

Ισοδυναμία Συστημάτων

Εάν δύο συστήματα S_1 & S_2 είναι ισόδυναμα:

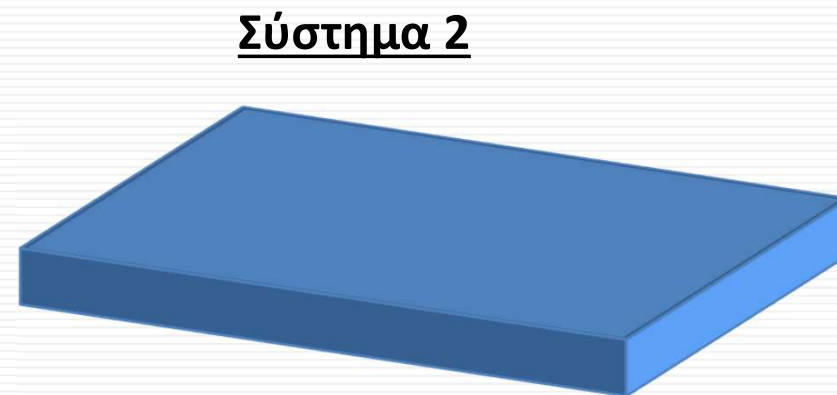
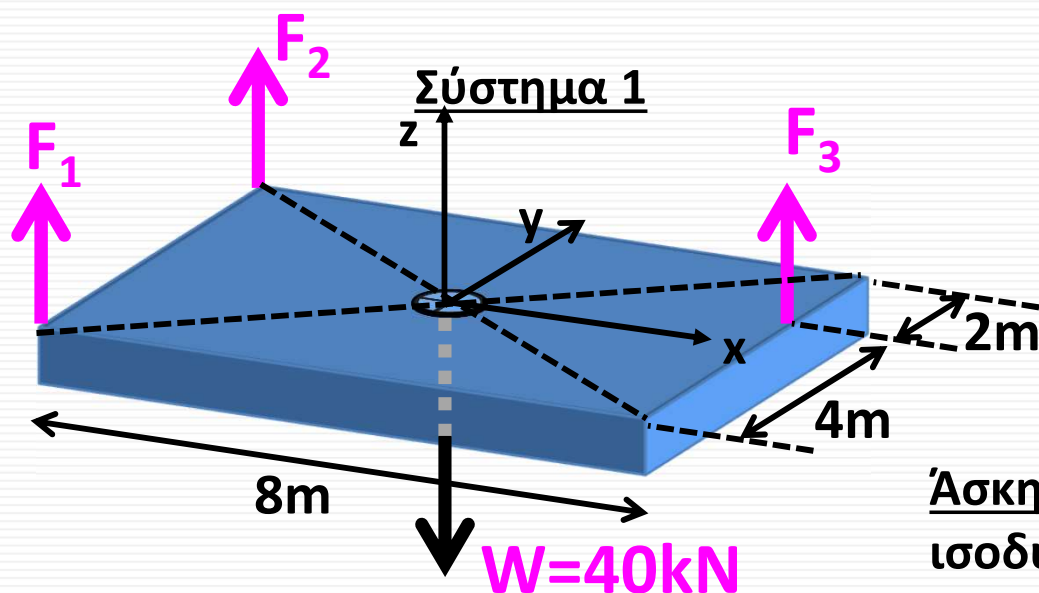
- $(\Sigma F)_1 = (\Sigma F)_2$
- $(\Sigma M_O)_1 = (\Sigma M_O)_2$ αλλά και σε οποιοδήποτε άλλο σημείο!

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Περιστροφή
επιπέδου yz γύρω
από τον x: M_x

Περιστροφή
επιπέδου xz γύρω
από τον y: M_y

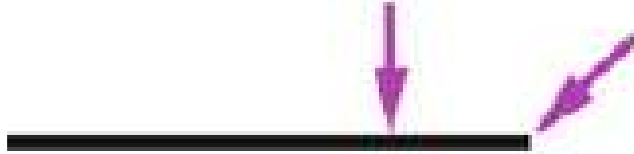
Περιστροφή
επιπέδου xy γύρω
από τον z: M_z



Άσκηση Νο. 2^β) Τα δύο συστήματα είναι
ισοδύναμα. Υπολογίστε τις δυνάμεις F_1 , F_2 και F_3
(διανυσματικός λογισμός, $M = r \times F$)

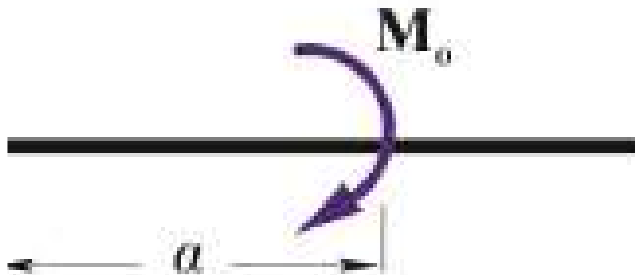
ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

Συγκεντρωμένα, κατανεμημένα, επιφανειακά



Συγκεντρωμένη ή σημειακή δύναμη

Μονάδες: π.χ. kN



Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Συγκεντρωμένη ροπή

Μονάδες: π.χ. kNm

30 τόνων όχημα



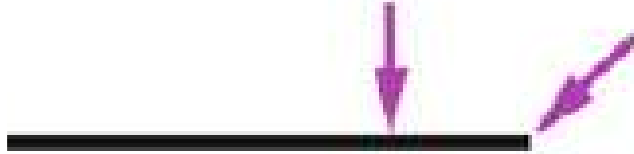
Κάθε ρόδα μεταβιβάζει:

$30 \text{ tn} / 4 \text{ άξονες} / 2 \text{ ρόδες ανά άξονα} =$

3.50 τόνοι

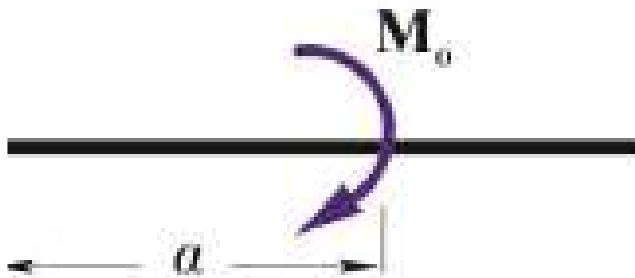
ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

Συγκεντρωμένα, κατανεμημένα, επιφανειακά



Συγκεντρωμένη ή σημειακή δύναμη

Μονάδες: π.χ. kN

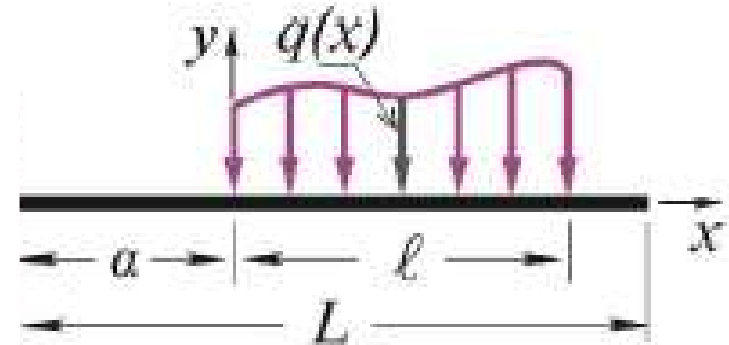
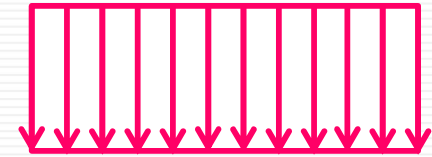


Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Συγκεντρωμένη ροπή

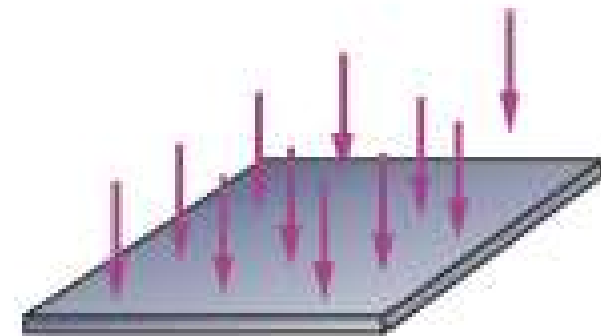
Μονάδες: π.χ. kNm

Ομοιόμορφη, $q(x)=q_0$



Ανομοιόμορφη κατανομή φορτίου

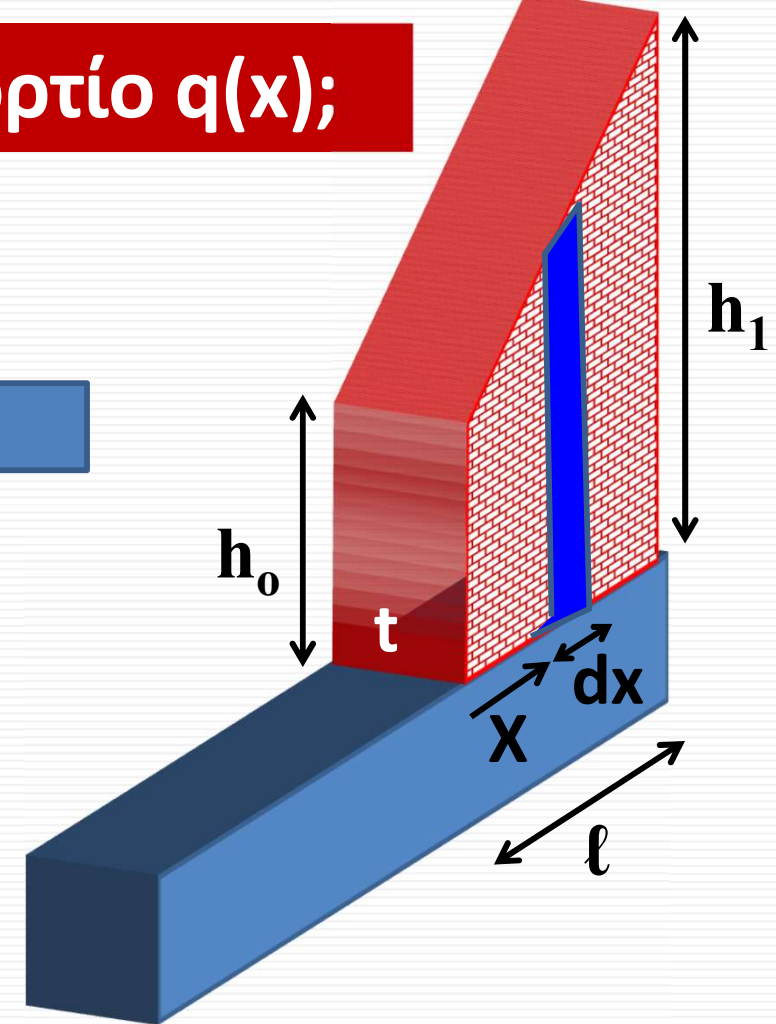
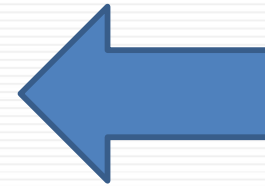
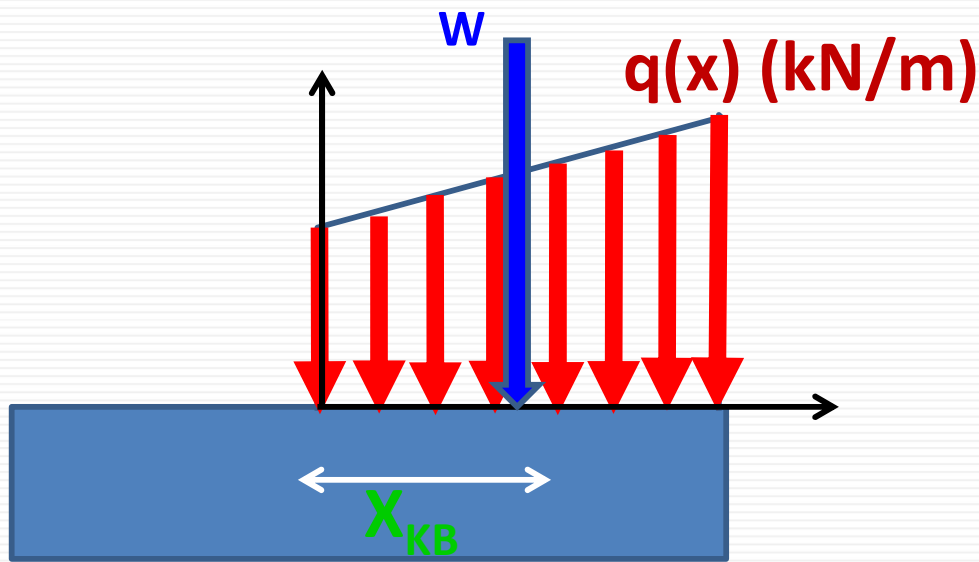
Μονάδες: π.χ. kN/m



Επιφανειακά κατανεμημένο φορτίο

Μονάδες: π.χ. kN/m²

Πώς προκύπτει το διανεμημένο φορτίο $q(x)$;



Π.χ. τοίχος από σκυρόδεμα:

Πυκνότητα $\rho = dm/dV$

Βάρος Φέτας: $dW = dm \cdot g = \rho dV \cdot g = \varepsilon \cdot dV$

Ειδικό βάρος σκυρ: $\varepsilon = \rho g = 24 \text{ kN/m}^3$

$dW = \varepsilon \cdot dV = \varepsilon \cdot t \cdot dx \cdot h(x) \rightarrow$

$q(x) = dW/dx = \varepsilon \cdot t \cdot h(x)$

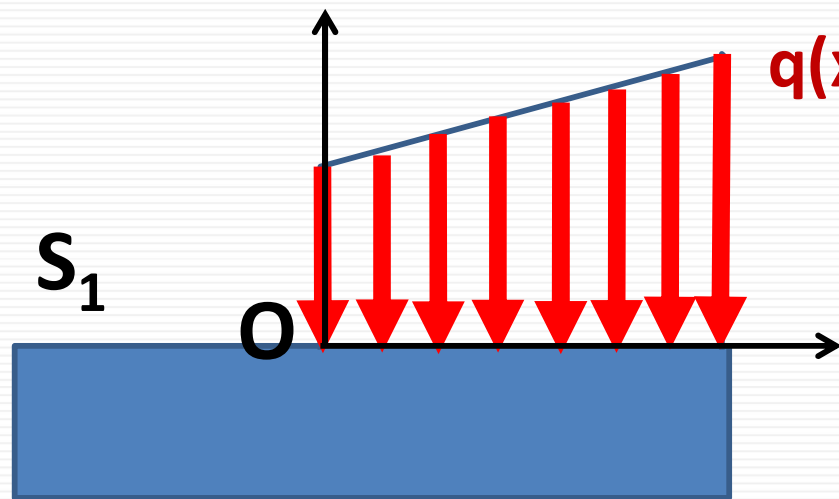
Συνάρτηση ύψους:

$$h(x) = \frac{h_1 - h_0}{l} x + h_0$$

Συνολικό βάρος: $W = \int q(x) dx = \varepsilon \cdot t \cdot \int_0^l h(x) dx$ \longleftrightarrow $V = t \cdot \int_0^l h(x) dx$

Απλοποιητικά: $W = \varepsilon \cdot V = \varepsilon \cdot t \cdot (h_0 + h_1) \cdot \ell / 2$ Που ασκείται όμως το βάρος: $X_{KB} =$;

Ισοδυναμία Συστημάτων → κέντρο βάρους



$q(x)$ (kN/m)

