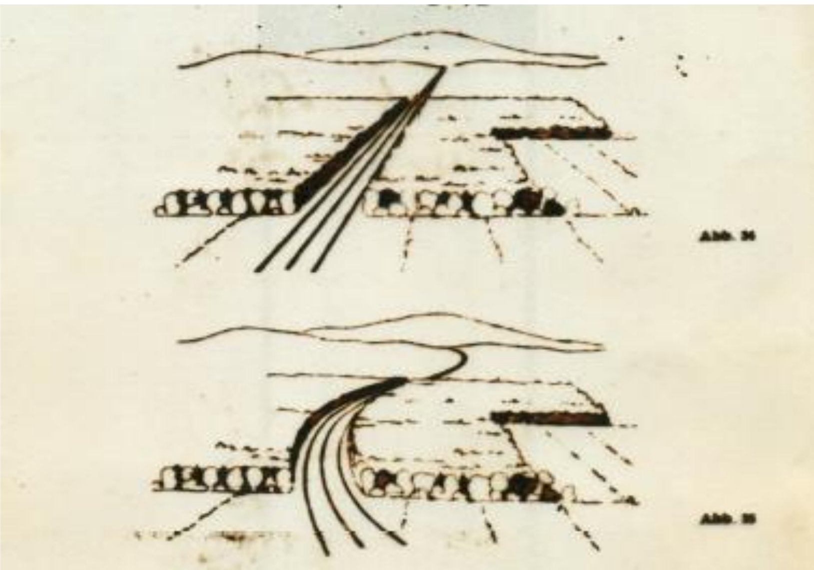
Στοιχεία μελέτης σε οριζοντιογραφία

Η ευθυγραμμία

Η ευθυγραμμία είναι ένα επιδιωκόμενο στοιχείο χάραξης οδού, διότι συνεπάγεται συντομότερες διαδρομές, ανεμπόδιστη ορατότητα και ευκαιρίες προσπέρασης. Στις δίιχνες οδούς θα πρέπει στο 20-25% του μήκους τους (κατά το δυνατόν ισοκατανεμημένο) να δίνονται ευκαιρίες προσπέρασης. Ευθύγραμμες χαράξεις είναι πιθανό να προκύψουν σε πεδινά εδάφη. Τυπικό μήκος προσπέρασης είναι τα 450μ, πολύ μεγαλύτερο από το τυπικό μήκος ασφαλούς στάσης που είναι τα 100μ. Τα μεγέθη εξαρτώνται από τις ταχύτητες.
Από την άλλη μεριά, πολύ μεγάλες ευθυγραμμίες πρέπει να αποφεύγονται, διότι:

- δυσχεραίνουν την εκτίμηση των αποστάσεων και των ταχυτήτων των οχημάτων που κινούνται από την αντίθετη κατεύθυνση βασικό στοιχείο εκτίμησης ασφαλούς προσπέρασης.
- τη νύκτα, αυξάνουν τον κίνδυνο θάμβωσης από τους προβολείς των αντιθέτως κινούμενων οχημάτων.
- μπορούν να δημιουργήσουν κόπωση και υπνηλία στον οδηγό.

Στις υπεραστικές οδούς, το μέγιστο μήκος ευθυγραμμίας με σταθερή κατά μήκος κλίση δεν πρέπει να υπερβαίνει το μήκος που αντιστοιχεί στο 20-πλάσιο της ταχύτητας μελέτης ($20 \times V_e$). Έτσι, για παράδειγμα η μέγιστη ευθυγραμμία για μια πεδινή χάραξη με Ve=90km/h προκύπτει 20X90=1800 μέτρα. Ιδανική θα μπορούσε να χαρακτηρισθεί μια πολύ ανοιχτή S-χάραξη, όπου θα διατίθετο σε κάθε σημείο της και η απαραίτητη ορατότητα προσπέρασης, όπου η γωνιακή μεταβολή θέσης των αντιθέτων ερχόμενων οχημάτων θα διευκόλυνε την εκτίμηση της απόστασής τους και της ταχύτητάς τους, όπου οι προβολείς από τα αντιθέτως ερχόμενα οχήματα δεν θα μας θάμπωναν και όπου η εναλλαγή του ορίζοντα και του τοπίου θα αποτελεί παράγοντα ενδιαφέροντος και αντιμετώπισης κόπωσης και υπνηλίας.



Σε αυτοκινητόδρομους δεν ισχύει ο παραπάνω περιορισμός, διότι δεν τίθενται ζητήματα ασφάλειας στις προσπεράσεις και το κεντρικό στηθαίο ασφαλείας προστατεύει εν μέρει από το θάμπωμα των προβολέων των αντιθέτως ερχόμενων οχημάτων.

Γενικα: Πεδινό έδαφος: highway, δάνεια, απαλλοτριώσεις, ευθυτένια όχι-ενδιαφέρον.

Ορεινό έδαφος: ορύγματα, σταθερότητα, αποθέσεις; περιβαλλοντικά, κόστος-Ve-απομάκρυνση από ανάγλυφο (χωματουργικά και κυρίως τεχνικά). Η ισοσκέλιση χωματουργικών είναι ένας στόχος.

Η καμπύλη

Όσο περισσότερο λοφώδες και ορεινό γίνεται το εδαφικό ανάγλυφο στο οποίο καλούμαστε να χαράξουμε δρόμο, τόσο περισσότερες καμπύλες θα χρησιμοποιήσουμε. Βασικός λόγος είναι η προσαρμογή στο εδαφικό ανάγλυφο και οι οριζοντιογραφικές καμπύλες (μαζί με τις μηκοτομικές κλίσεις) αποτελούν τα διαθέσιμα εργαλεία.

Η καμπύλη, ως πράξη οδήγησης, απαιτεί στροφή του τιμονιού. Η καμπύλη, ως φυσική, ασκεί φυγόκεντρη δύναμη ίση με mV^2/R σε όχημα και επιβαίνοντες.

Μια καμπύλη οριζοντιογραφίας μπορεί να είναι είτε απλά ένα κυκλικό τόξο, είτε συνδυασμός κυκλικών τόξων, είτε κυκλικό τόξο με κλωθοδειδείς. Μια καμπύλη οριζοντιογραφίας είναι συνήθως συμμετρική (ως προς τη διχοτόμο της γωνίας), αλλά η συμμετρία δεν είναι απαραίτητη ιδιότητα. Μπορεί για λόγους αποφυγής απαλλοτρίωσης ή και μείωσης του κόστους να έχουμε ασύμμετρες καμπύλες.

Η χάραξη με μολύβι και ελεύθερο χέρι ως προς τις ισοϋψείς είναι το 1^o βήμα, η μαθηματικοποίηση αυτής της ελεύθερης γραμμής με ευθυγραμμίες και καμπύλες, το δεύτερο.

Το κυκλικό τόξο

Η απλούστερη καμπύλη είναι το τόξο κύκλου (ΩΩ΄).

Μήκος ΩΩ΄ = φR σε rad.

Η σύνδεση κυκλικού τόξου απευθείας στην ευθυγραμμία, σημαίνει ακριβώς σε εκείνο το σημείο τη στιγμιαία στροφή του τιμονιού ανάλογη της καμπυλότητας του κύκλου (1/R) και την απότομη ανάπτυξη φυγοκέντρου. Αμφότερα δεν συνάδουν με ασφαλή και άνετη οδήγηση. Θα μπορούσαν να είναι ανεκτά, μόνο όταν έχουμε μια μεγάλη ακτίνα προσαρμοζόμενη σε πολύ αμβλεία γωνία. Πράγματι, για γωνίες αλλαγής κατεύθυνσης μικρότερες των 10 grad, εφόσον προσαρμόσουμε μεγάλες ακτίνες (≥500μ), το μέγεθος αυτής της στιγμιαίας μετάβασης είναι ανεπαίσθητο, συνεπώς είναι ανεκτό. Από την άλλη πλευρά, οποιαδήποτε καμπύλη παρεμβολής μεταξύ ευθυγραμμίας και κυκλικού τόξου θα ήταν δυσδιάκριτη και σχεδιαστική υπερβολή.

