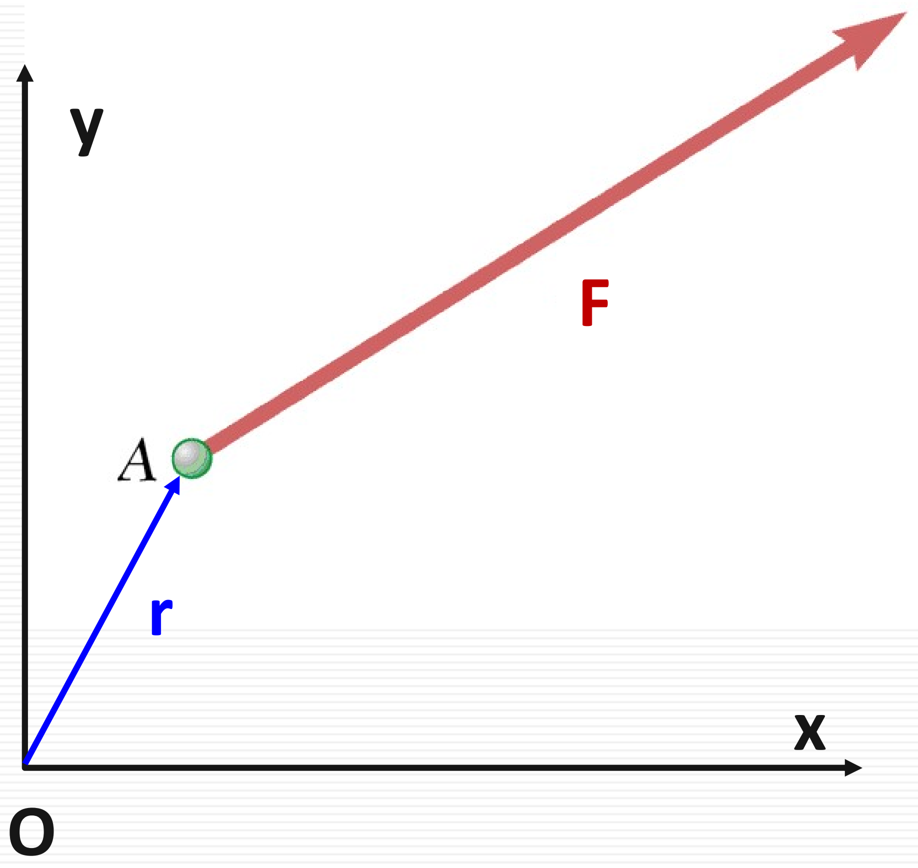
Δύναμη

Διανυσματικό μέγεθος



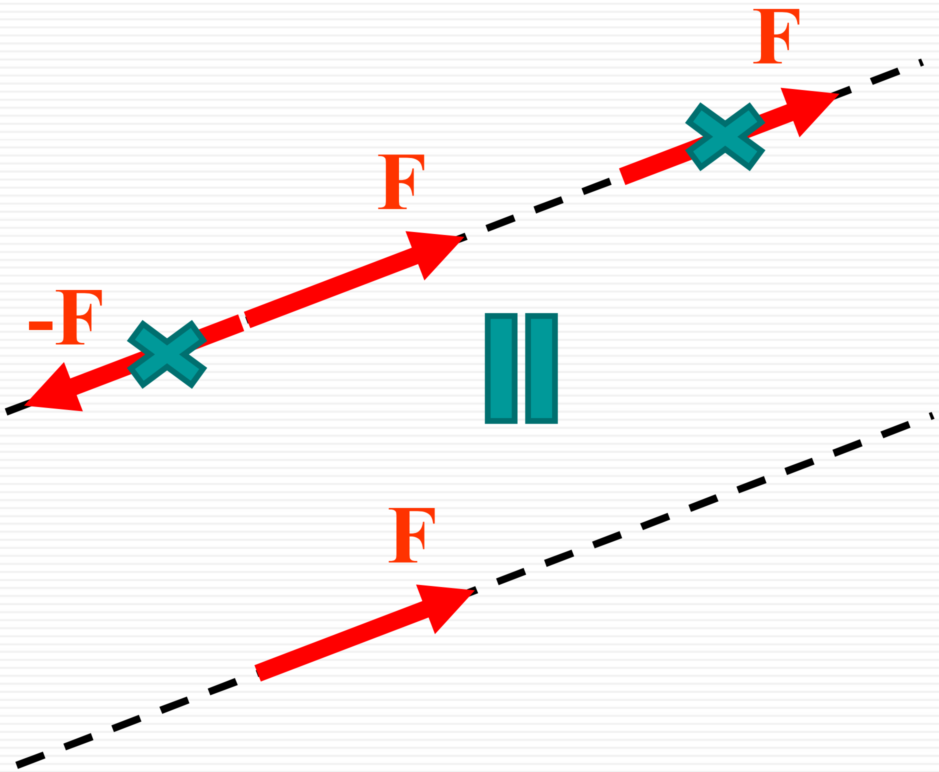
Διεύθυνση: ευθεία πάνω στην οποία ασκείται η δύναμη

Φορά: από συμβάσεις

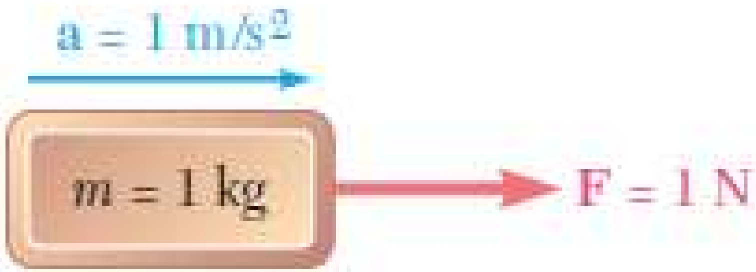
Μέτρο: σε Ν ή ΚΝ

Σημείο εφαρμογής Α → διάνυσμα θέσης r

Η δύναμη ως ολισθαίνον διάνυσμα



Μονάδες

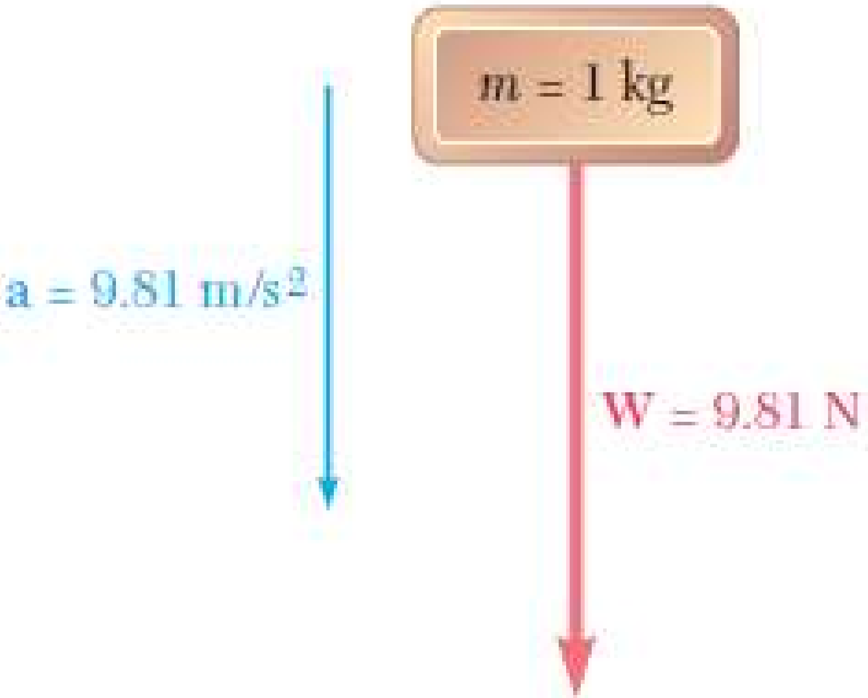


Δύναμη = μάζα x επιτάχυνση

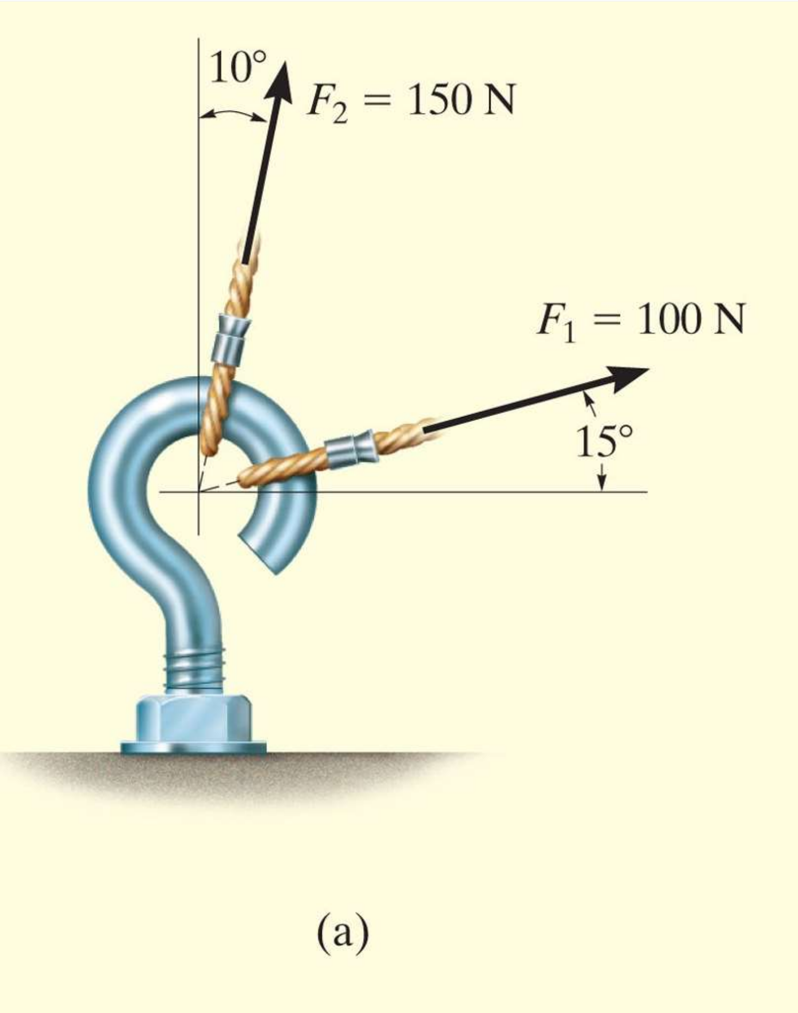
$$1\ \mathrm{N} = (1\ \mathrm{kg})(1\ \mathrm{m/s^2}) = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$$

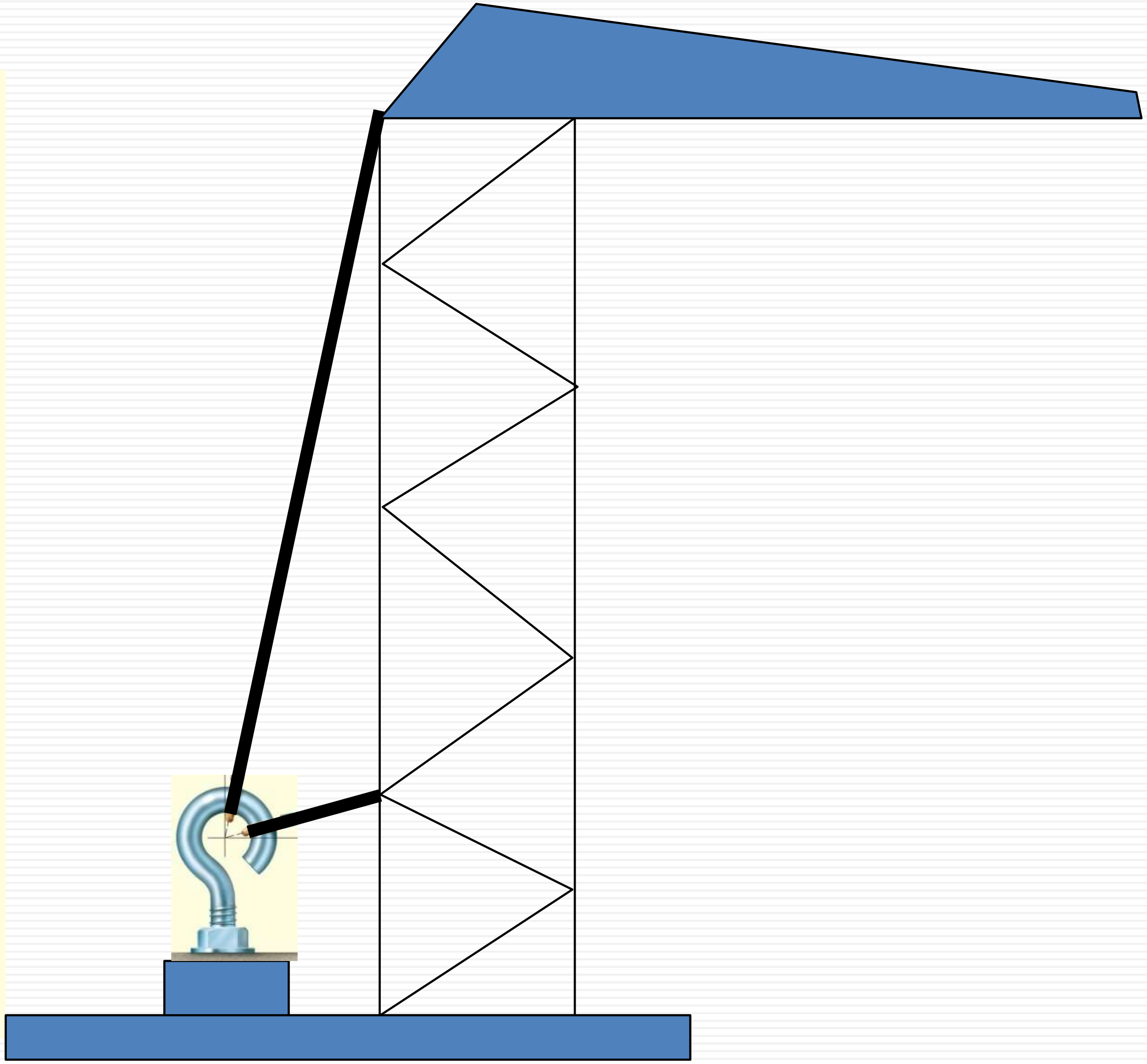
Βάρος= μάζα x επιτάχυνση βαρύτητας

$$\begin{aligned} W &= mg \\ &= (1\ \mathrm{kg})(9.81\ \mathrm{m/s^2}) \\ &= 9.81\ \mathrm{N} \end{aligned}$$



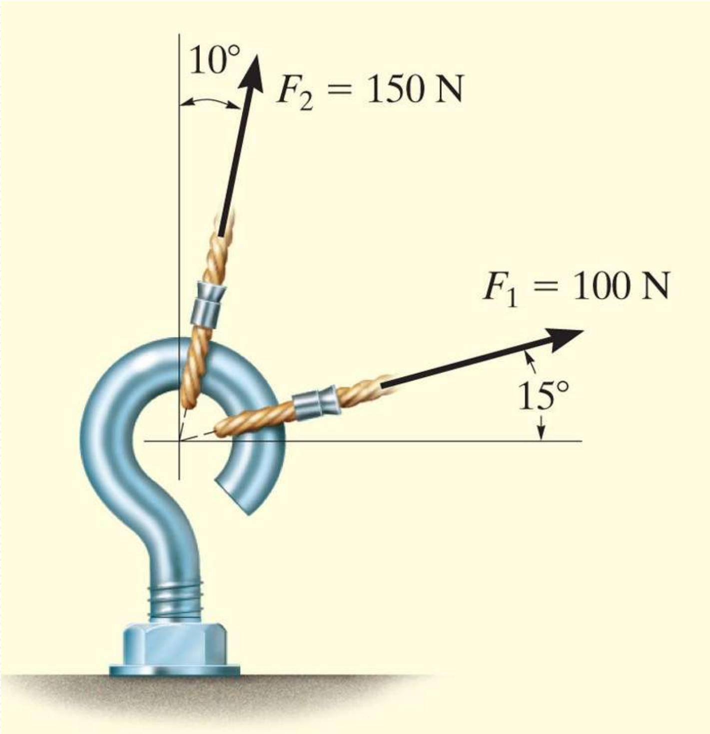
Σύνθεση/Ανάλυση Δυνάμεων στο Επίπεδο

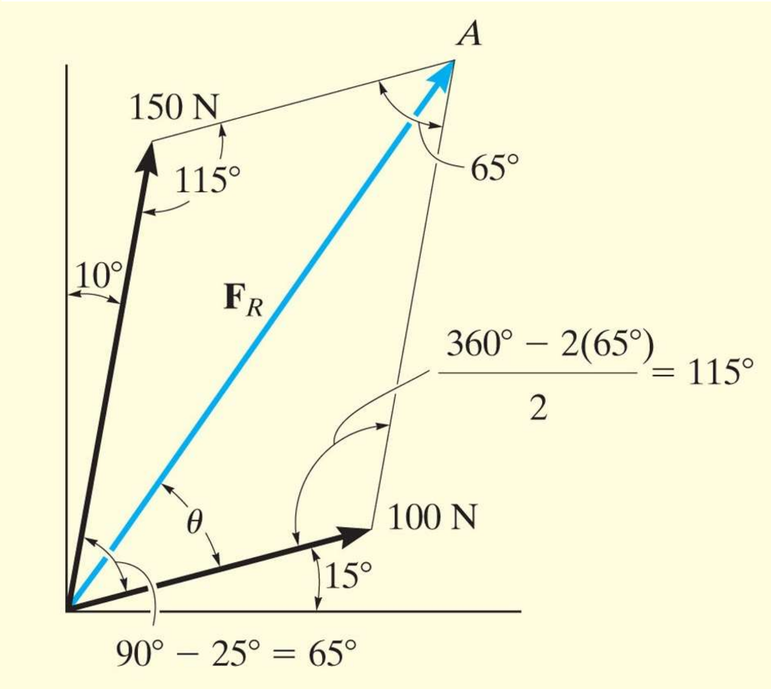


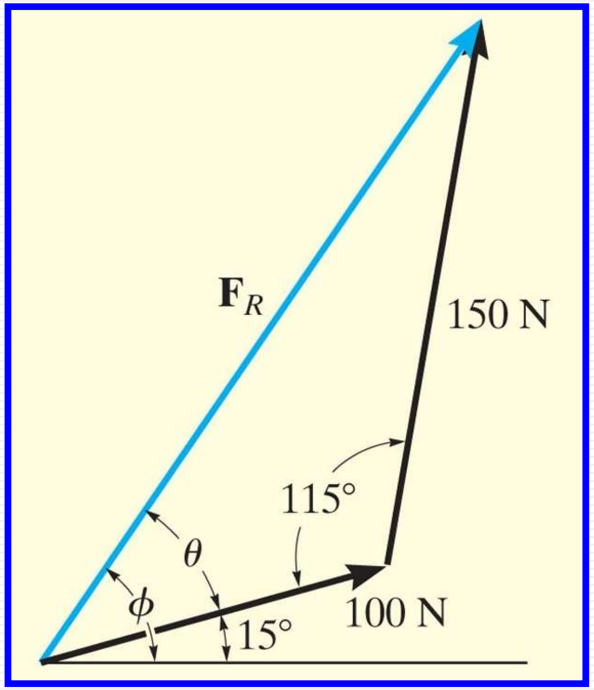


Σύνθεση Δυνάμεων στο Επίπεδο

Ζητούμενο το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης $\mathbf{F_R}$ ως προς τον άξονα της $\mathbf{F_1}$ και ως προς τον οριζόντιο άξονα