- $(\Sigma F)_1 = (\Sigma F)_2$

- $(\Sigma M_O)_1 = (\Sigma M_O)_2$

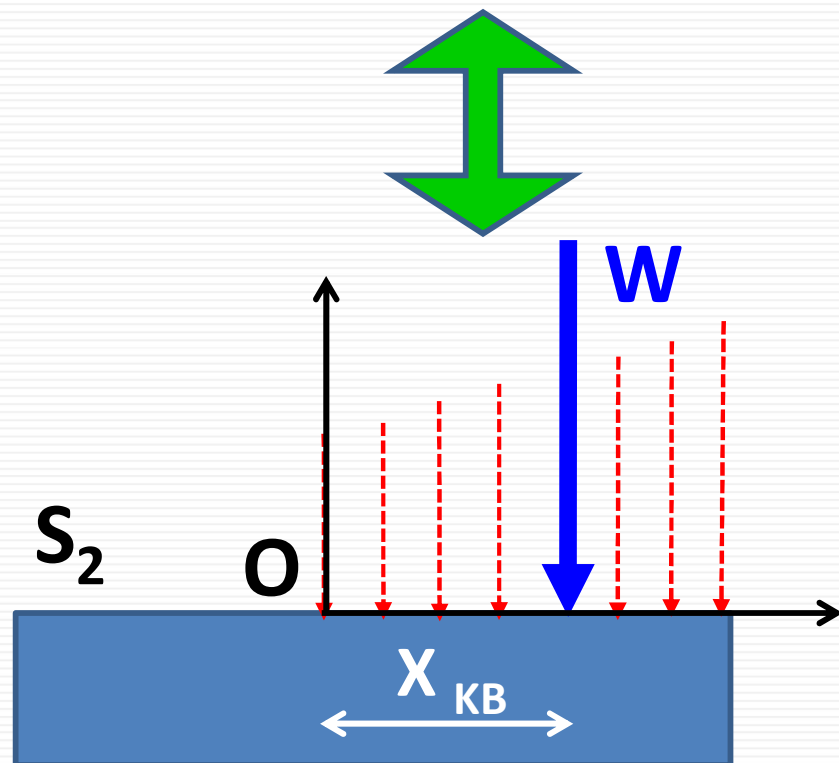
Εάν είναι γνωστή η συνάρτηση $q(x)$:

$$W = \int_0^l q(x) dx$$

$$M_{O'} = x_{KB} \cdot W = \int_0^l (q(x) \cdot x) dx$$

Άρα για τα κατανεμημένα φορτία $q(x)$, ενδιαφέρει να βρεθεί:

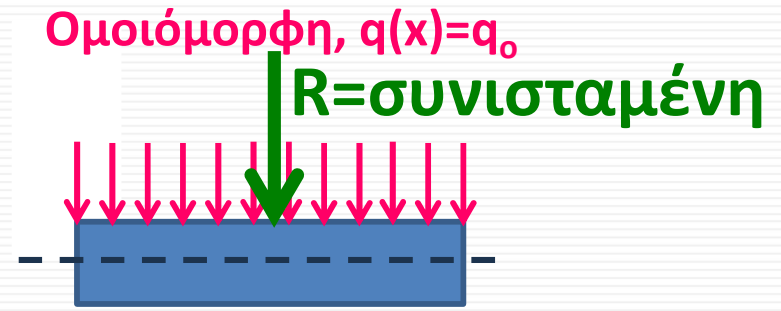
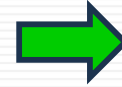
- η συνισταμένη δύναμη, ώστε αυτή να μπει στις εξισώσεις ΣF
- το σημείο που αυτή δρα (στο Κ.Β. του σχήματος κατανομής) ώστε να μπορεί να γίνει χρήση της εξίσωσης: ΣM_O



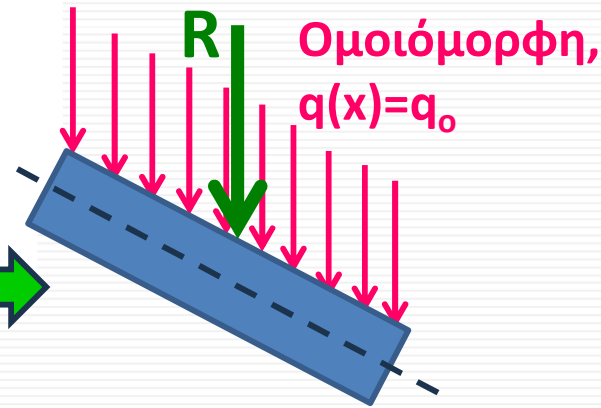
Εάν είναι άγνωστη η εξίσωση της $q(x)$;

ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ: κατανεμημένα

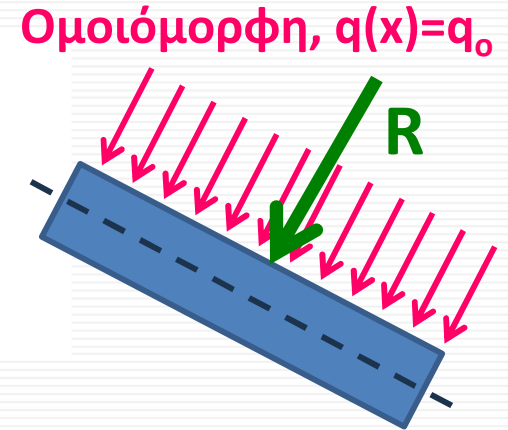
Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο κάθετα στον άξονα του φορέα
Περίπτωση ιδίου βάρους



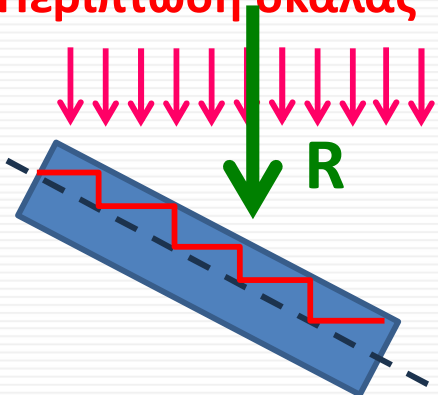
Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο επί κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση ιδίου βάρους



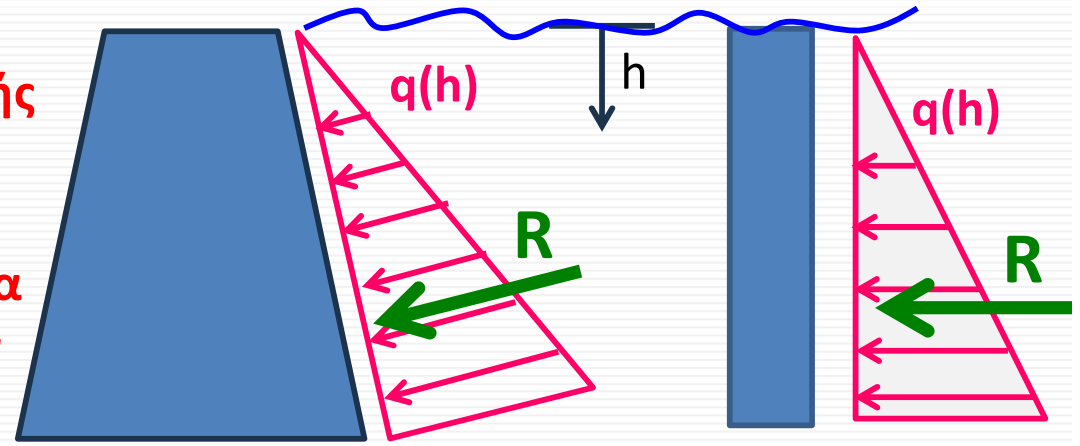
Ομοιόμορφο, κατανεμημένο φορτίο κάθετο επί κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση ανεμοπίεσης



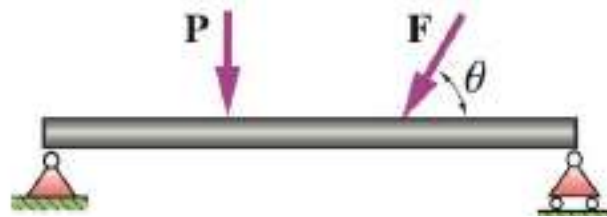
Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο ανά μέτρο οριζόντιας προβολής κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση σκάλας



Τριγωνικό κατανεμημένο φορτίο
Περίπτωση υδροστατικής πίεσης, $q(h)=\rho_0gh$ (πίεση πάντα κάθετη στην επιφάνεια)