R≥500m

Γενικά, πρέπει να επιδιώκεται η επιλογή κυκλικών τόξων, που θα προσαρμόζονται αρμονικά με τη μορφολογία του εδάφους και θα εξασφαλίζουν μια εξισορροπημένη σχέση αναμεταξύ τους. Όσο ανώτερη είναι η κατηγορία μιας υπεραστικής οδού (μεγαλύτερη ταχύτητα μελέτης Ve), τόσο πιο αρμονική πρέπει να είναι η αλληλουχία των διαδοχικών ακτίνων. Αλληλουχία σημαίνει να έχουν παραπλήσια μεγέθη. Βασικός στόχος ασφαλούς χάραξης οδού είναι να μην συναντά ο οδηγός μια αναπάντεχα απότομη στροφή. Η απλούστερη μορφή αλληλουχίας διαδοχικών καμπυλών εκφράζεται με το να έχουν σχέση ακτίνων το έως 1:1,5. Μπορεί να γίνει ανεκτή και μεγαλύτερη σχέση διαδοχικών ακτίνων: 1:2.

Στην περίπτωση οδού, όταν δεν μπορούν να ισχύσουν οι αλληλουχίες ακτίνων, τότε πρέπει να λαμβάνονται κατάλληλα μέτρα, που συνήθως είναι εμφατική σήμανση.

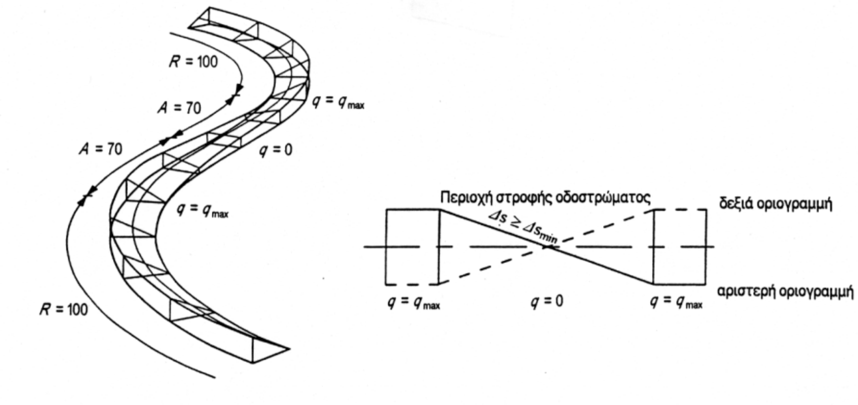
Το ελάχιστο μήκος του κυκλικού τόξου ισούται με το μήκος που διατρέχει ένα όχημα, σε 2 sec, όταν κινείται με την ταχύτητα μελέτης. Στην οδοποιία, γενικά, εφαρμόζουμε τον κανόνα ότι μια στοιχειώδης ενέργεια θα πρέπει να διαρκεί τουλάχιστον 2 sec.
Η ελάχιστη τιμή της ακτίνας της καμπύλης R_{min} προκύπτει (εξισορρόπηση φυγοκέντρου από την εγκάρσια οριζόντια δύναμη τριβής) από τη σχέση:
$R_{min}=Ve^2/[127(f_R+q)]$
όπου:
Ve η ταχύτητα μελέτης σε km/h
f_R ο συντελεστής εγκάρσιας (ακτινικής) τριβής και
q η επίκλιση
Ο συντελεστής 127 προκύπτει από την έκφραση της ταχύτητας σε km/h επί την επιτάχυνση της βαρύτητας g. Δηλαδή, 1km/h = 3,6 m/sec. $(3,6)^2$X9,81=127.
Το θέμα της τριβής είναι αρκετά σύνθετο.
Η τριβή (f) που κυρίως μας αφορά όσο οδηγούμε είναι η τριβή φρεναρίσματος (κατά την κατεύθυνση κίνησης), η f_T. Η εγκάρσια στην κίνηση τριβή, f_R, που εισάγεται στον τύπο (και αναπτύσσεται πάντα σε κάθε στροφή) είναι λίγο μικρότερη της διαμήκους και αυτό οφείλεται στην περιστροφή των τροχών και στο διαφορετικό πέλμα των ελαστικών, όταν αυτό θεωρηθεί κατά την κίνηση είτε εγκάρσια στην κίνηση. Λαμβάνεται f_R=0,925f_T. Ο δείκτης T προκύπτει από το Tangent και ο δείκτης R από το Radial.
Επιπρόσθετα, η επιφανειακή τριβή ως δύναμη υπακούει στους νόμους σύνθεσης δυνάμεων: η ακτινική και η εφαπτομενική τριβή συντίθενται διανυσματικά κατά το Πυθαγόρειο θεώρημα.

Σε κάθε στροφή δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι όλη η τιμή 0,925f_T είναι διαθέσιμη για την f_R, διότι ήδη κάποιο ποσοστό της αναλώνεται από την κίνηση, αλλά κυρίως, αν χρειαστεί να φρενάρει ο οδηγός, όσο κινείται στη στροφή θα χρησιμοποιήσει

