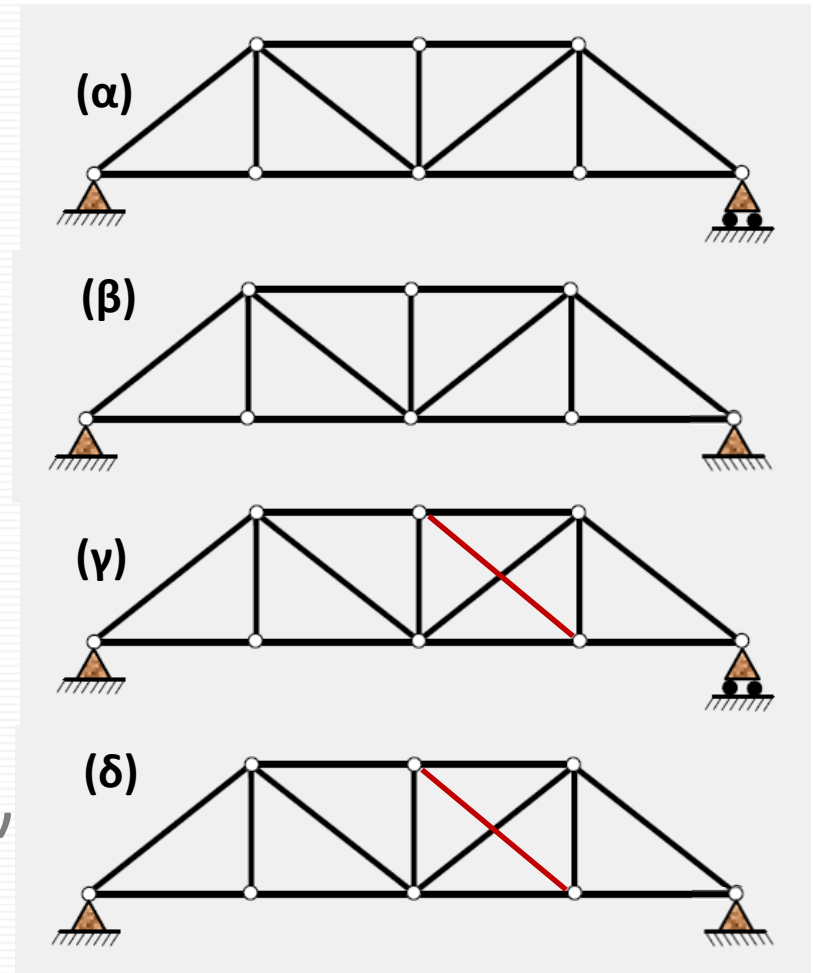
**Δικτύωμα (Truss): ράβδοι συνδεόμενες με ήλωση, κοχλίωση ή συγκόλληση σε κόμβους**

**Ελαφριές κατασκευές που γεφυρώνουν μεγάλα ανοίγματα (>50m)**

**Υλικό ράβδων: Χάλυβας, ξύλο, αλουμίνιο**

**Παραδοχές που γίνονται στην ανάλυση**

- Η σύνδεση των ράβδων στους κόμβους του δικτυώματος θεωρείται ως ιδανικά αρθρωτή ( $M_{\text{κόμβου}}=0$ )
- Οι άξονες όλων των ράβδων του δικτυώματος θεωρούνται ευθύγραμμοι
- Τα εξωτερικά φορτία: δυνάμεις που ενεργούν επί των κόμβων (επικόμβια φορτία), αλλιώς έμμεση φόρτιση
- Βασική μονάδα σύνθεσης δικτυωμάτων αποτελεί ο τριγωνικός σχηματισμός: ΣΤΕΡΕΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ (3 μη συνευθειακές αρθρώσεις)
- Κατάταξη δικτυωμάτων: (α) Εξωτερικά/εσωτερικά ισοστατικό, (β) εξωτερικά υπερστατικό – εσωτερικά ισοστατικό, (γ) εξωτερικά ισοστατικό – εσωτερικά υπερστατικό και (δ) εξωτερικά – εσωτερικά υπερστατικό



## Επίλυση δικτύωματος

➤ Για ΚΑΘΕ κόμβο:

$$\text{Χωρικό δικτύωμα: } \Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0$$

Για  $k$  = αριθμός κόμβων  $\rightarrow$   
 $3k$  εξισώσεις για εύρεση τόσο των αντιδράσεων όσο και των

δυνάμεων των ράβδων  $\rightarrow$  Ράβδοι όλου του φορέα  $\rho$  ( $\rho_{\text{δικτ.}} + \rho_{\text{στ.}} = 3k$ )

$$\text{Επίπεδο δικτύωμα: } \Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$$

για  $k$  = αριθμός κόμβων  $\rightarrow 2k$  εξισώσεις  $\rightarrow \rho = 2k$

➤ Για όλο το δικτυωτό φορέα (ΔΕΣ με εξωτερικά φορτία & αντιδράσεις) ισχύουν:

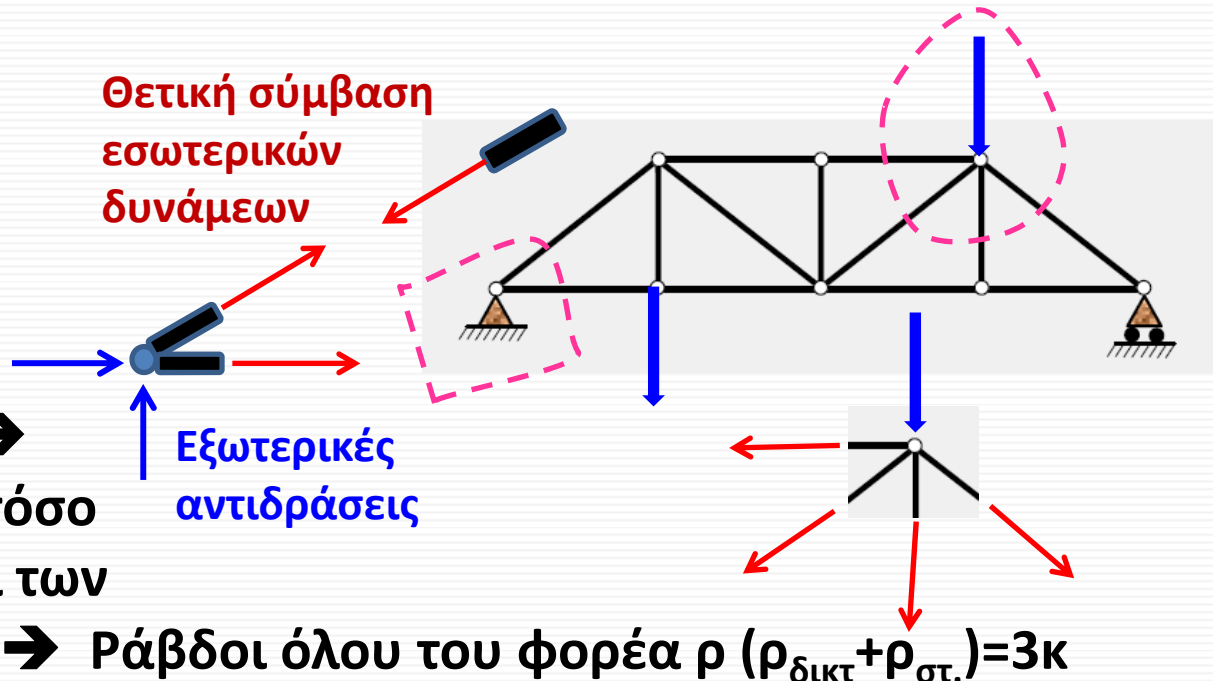
$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_o = 0 \quad \leftarrow \text{Περιλαμβάνονται στις } 2k \text{ εξισώσεις!}$$

Ολική ισοστατικότητα επίπεδου δικτύωματος:  $\rho_{\text{δικτ.}} + \rho_{\text{στηρ}} = 2k$

Αν  $\rho_{\text{στηρ}} = 3 \rightarrow$  Εξωτερικά ισοστατικό δικτύωμα  $\rightarrow$

$\rho_{\text{δικτ.}} = 2k - 3 \rightarrow$  εσωτερικά ισοστατικό δικτύωμα  $\rightarrow 2k - 3$  εξισώσεις για τις εσωτερικές δυνάμεις των ράβδων

Αν  $\rho_{\text{δικτ.}} < 2k - 3 \rightarrow$  ασταθές (μηχανισμός) Αν  $\rho_{\text{δικτ.}} > 2k - 3 \rightarrow$  σταθερό - υπερστατικό



# ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

**εσωτερικά** ισοστατικό δικτύωμα – μπορώ να υπολογίσω τις εσωτερικές δυνάμεις των ράβδους

σταθερό - υπερστατικό, δεν μπορώ να υπολογίσω όλες τις ράβδους με τις εξισώσεις που διαθέτω

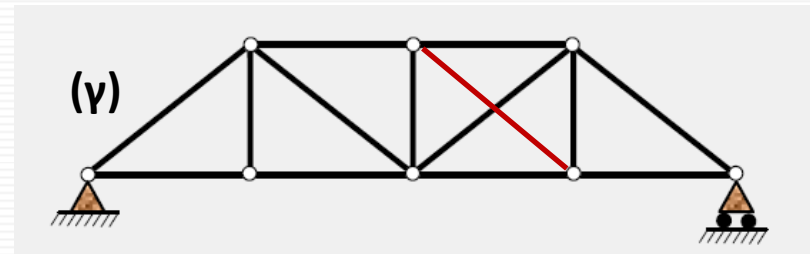
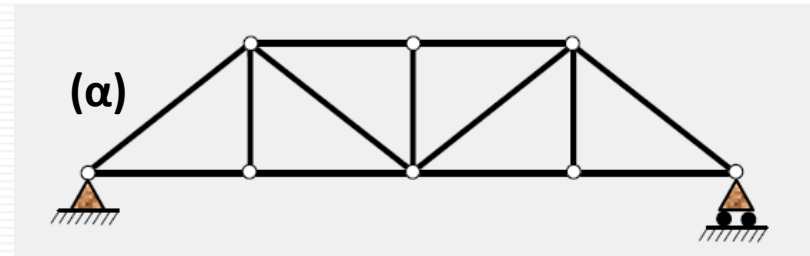
$$\begin{aligned} \rho_{\sigma\tau.} &= 3 \\ \rho_{\delta\iota\kappa\tau.} &= 13 \\ \kappa &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{\delta\iota\kappa\tau.} &= 2\kappa - 3 \\ 13 &= 2 \cdot 8 - 3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{\sigma\tau.} &= 3 \\ \rho_{\delta\iota\kappa\tau.} &= 14 \\ \kappa &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{\delta\iota\kappa\tau.} &> 2\kappa - 3 \\ 14 &> 2 \cdot 8 - 3 \end{aligned}$$