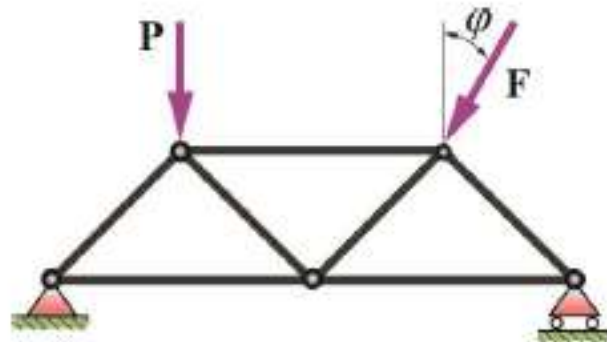
Στερεό σώμα – φορέας



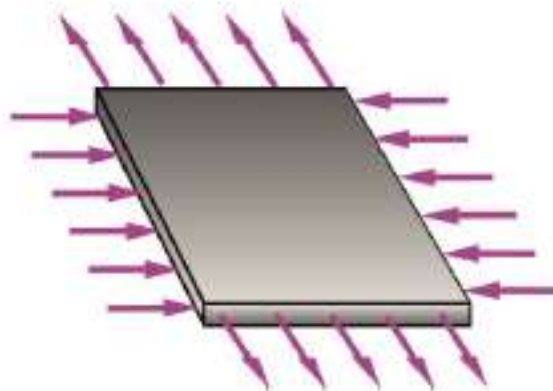
Δοκός



Πρόβολος



Δικτύωμα



Δίσκος

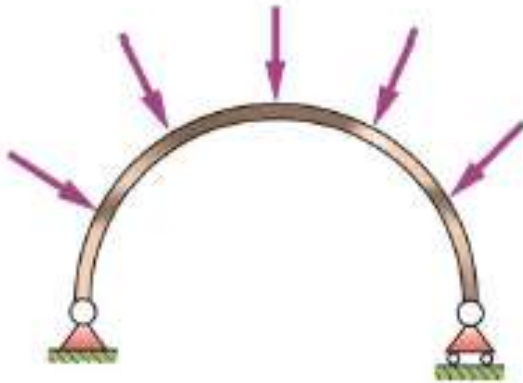
ή υποστήλωμα: οι δύο διαστάσεις (π.χ. διατομής) \ll από την 3^η διάσταση (μήκος) \rightarrow γραμμικός φορέας
Ανάλογα τις στηρίξεις μπορεί να είναι αμφιέρειστη, πρόβολος, μονο- ή αμφι-πρόεχουσα δοκός

Απαρτίζεται από συνδεόμενες ράβδους σε κόμβους. Όλο αυτό εδράζεται σε στηρίξεις. Οι ράβδοι παραλαμβάνουν μόνο αξονικές δυνάμεις (**θλιπτικές** ή **εφελκυστικές**)



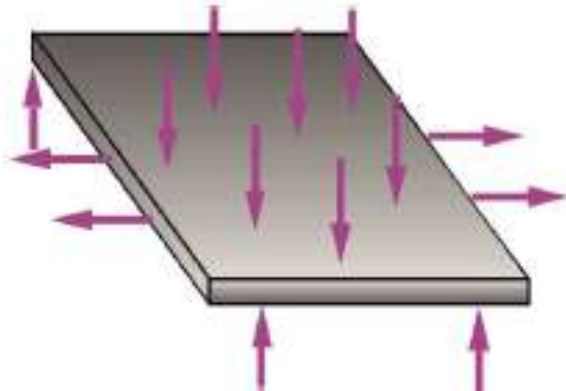
Φέρει τα φορτία παράλληλα στο επίπεδό του.

Στερεό σώμα – φορέας



Τόξο

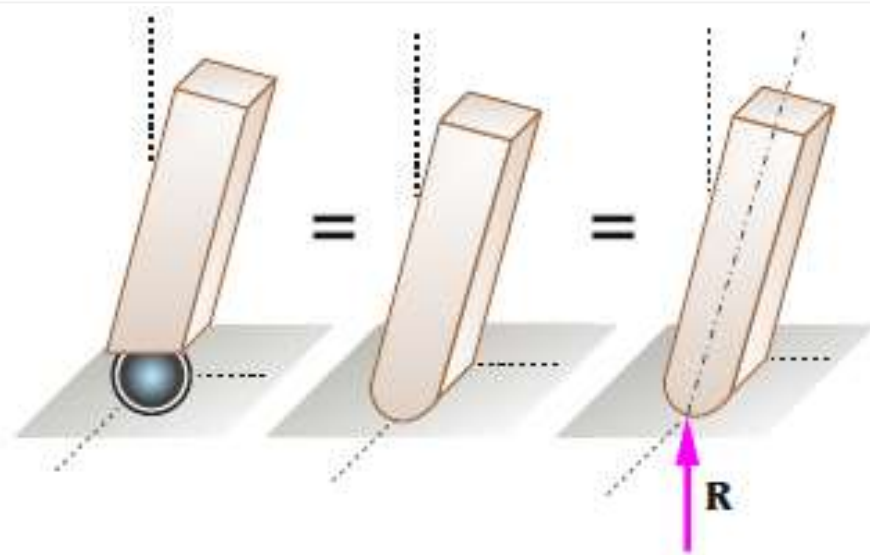
Καμπύλος φορέας που διαβιβάζει τα φορτία – δράσεις μέσω θλιπτικών δυνάμεων που ακολουθούν την τροχιά του τόξου.



Πλάκα

Φέρει τα φορτία κάθετα στο επίπεδό του.

Βασικά Είδη Στήριξης

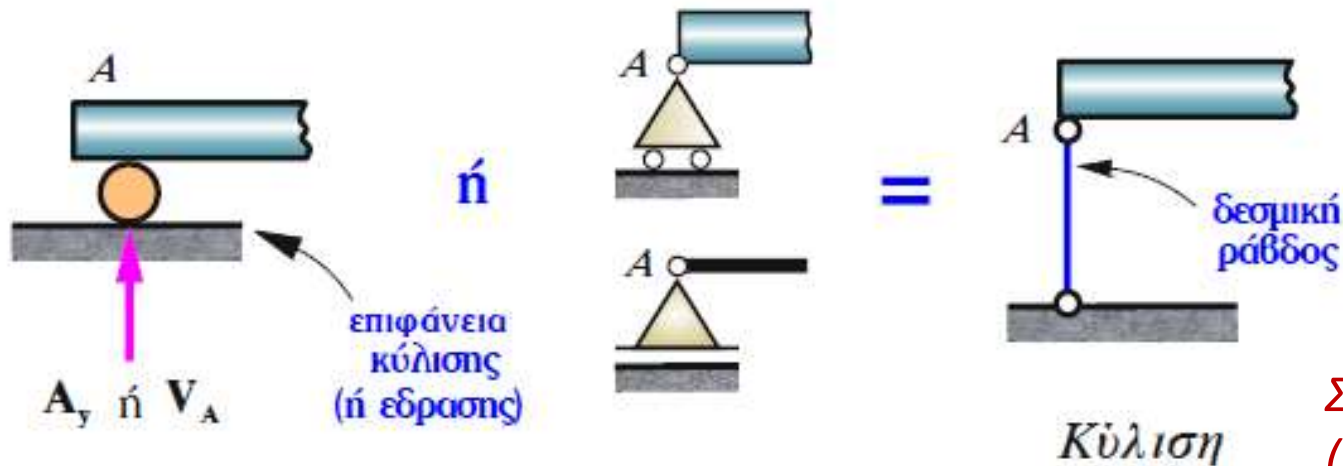


Σφαιρίδιο

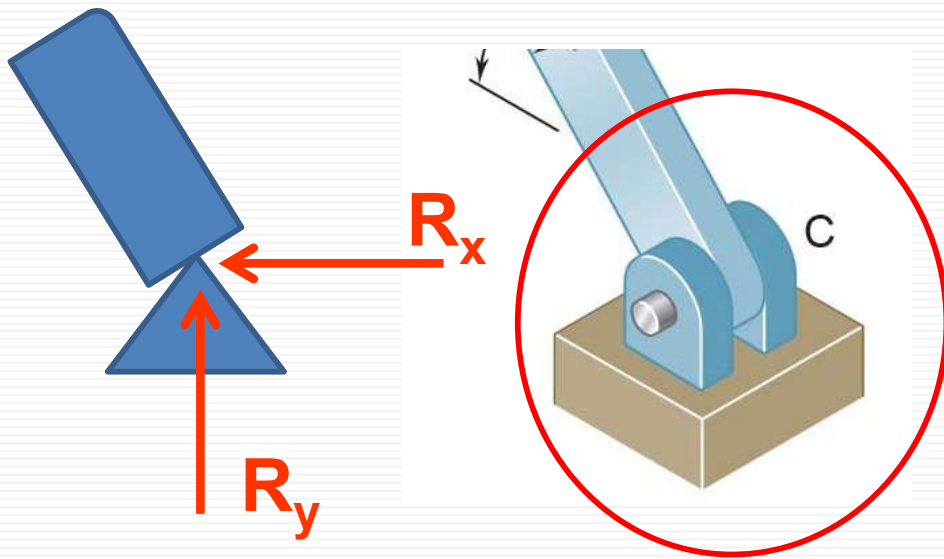
Απλή στήριξη σε
λεία επιφάνεια

Η Κύλιση: δεν επιτρέπει, στην θέση που αυτή υλοποιείται επί του στερεού, κίνηση στον άξονα δράσης της.