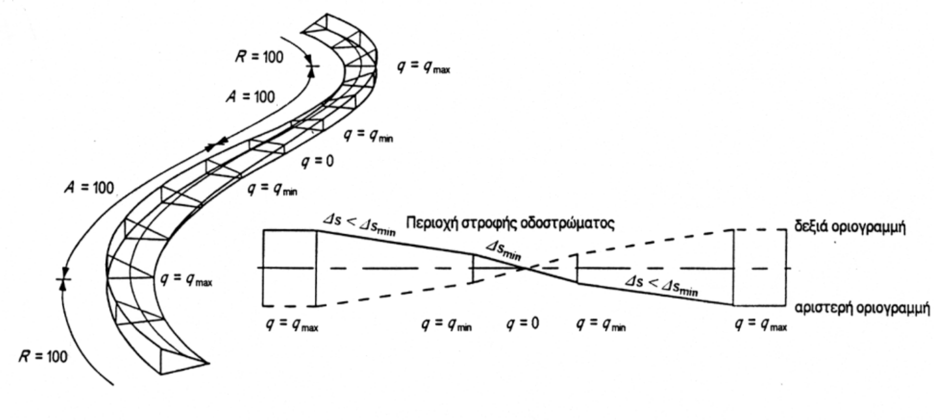
μεγάλο ποσοστό της διαθέσιμης στροφής. Δεν είναι, συνεπώς, ασφαλές να υπολογίσουμε τις ελάχιστες στροφές θεωρώντας ότι όλη η $0,925f_R$ είναι διαθέσιμη. Ένας συντηρητικός σχεδιασμός απαιτεί να θεωρήσουμε διαθέσιμο το 40-45% της διαθέσιμης τιμής. Συνεπώς έχουμε διαθέσιμη το 0,4Χ0,925 για ορεινά εδάφη ή το 0,45Χ0,925 στα πεδινά εδάφη.
Το επόμενο βήμα είναι να διερευνήσουμε την τιμή για το f_T.
Στην επιστήμη του μηχανικού, πάντα μεριμνούμε το έργο να είναι ασφαλές για συνδυασμό των συνήθων δυσμενών συνθηκών που μπορούν να συναντηθούν.
Η τριβή ελαστικού οδοστρώματος μπορεί να λάβει τιμές από κοντά στη μονάδα (για αδρό στεγνό οδόστρωμα και καινούργια ελαστικά) μέχρι ένα μικρότερο κλάσμα για υγρό οδόστρωμα και συνήθεις καταστάσεις υφής οδοστρώματος και ελαστικού. Όταν το οδόστρωμα είναι βρεγμένο, για να αποκατασταθεί η επαφή ελαστικού-οδοστρώματος θα πρέπει να εκτοπισθεί από την πίεση από το βάρος του οχήματος το φιλμ νερού. Συνεπώς, όσο γρηγορότερα κινείται το όχημα, τόσο μικρότερος χρόνος διατίθεται για αυτόν τον εκτοπισμό, άρα τόσο μειώνεται ο συντελεστής τριβής. Δηλαδή στα βρεγμένα οδοστρώματα η τιμή της τριβής είναι συνάρτηση της ταχύτητας. Και τα βρεγμένα οδοστρώματα επιβάλλεται να αποτελούν την κατάσταση για την οποία σχεδιάζουμε.
Ο τύπος που δίνει πόσο μειώνεται η τριβή με την αύξηση της ταχύτητας είναι ο:
$f_T=0,59-4,85V/1000+1,51V^2/100000$
Δηλαδή με μια αφετηρία σχετικά υψηλής τριβής (0,59) αφαιρούμε τη μειωτική επιρροή της ταχύτητας. Οι συντελεστές του τύπου έχουν ενσωματώσει το ότι οι ταχύτητες δίνονται σε km/h.
<u>Άσκηση</u>
Ζητείται να προσδιοριστεί η ελάχιστη ακτίνα καμπύλης οριζοντιογραφίας για Ve=70km/h και τιμή επίκλισης (εγκάρσιας κλίσης) στη στροφή 8% σε ορεινά εδάφη.
Λύση
Θα βρούμε πρώτα την τιμή του συντελεστή τριβής για την Ve με δεδομένο ότι η πλέον επικίνδυνη κατάσταση κινδύνου πλαγιολίσθησης λόγω φυγοκέντρου σε στροφή προκύπτει σε υγρό οδόστρωμα.
Για υγρό οδόστρωμα: $f_T=0,59-4,85X70/1000+1,51X70^2/100000=0,3245$.
Δηλαδή, το 32,45% της κατακόρυφης δύναμης μεταφράζεται σε οριζόντια δύναμη στη διεπιφάνεια κατά την κατεύθυνση κίνησης.
Λόγω ορεινών εδαφών έχουμε η=40%, άρα $f_R=0,4X0,925X0,3245=0,12$, ήτοι μόνο το 12% είναι διαθέσιμο για ασφαλή εξισορρόπηση της φυγοκέντρου. Αλλά εδώ έρχεται να προστεθεί και το 8% της επίκλισης, οπότε:
$R_{min}=Ve^2/[127(f_R+q)] = 70^2/[127(0,12+0,08)]=193m$.
Αν τώρα από κατασκευαστικό λάθος δεν είχε δοθεί η σωστή επίκλιση, αλλά είχε διατηρηθεί η αμφικλινής διατομή με κλίση 2,5% σε κάθε κατεύθυνση, εξαιτίας της αρνητικής επίκλισης στη δυσμενή λωρίδα κυκλοφορίας θα έπρεπε, για να έχουμε τους ίδιους συντελεστές ασφαλείας να έχουμε εφαρμόσει ελάχιστη ακτίνα ίση με:
$70^2/[127(0,12-0,025)]=426m$.

Αν εφαρμόσουμε τον τύπο για V=40km/h προκύπτει τριβή ίση με 0,42, ενώ για V=80km/h προκύπτει τιμή 0,3.
Συνυπολογίζοντας και τους μειωτικούς συντελεστές 0,925 και η προκύπτουν τιμές πολύ μικρότερες, της τάξης του 0,15 που εφαρμόζονται στον τύπο της φυγοκέντρου και συνδέουν τις ταχύτητες μελέτης Ve μιας χάραξης με τις ελάχιστε τιμές των καμπύλων οριζοντιογραφίας.

Η επίκλιση οδού q, δίνεται και αυτή ως δεκαδικός, (δηλαδή για μια επίκλιση 7%, η q στον τύπο θα έχει τιμή 0,07). Προσοχή, στην περίπτωση που στη στροφή δεν έχουμε μονοκλινή διατομή, αλλά παραμένει η αμφικλινής, η επίκλιση, δηλαδή, έχει κατεύθυνση προς το εξωτερικό της καμπύλης στη μία κατεύθυνση, τότε θα εισέλθει στον τύπο με αρνητικό πρόσημο (πχ -0,025), διότι συνεισφέρει αντί να ισοσκελίζει τη φυγόκεντρο.



α. Μικρό μήκος προσαρμογής ($\Delta s \geq \Delta s_{min}$)



β. Μεγάλο μήκος προσαρμογής ($\Delta s < \Delta s_{min}$)
Σιγμοειδείς (συνωθούμενες) καμπύλες

Οι ΟΜΟΕ-Χ δίνουν τις ελάχιστες τιμές για τις καμπύλες οριζοντιογραφίας, μαζί με όλα τα οριακά μεγέθη και κάθε στοιχείο χάραξης. Ο παρακάτω πίνακας αποτελεί το Ευαγγέλιο των στοιχείων χάραξης σε κάθε μελέτη οδοποιίας.

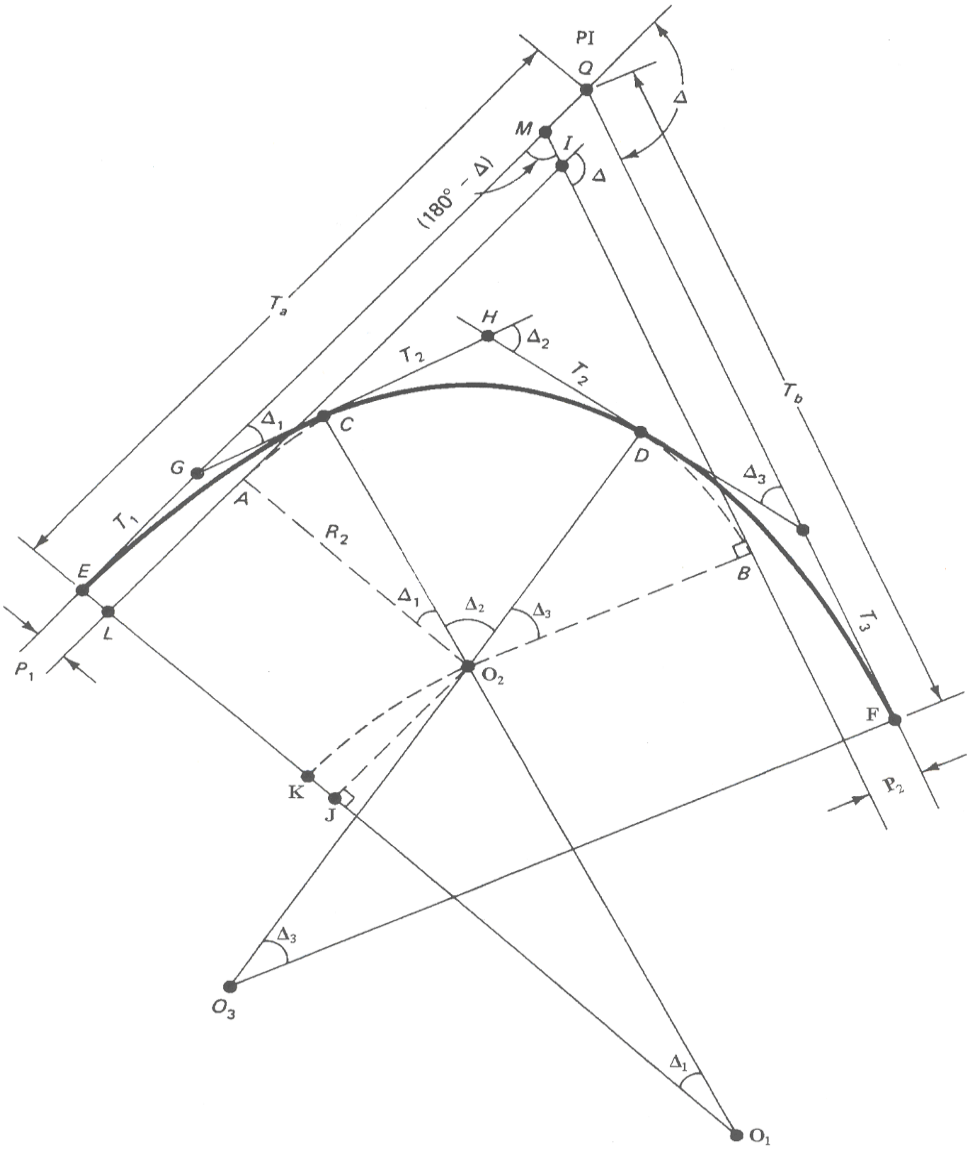
Οι ελάχιστες ακτίνες είναι υποχρεωτικές, σύμφωνα με την επιλεγείσα Ve, αλλά ο στόχος πάντα είναι να απομακρυνθούμε όσο γίνεται από τις ελάχιστες τιμές. Αν μάλιστα σε μια χάραξη μια-δυό μόνο ακτίνες της προκύπτουν στην ελάχιστη κατά Ve τιμή της, θα πρέπει να σκεφτούμε να αυξήσουμε την Ve κατά 10km/h.