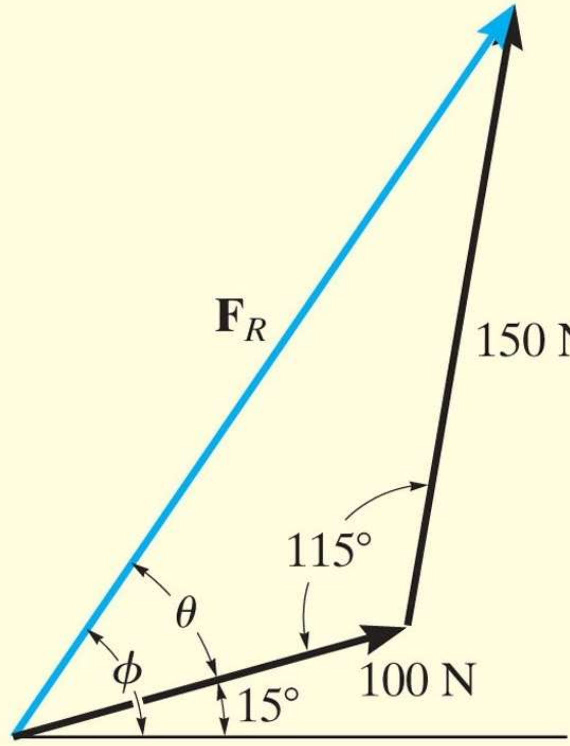
Κανόνας παραλληλογράμμου: αναγκαία η μεταξύ των $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$ γωνία

Κανόνας παράθεσης: αναγκαία η παραπληρωματική της μεταξύ των $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$ γωνία

Σύνθεση Δυνάμεων στο Επίπεδο

Ζητούμενο το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης $\mathbf{F_R}$ ως προς τον άξονα της $\mathbf{F_1}$ και ως προς τον οριζόντιο άξονα

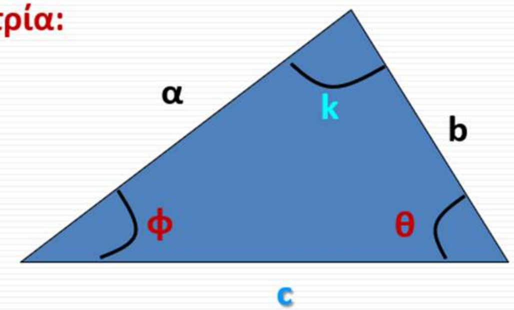
$$F_R = \sqrt{(100\ \text{N})^2 + (150\ \text{N})^2 - 2(100\ \text{N})(150\ \text{N})\cos 115^\circ}$$
$$= \sqrt{10\,000 + 22\,500 - 30\,000(-0.4226)} = 212.6\ \text{N}$$
$$= 213\ \text{N}$$



(c)

$$\frac{150\ \text{N}}{\sin\theta} = \frac{212.6\ \text{N}}{\sin 115^\circ} \qquad \sin\theta = \frac{150\ \text{N}}{212.6\ \text{N}}(\sin 115^\circ)$$
$$\theta = 39.8^\circ$$

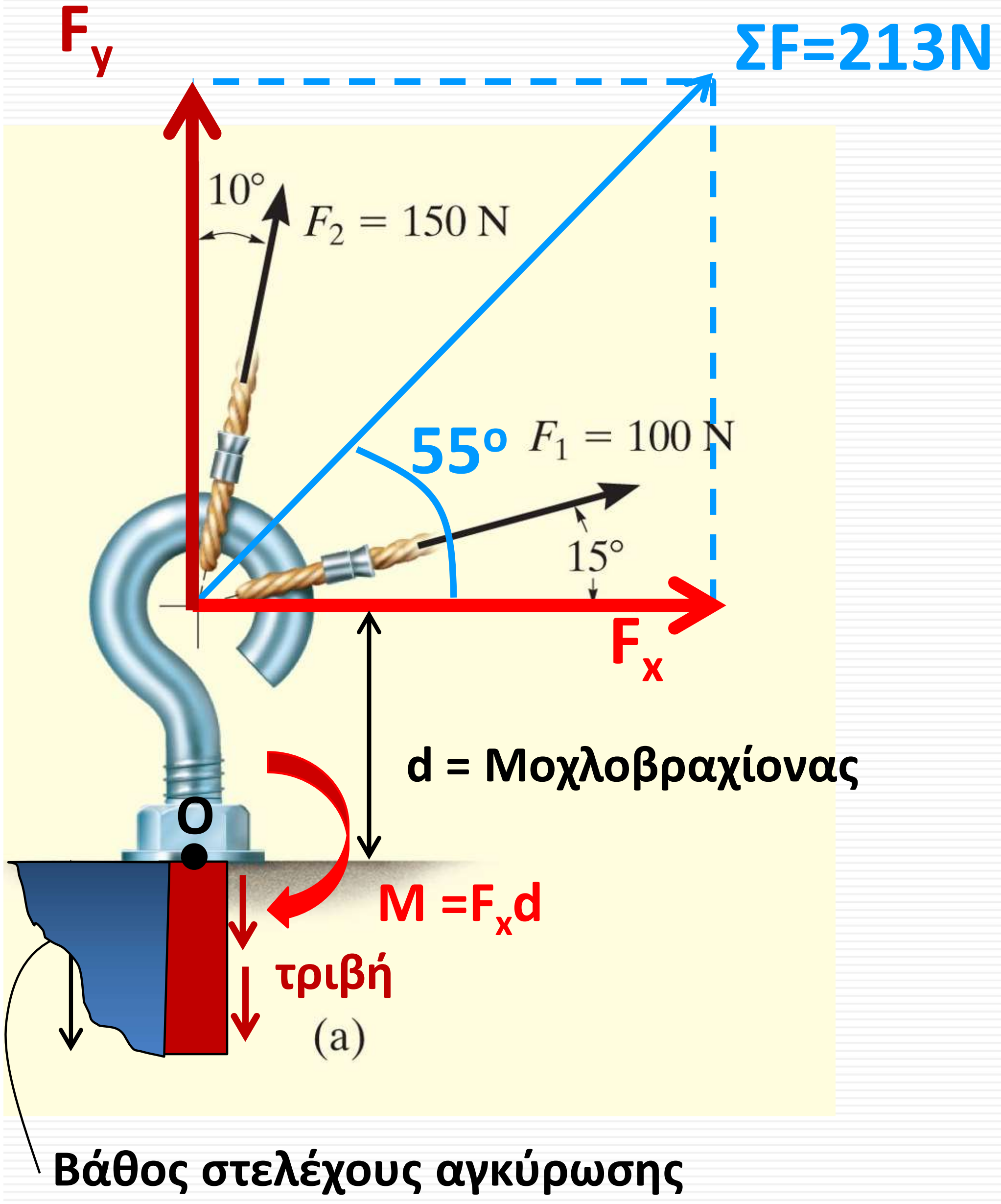
Από τριγωνομετρία:



Νόμος των συνημίτονων: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos k$

Νόμος των ημιτόνων: $\dfrac{\sin\varphi}{b} = \dfrac{\sin k}{c} = \dfrac{\sin\theta}{a}$

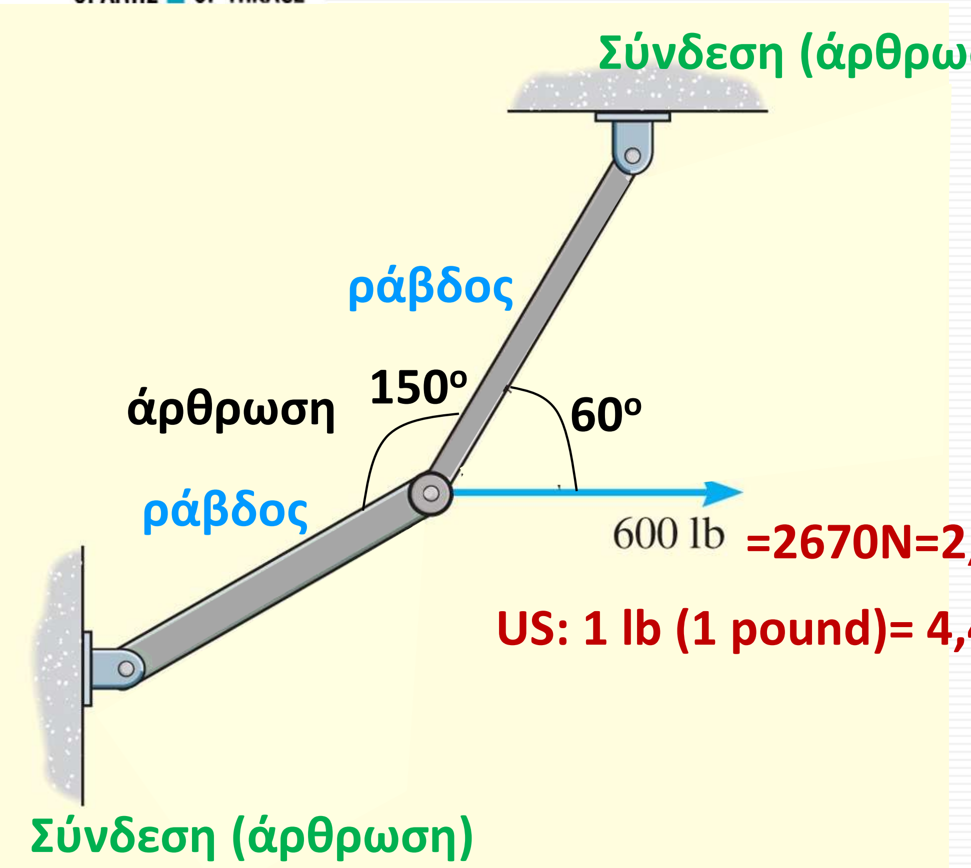
$$\phi = 39.8^\circ + 15.0^\circ = 54.8^\circ$$



Fy
ΣF=213N
10°
F2 = 150 N
55o
F1 = 100 N
15°
Fx
d = Μοχλοβραχίονας
O
M =Fxd
τριβή
(a)
Βάθος στελέχους αγκύρωσης

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ | DEMOCRITUS UNIVERSITY OF THRACE

Ανάλυση Διανυσμάτων



Γιατί ενδιαφέρει η ανάλυση της δύναμης:

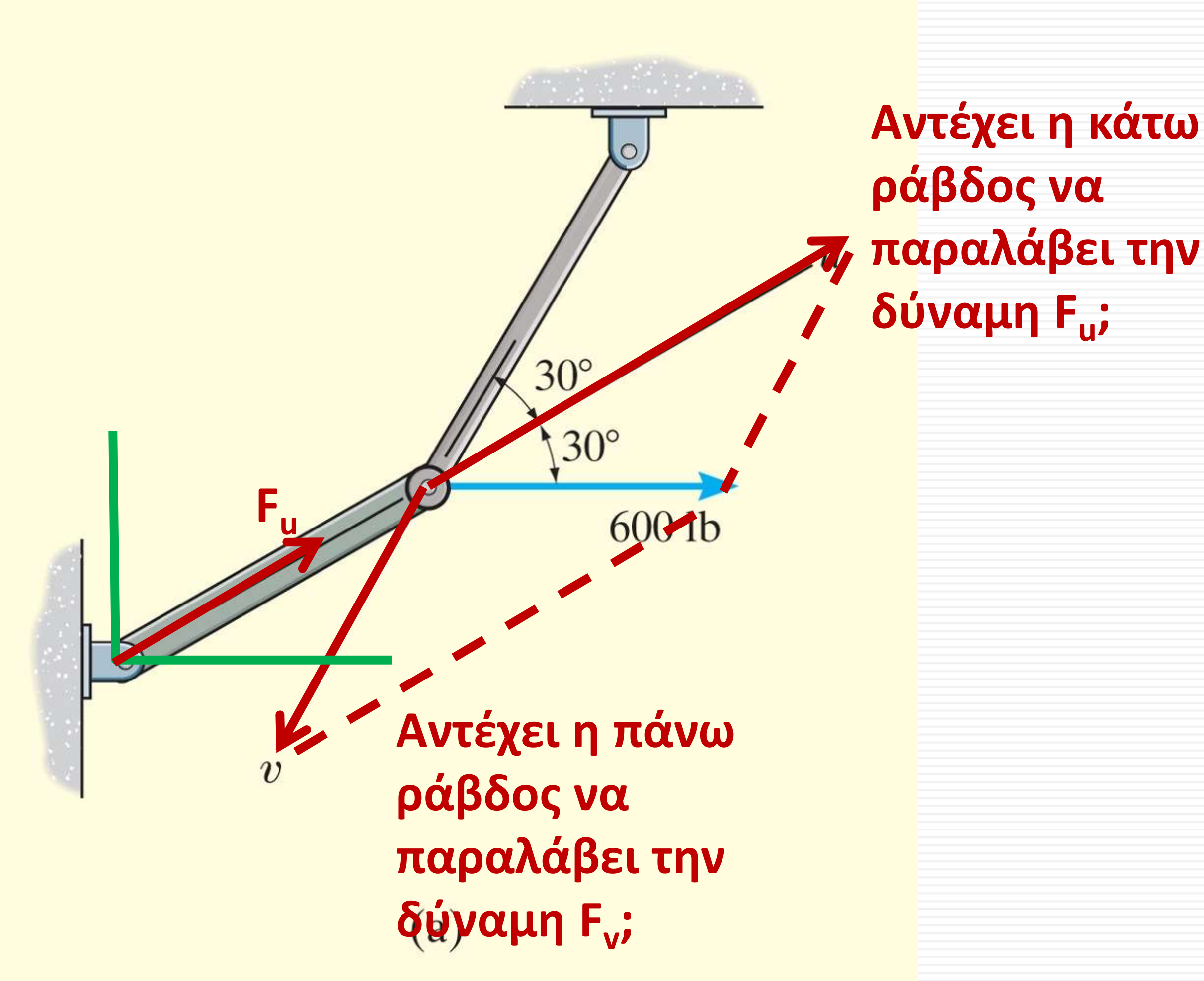
Μπορεί η κάθε ράβδος να παραλάβει την σχετική συνιστώσα της δύναμης;

➔ 1° Σύστημα ανάλυσης στην άρθρωση όπου συντρέχουν οι δύο ράβδοι

Μπορεί η κάθε σύνδεση να παραλάβει την δύναμη που της ασκείται;

➔ 2° Σύστημα ανάλυσης της κάθε συνιστώσας στην αντίστοιχη θέση σύνδεσης

Ανάλυση Διανυσμάτων



Γιατί ενδιαφέρει η ανάλυση της δύναμης:

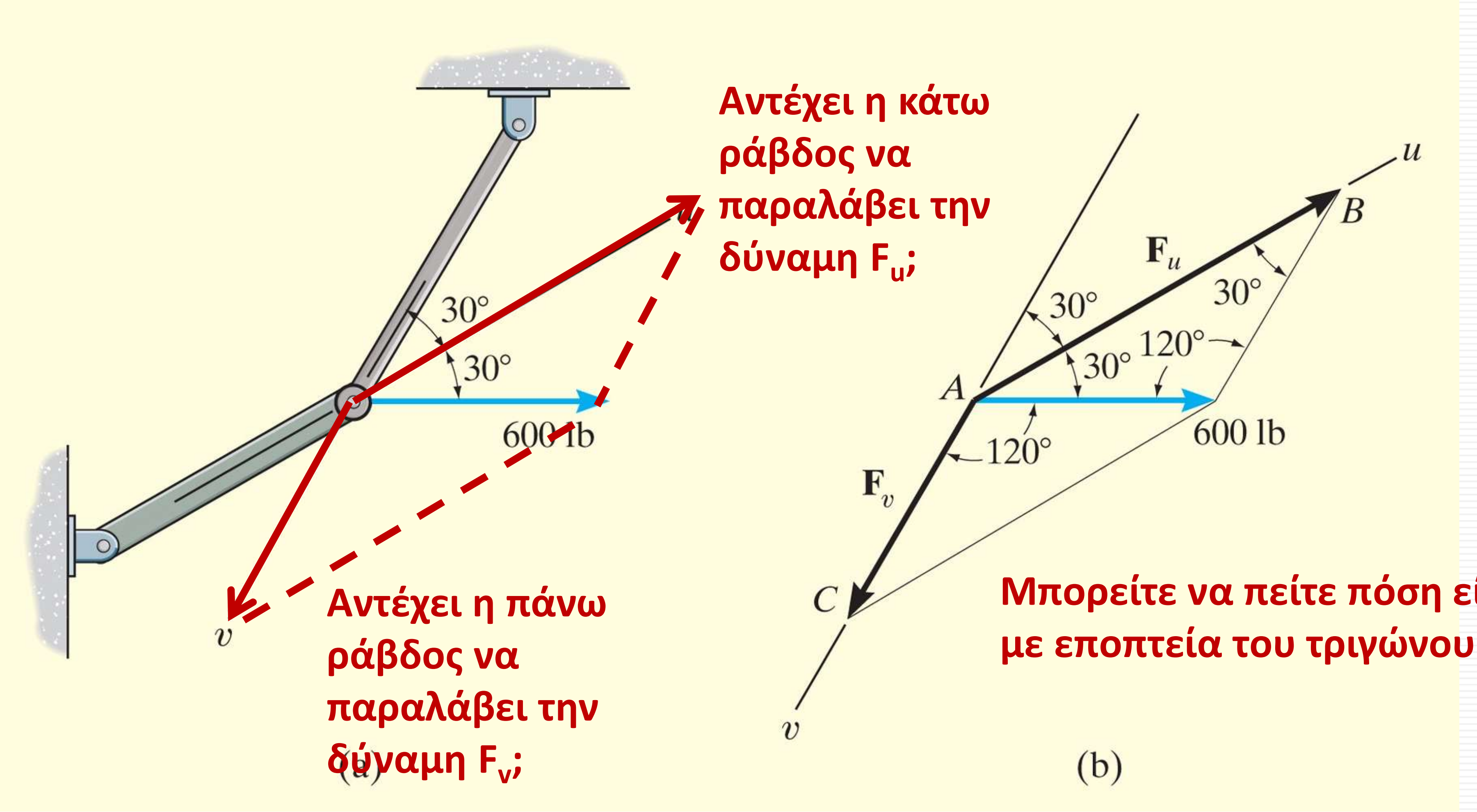
Μπορεί η κάθε ράβδος να παραλάβει την σχετική συνιστώσα της δύναμης;

➔ 1° Σύστημα ανάλυσης στην άρθρωση όπου συντρέχουν οι δύο ράβδοι

Μπορεί η κάθε σύνδεση να παραλάβει την δύναμη που της ασκείται;