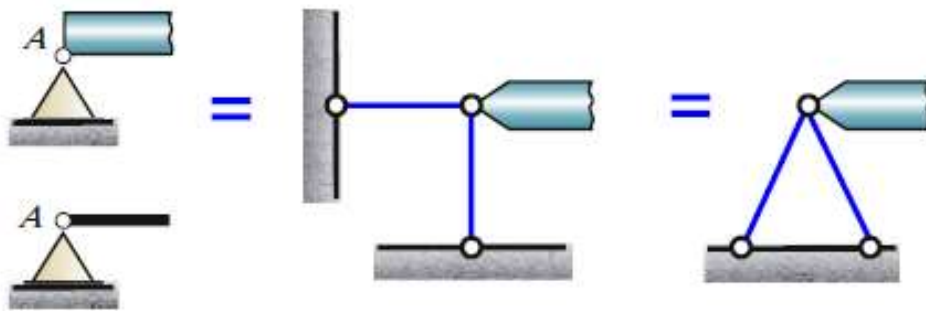
Άρα η κύλιση δεσμεύει μία μετακίνηση (εδώ κατά $y-y$)



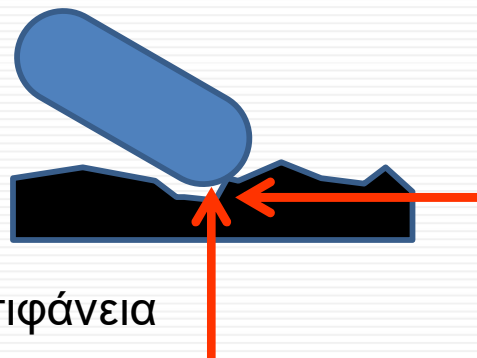
Σχήματα από Βουθούνης Π.
(Μηχανική)



Η Άρθρωση: δεν επιτρέπει, στην θέση που αυτή υλοποιείται επί του στερεού, κίνηση $\leftarrow \rightarrow$ και $\uparrow \downarrow$, (ή γενικότερα κάθετα ή παράλληλα στο επίπεδό της) ενώ επιτρέπει την περιστροφή.

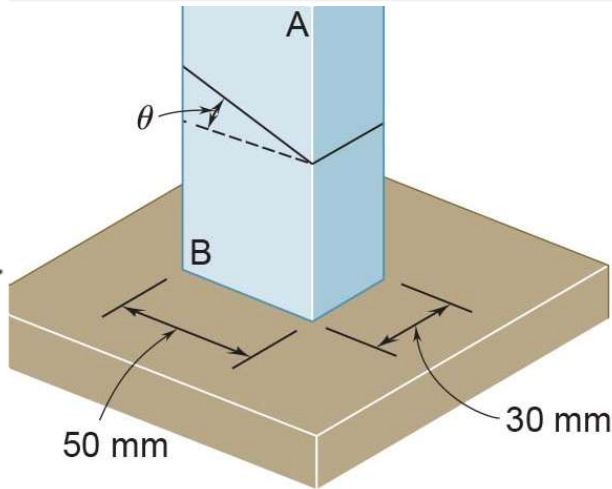
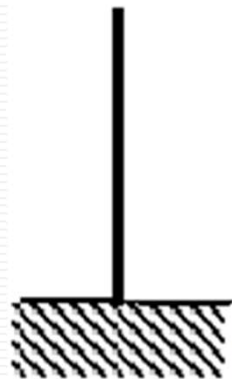
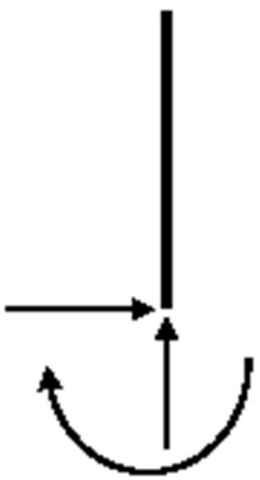


Άρθρωση

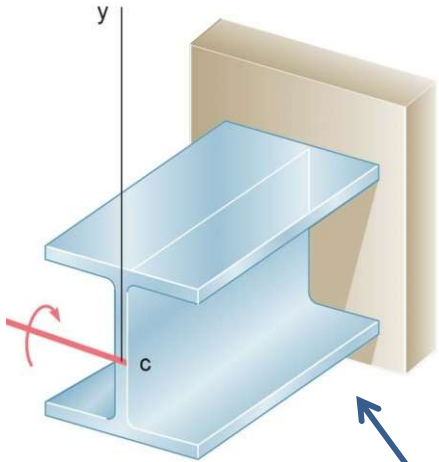


Επαφή με ΑΔΡΗ επιφάνεια

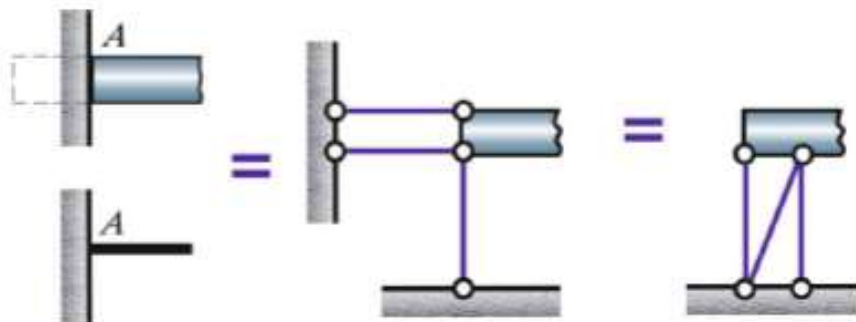
Άρα η άρθρωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις ως προς αυτές τις μετακινήσεις



Η πάκτωση: δεν επιτρέπει καμία κίνηση του στερεού στην διεπαφή ($\leftarrow \rightarrow$, $\uparrow \downarrow$, είτε περιστροφή).