Πίνακας 11-1: Οριακές τιμές των στοιχείων μελέτης οδών (οι τιμές που θα εφαρμοσθούν πρέπει να ικανοποιούν όλες τις προαναφερόμενες απαιτήσεις)

	Στοιχεία μελέτης		Βλέπε §	Ομάδες οδών	Καθοριστική ταχύτητα	Οριακές τιμές μεγεθών των στοιχείων μελέτης σύμφωνα με την καθοριστική ταχύτητα [km/h] για V_e ή V_{KS} (βλέπε στήλη 4)								
						50	60	70	80	90	100	110	120	130
	1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Οριζοντιογραφία	Μέγιστο μήκος ευθυγραμμίας με σταθερή κλίση s	max L [m]	7.1.2	Α	V_e	1.000	1.200	1.400	1.600	1.800	2.000	2.200	2.400	2.600
	Ελάχιστο μήκος ευθυγραμμίας μεταξύ ομορρόπων καμπυλών	min L [m]	7.1.2	Α	V_e	300	360	420	480	540	600	660	720	780
	Ελάχιστη ακτίνα καμπύλης σε εδάφη: πεδινά	min R [m]	7.2.2	Α	V_e	80	125	180	250	330	420	530	650	790
	λοφώδη και ορεινά					95	140	200	280	370	480	600	740	890
	κάθε είδους			Β	V_e	70	110	160	220	300	-	-	-	-
	Ελάχιστη παράμετρος κλωθοειδούς	min A [m]	7.3.2	Α, Β	V_e	30	40	60	80	110	140	180	220	260
	Ελάχιστη ακτίνα καμπύλης για την εφαρμογή αρνητικής επίκλισης -2,0%	min R [m]	9.3	Α, Β	V_{KS}	-	-	(700)	(1.000)	(1.500)	2.000	2.700	3.500	4.500
	-2,5%					-	-	(800)	(1.200)	(1.700)	2.300	3.200	4.200	5.400
Μηκοτομή	Μέγιστη κατά μήκος κλίση σε εδάφη: πεδινά	max s [%]	8.1.2.1	Α	V_e	7,0	6,0	5,0	4,0	4,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	λοφώδη					8,0	7,0	6,0	5,0	5,0	4,0	4,0	4,0	4,0
	ορεινά					10,0	9,0	8,0	7,0	7,0	6,0	5,0	-	-
	κάθε είδους			Β	V_e	8,0	7,0	6,0	5,0	-	-	-	-	-
	Ελάχιστη κατά μήκος κλίση στην περιοχή στροφής του οδοστρώματος	min s [%]	8.1.2.2	Α, Β	-	$S_{min} \geq 0{,}7\%$ [$s - \Delta s \geq 0{,}0 \ldots 0{,}2$ %]								
	Ελάχιστη ακτίνα κυρτής καμπύλης* (1)	min H_K [m]	8.2.2	Α, Β	V_e	800	2.000	3.000	4.500	6.200	8.500	-		
	(2)					-	3.000	4.500	6.200	8.500	11.000	15.000		
	Ελάχιστη ακτίνα κοίλης καμπύλης*	min H_w [m]	8.2.2	Α, Β	V_e	1.350	1.900	2.500	3.300	4.200	5.200	6.300	7.500	10.000
Διατομή	Ελάχιστη επίκλιση	min q [%]	9.1	Α, Β	V_{KS}	2,5								
	Μέγιστη επίκλιση σε καμπύλες	max q_K [%]	9.2.1	Α	V_{KS}	8,0 (9,0) σε πεδινά εδάφη								
						7,0 σε λοφώδη και ορεινά εδάφη								
				Β	V_{KS}	6,0								
	Μέγιστη πρόσθετη κλίση οριογραμμών $\alpha < 4{,}0$ m	max Δs [%]	9.4.2	Α, Β	V_e	0,50 α	0,40 α		0,25 α		0,20 α			
	$\alpha \geq 4{,}0$ m					2,0	1,6		1,0		0,9			
	Ελάχιστη πρόσθετη κλίση οριογραμμών	min Δs [%]	9.4.2	Α, Β	-	0,1 α α [m] = απόσταση της οριογραμμής από τον άξονα περιστροφής								
Ορατότητα	Ελάχιστο μήκος ορατότητας για στάση s = 0%	min S_h [m]	10.1.1	Α, Β	V_{KS}	50	65	90	110	140	170	205	245	290
	Ελάχιστο μήκος ορατότητας για προσπέραση	min S_u [m]	10.1.3	Α	V_{KS}	-	475	500	525	575	625	675	-	-
	Ελάχιστο μήκος ορατότητας για απόφαση	min S_d [m]	10.3	Α	V_{KS}	190	230	280	320	360	400	450	500	550

Κανιστροειδείς καμπύλες

Η αλληλουχία κυκλικών τόξων με διαφορετικές ακτίνες και κοινές εφαπτόμενες στα σημεία επαφής τους δημιουργεί τις κανιστροειδείς καμπύλες. Έχουμε 2 έως 3 διαδοχικά κυκλικά τόξα με σχέση ακτίνων 1:2 ή 1:2:3. Για παράδειγμα θα μπορούσε εφαπτομενικά με τις ευθυγραμμίες να έχουμε καμπύλη R=600m και κεντρικά στη γωνία τόξο με R=300m (συμμετρική καμπύλη). Οι κανιστροειδείς καμπύλες επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις τα διαδοχικά τόξα έχουν ελάχιστο μήκος εκείνο που αντιστοιχεί στο μήκος που διανύει ένα όχημα κινούμενο με την ταχύτητα μελέτης σε 2 sec. Όπως έχει αναφερθεί πάλι, τα 2sec αποτελούν τον ελάχιστο χρόνο μιας στοιχειώδους οδηγικής ενέργειας (εν προκειμένω τη διατήρηση σε σταθερή θέση τη στροφή του τιμονιού).