➔ 2° Σύστημα ανάλυσης της κάθε συνιστώσας στην αντίστοιχη θέση σύνδεσης

Ανάλυση Διανυσμάτων

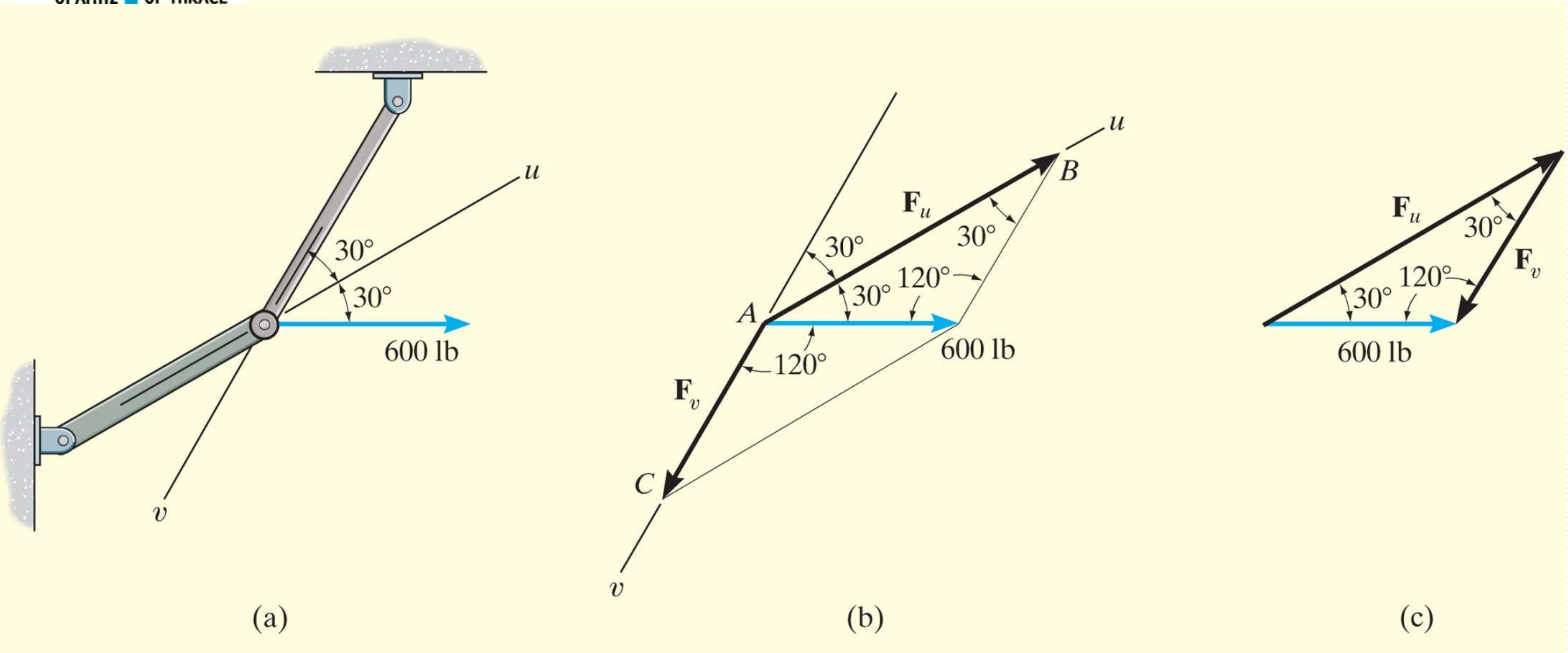


Αντέχει η κάτω ράβδος να παραλάβει την δύναμη F_u;

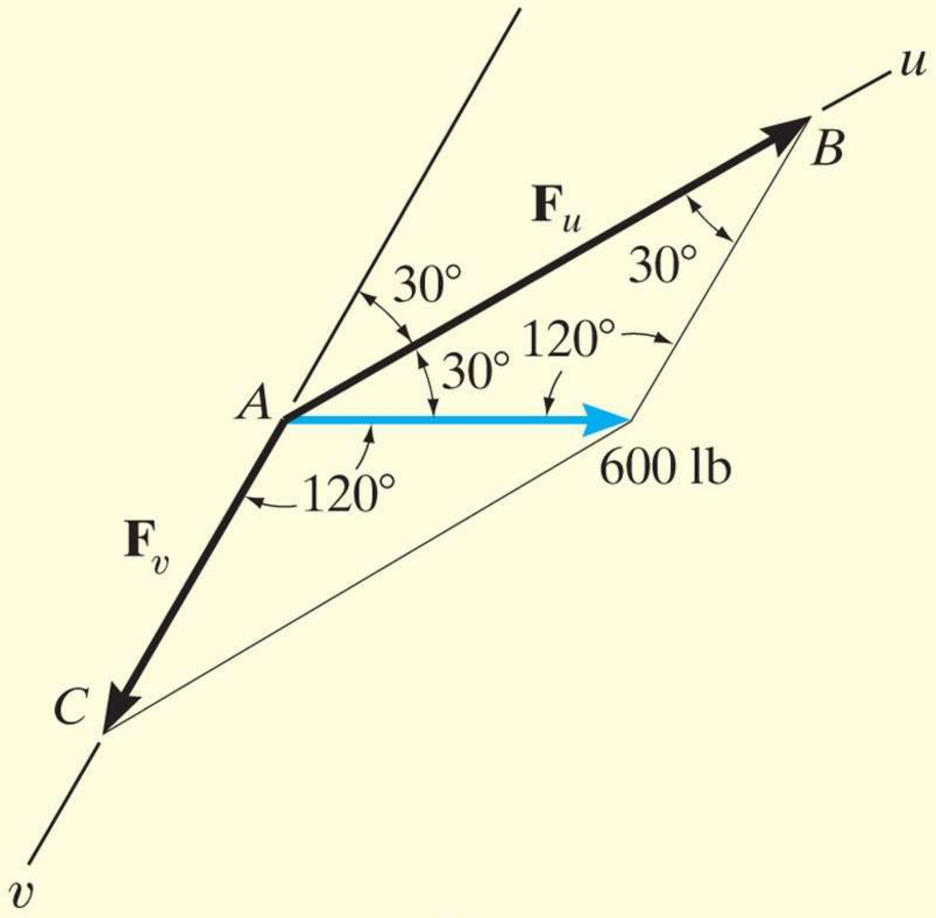
Αντέχει η πάνω ράβδος να παραλάβει την δύναμη F_v;

Μπορείτε να πείτε πόση είναι η Fv με εποπτεία του τριγώνου;

Ανάλυση Διανυσμάτων



Ανάλυση Διανυσμάτων



(b)

$$\frac{F_u}{\sin 120^\circ} = \frac{600 \text{ lb}}{\sin 30^\circ}$$

$$F_u = 1039 \text{ lb}$$

$$\frac{F_v}{\sin 30^\circ} = \frac{600 \text{ lb}}{\sin 30^\circ}$$

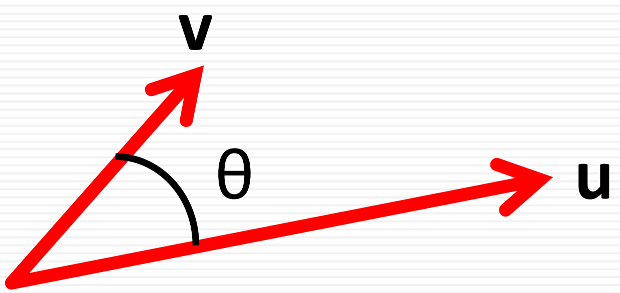
$$F_v = 600 \text{ lb}$$

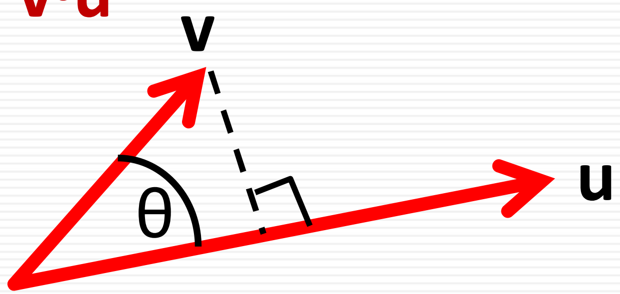
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ / ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

- **όπως γνωρίζουμε από την Αναλυτική Γεωμετρία, μπορούμε να ορίσουμε εσωτερικό (βαθμωτό) γινόμενο διανυσμάτων (βάσει των μηκών τους είτε βάσει των συνιστωσών τους και της μεταξύ τους γωνίας) ως:**

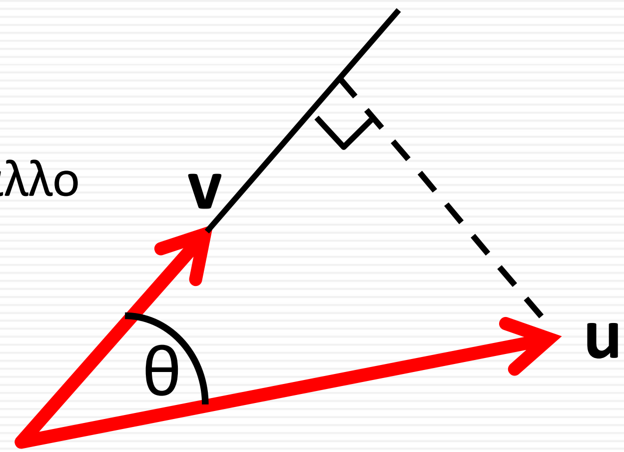
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta \equiv u_x v_x + u_y v_y$$

ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα: **u·v= v·u**

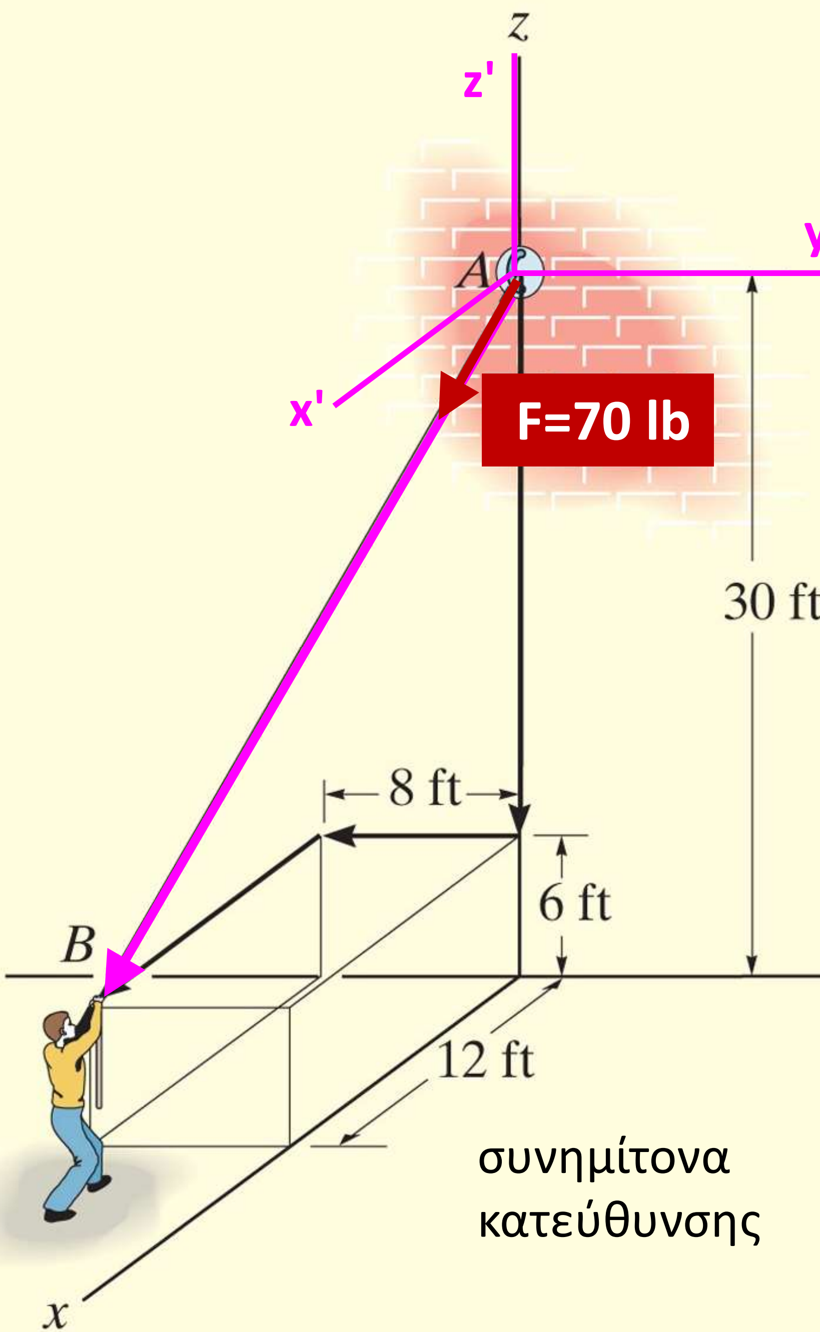




Εάν το ένα διάνυσμα είναι δύναμη (**v=F**) και το άλλο μετατόπιση (**u=r**) τι υπολογίζω;



Το **ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ** δύο διανυσμάτων <u>χρησιμοποιείται</u> σε εφαρμογές μηχανικού, π.χ. στην ανάλυση ενός διανύσματος δύναμης στις συνιστώσες του παράλληλα και κάθετα σε μια ευθεία (διάνυσμα κατεύθυνσης)



<u>Παράδειγμα:</u> Ο άνθρωπος του σχήματος τραβά το σκοινί ασκώντας μια δύναμη 70lb (ή 312N).

➔ Διάνυσμα δύναμης $\vec{F}$ με μέτρο 70 lb.

Ζητούμενο: Να βρεθεί η διανυσματική έκφραση της δύναμης $\vec{F}$ καθώς και τα συνημίτονα κατεύθυνσής της και οι αντίστοιχες γωνίες ως προς τους άξονες του ΟΝ συστήματος

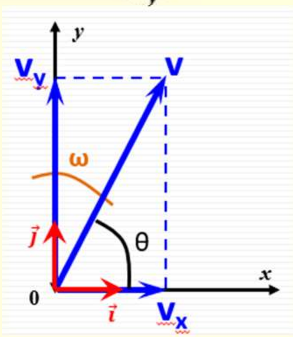
Ορίζουμε το βοηθητικό διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ το οποίο εφάπτεται με το διάνυσμα της δύναμης **F** και έχει αρχή το σημείο Α

➔ νέο σύστημα αναφοράς x’ – y’ – z’

$\overrightarrow{AB}$ (ft)= 12 **i** – 8 **j** – 24 **k**

Μέτρο $|AB|=(12^2+8^2+24^2)^{0.5} = 28$ ft *(1 ft=30.5cm)*

συνημίτονα κατεύθυνσης

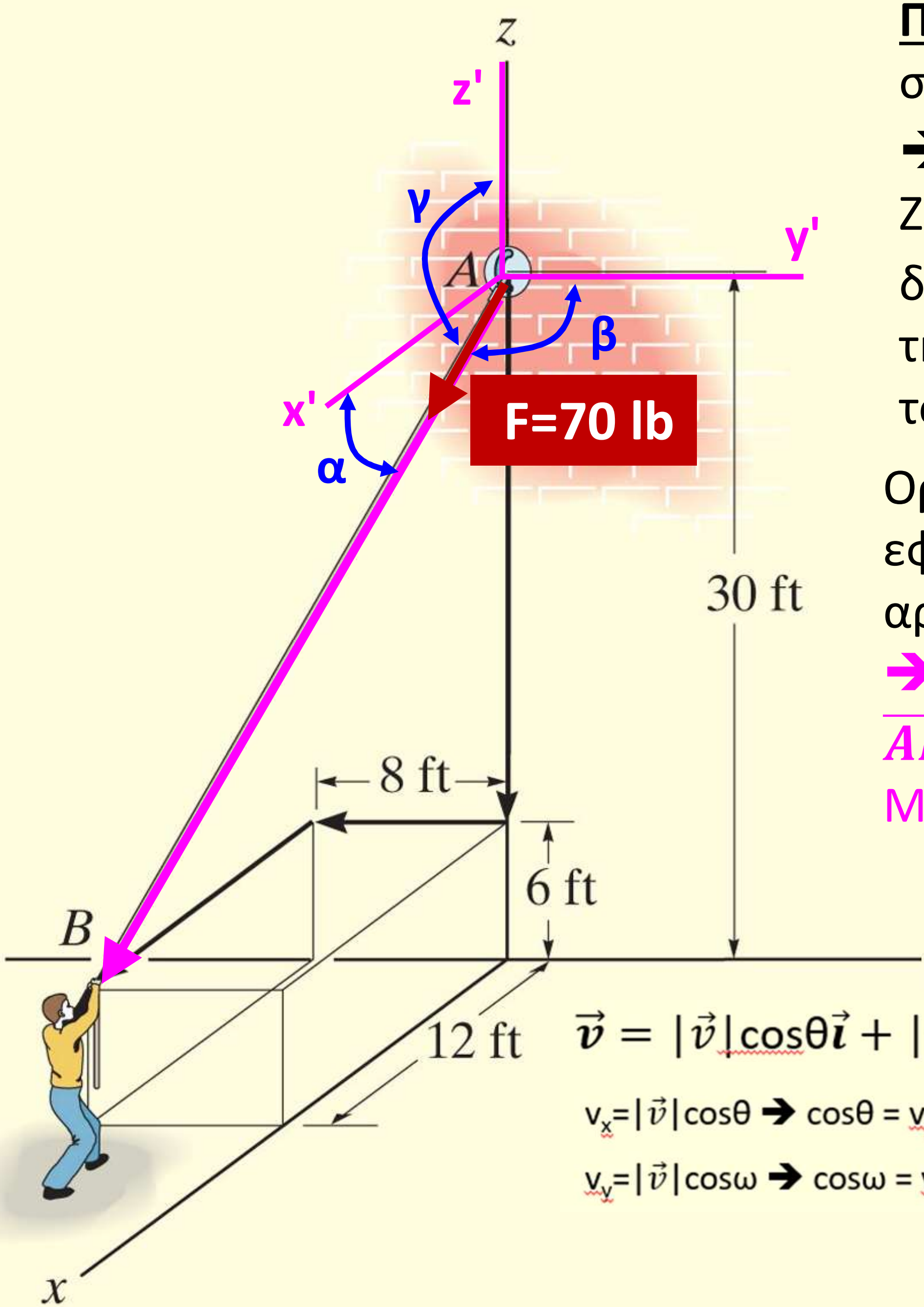


$$\vec{v} = |\vec{v}|\cos\theta\,\vec{i} + |\vec{v}|\cos\omega\,\vec{j}$$

$v_x=|\vec{v}|\cos\theta$ ➔ $\cos\theta = v_x / |\vec{v}|$

$v_y=|\vec{v}|\cos\omega$ ➔ $\cos\omega = v_y / |\vec{v}|$

Το **ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ** δύο διανυσμάτων χρησιμοποιείται σε εφαρμογές μηχανικού, π.χ. στην ανάλυση ενός διανύσματος δύναμης στις συνιστώσες του παράλληλα και κάθετα σε μια ευθεία (διάνυσμα κατεύθυνσης)



Παράδειγμα: Ο άνθρωπος του σχήματος τραβά το σκοινί ασκώντας μια δύναμη 70lb (ή 312N).

➔ Διάνυσμα δύναμης $\vec{F}$ με μέτρο 70 lb.