Υλοποίηση με περιμετρική συγκόλληση

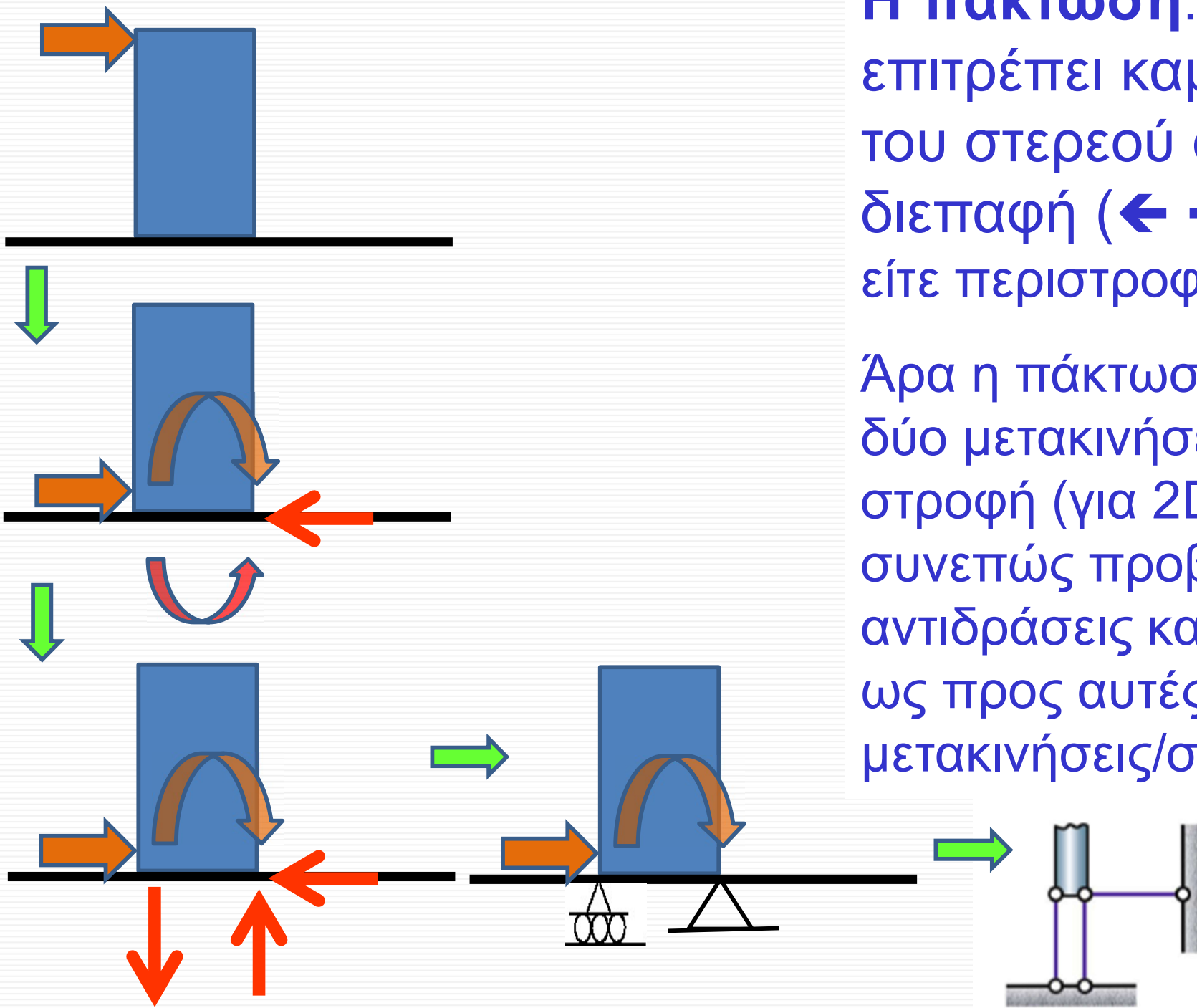


Πάκτωση

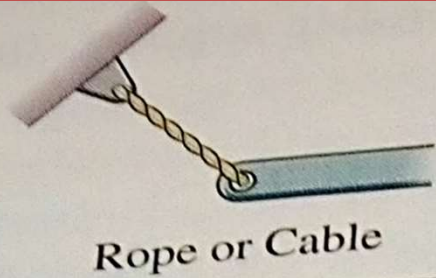
Άρα η πάκτωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και μία στροφή (για 2D στερεά) συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις και μία ροπή ως προς αυτές τις μετακινήσεις/στροφές

Η πάκτωση: δεν επιτρέπει καμία κίνηση του στερεού στην διεπαφή ($\leftarrow \rightarrow$, $\uparrow \downarrow$, είτε περιστροφή).

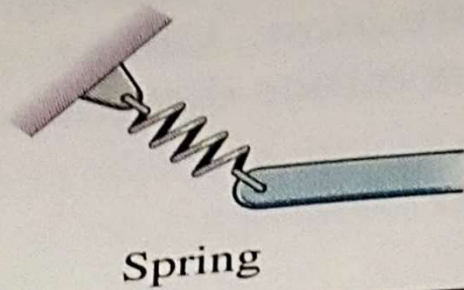
Άρα η πάκτωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και μία στροφή (για 2D στερεά) συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις και μία ροπή ως προς αυτές τις μετακινήσεις/στροφές