Χάραξη κανιστροειδούς καμπύλης (δύσκολη εργασία αρχίζουμε ανάποδα από την προσαρμογή στις ισοϋψείς, σημεία απότομης στροφής τιμονιού…)

Τόξο συναρμογής (κλωθοειδής)

Η εφαρμογή του τόξου συναρμογής στις υπεραστικές και κύριες προαστιακές οδούς είναι υποχρεωτική. Ως τόξο συναρμογής χρησιμοποιείται κατά 99,9% η κλωθοειδής καμπύλη. Η κλωθοειδής ορίζεται από τη σχέση:

$$A^2 = R.L$$

όπου

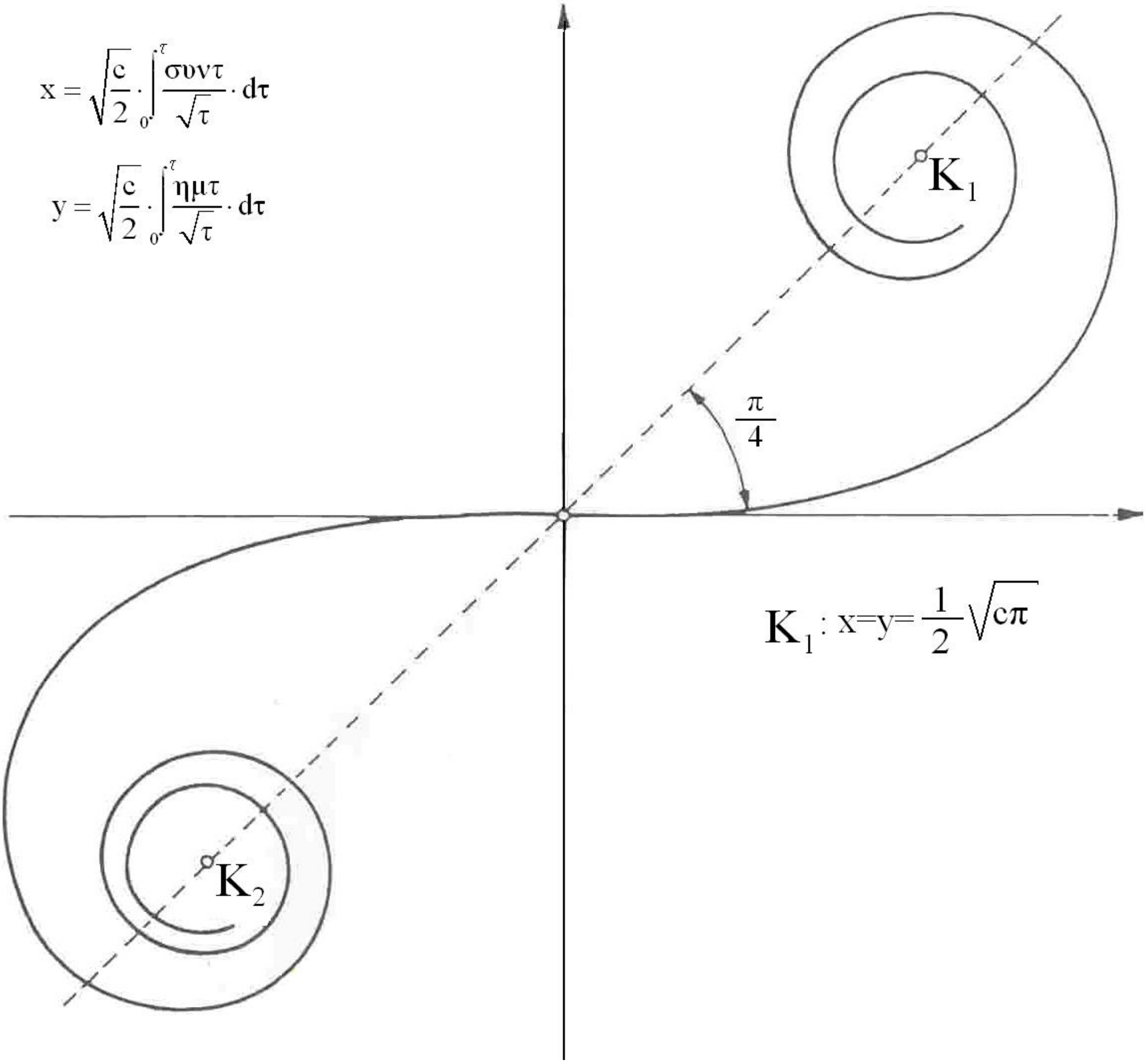
A = παράμετρος κλωθοειδούς, (m)

R = ακτίνα καμπυλότητας, (m)

L = μήκος κλωθοειδούς, (m)

Η ελάχιστη τιμή της παραμέτρου A είναι: $\min A = \frac{R}{3}$, ενώ η μέγιστη τιμή max A = R.

Ταυτόχρονα, ισχύει για την παράμετρο A της κλωθοειδούς ο πίνακας των ΟΜΟΕ-Χ .



Η κλωθοειδής δεν είναι άλλη καμπύλη από τη γνωστή μας σπιράλ. Έχει μια συνεχώς μεταβαλλόμενη καμπυλότητα ανάλογα με το μήκος της. Ο ρυθμός μεταβολής συναρτάται από την παράμετρο A: μεγάλες τιμές σημαίνουν αργό ρυθμό μεταβολής.

Η ακτίνα ενός τόξου R είναι έννοια αντίστροφή της καμπυλότητας c. Ένα τόξο μικρής ακτίνας έχει μεγάλη καμπυλότητα, είναι πολύ καμπύλο. Η ευθυγραμμία, που θα μπορούσε να νοηθεί ως κυκλικό τόξο με ∞ ακτίνα, έχει μηδενική καμπυλότητα. Η καμπυλότητα είναι ανάλογη του πόσο στρίβουμε το τιμόνι. Η κλωθοειδής έχει στόχο την ομαλή μετάβαση από τη μηδενική καμπυλότητα της ευθυγραμμίας (ίσιο τιμόνι) στην καμπυλότητα 1/R του κυκλικού τόξου (στριμένο τιμόνι). Ομαλή μετάβαση σημαίνει σταθερή (και χαμηλή) ταχύτητα στροφής του τιμονιού κατά μήκος της κλωθοειδούς. Αυτόν ακριβώς τον στόχο υπηρετεί η παρεμβολή της μεταξύ ευθυγραμμίας και κυκλικού τόξου.

Η κλωθοειδής συνδέεται με την R που υπηρετεί. Αφού στρίβουμε το τιμόνι κατά μήκος της κλωθοειδούς, αλλάζουμε δηλαδή την ακτίνα της στροφής είναι προφανές ότι μεταβάλλεται η φυγόκεντρος που μας ασκείται. Από μηδενική στην ευθυγραμμία έως mV^2/R, όταν φθάσουμε στο κυκλικό τόξο. Πέραν των τιμών των επιταχύνσεων αυτών καθ’ εαυτών με τις οποίες αισθανόμαστε άνετα (όπου η $g=9{,}81m/sec^2$ κυβερνά τη ζωή μας), και όπου, όπως ειπώθηκε, όταν δεχόμαστε επιταχύνσεις >0,3g, αρχίζουμε να μην νοιώθουμε άνετα, και ο ρυθμός μεταβολής της επιτάχυνσης παίζει σημαντικό ρόλο. Η αίσθηση αυτή ονομάζεται ‘τίναγμα’ και εκφράζεται σε g/sec. Καλά ανεκτές από το ανθρώπινο σώμα και νού τιμές φτάνουν έως το $0{,}5m/sec^3$. Όταν ξαφνικά εκεί που βαδίζουμε το πόδι μας συναντά λακούβα, που δεν έχουμε παρατηρήσει έχουμε τη φοβερή αίσθηση της πτώσης, που συνεδέεται με θανάσιμο κίνδυνο. Η μεταβολή στην περίπτωση αυτήν της επιτάχυνησης από ~0, του συνήθους βαδίσματος, στο g γίνεται σε κλάσμα του δευτερολέπτου, που ουσιαστικά περιορίζεται από το ότι το άλλο πόδι μας πατάει ακόμα σταθερά, αλλά και από τη δυνατότητα αντιληψης του μυαλού μας,που έχει ως ελάχιστο όριο το 0,15sec. Ουσιαστικά, η αίσθηση της πτώσης συνδεέται με τίναγμα $9{,}81/0{,}15= 65m/sec^3$. Η τιμή του ‘ανεκτού τινάγματος’ του $0{,}5m/sec^3$ δεν είναι ούτε το 1% της παραπάνω.