## Εξωτερικά ισοστατικά δικτύωματα



Ολική ισοστατικότητα επίπεδου δικτύωματος:  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau.} + \rho_{\sigma\tau\eta\rho} = 2\kappa$

Αν  $\rho_{\sigma\tau\eta\rho} = 3 \rightarrow$  Εξωτερικά ισοστατικό δικτύωμα  $\rightarrow$

$\rho_{\delta\iota\kappa\tau.} = 2\kappa - 3 \rightarrow$  εσωτερικά ισοστατικό δικτύωμα  $\rightarrow 2\kappa - 3$  εξισώσεις για τις εσωτερικές δυνάμεις των ράβδων

Αν  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau.} < 2\kappa - 3 \rightarrow$  ασταθές (μηχανισμός) Αν  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau.} > 2\kappa - 3 \rightarrow$  σταθερό - υπερστατικό

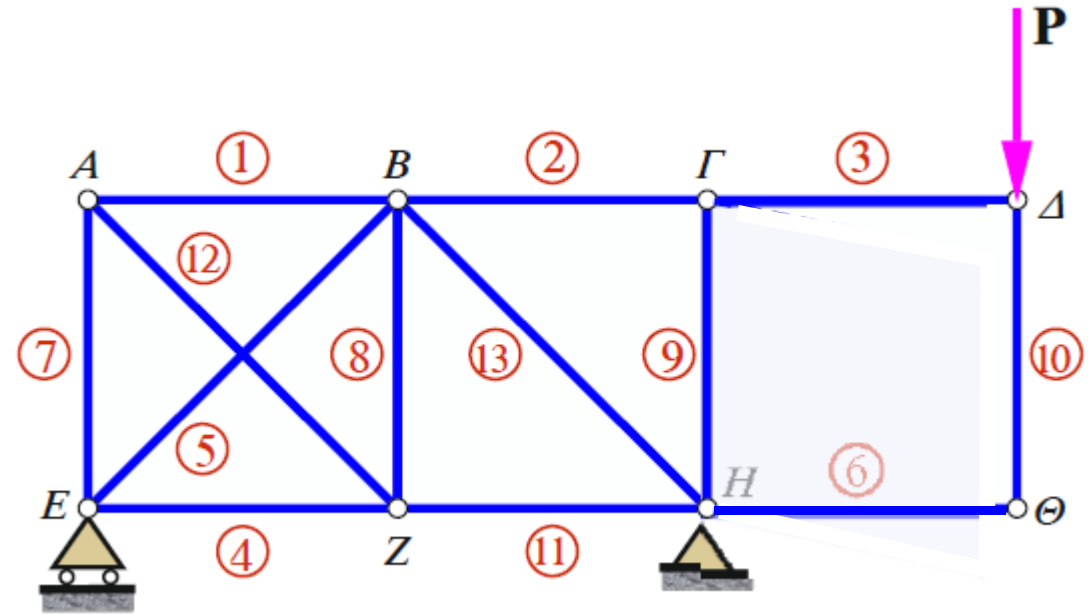
# ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