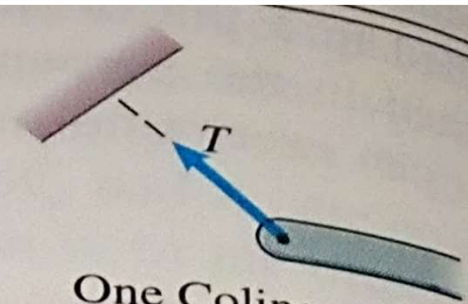
στηρίξεις – 2D



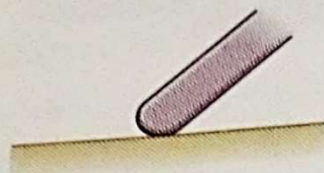
Rope or Cable



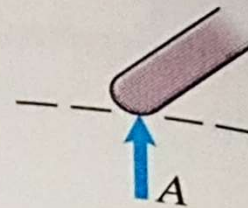
Spring



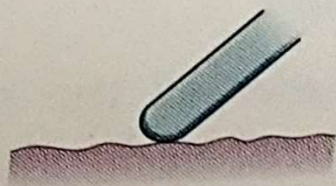
One Colinear Force



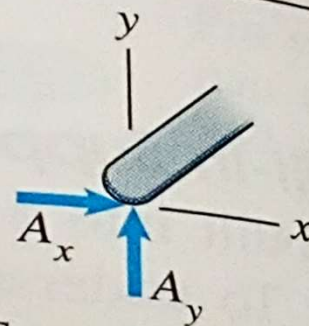
Contact with a Smooth Surface



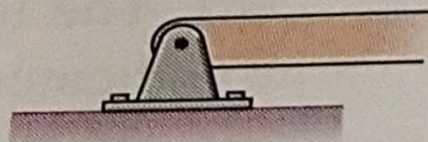
One Normal Force



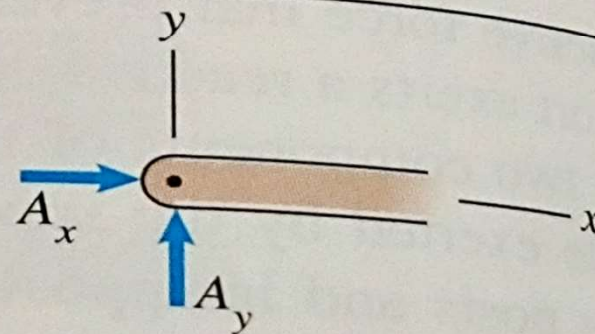
Contact with a Rough Surface



Two Force Components



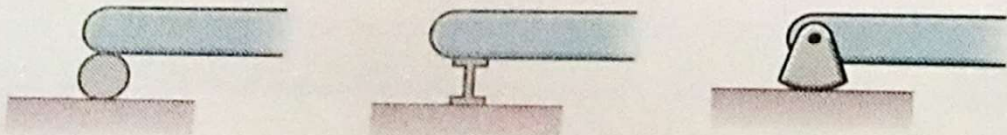
Pin Support



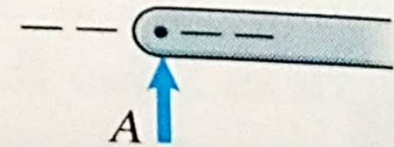
Two Force Components

στηρίξεις – 2D

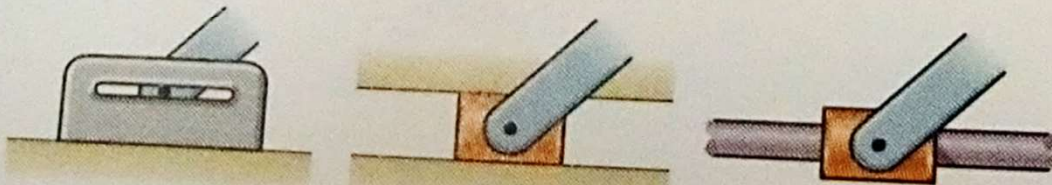
Roller Support



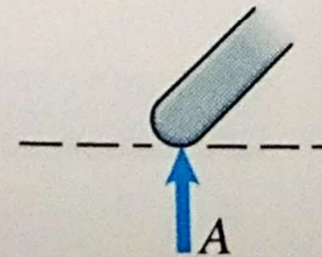
Equivalents



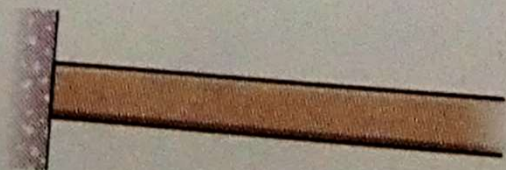
One Normal Force



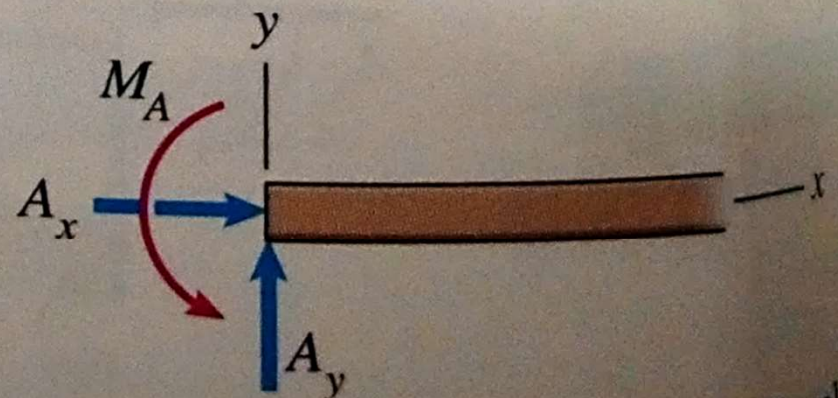
Constrained Pin or Slider



One Normal Force

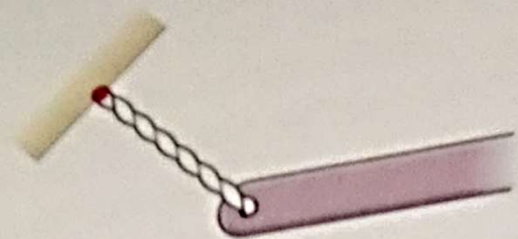
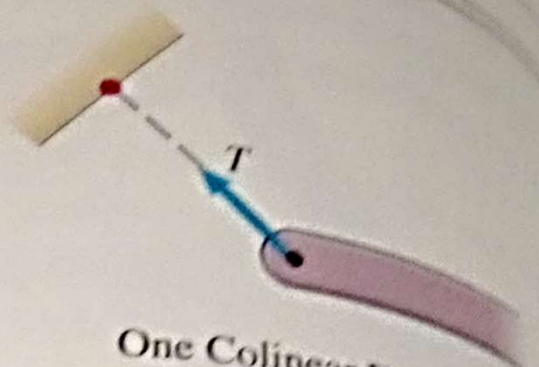
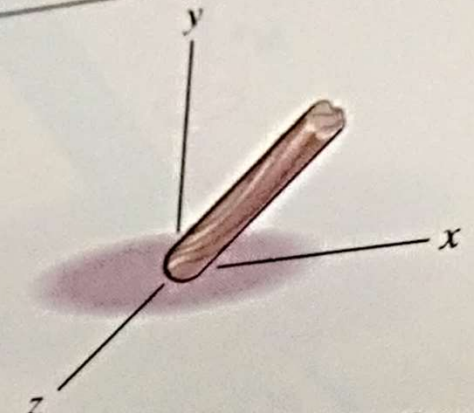
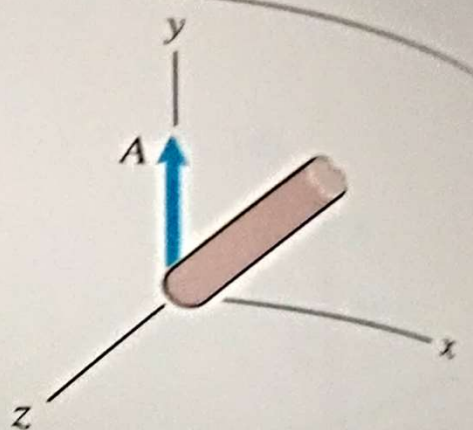
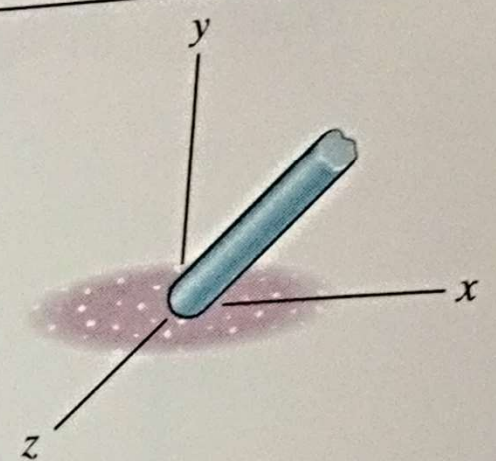
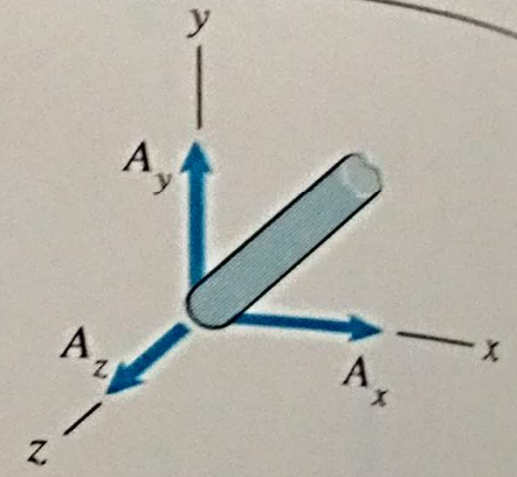