Ζητούμενο: Να βρεθεί η διανυσματική έκφραση της δύναμης $\vec{F}$ καθώς και τα συνημίτονα κατεύθυνσής της και οι αντίστοιχες γωνίες ως προς τους άξονες του ΟΝ συστήματος

Ορίζουμε το βοηθητικό διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ το οποίο εφάπτεται με το διάνυσμα της δύναμης **F** και έχει αρχή το σημείο Α

➔ νέο σύστημα αναφοράς x' – y' – z'

$\overrightarrow{AB}$ (ft)= 12 **i** – 8 **j** – 24 **k**

Μέτρο $|AB|=(12^2+8^2+24^2)^{0.5} = 28$ ft *(1 ft=30.5cm)*

$$\vec{v} = |\vec{v}|\cos\theta\vec{i} + |\vec{v}|\cos\omega\vec{j}$$

$v_x=|\vec{v}|\cos\theta$ ➔ $\cos\theta = v_x/|\vec{v}|$

$v_y=|\vec{v}|\cos\omega$ ➔ $\cos\omega = v_y/|\vec{v}|$

$\overrightarrow{AB}$ = 28 ft (12/28 **i** – 8/28 **j** – 24/28 **k**)

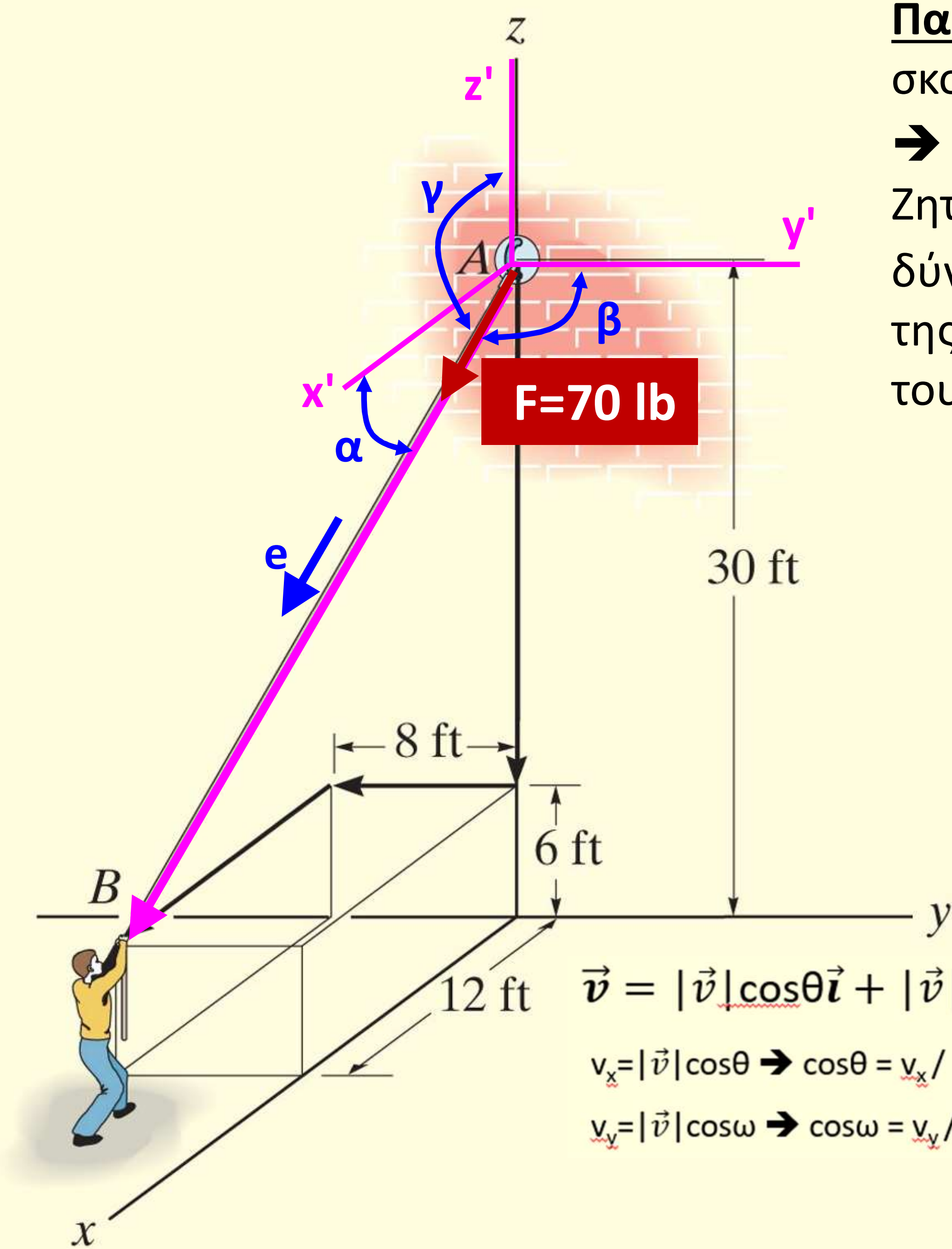
$\alpha= \cos^{-1}(12/28)=64.6^o$

$\beta= \cos^{-1}(-8/28)=107^o$

$\gamma= \cos^{-1}(-24/28)=149^o$

Προφανώς συμπίπτουν οι γωνίες κατεύθυνσης των $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ και $\vec{\mathbf{F}}$

Το **ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ** δύο διανυσμάτων <u>χρησιμοποιείται</u> σε εφαρμογές μηχανικού, π.χ. στην ανάλυση ενός διανύσματος δύναμης στις συνιστώσες του παράλληλα και κάθετα σε μια ευθεία (διάνυσμα κατεύθυνσης)



<u>Παράδειγμα:</u> Ο άνθρωπος του σχήματος τραβά το σκοινί ασκώντας μια δύναμη 70lb (ή 312N).

➔ Διάνυσμα δύναμης $\vec{F}$ με μέτρο 70 lb.

Ζητούμενο: Να βρεθεί η διανυσματική έκφραση της δύναμης $\vec{F}$ καθώς και τα συνημίτονα κατεύθυνσής της και οι αντίστοιχες γωνίες ως προς τους άξονες του ΟΝ συστήματος

Θεωρώ ένα μοναδιαίο διάνυσμα $\vec{e}\ //\ \vec{F}$

$\vec{e}$ = |1|(cos64.6° **i** + cos107° **j** + cos149° **k**)

$\vec{e}\cdot\vec{F}$ = |1|·|F|·cos 0° = |F|

$\vec{F} = (\vec{e}\cdot\vec{F})\cdot\vec{e}$

$\vec{F}$ = |F||1|(cos64.6° **i** + cos107° **j** + cos149° **k**)

$\vec{F}$ = 70 (lb) (cos64.6° **i** + cos107° **j** + cos149° **k**)

$$\vec{v} = |\vec{v}|\cos\theta\vec{i} + |\vec{v}|\cos\omega\vec{j}$$

$v_x = |\vec{v}|\cos\theta$ ➔ $\cos\theta = v_x / |\vec{v}|$

$v_y = |\vec{v}|\cos\omega$ ➔ $\cos\omega = v_y / |\vec{v}|$

α= $\cos^{-1}(12/28)=64.6°$

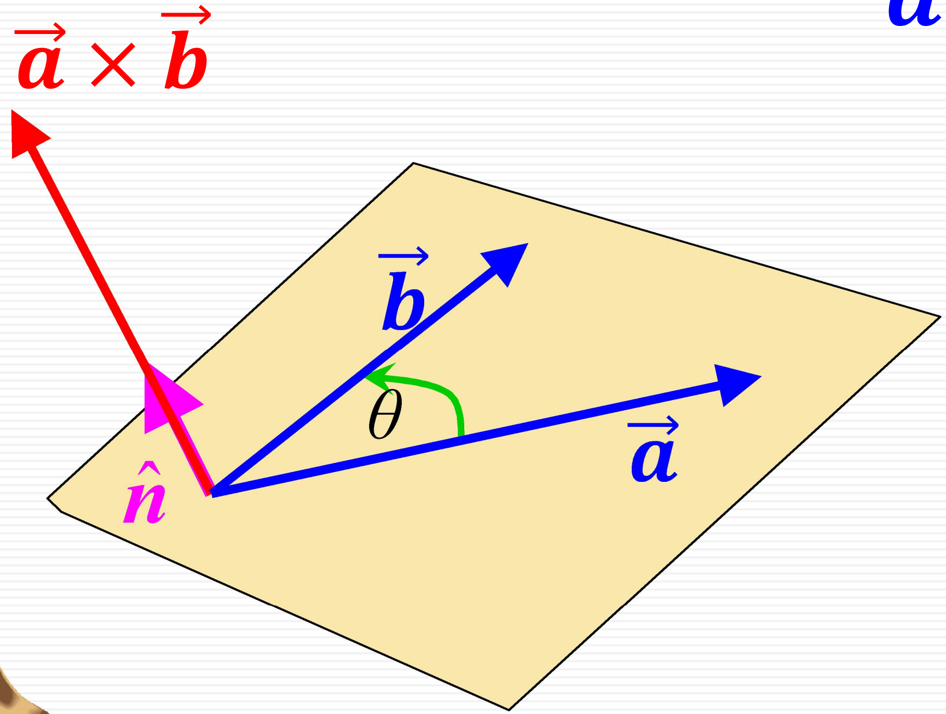
β= $\cos^{-1}(-8/28)=107°$

γ= $\cos^{-1}(-24/28)=149°$

Προφανώς συμπίπτουν οι γωνίες κατεύθυνσης των $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ και $\vec{\mathbf{F}}$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ / ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

$$\vec{a} \times \vec{b} \equiv (ab \sin\theta)\,\hat{n}$$



Μοναδιαίο $\hat{n}$

Προσδιορίζει τη διεύθυνση και τη φορά του εξωτερικού γινομένου

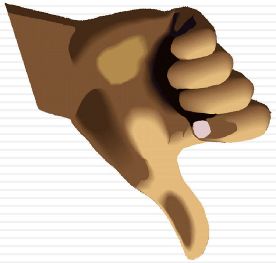
Προκύπτει με το κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία

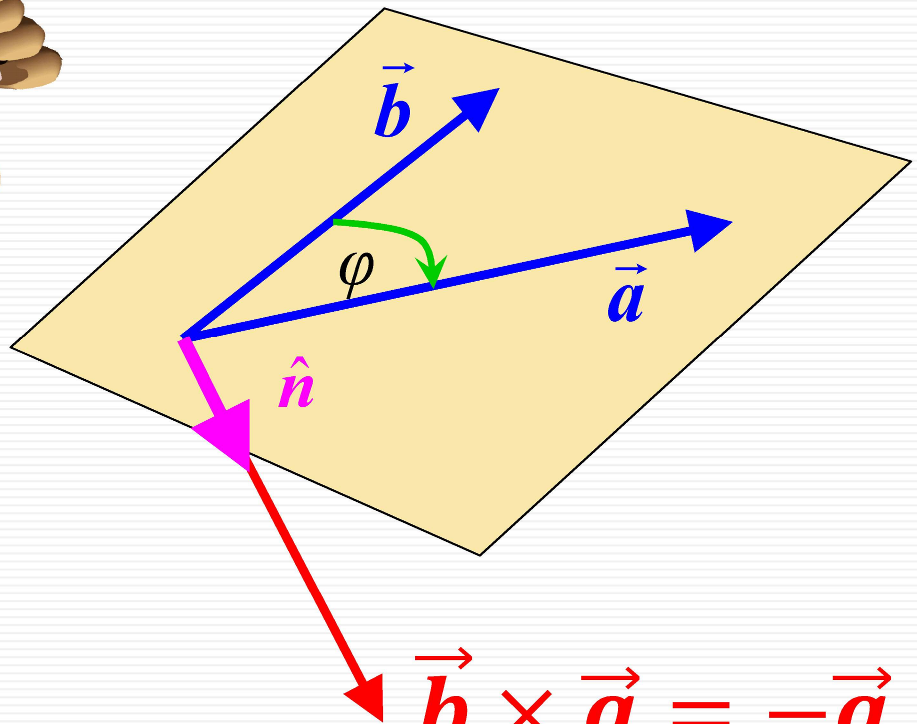
Το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι διάνυσμα, κάθετο και στα δύο διανύσματα

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ / ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

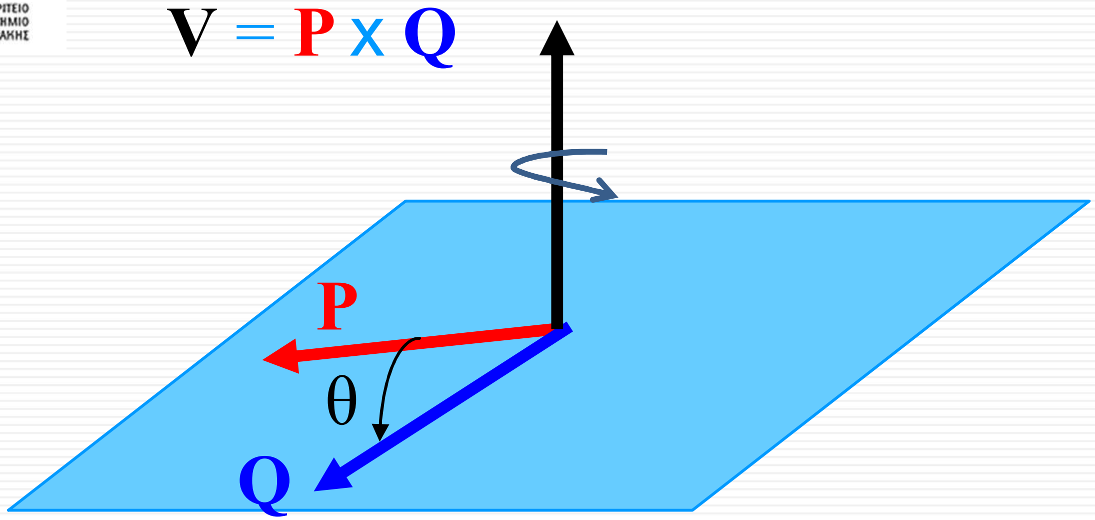
$$\vec{b} \times \vec{a} = ???$$





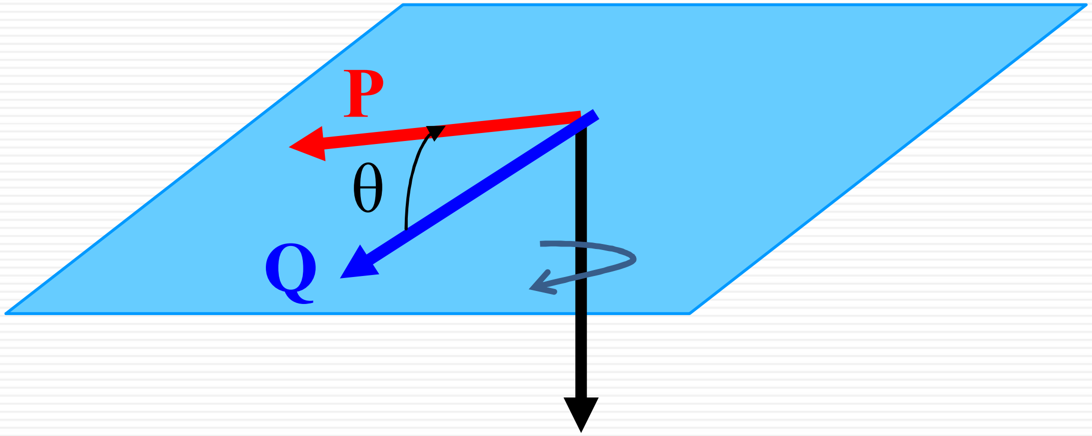
$$\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$$

$\mathbf{V} = \mathbf{P} \times \mathbf{Q}$



Το εξωτερικό γινόμενο
δεν είναι αντιμεταθετικό

$$\mathbf{Q} \times \mathbf{P} = -(\mathbf{P} \times \mathbf{Q})$$



Το **<u>εξωτερικό γινόμενο</u>** δύο διανυσμάτων **P, Q** είναι διάνυσμα, **V**:

$$\mathbf{V} = \mathbf{P} \times \mathbf{Q}$$

- με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των **P** και **Q**
- με Φορά τέτοια ώστε η τριάδα διανυσμάτων P και Q και V να είναι δεξιόστροφη (κοχλίας)
- μέτρο ίσο με :

$$V = PQ \sin\theta$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ / ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

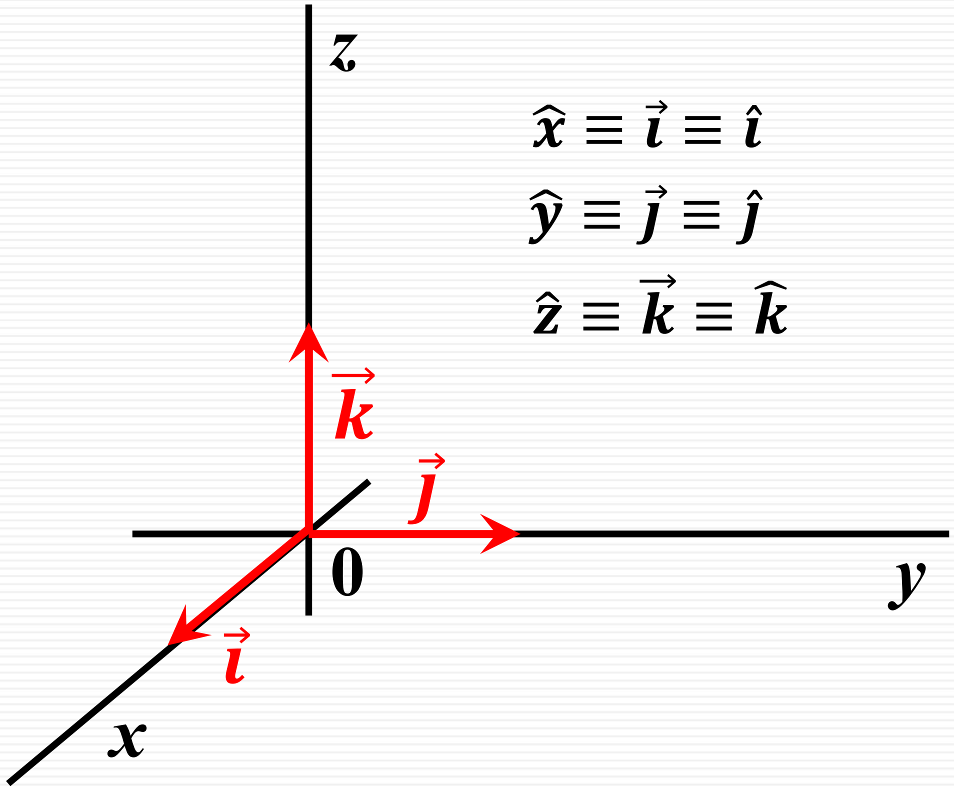
$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$$

$$\vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

$$\hat{x} \equiv \vec{i} \equiv \hat{\imath}$$

$$\hat{y} \equiv \vec{j} \equiv \hat{\jmath}$$

$$\hat{z} \equiv \vec{k} \equiv \hat{k}$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

Εάν το ένα διάνυσμα είναι δύναμη (F) και το άλλο θέσης (r) τι υπολογίζω;

$$=(\alpha_y b_z - \alpha_z b_y)\,\hat{\imath} - (\alpha_x b_z - \alpha_z b_x)\,\hat{\jmath} + (\alpha_x b_y - \alpha_y b_x)\,\hat{k}$$

Περιστροφή επιπέδου yz γύρω από τον x	Περιστροφή επιπέδου xz γύρω από τον y	Περιστροφή επιπέδου xy γύρω από τον z

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (\alpha_y b_z - \alpha_z b_y)\,\hat{\imath} - (\alpha_x b_z - \alpha_z b_x)\,\hat{\jmath} + (\alpha_x b_y - \alpha_y b_x)\,\hat{k}$$