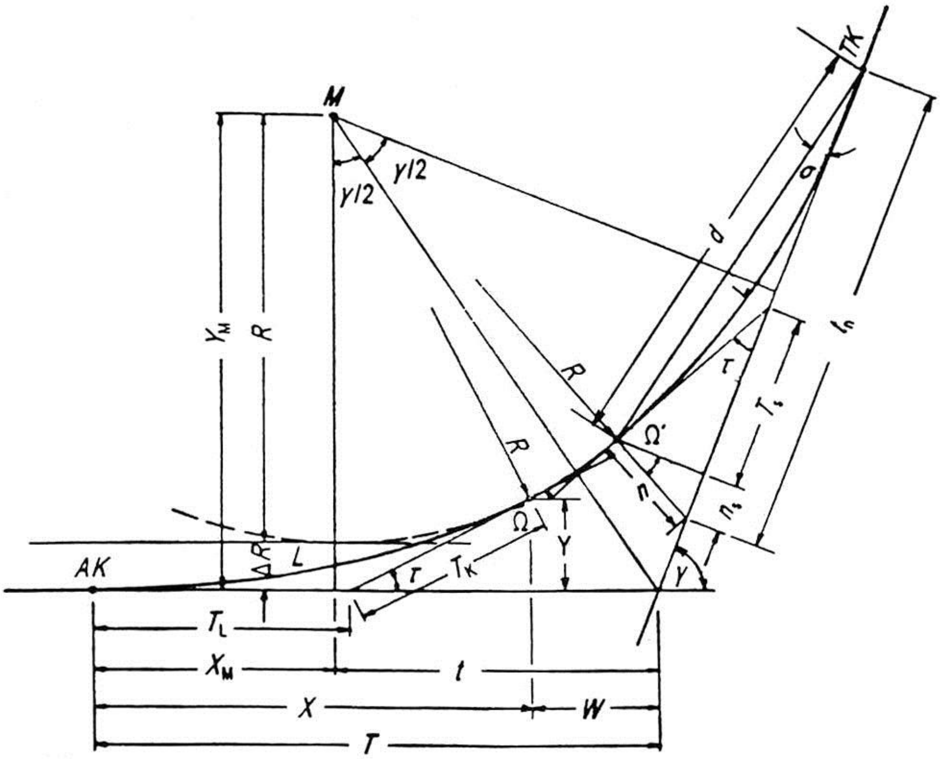
Εφαρμόζοντας, τώρα την οριακά ανεκτή τιμή στον μαθηματικό τύπο μεταβολής της φυγόκεντρου κατά μήκος της κλωθοειδούς, προκύπτει η ελάχιστη τιμή της παραμέτρου κλωθοειδούς:

$A \geq 0{,}169\sqrt{}Ve^3$

Ο υπολογισμός της A με βάση την ισότητα του παραπάνω τύπου αποτελεί ένα πρώτο βήμα επίλυσης των ασκήσεων προσδιορισμού των στοιχείων σύνθετων καμπυλών οριζοντιογραφίας (με βάση το κριτήριο: ‘άνεση’). Σύνθετες είναι οι συνήθεις καμπύλες των στροφών οριζοντιογραφίας αποτελούμενες από την αλληλουχία: κλωθοειδής – κυκλικό τόξο - κλωθοειδής.

Ένα τελευταίο κριτήριο για την ελάχιστη τιμή της παραμέτρου A είναι ότι πρέπει να εξασφαλίζεται ότι η κλίση των οριογραμμών (κλίση υπερύψωσης της οριογραμμής σε σχέση με τον άξονα της οδού) δεν θα υπερβαίνει τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της, το οποίο θα αναλυθεί στην ενότητα των διατομών και της επίκλισης.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και η αναλυτική μαθηματική επίλυση της κλωθοειδούς φαίνονται στο παρακάτω Σχήμα.



Σχήμα 7-6: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κλωθοειδούς

Για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κλωθοειδούς ισχύουν οι σχέσεις που ακολουθούν:

Μήκος κλωθοειδούς *L* $$L = \frac{A^2}{R} \qquad (7\text{-}13)$$

Γωνία εφαπτομένης *τ* $$\tau = \frac{L^2 \cdot \rho}{2 \cdot A^2} = \frac{L \cdot \rho}{2 \cdot R} = \frac{A^2 \cdot \rho}{2 \cdot R^2} \qquad (7\text{-}14)$$

Τοπικές συντεταγμένες *X,Y* τυχόντος σημείου της κλωθοειδούς

$$X = \alpha_0 \cdot L + \alpha_1 \cdot \frac{L^5}{A^4} + \alpha_2 \cdot \frac{L^9}{A^8} + \alpha_3 \cdot \frac{L^{13}}{A^{12}} + \alpha_4 \cdot \frac{L^{17}}{A^{16}} + \alpha_5 \cdot \frac{L^{21}}{A^{20}} \qquad (7\text{-}15)$$

$$Y = \beta_0 \cdot \frac{L^3}{A^2} + \beta_1 \cdot \frac{L^7}{A^6} + \beta_2 \cdot \frac{L^{11}}{A^{10}} + \beta_3 \cdot \frac{L^{15}}{A^{14}} + \beta_4 \cdot \frac{L^{19}}{A^{18}} \qquad (7\text{-}16)$$

όπου:

α_0 = 1,00000 00000

α_1 = -0,24999 99568 $\cdot 10^{-1}$

α_2 = 0,28934 94937 $\cdot 10^{-3}$

α_3 = -0,16689 02491 $\cdot 10^{-5}$

α_4 = 0,56630 02773 $\cdot 10^{-8}$

α_5 = -0,11442 20675 $\cdot 10^{-10}$

β_0 = 0,16666 66667

β_1 = -0,29761 71940 $\cdot 10^{-2}$

β_2 = 0,23668 17123 $\cdot 10^{-6}$

β_3 = -0,10266 50462 $\cdot 10^{-6}$

β_4 = 0,25203 17142 $\cdot 10^{-9}$

Συντεταγμένες X_M, Y_M του κέντρου $$X_M = X - R \cdot \sin \tau \qquad (7\text{-}17)$$

του κύκλου καμπυλότητας στην υπόψη θέση	$Y_M = \; Y{+}R \cdot \cos \tau$	(7-18)
Εκτροπή Δ*R*	$\Delta R = Y_M - R = Y + R \cdot \cos \tau - R$	(7-19)
Εφαπτομένη *T*L	$\boldsymbol{T_L} = X - Y \cdot \cot \tau$	(7-20)
Εφαπτομένη *T*K	$T_K = \dfrac{Y}{\sin \tau}$	(7-21)
Πολικές συντεταγμένες *d* και *σ*	$d = \sqrt{X^2 Y^2}$	(7-22)
	$\sigma = \text{arc tan } \dfrac{Y}{X}$	(7-23)