$$\rho_{\text{στ.}} = 3$$

$$\rho_{\text{δικτ.}} = 13$$

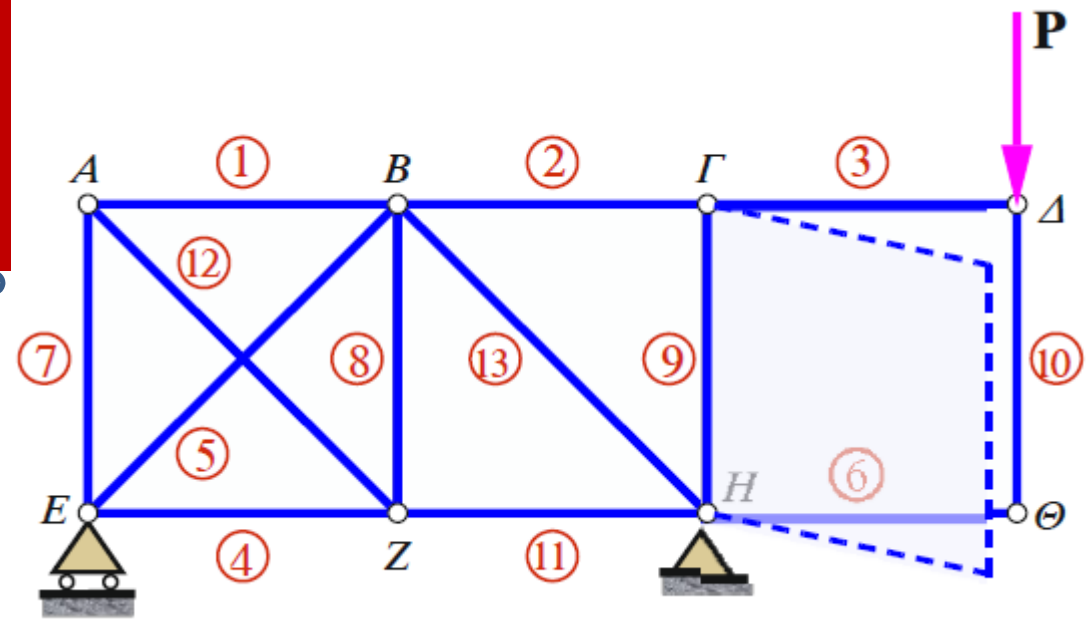
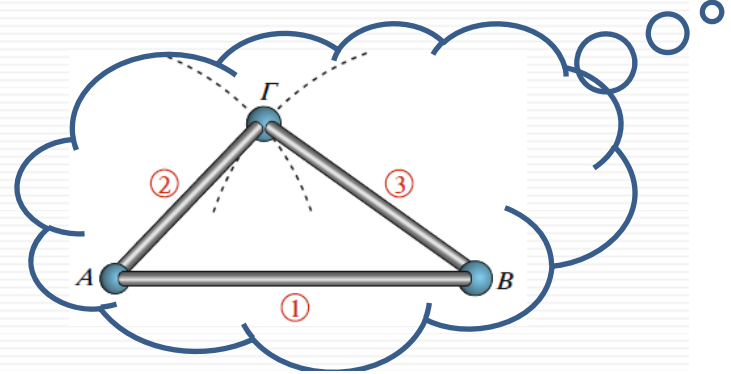
$$\kappa = 8$$

$\rho_{\text{στηρ}} = 3 \rightarrow$  Εξωτερικά  
ισοστατικό δικτύωμα



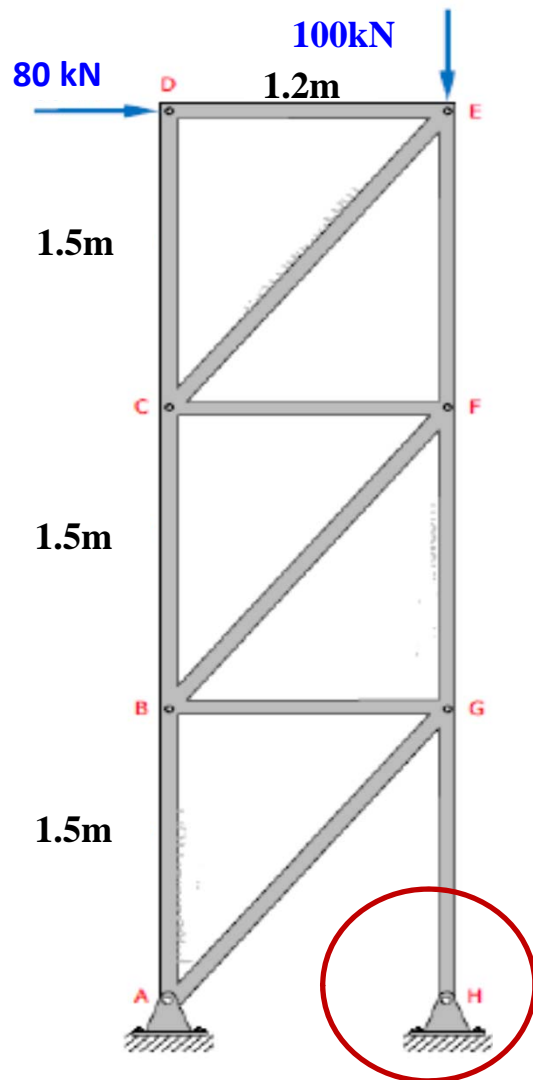
$\rho_{\text{δικτ.}} = 2\kappa - 3 \rightarrow 13 = 2 \cdot 8 - 3$  ισχύει! Δεν είναι όμως **εσωτερικά** στερεό δικτύωμα

Η συνθήκη  $\rho_{\text{δικτ.}} = 2\kappa - 3$  δεν  
εξασφαλίζει πάντα την  
στερεότητα ενός εσωτερικού  
δικτυώματος





## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



$$\rho_{\sigma\tau} = 4$$

$$\rho_{\delta\iota\kappa\tau} = 12$$

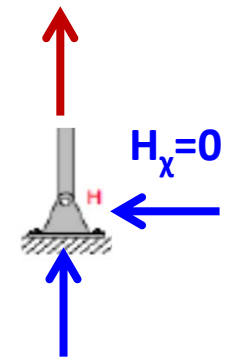
$$\kappa = 8$$

Επειδή  $\rho_{\sigma\tau} = 4 > 3$  εξωτερικά υπερστατικό  
 Όμως ισχύει η ολική Ισοστατικότητα:

$$\rho_{\sigma\tau} + \rho_{\delta\iota\kappa\tau} = 2\kappa \rightarrow 4 + 12 = 2 * 8 \checkmark$$