U = 3i + 2j

V = 2i + 4j

U x V

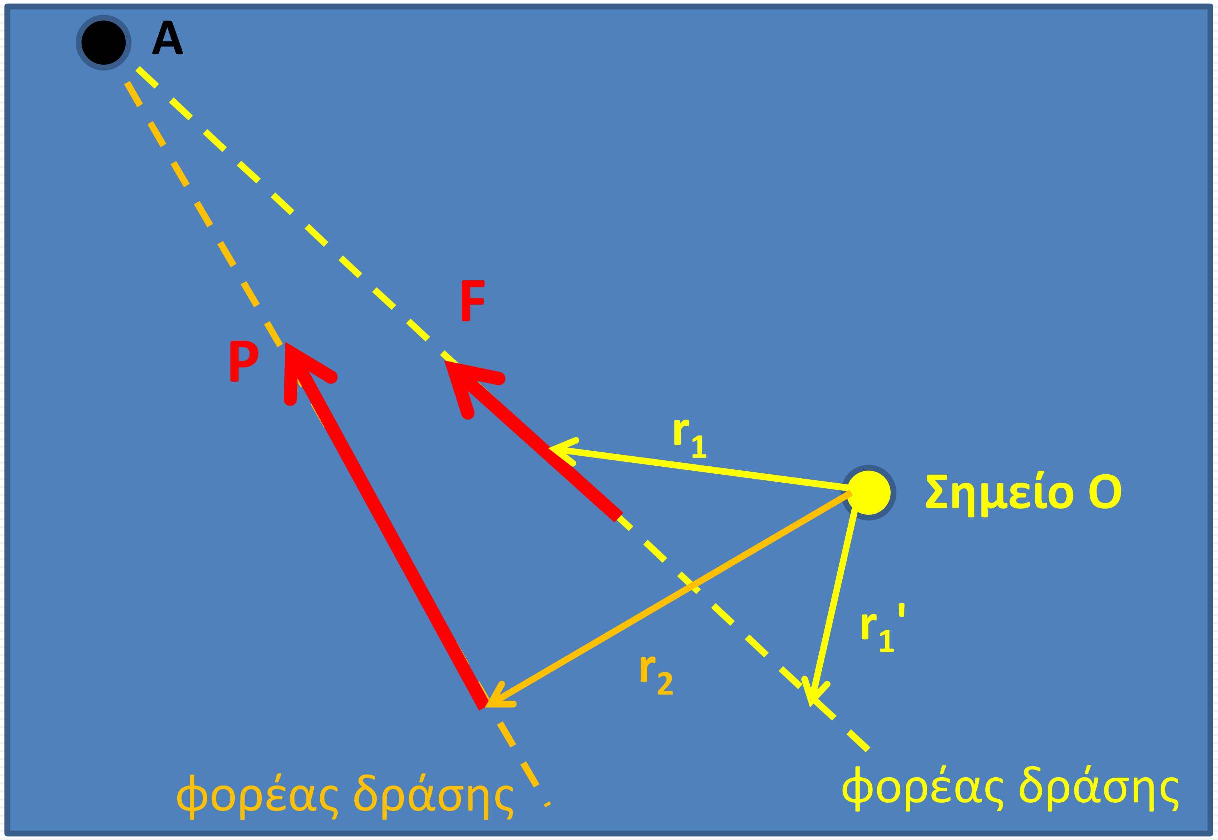
$$\mathbf{U} \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}((2)(0) - (4)(0)) - \mathbf{j}((3)(0) - (2)(0))$$

$$+ \mathbf{k}((3)(4) - (2)(2)) = 8\mathbf{k}$$

V x U

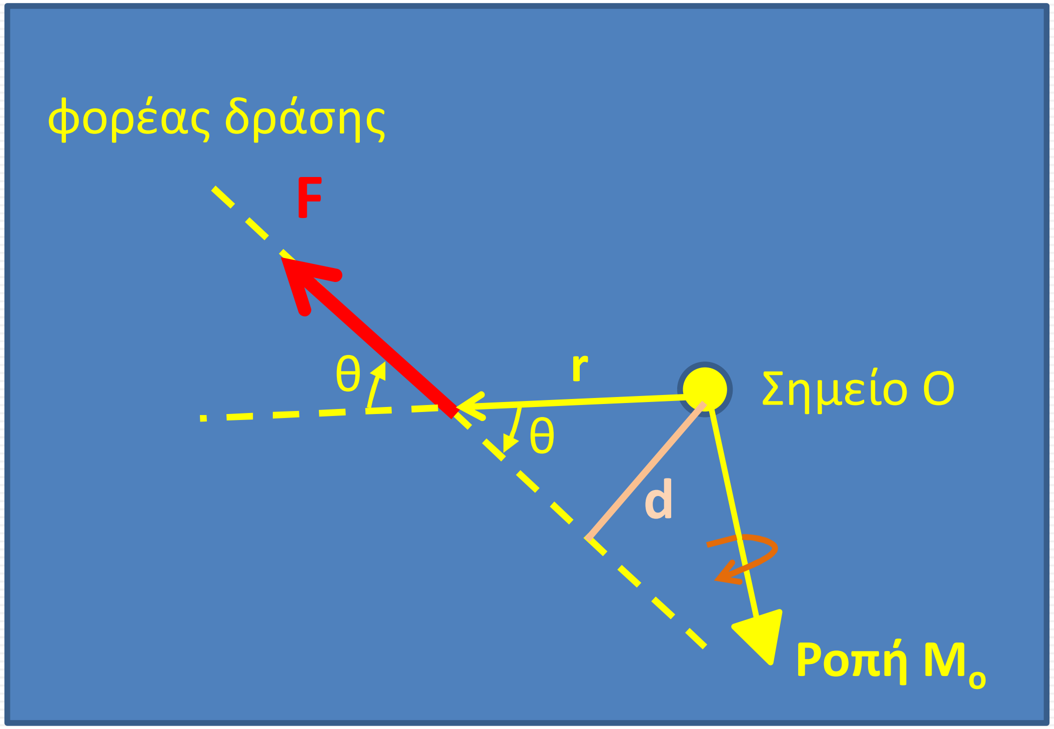
$$\mathbf{V} \times \mathbf{U} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}((4)(0) - (2)(0)) - \mathbf{j}((2)(0) - (3)(0))$$

$$+ \mathbf{k}((2)(2) - (3)(4)) = -8\mathbf{k}$$



Για να συνθέσουμε δυνάμεις που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία ενός στερεού ως προς ένα δεδομένο σημείο του σώματος (**σημείο Ο**) πρέπει να λάβουμε υπόψην και το **διάνυσμα θέσης** $\mathbf{r_1}$ (ή $\mathbf{r_2}$) **του σημείου Ο** (εκτός του φορέα της δύναμης) **ως προς οποιαδήποτε θέση επί του φορέα δράσης της δύναμης F (ή P)**

Σύνθεση δυνάμεων στερεού σώματος



Για να συνθέσουμε δυνάμεις που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία ενός στερεού ως προς ένα δεδομένο σημείο του σώματος (έστω σημείο Ο) <u>πρέπει να ορίσουμε το **διάνυσμα της Ροπής M_o** ως το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων **θέσης r** & **δύναμης F**</u>:

M_o=r x F

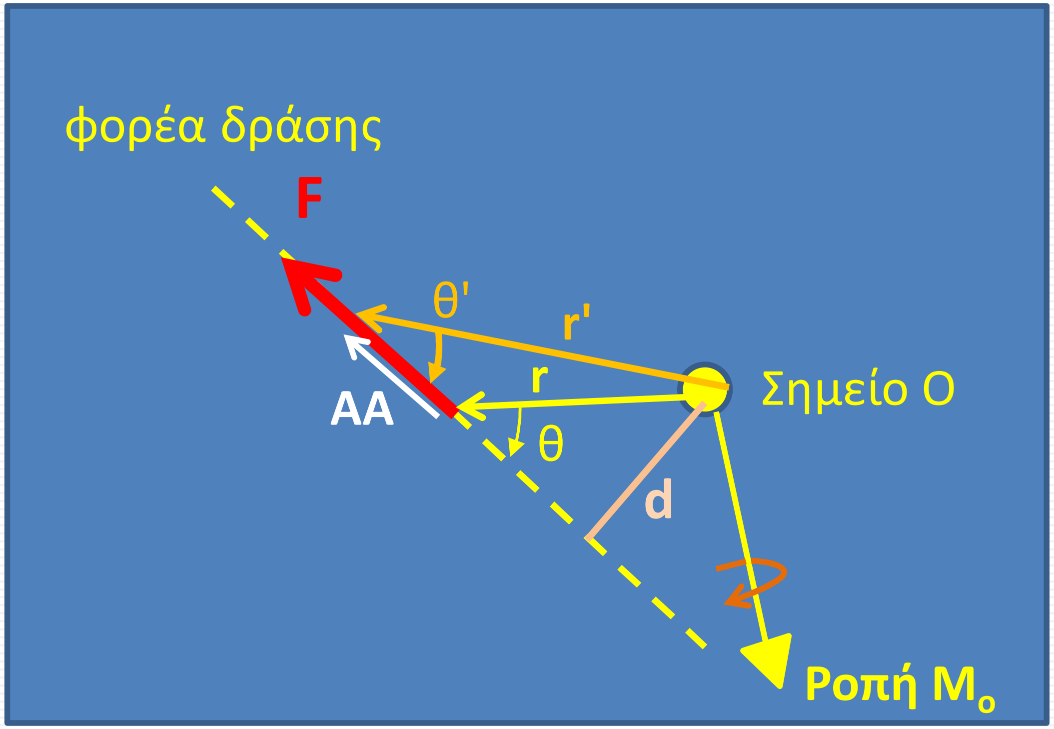
Όπου **r** το διάνυσμα θέσης από το σημείο Ο σε ΚΑΘΕ ΘΕΣΗ του φορέα δράσης της δύναμης F

Η δύναμη ως προς το σημείο Ο προκαλεί περιστροφή του σώματος.

Το μέτρο του M_o= r F sinθ = F (r sinθ)

= F d, <u>**d η κάθετη απόσταση του Ο από τον φορέα δύναμης (μοχλοβραχίονας)**</u>

Σύνθεση δυνάμεων στερεού σώματος



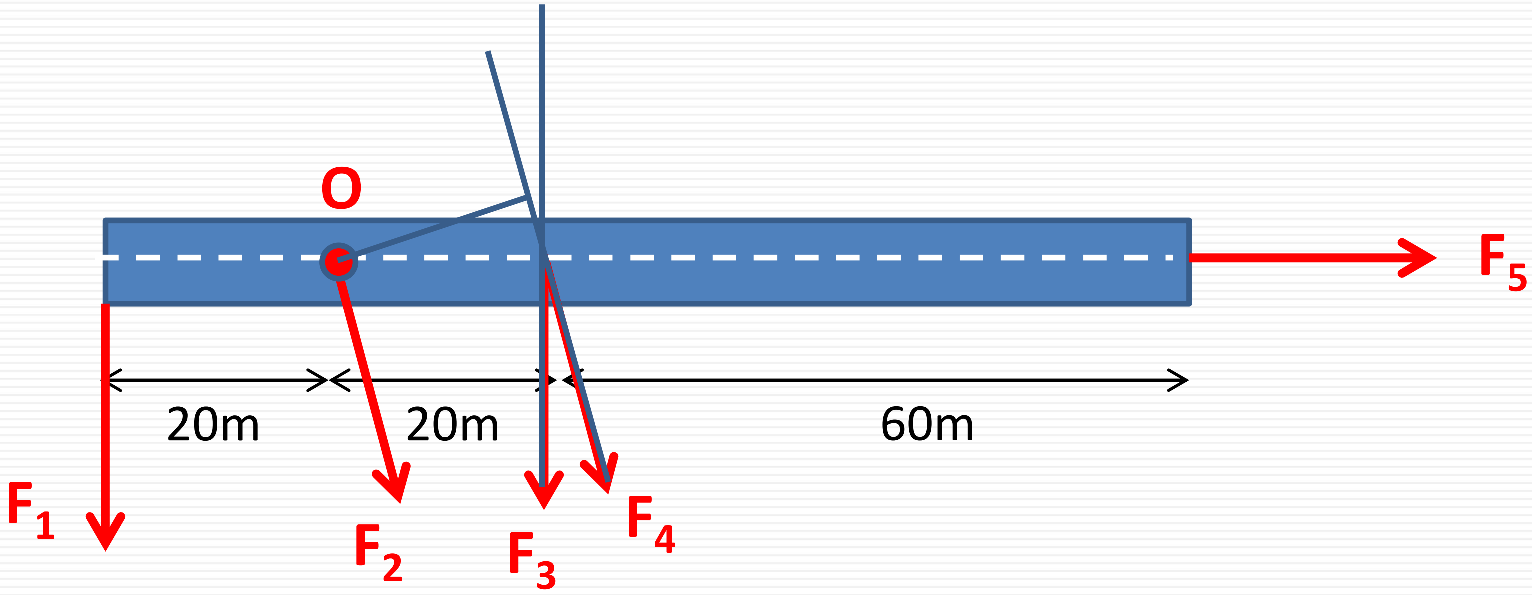
Για να συνθέσουμε δυνάμεις που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία ενός στερεού ως προς ένα δεδομένο σημείο του σώματος (έστω σημείο Ο) πρέπει να ορίσουμε το **διάνυσμα της Ροπής M_o** ως το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων **θέσης r** & **δύναμης F**:

$\mathbf{M_o=r\ x\ F}$

Όπου r το διάνυσμα θέσης από το σημείο Ο σε ΚΑΘΕ ΘΕΣΗ του φορέα δράσης της δύναμης F

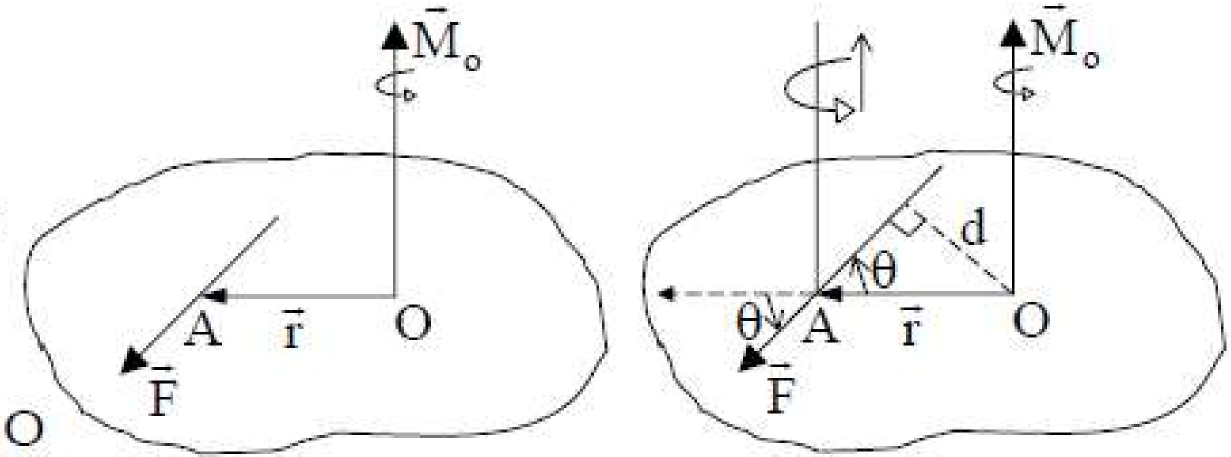
$\mathbf{M_o' = r' \ x\ F = (r+AA)\ x\ F = r\ x\ F + AA\ x\ F = r\ x\ F} \rightarrow \mathbf{M_o' = M_o}$

Τα συγγραμμικά διανύσματα ΑΑ & F έχουν εξωτερικό γινόμενο 0



Όλες οι δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο. Κατατάξτε τις δυνάμεις σύμφωνα με το μέτρο της ροπής που προκαλούν ως προς το σημείο Ο

Διάνυσμα Ροπής Δύναμης M



- Η ροπή είναι διανυσματικό μέγεθος και δίνεται από τη σχέση:

$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$

όπου $\vec{r} \equiv$ διάνυσμα θέσης από το σημείο O σε κάθε σημείο της γραμμής δράσης της $\vec{F}$.

- Η δύναμη $\vec{F}$ προκαλεί περιστροφή της ράβδου ως προς το σημείο O (μέτρο M_o).

- Το μέτρο της ροπής υπολογίζεται από το τύπο: $M_o = rF\sin\theta = F(r\sin\theta) = Fd$

όπου d = βραχίονας ροπής (κάθετη απόσταση από το σημείο O στη γραμμή δράσης της F).

- Η κατεύθυνση του $\vec{M}_o$ καθορίζεται από τον κανόνα του μοχλού όπως εφαρμόζεται και στο εξωτερικό γινόμενο $\vec{r} \times \vec{F}$.

- $\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F} = \left(r_y F_z - r_z F_y\right)\vec{i} - \left(r_x F_z - r_z F_x\right)\vec{j} + \left(r_x F_y - r_y F_x\right)\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

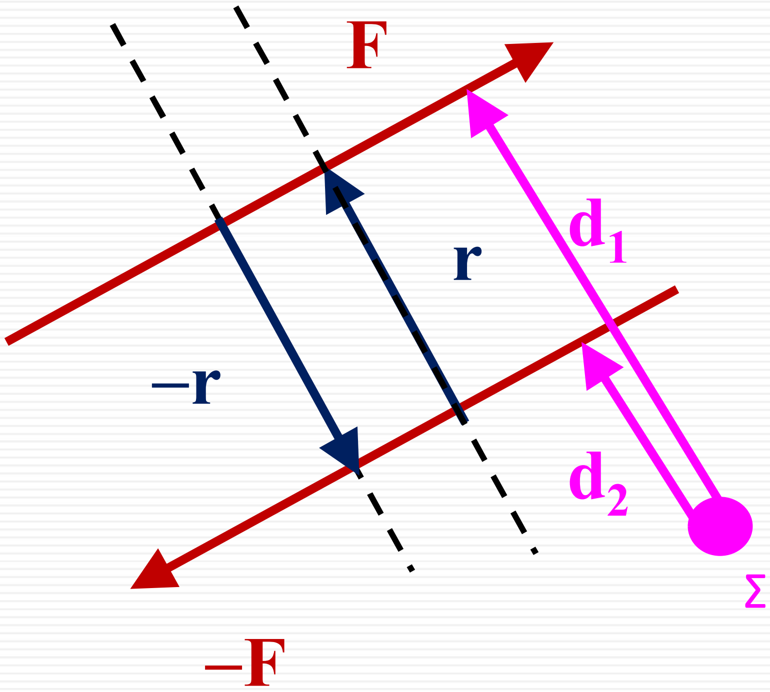
Περιστροφή επιπέδου yz γύρω από τον x: M_x

Περιστροφή επιπέδου xz γύρω από τον y: M_y

Περιστροφή επιπέδου xy γύρω από τον z: M_z

Ζεύγος δυνάμεων ≡ Ροπή

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \equiv (-\mathbf{r}) \times (-\mathbf{F})$$

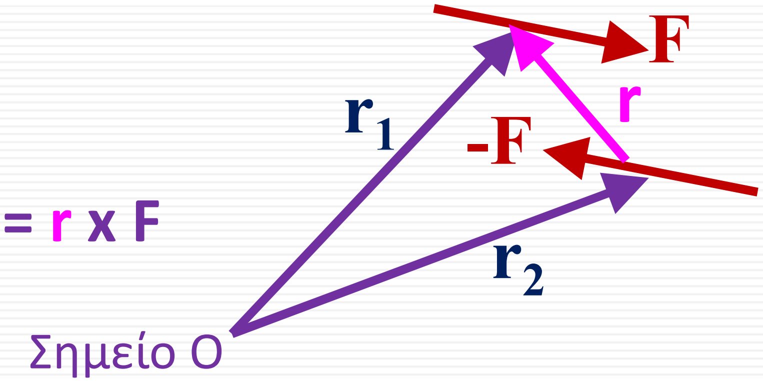


Η ροπή του ζεύγους δυνάμεων παραμένει σταθερή ως προς οποιοδήποτε σημείο του χώρου.