Built-in (Fixed) Support

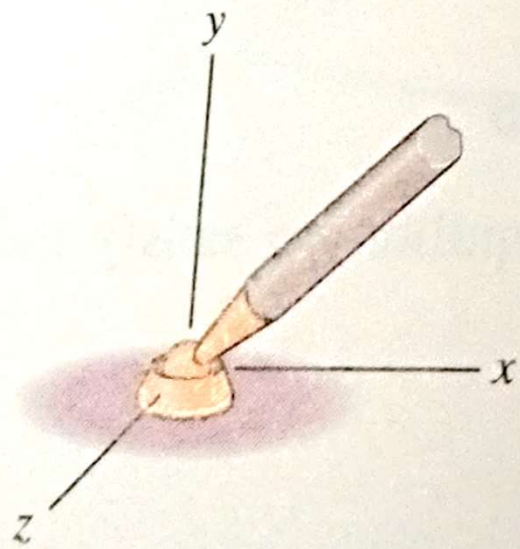


Two Force Components and One Couple

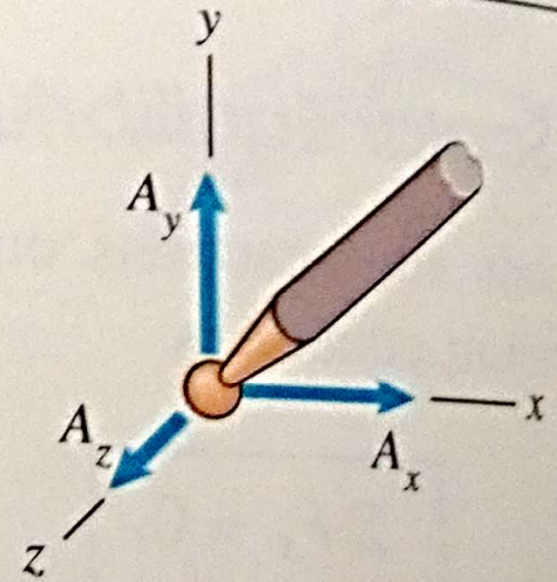
στηρίξεις
– 3D

Table	Support
	
Rope or Cable	One Colinear Force
	
Contact with a Smooth Surface	One Normal Force
	
Contact with a Rough Surface	Three Force Components

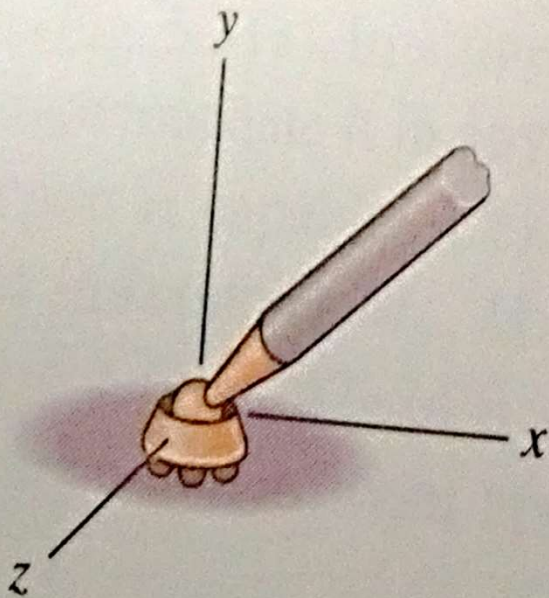
στηρίξεις
– 3D



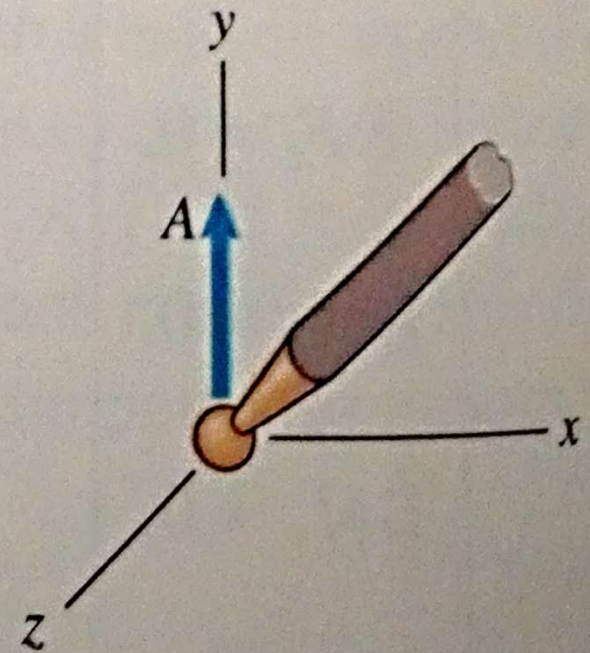
Ball and Socket Support



Three Force Components

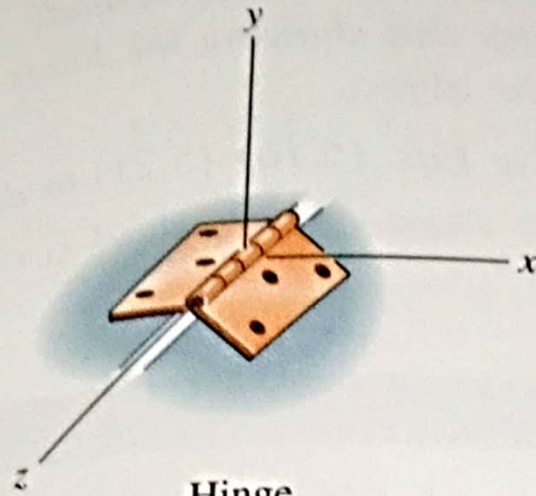


Roller Support

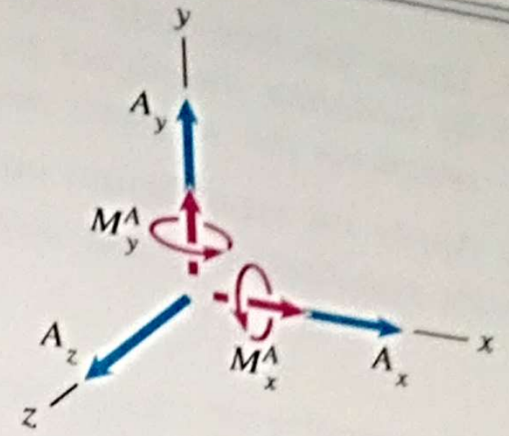


One Normal Force

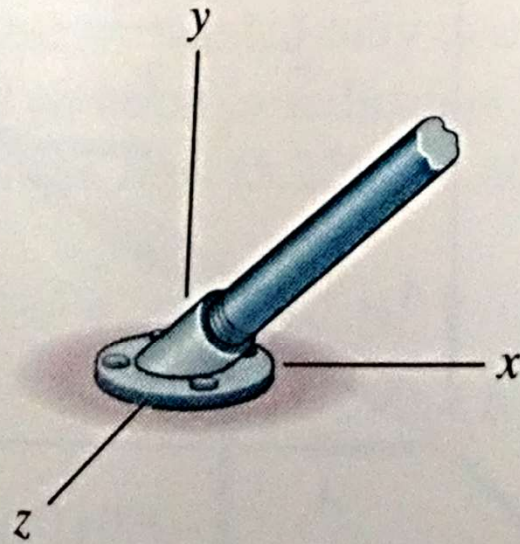
στηρίξεις – 3D



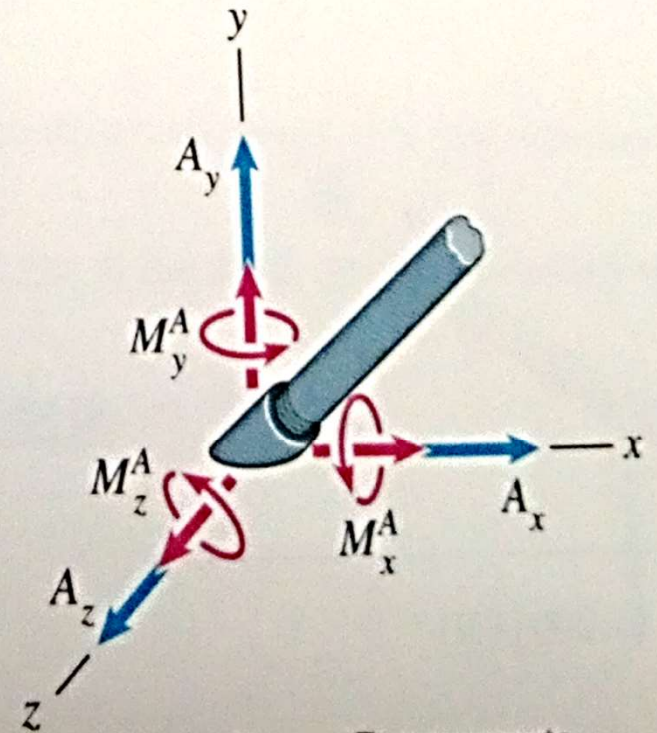
Hinge
(The z axis is parallel to the hinge axis.)



Three Force Components,
Two Couple Components

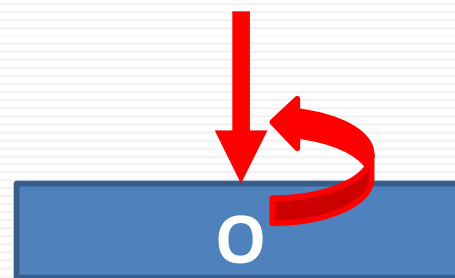
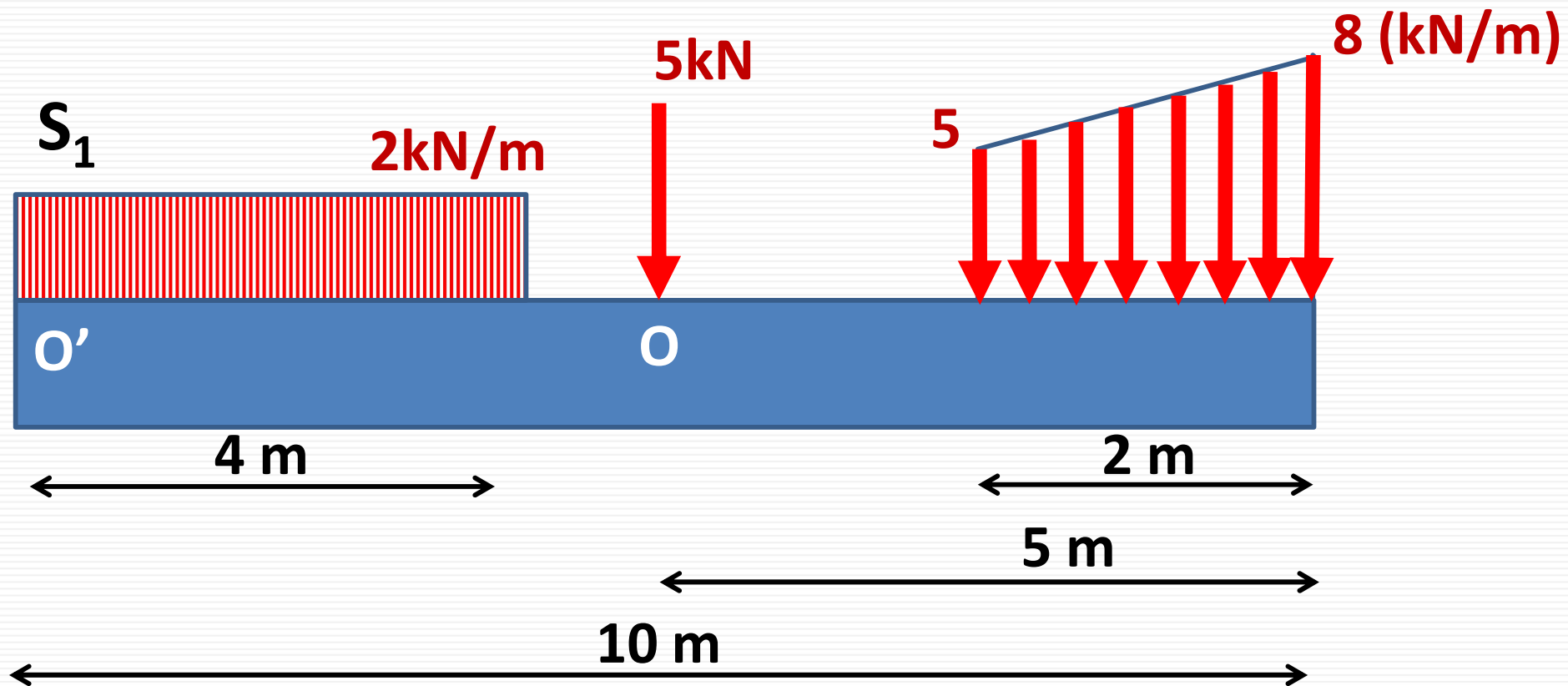


Built-in (Fixed) Support



Three Force Components,
Three Couple Components

Ισοδυναμία Συστημάτων → άσκηση για το σπίτι



S_2

S_2'