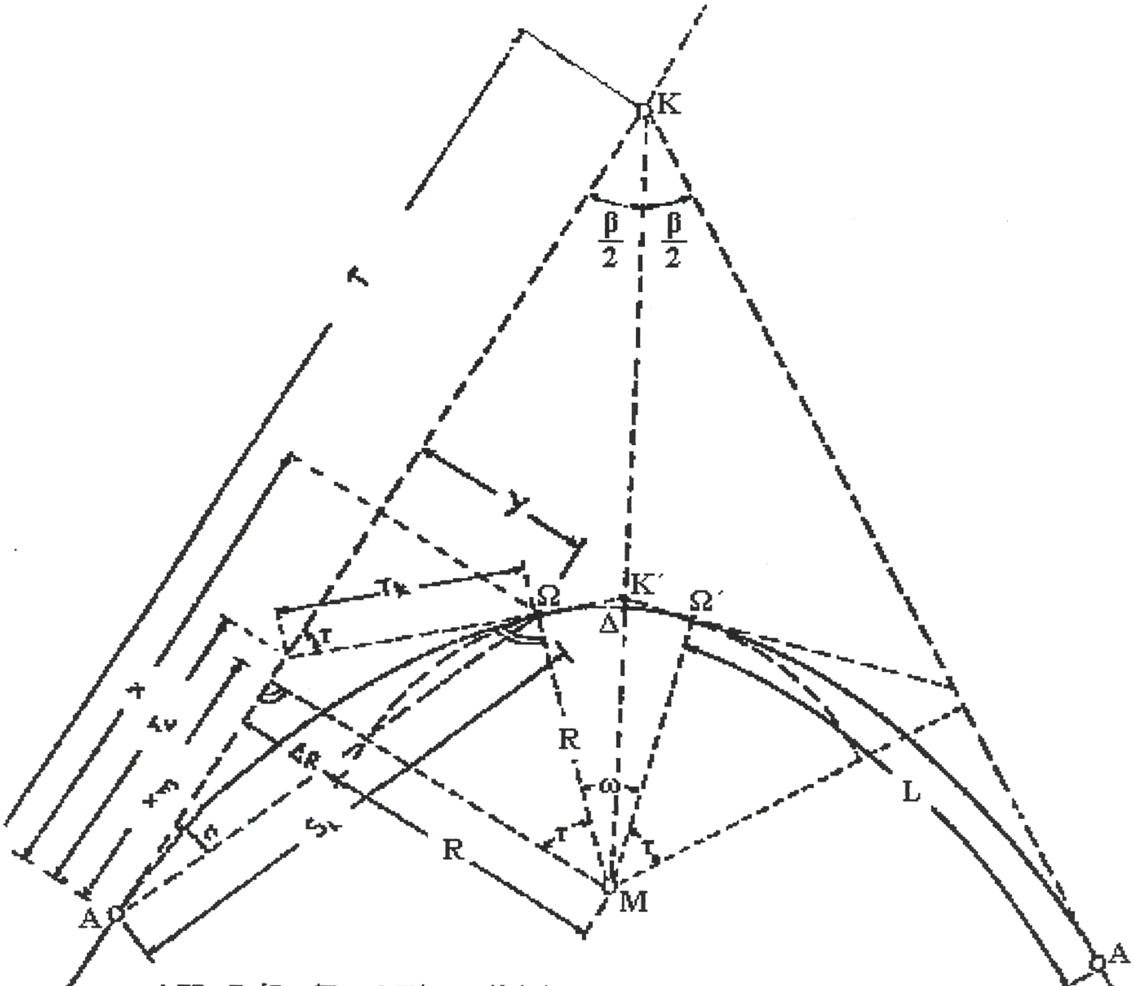
Πολλές φορές είναι χρήσιμες και οι εξής τιμές:

Κάθετος της κλωθοειδούς *n*	$n = \dfrac{Y}{\cos \tau} = T_K \cdot \tan \tau$	(7-24)
Υποεφαπτόμενη *T*s	$T_s = Y \cdot \cot \tau = T_K \cdot \cos \tau$	(7-25)
Υποκάθετος *n*s	$n_s = Y \cdot \tan \tau$	(7-26)
Απόσταση της τομής της καθέτου n με τον άξονα x (εφαπτομένη στην αρχή κλωθοειδούς) από την αρχή της κλωθοειδούς	$tn = X + Y \tan \tau$	(7-27)

όπου:

L	[m]	=	μήκος τόξου της κλωθοειδούς από την αρχή τη μέχρι την υπόψη θέση
A	[m]	=	παράμετρος κλωθοειδούς
R	[m]	=	ακτίνα καμπυλότητας της κλωθοειδούς στην υπόψη θέση
τ	[gon]	=	γωνία εφαπτομένης στην υπόψη θέση
ρ	[-]	=	63,661977 συντελεστής μετατροπής σε gon
X	[m]	=	τετμημένη της κλωθοειδούς στην υπόψη θέση
Y	[m]	=	τεταγμένη της κλωθοειδούς στην υπόψη θέση
X_M	[m]	=	τετμημένη του κέντρου του κύκλου καμπυλότητας στην υπόψη θέση
Y_M	[m]	=	τεταγμένη του κέντρου του κύκλου καμπυλότητας στην υπόψη θέση
T_K	[m]	=	μήκος της εφαπτομένης από την υπόψη θέση έως το σημείο τομής με την εφαπτομένη της αρχής (βλ. Σχήμα 7-6)
T_L	[m]	=	μήκος της εφαπτομένης της αρχής έως το σημείο τομής με την εφαπτομένη T_K στην υπόψη θέση (βλ. Σχήμα 7-6)
d	[m]	=	απόσταση του σημείου στην υπόψη θέση από την αρχή της κλωθοειδούς (βλ. Σχήμα 7-6)
σ	[gon]	=	γωνία μεταξύ χορδής ΤΚ-Ω΄ και άξονα τετμημένων *X*
T_s	[m]	=	μήκος της υποεφαπτομένης στην υπόψη θέση
n_s	[m]	=	μήκος της υποκαθέτου στην υπόψη θέση
tn	[m]	=	απόσταση της τομής της καθέτου *n* με τον άξονα *X* από την αρχή της κλωθοειδούς

Πέραν των παραπάνω αναλυτικών σχέσεων προσδιορισμού των σύνθετων καμπυλών και των ορθογωνικών συντεταγμένων κάθε σημείου της καμπύλης, υπάρχουν και <u>απλούστεροι προσεγγιστικοί τύποι υπολογισμού</u> των στοιχείων της.



$$AK=L/2+(R+\Delta R)\ \sigma\varphi(\beta/2)$$

$$K\Delta=(R+\Delta R)\ (1/\eta\mu(\beta/2)\ -1) + \Delta R$$

$$\omega=200-\beta-2\tau$$

$$K\Delta'=R\ (1/\sigma\upsilon\nu\ (\omega/2)\ -1) \quad KK'=K\Delta-K\Delta'$$

$$L_{\kappa\alpha\mu\pi\acute{\upsilon}\lambda\eta\varsigma}=A\Omega\Delta\Omega'A'=2L+\Omega\Delta\Omega'=2L+R\omega \ \ (\omega \text{ σε ακτίνια})$$

$$KM=\frac{(R+\Delta R)}{\eta\mu\beta/2}$$

Κλωθοειδής Καμπύλη Συναρμογής

Ένα βασικό επακόλουθο της εισαγωγής της κλωθοειδούς μεταξύ της ευθυγραμμίας και του κυκλικού τόξου είναι η εκτροπή (ΔR ή ε). Πρόκειται για την απόσταση του κυκλικού τοξου από την ευθυγραμμία και αποτελεί μέτρο της άνεσης της κλωθοειδούς. Άνετη θεωρείται μια κλωθοειδής η οποία δίνει εκτροπές της τάξης των 2m ή και μεγαλύτερες. $\Delta R \sim L^2/24R$ (οι τύποι είναι προσεγγιστικοί, ακριβέστερος είναι ο τύπος: $L=\sqrt{((24R+6\Delta R)\Delta R)}$, ο οποίος είναι πάλι προσεγγσιτικός). Ο προηγούμενος, ως και ο τύπος $A^2=LR$, είναι οι βασικότεροι των κλωθοειδών.

Πέραν των παραπάνω τύπων, πολύ χρήσιμοι είναι και οι προσεγγιστικοί τύποι:

$KE=(KA-xm)=R\sigma\varphi(\beta/2)+\Delta R\sigma\varphi(\beta/2)$

$\Omega\Omega'=\omega R$ (ω σε rad), $L/2=\tau R$ (τ σε rad) και $\tau+\omega/2+\beta/2=\pi/2$ σε rad

Το τμήμα ΔR συναντά την κλωθοειδή στα μισά της και στο ΔR/2, η απόσταση του Ω από την ευθυγραμμία είναι 4ΔR.