$M_O = d_2 \times (-F) + d_1 \times F = (d_1 - d_2) \times F = r \times F$

ή

$M_O = M_1 + M_2 = r_1 \times F - r_2 \times F = (r_1 - r_2) \times F = r \times F$

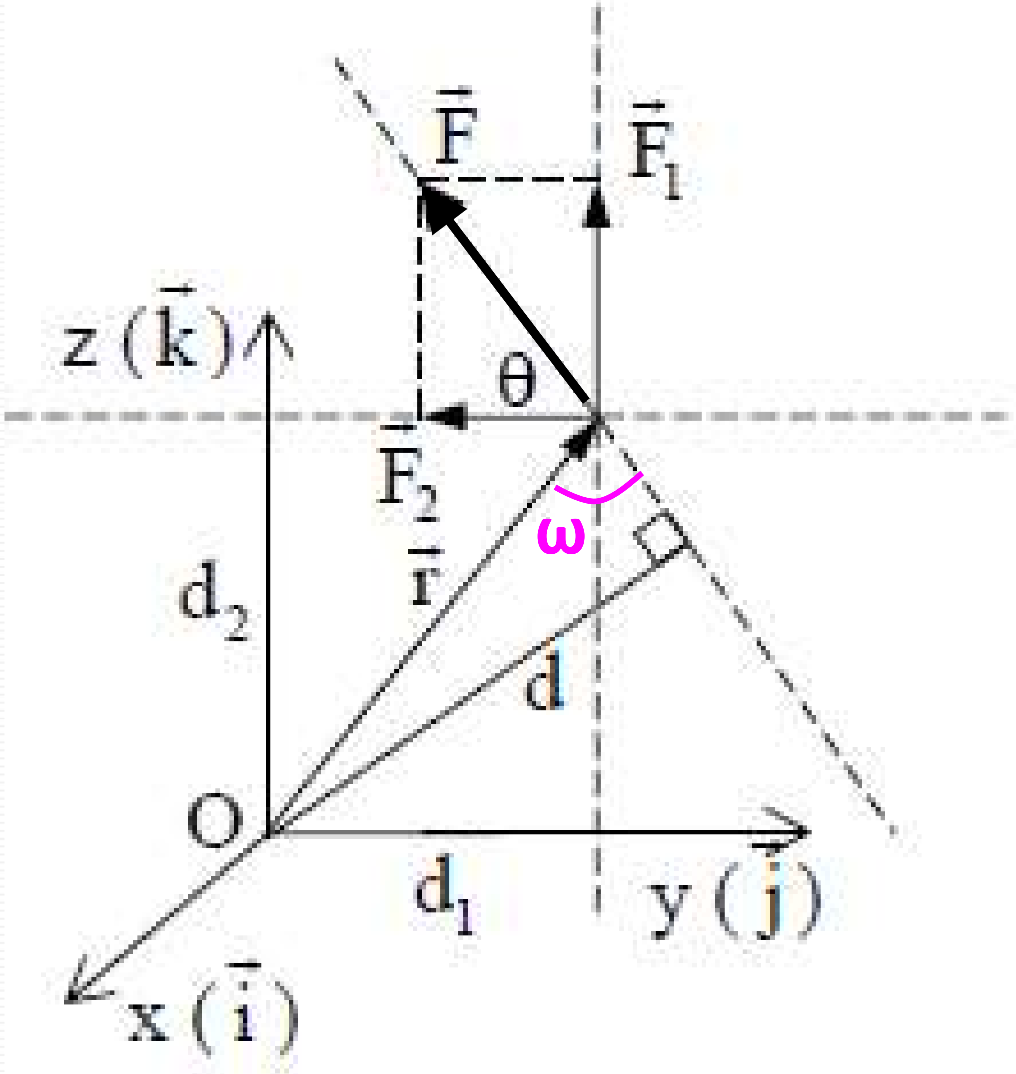


Η ροπή δύναμης $\vec{\boldsymbol{F}}$ ως προς σημείο **O** είναι ίση με το άθροισμα των ροπών των συνιστωσών της $\overrightarrow{\mathbf{F_1}}$ και $\overrightarrow{\boldsymbol{F_2}}$ ως προς το O

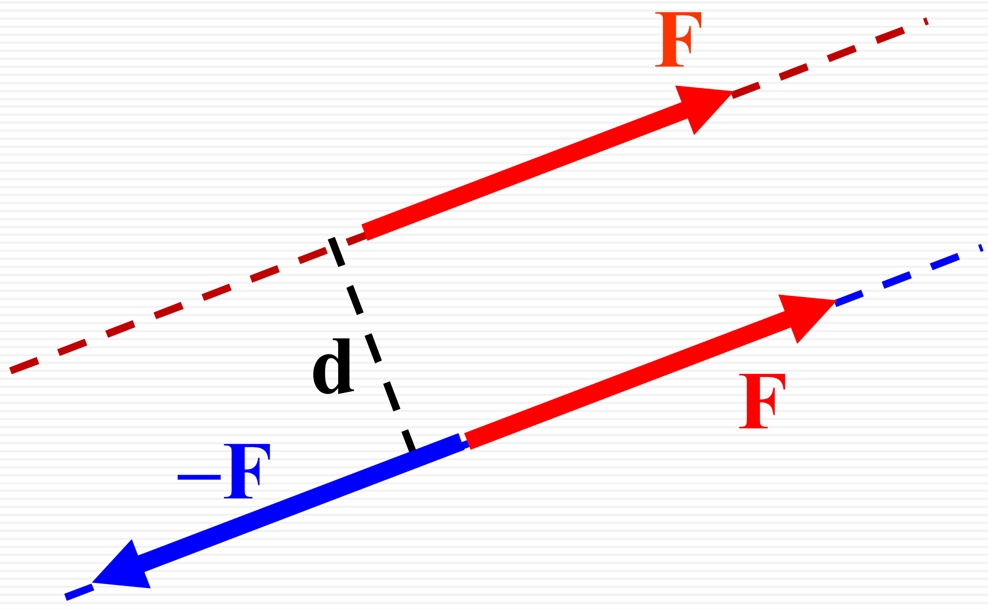
$$\vec{M}_o = \vec{r}\times\vec{F}_1 + \vec{r}\times\vec{F}_2 = \vec{r}\times(\vec{F}_1+\vec{F}_2) = \vec{r}\times\vec{F}$$

Το μέτρο της ροπής υπολογίζεται ως:

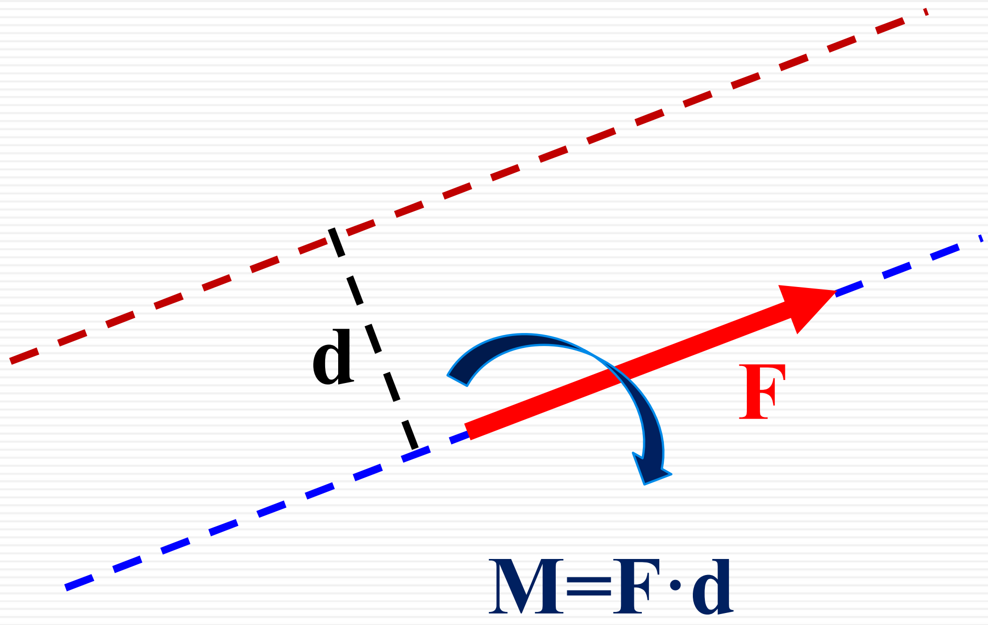
$$|\mathbf{M_o}| = F\,(r\sin\omega) = Fd$$
$$= F_1d_1 + F_2d_2$$