Όμως μπορώ να υπολογίσω τις αντιδράσεις:  
 εδώ ενώ  $\rho_{\sigma\tau} = 4$  (υπερστατικό), ισχύει  $H_x = 0 \Rightarrow$   
 τελικά έχω  $\rho_{\sigma\tau} = 3 \rightarrow$  Εξωτερικά ισοστατικό  
 δικτύωμα

$$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$$



Αν δεν «δω» ότι  $H_x = 0$ : Τότε  $\rho_{\sigma\tau} = 4$

Και ενώ ισχύει ο ολική ισοστατικότητα δεν δικαιούμαι να διερευνήσω τις κάτωθι διότι προϋποθέτουν  $\rho_{\sigma\tau} = 3$ :

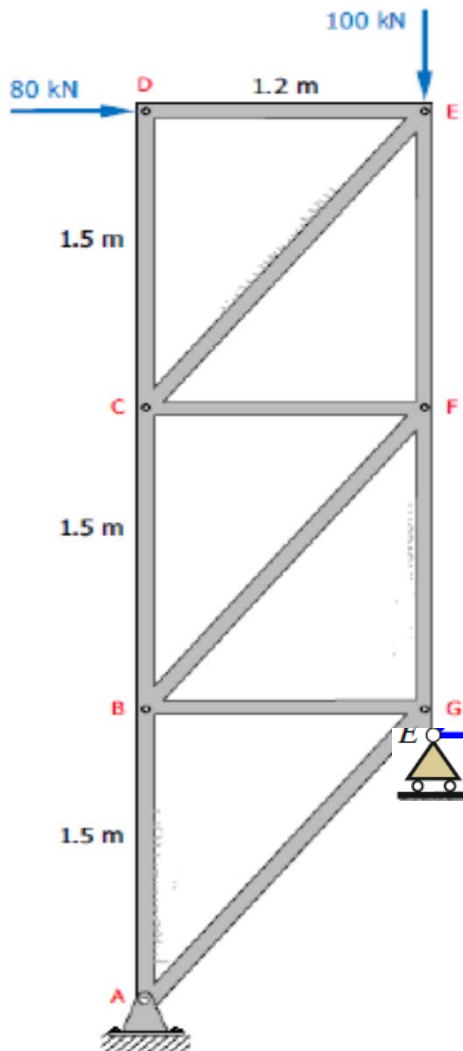
-  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau} = 2\kappa - 3 \rightarrow$  εσωτερικά ισοστατικό

-  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau} < 2\kappa - 3 \Rightarrow$  μηχανισμός

-  $\rho_{\delta\iota\kappa\tau} > 2\kappa - 3 \Rightarrow$  υπερστατικό

$12 < 2 * 8 - 3 = 13 \rightarrow$  μηχανισμός!

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



$$\rho_{\text{στ.}} = 3$$

$$\rho_{\text{δικτ.}} = 11$$

$$\kappa = 7$$

Επειδή  $\rho_{\text{στ.}} = 3$  εξωτερικά ισοστατικό  
ισχύει η ολική Ισοστατικότητα:

$$\rho_{\text{στ.}} + \rho_{\text{δικτ.}} = 2\kappa \rightarrow 3 + 11 = 2 * 7 \checkmark$$

δικαιούμαι να διερευνήσω τις κάτωθι διότι  
προϋποθέτουν  $\rho_{\text{στ.}} = 3$ :

- $\rho_{\text{δικτ.}} = 2\kappa - 3 \rightarrow$  εσωτερικά ισοστατικό
- $\rho_{\text{δικτ.}} < 2\kappa - 3 \Rightarrow$  μηχανισμός
- $\rho_{\text{δικτ.}} > 2\kappa - 3 \Rightarrow$  υπερστατικό