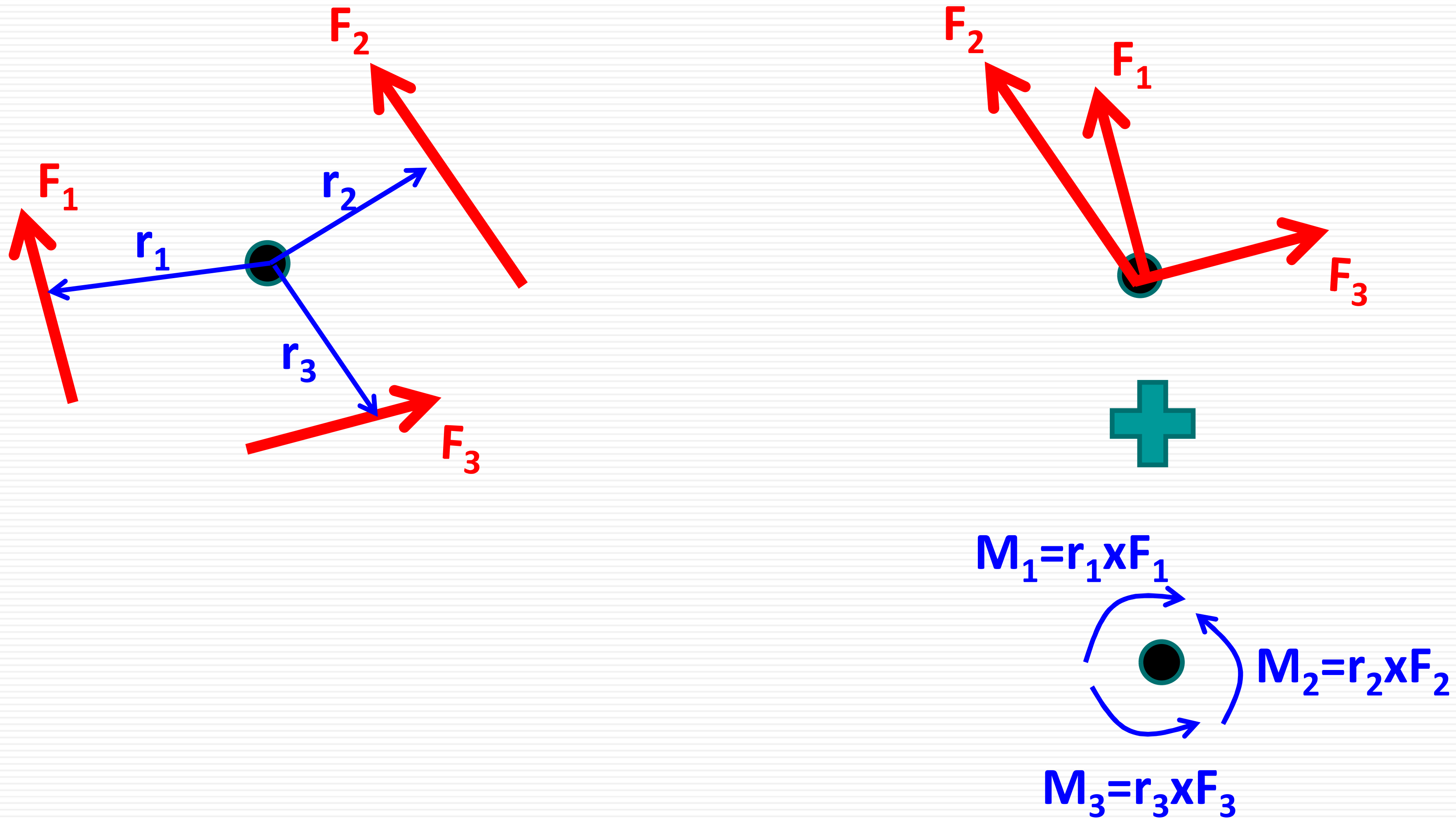


Αλλαγή άξονα δύναμης



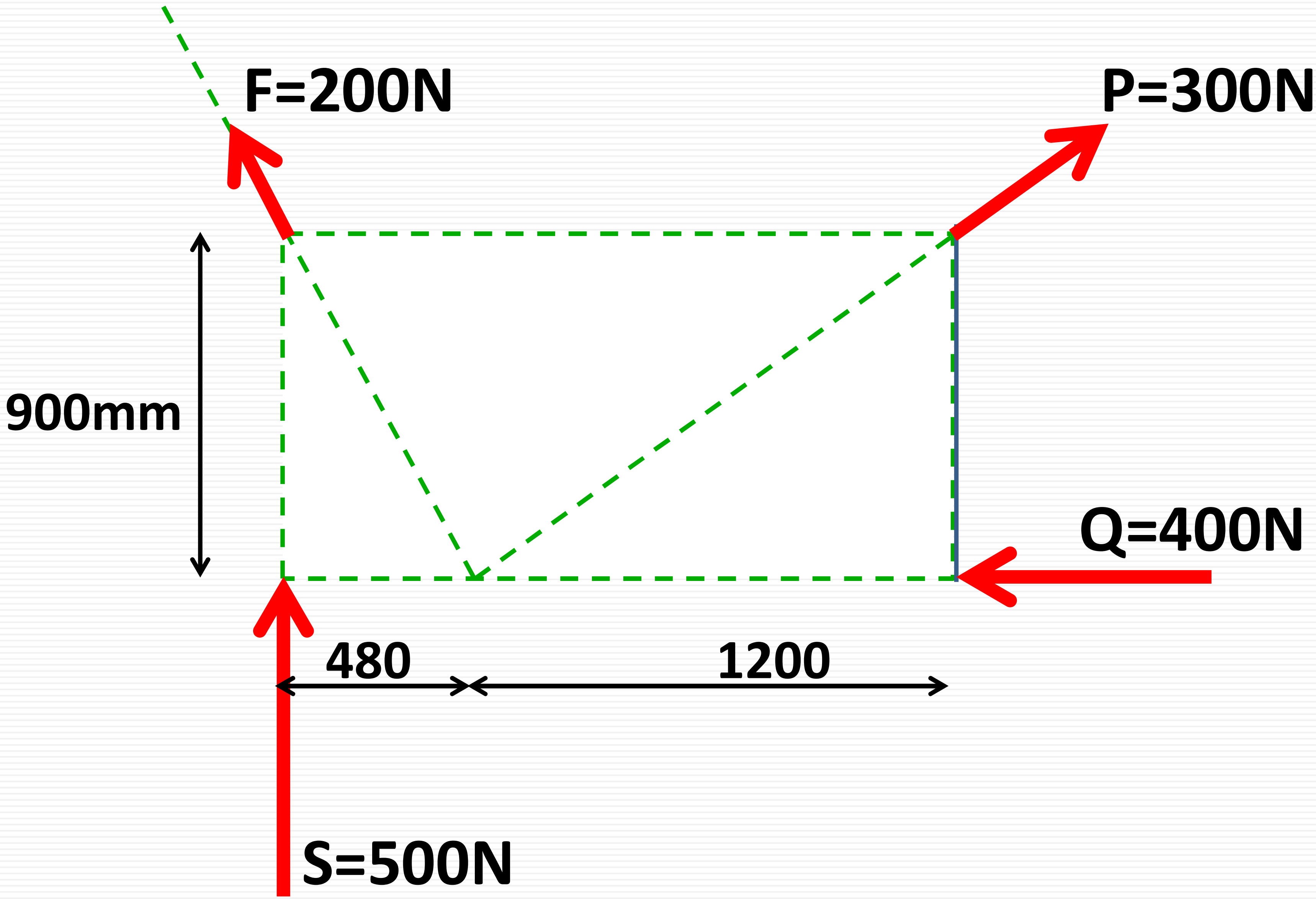
Αλλαγή άξονα δύναμης

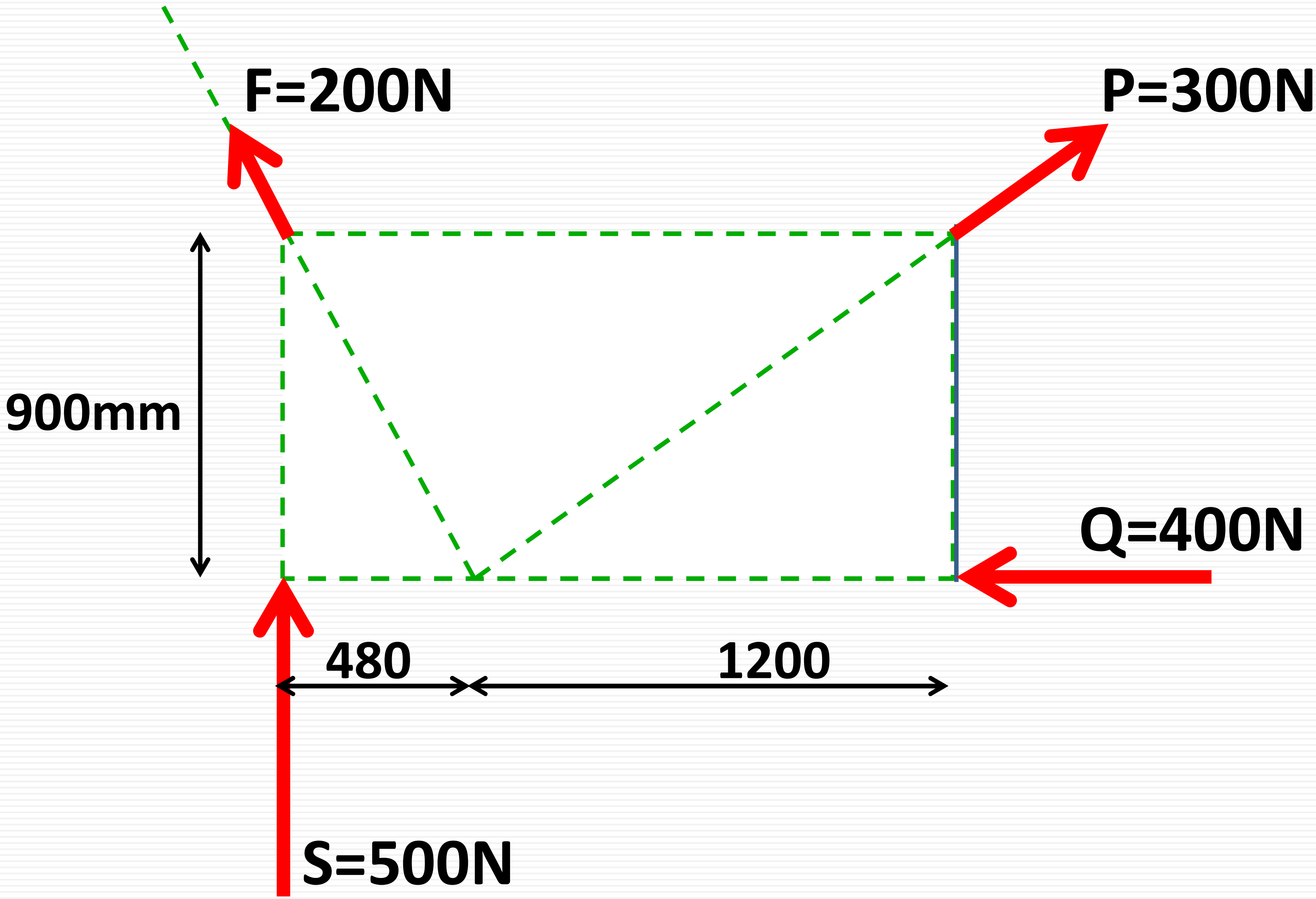


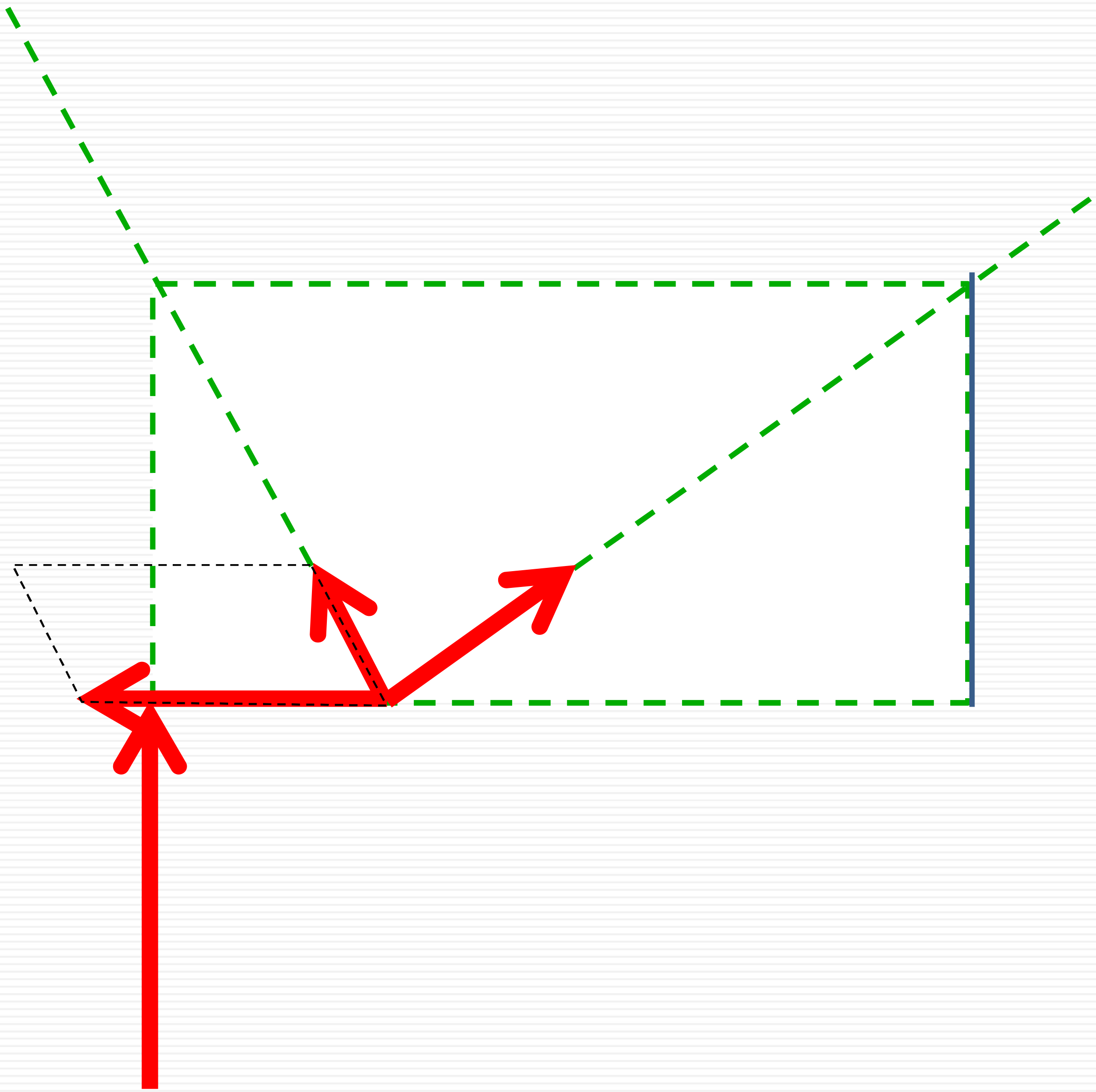


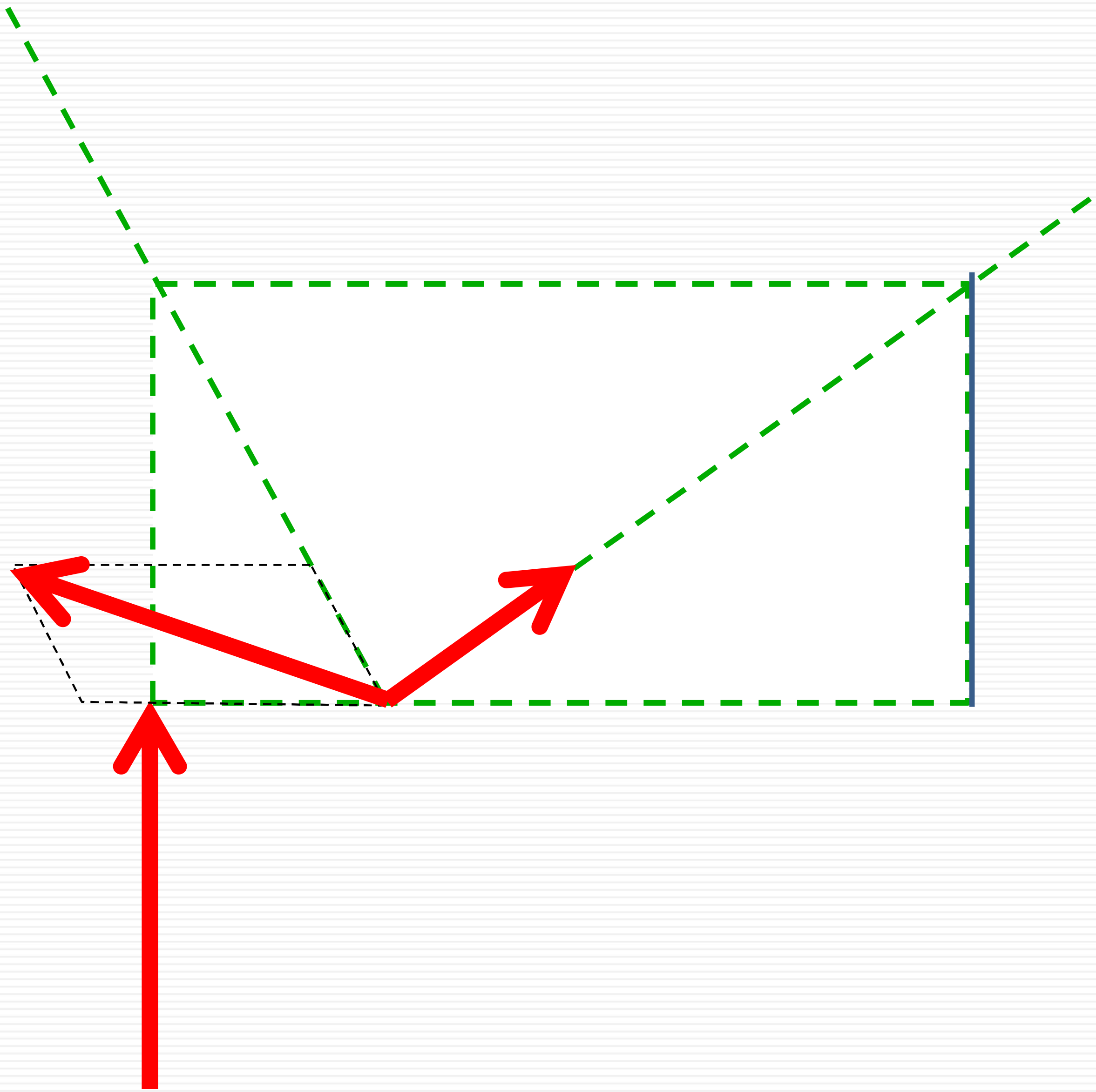
F_1
F_2
F_3
r_1
r_2
r_3
F_2
F_1
F_3
$M_1=r_1xF_1$
$M_2=r_2xF_2$
$M_3=r_3xF_3$

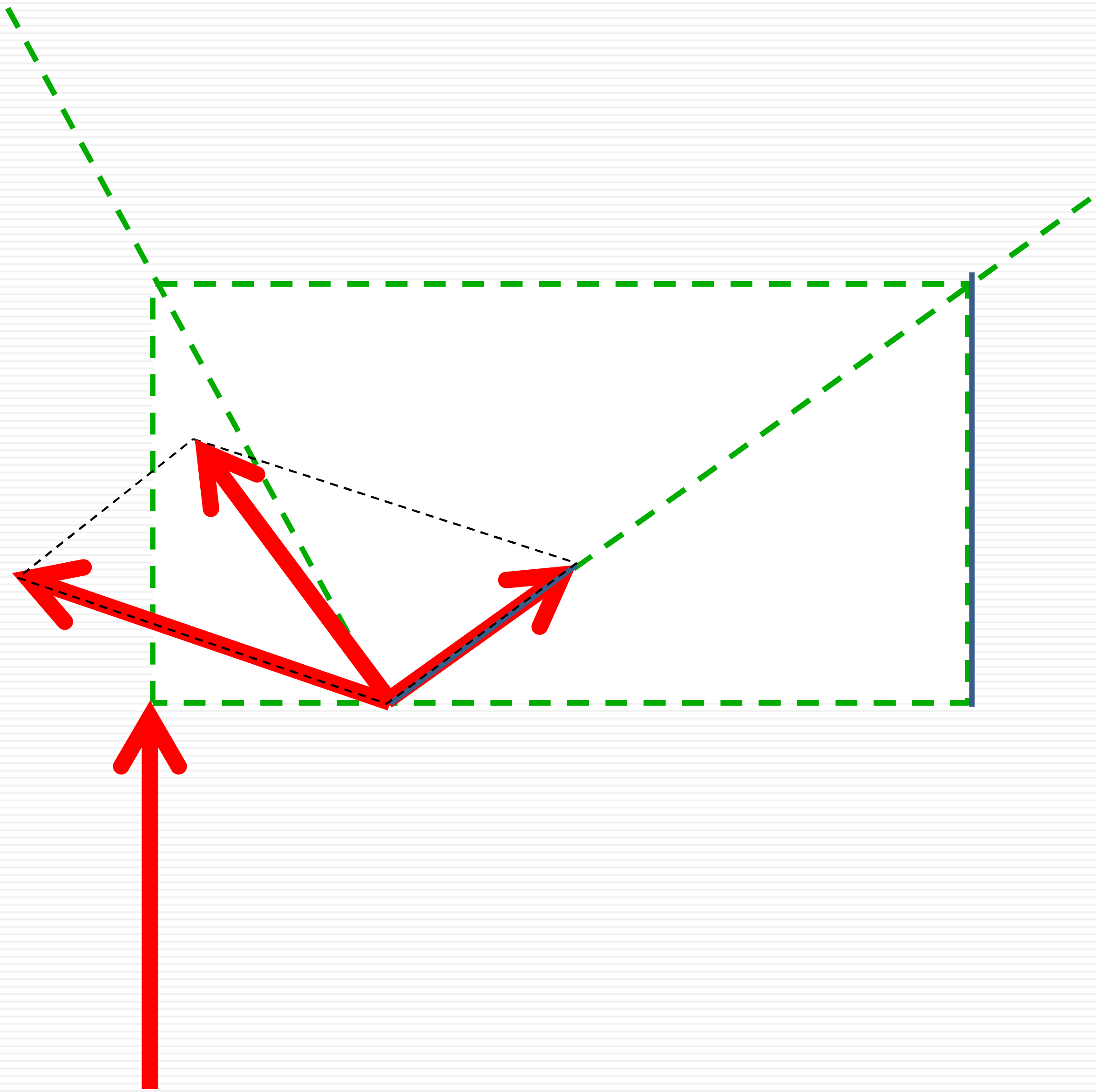
Να υπολογισθεί η συνισταμένη δύναμη ΣF: μέτρο, φορέας δράσης (γωνία ως προς την οριζόντια)