$$11 = 2 * 7 - 3 \rightarrow \text{εσωτερικά ισοστατικό!}$$

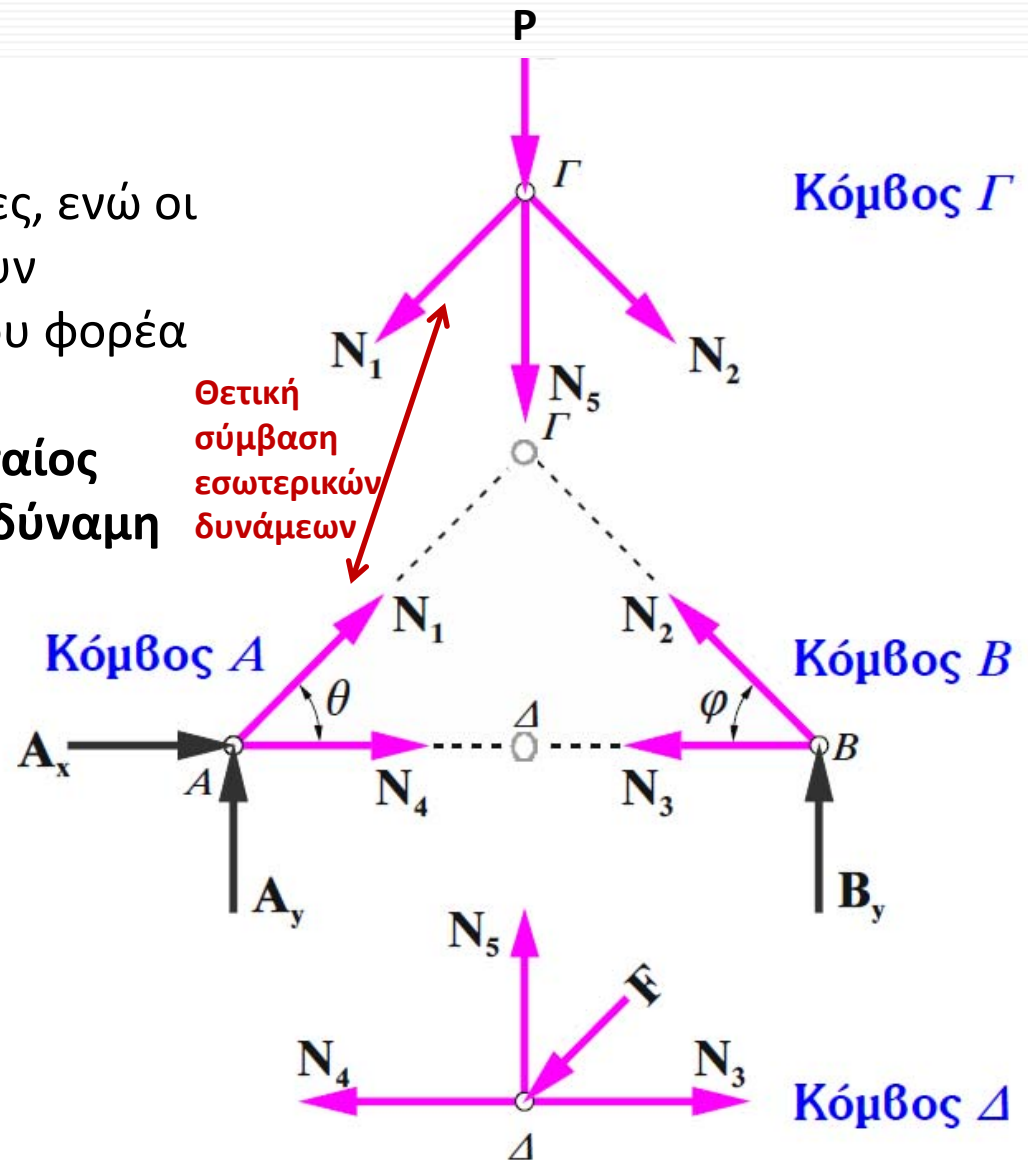
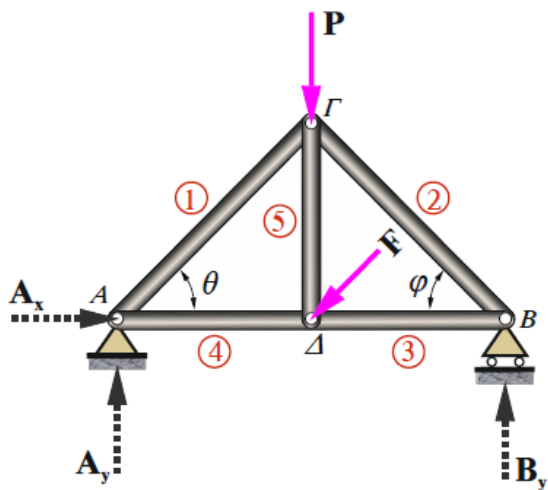
## Επίλυση ισοστατικών δικτυωμάτων:

### 1. Μέθοδος ισορροπίας κόμβων: απομόνωση κάθε κόμβου +

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

Τιπ: επιλέγω κόμβους με δύο άγνωστες, ενώ οι αντιδράσεις στηρίξεων πρέπει να έχουν υπολογισθεί από πριν (με ΔΕΣ όλου του φορέα και  $\Sigma F=0, \Sigma M_O=0$ )

Ο έλεγχος ορθότητας λύσης: ο τελευταίος κόμβος στον οποίο ασκείται γνωστή δύναμη (π.χ. στην στήριξη)

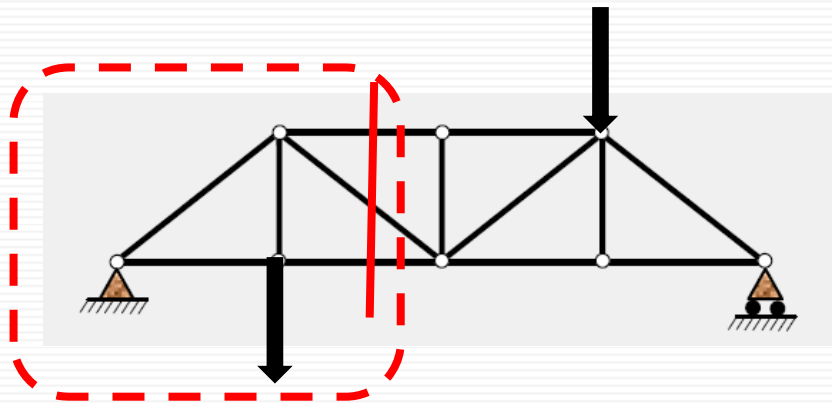


## Επίλυση ισοστατικών δικτυωμάτων:

1. Μέθοδος ισορροπίας κόμβων:  
απομόνωση κάθε κόμβου +

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

2. Μέθοδος των τομών (τομές Ritter), η οποία βασίζεται στην ισορροπία τμήματος του δικτυώματος, το οποίο προκύπτει από νοητή τομή. Χρήση όταν ζητούμενο είναι η ένταση κάποιων ράβδων