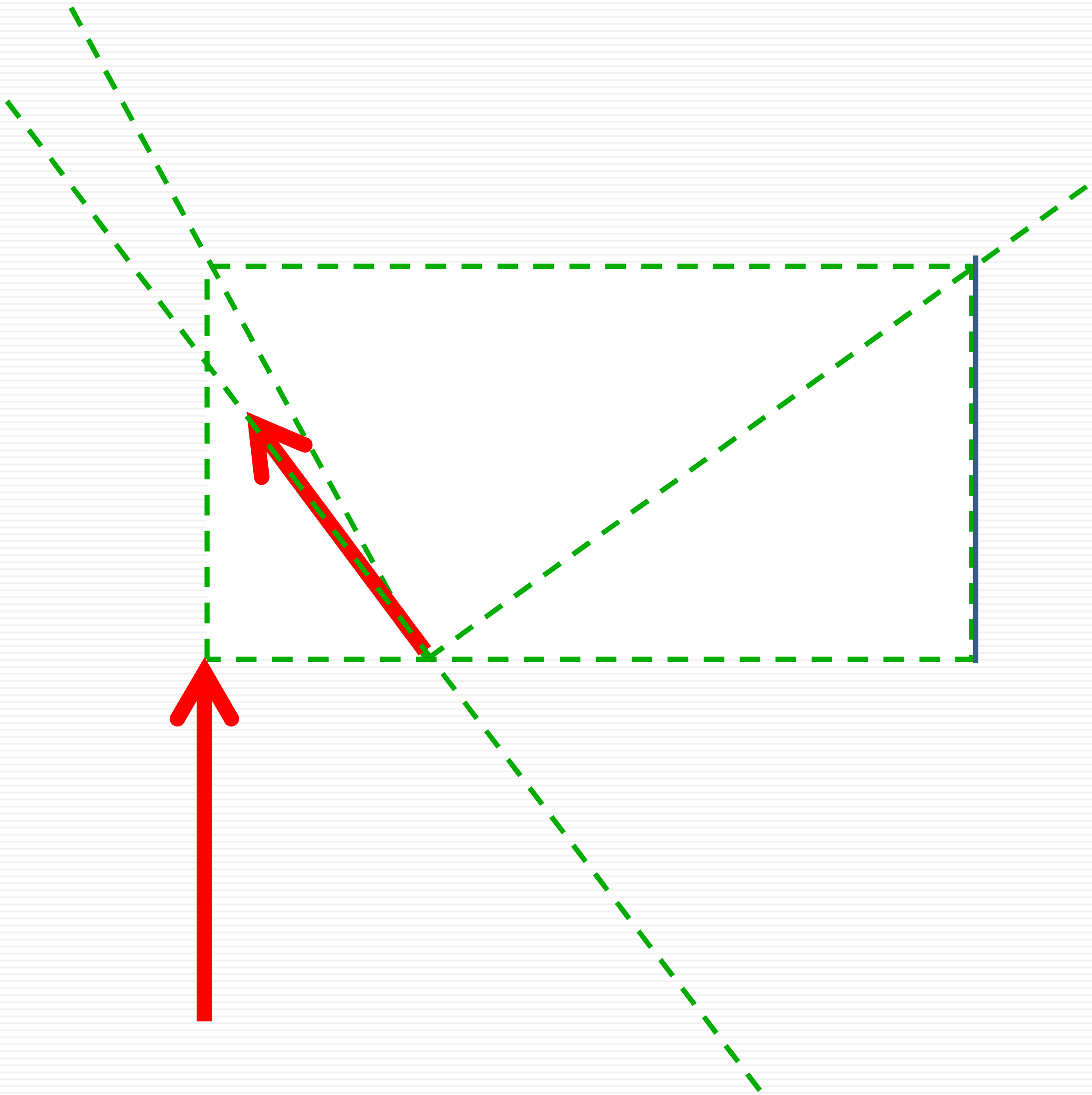


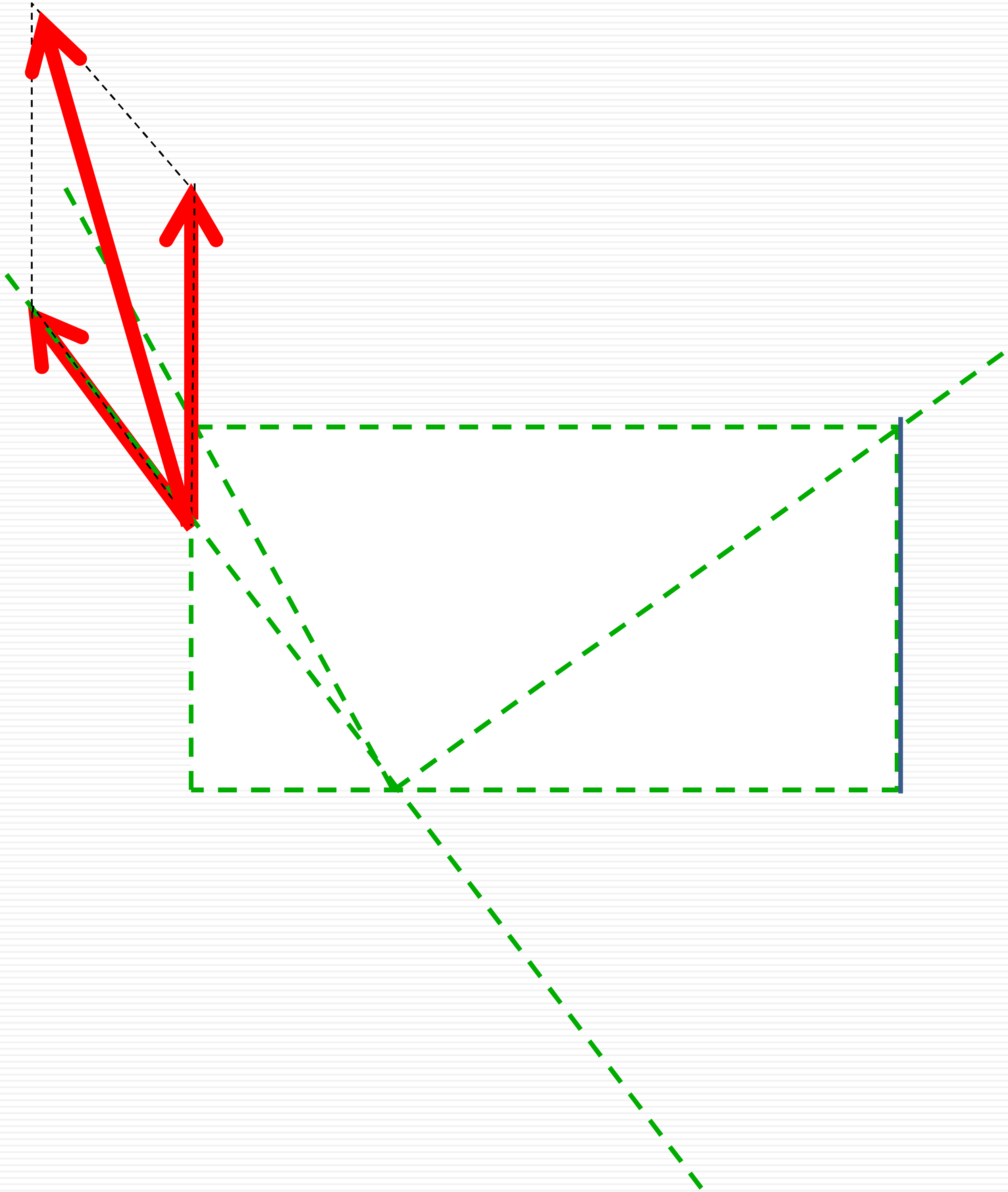

F=200N
P=300N
900mm
Q=400N
480
1200
S=500N

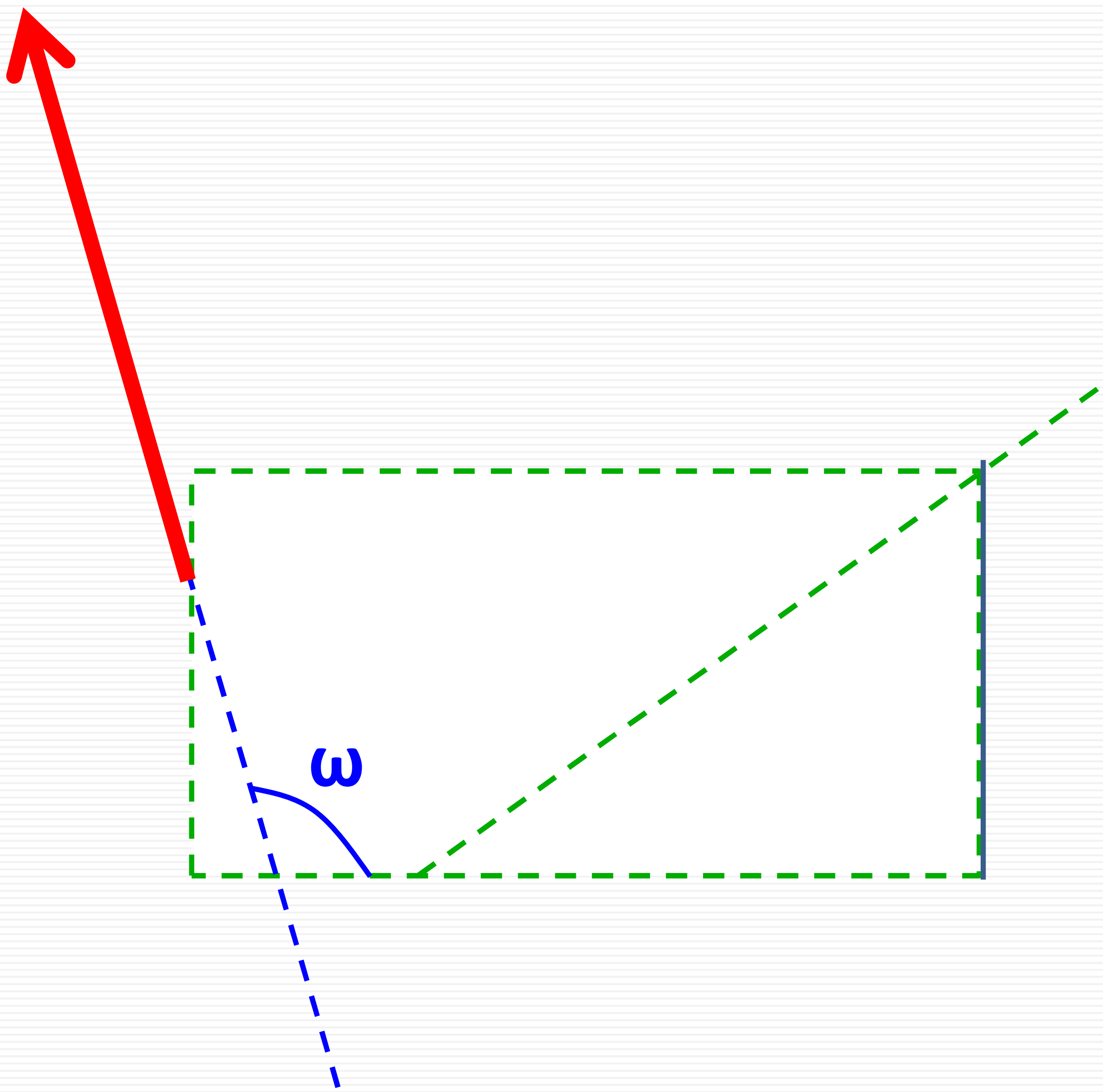






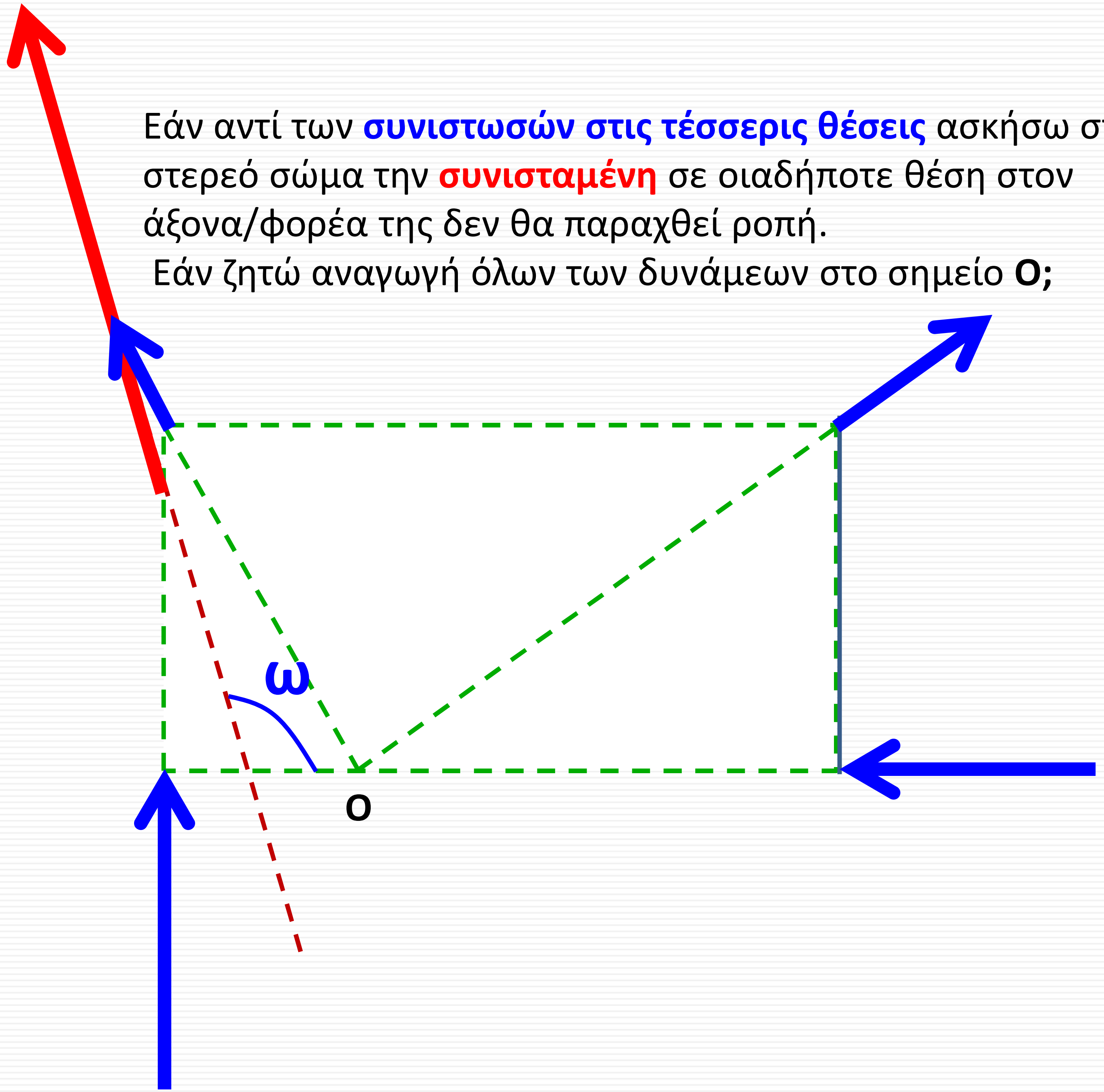





ω

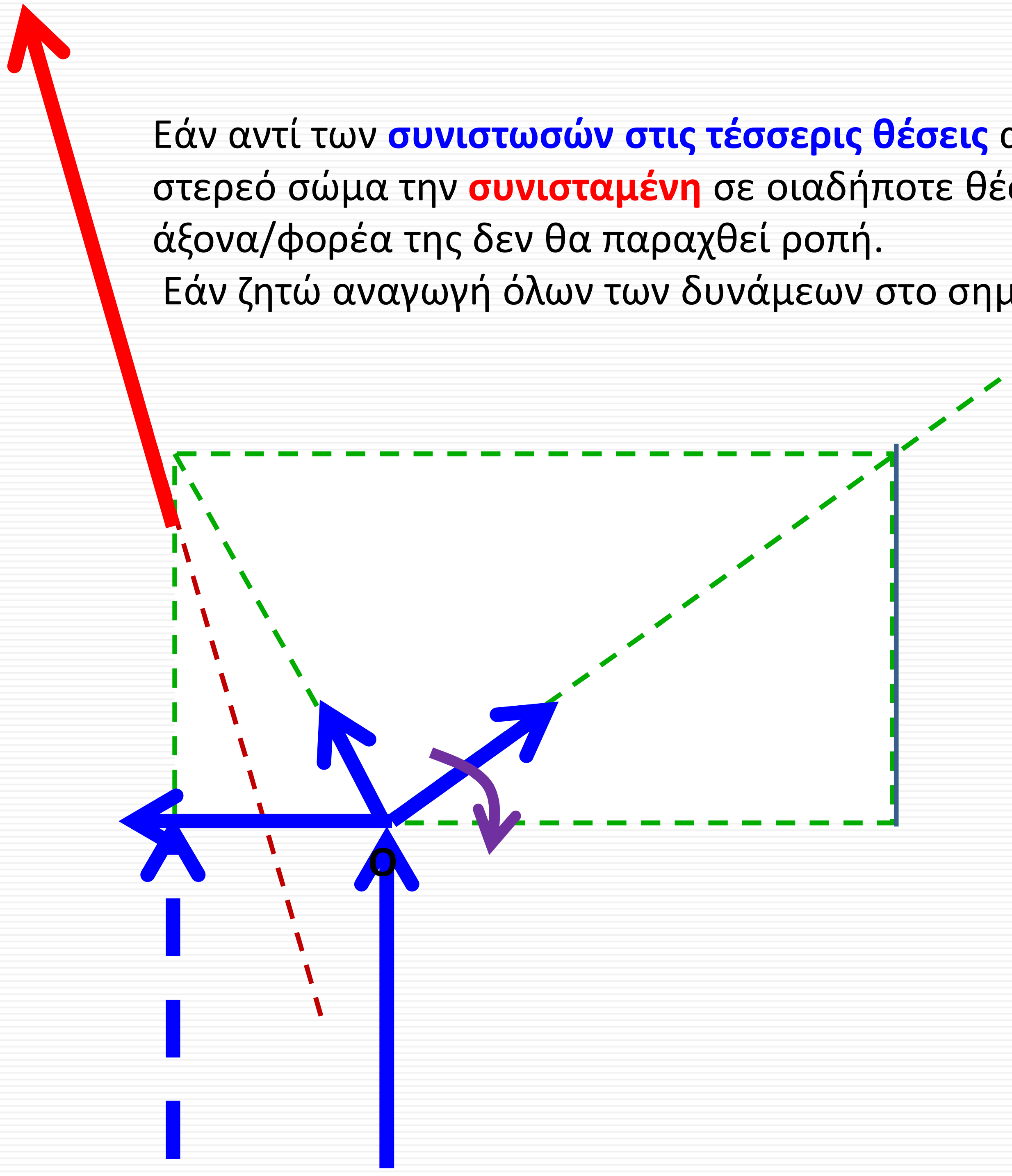
Εάν αντί των **συνιστωσών στις τέσσερις θέσεις** ασκήσω στο στερεό σώμα την **συνισταμένη** σε οιαδήποτε θέση στον άξονα/φορέα της δεν θα παραχθεί ροπή.

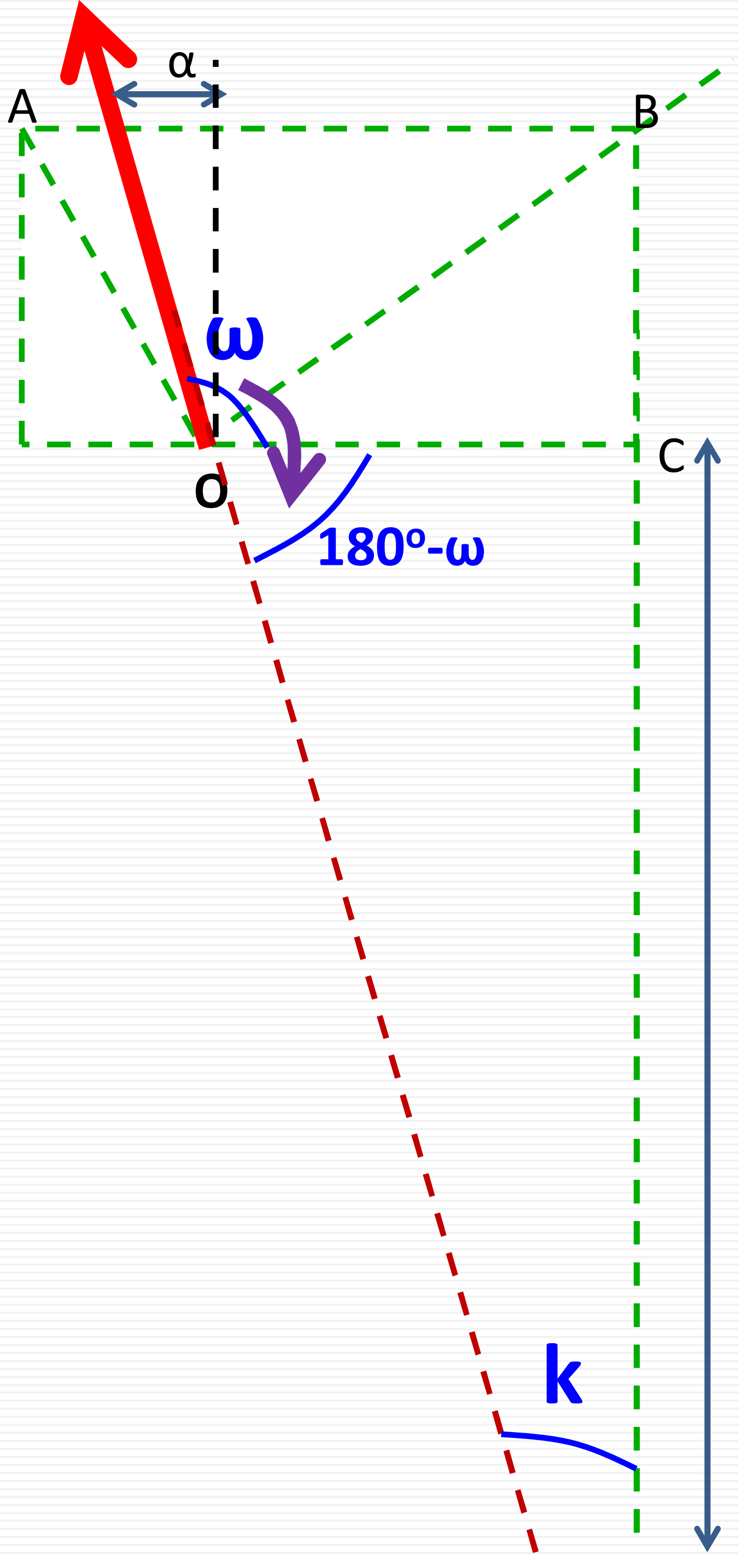
Εάν ζητώ αναγωγή όλων των δυνάμεων στο σημείο **O;**



Εάν αντί των **συνιστωσών στις τέσσερις θέσεις** ασκήσω στο στερεό σώμα την **συνισταμένη** σε οιαδήποτε θέση στον άξονα/φορέα της δεν θα παραχθεί ροπή.

Εάν ζητώ αναγωγή όλων των δυνάμεων στο σημείο **Ο;**





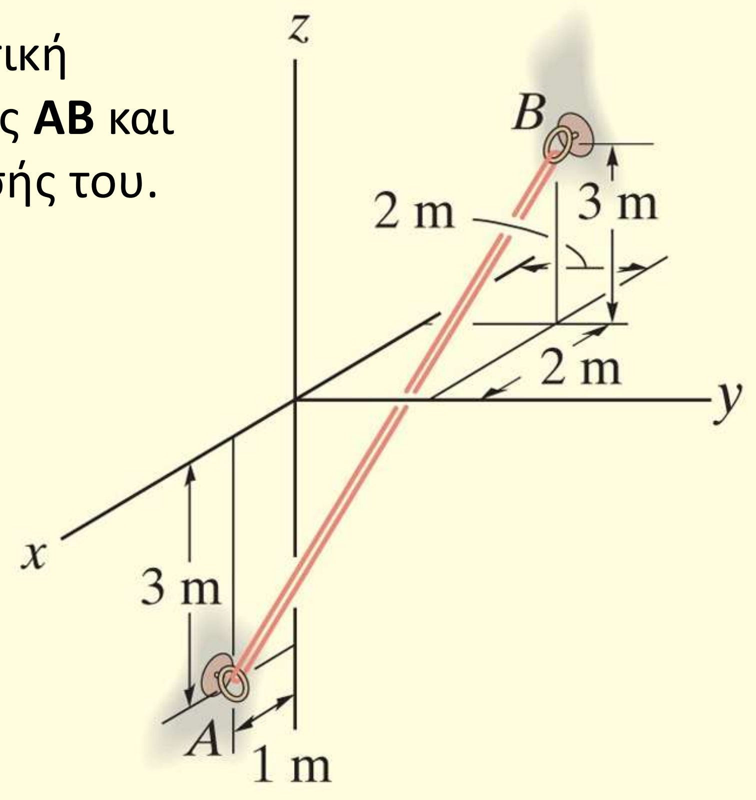
Που τέμνει η ΣF τις πλευρές AB και BC;

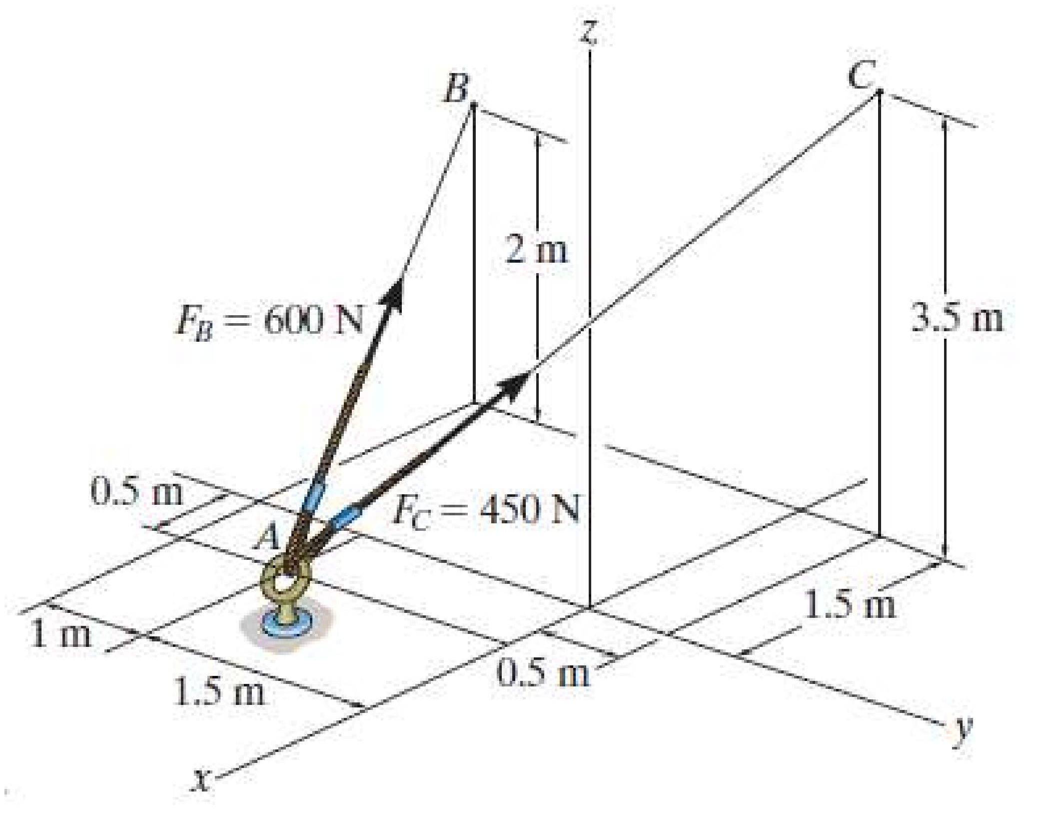
$k=\omega-90^o$

Εξάσκηση στο σπίτι:

1. Να βρεθεί η διανυσματική έκφραση του διανύσματος **AB** και τα συνημίτονα κατεύθυνσής του.

A: (1, 0, -3)
B: (-2, 2, 3)





2. Να βρεθούν οι διανυσματικές εκφράσεις των δυνάμεων του σχήματος.
Ακολούθως να υπολογισθεί το μέτρο στης συνισταμένης, τα συνημίτονα κατεύθυνσης και οι αντίστοιχες γωνίες