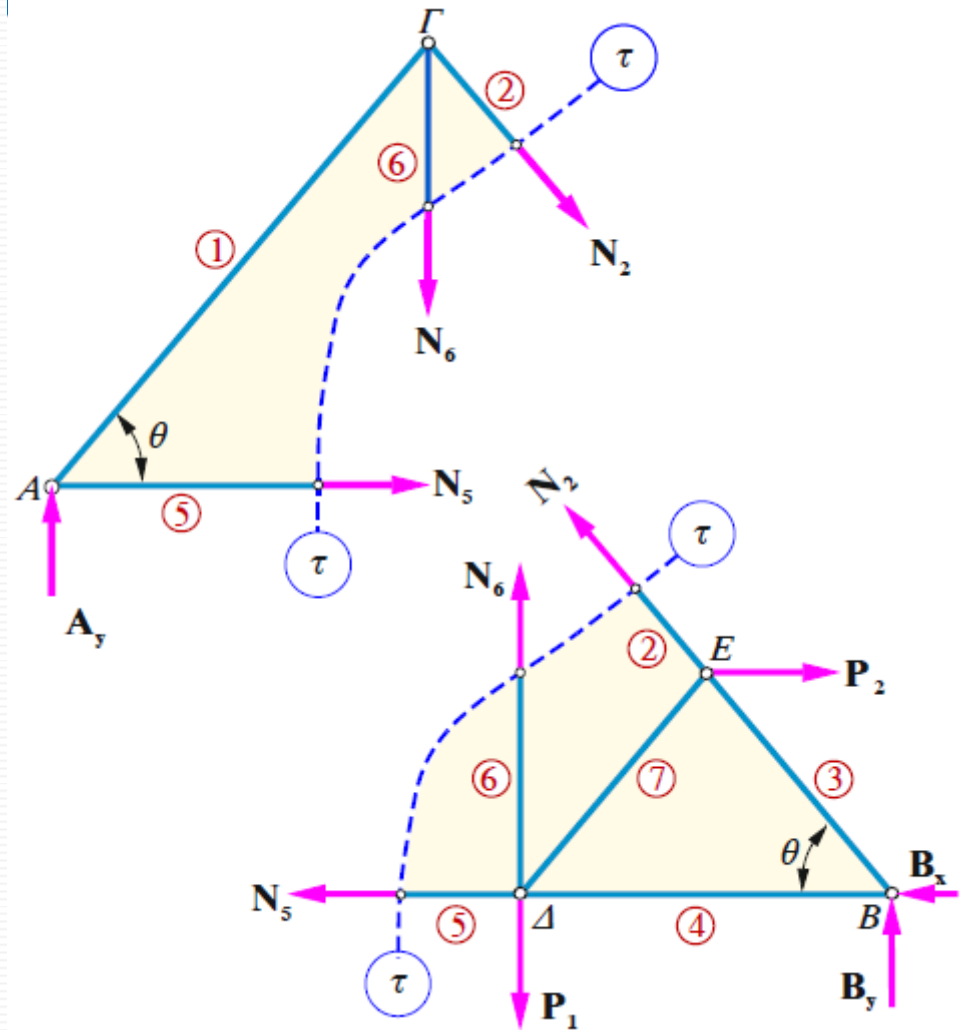
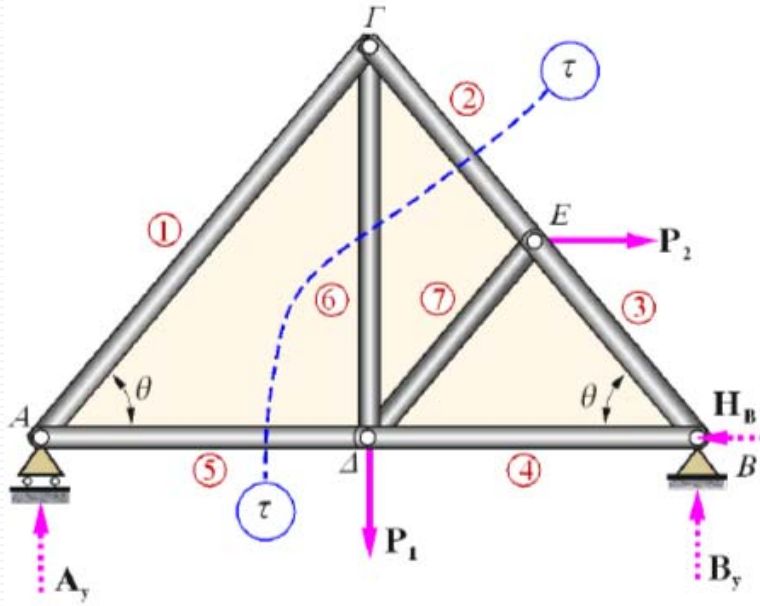


Tip: επιλέγω κόμβους με δύο άγνωστες, ενώ οι αντιδράσεις στηρίξεων πρέπει να έχουν υπολογισθεί από πριν (με ΔΕΣ όλου του φορέα και  $\Sigma F=0, \Sigma M_o=0$ )

Ο έλεγχος ορθότητας λύσης: ο τελευταίος κόμβος στον οποίο ασκείται γνωστή δύναμη (π.χ. στην στήριξη)

Tip: Πρώτα ΔΕΣ όλου του φορέα και μετά τομή, η οποία να μην τέμνει περισσότερες από **τρεις** ράβδους με άγνωστες δυνάμεις (**3** εξ. Ισορροπίας -  $\Sigma F=0, \Sigma M_o=0$ )

## 2. Μέθοδος των τομών (τομές Ritter)

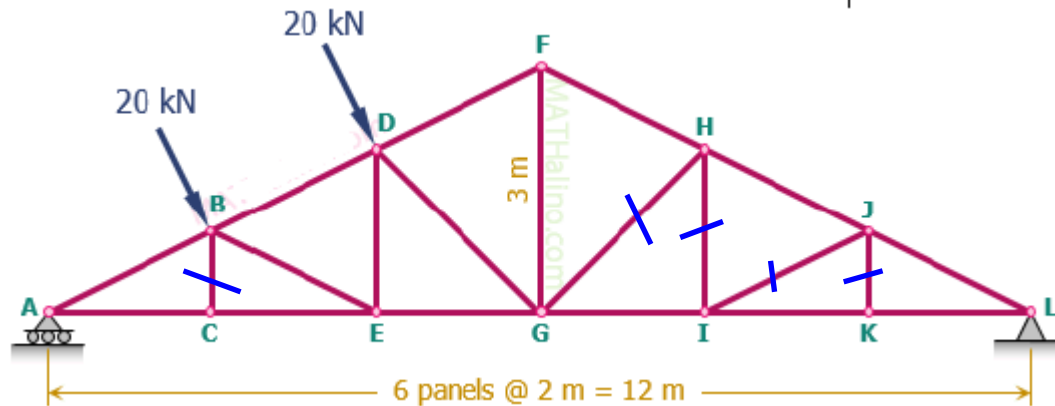
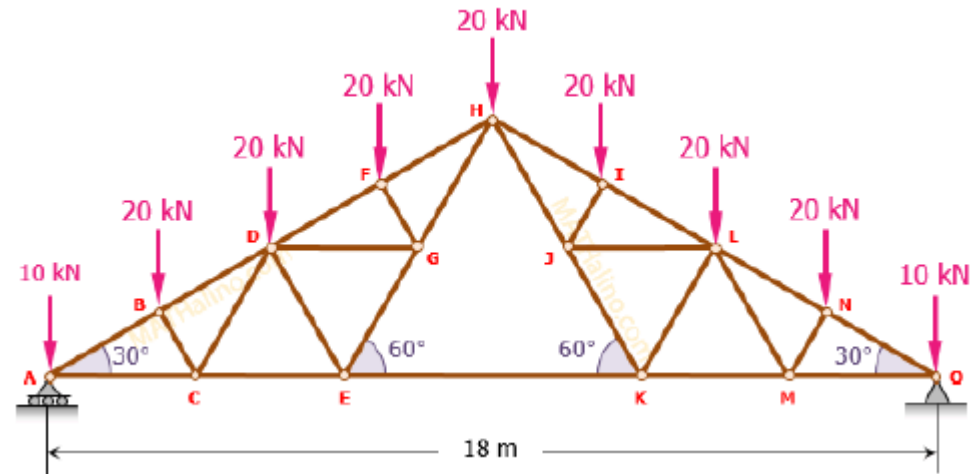
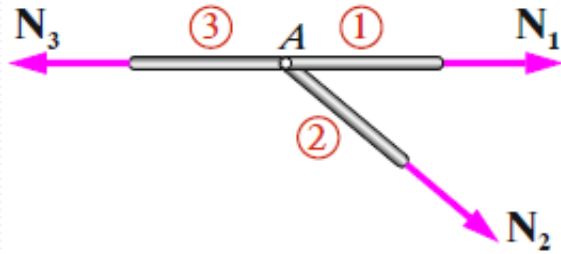




- Εάν η ράβδος δεν αναπτύσσει ένταση → **ΑΤΟΝΗ**

Περιπτώσεις αναγνώρισης **άτονων**  
 ράβδων: Συνευθειακές χωρίς  
 επικόμβιο φορτίο ( $N_2=0$ )

Σε συμμετρικούς φορείς με συμμετρική  
 φόρτιση τι είδους ένταση θα  
 αναπτύξουν οι ράβδοι;



— : δηλώνει ΑΤΟΝΗ ράβδο!