Οι ορθογωνικές συντεταγμένες x, y είναι με μέτρια προσέγγιση $x=L_x$, $y=L_x^2/6R$ και με καλύτερη προσέγγιση $x=L_x,-L_x^3/40R^2$ και $y=L_x^2/6R-L_x^4/336R^3$ (πρώτοι όροι σειράς Taylor). Έχουμε, συνεπώς , υπόψη μας ότι οι τύποι είναι προσεγγιστικοί, με ακρίβεια 98%, της τάξης της τιμής του ΔR σε σχέση με την R. Για την κατασκευή της κλυθοειδούς με καμπυλόγραμμο ο τύπος $y=(\%L)XL_x^2/6R$

Σύνθετα τόξα προσαρμογής

Σιγμοειδείς καμπύλες (S, προηγούμενο Σχήμα), έχουμε όταν αντίρροπες καμπύλες οριζοντιογραφίας συναντώνται χωρίς ενδιάμεση ευθυγραμμία, όταν δηλαδή η κλωθοειδής πέρατος της μιάς καμπύλης είναι σε επαφή με την κλωθοειδή αρχής της επόμενης. Όταν δεν μπορούν οι παράμετροι A_1 και A_2 να είναι ίσες και όταν $A_2 \leq 200$, πρέπει να επιδιώκεται να ισχύει: $A_1 \leq 1,5\ A_2$. Αντίστοιχος είναι ο όρος των συνωθούμενων καμπυλών. Οι S-καμπύλες αποτελούν επιδιωκόμενο χαρακτηριστικό χάραξης οδού.

Ωοειδείς καμπύλες έχουμε όταν μεταξύ κυκλικών τόξων παρεμβάλλεται κατάλληλη κλωθοειδής για ομαλή γεφύρωση της καμπυλότητας των τόξων. Για να μπορεί να κατασκευασθεί τέτοια μεταβατική κλωθοειδής θα πρέπει ο ένας κύκλος να βρίσκεται στο εσωτερικό του άλλου. Αν οι κύκλοι τέμνονται, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί νοηθητικός κύκλος που θα περιβάλλει αμφότερους. Η μετάβαση μέσω κλωθοειδούς από τον ένα κύκλο στον άλλο θα γίνει σε δύο φάσεις, πρώτον από τον έναν στον βοηθητικό περιβάλλον και κατά δεύτερον από τον βοηθητικό στον δεύτερο.

Οι κανιστροειδείς συναρμογές, η συναρμογή «C» έχουμε όταν μια κλωθοειδής συναρμόζει με άλλην. Οι κλωθοειδείς θα πρέπει να είναι ομόρροπες.

Κλωθοειδείς κορυφής έχουμε όταν η κλωθοειδής αρχής συναρμόζει με την κλωθοειδή πέρατος μιας στροφής, χωρίς παρεμβολή ενδιάμεσου κυκλικού τόξου. Αλλιώς ονομάζεται αμφικλωθοειδής.

Σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις, τα σημεία τομής των καμπυλών έχουν κοινή εφαπτομένη.

Όλες οι καμπύλες εκτός της κλασικής σύνθετης κλωθοειδής – κυκλικό τόξο – κλωθοειδής καλό είναι να αποφεύγονται. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις (εξαιρέσεις) που καταναγκασμοί στην χάραξη (πχ αποφυγή απαλλοτρίωσης, γρεμός)

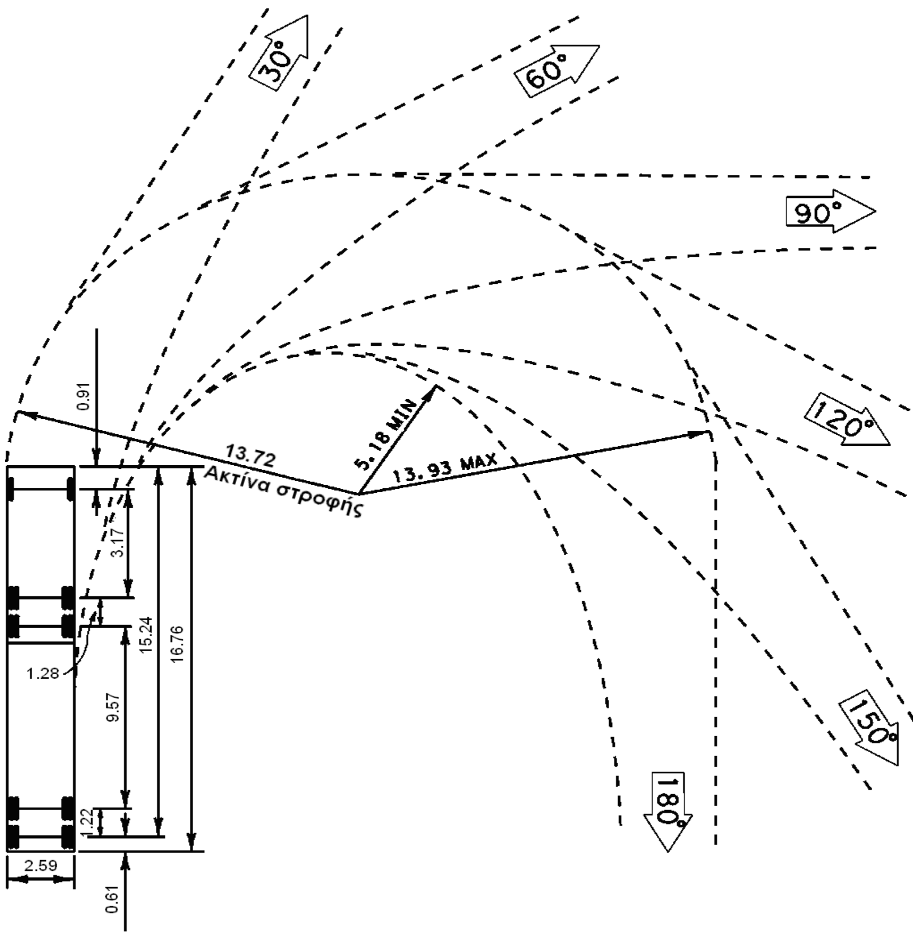
Υπεραστικές διασταυρώσεις

Σε υπεραστικές περιοχές γενικά διατίθεται περισσότερος χώρος και οι ταχύτητες είναι υψηλότερες. Αυτοί οι παράγοντες υποδεικνύουν περισσότερο ελεύθερους σχεδιασμούς για τη στροφή φορτηγών ακόμη και όταν η συχνότητα μακριών οχημάτων μπορεί να μην είναι τόσο μεγάλη όσο σε αστικές περιοχές.

Στο σχεδιασμό διασταυρώσεων αυτοκινητοδρόμων με άλλες δημόσιες οδούς (εκτός συστήματος αυτοκινητοδρόμων), τα μακριά οχήματα είναι γενικά σπάνιοι χρήστες. Κατ' ελάχιστο, το SU, ή σε μερικές περιπτώσεις το όχημα σχεδιασμού WB-12 (WB–40), είναι κατάλληλο για χρήση εκτός αν ειδικές περιστάσεις (τοποθεσία στάσης φορτηγού ή τερματικός σταθμός) επηρεάζουν τη συχνότητα χρήσης από συγκεκριμένες κατηγορίες οχήματος.

Για διασταυρώσεις αρτηρίας με συλλεκτήρια οδό, το όχημα σχεδιασμού WB-12 (WB-40) είναι γενικά κατάλληλο και το WB-15 (WB-50) πρέπει να χρησιμοποιείται όπου το εξασφαλίζουν ειδικές περιστάσεις.

Για διασταυρώσεις αρτηρίας-αρτηρίας, θα πρέπει στη διάρκεια ζωής του έργου να αναμένεται χρήση από το όχημα σχεδιασμού WB-19 (WB-62). Δύο σχεδιαγράμματα προτύπων, τα σχήματα Σ-4 και Σ-5 δείχνονται με ακτίνες 13.7 m (45 ft) και 23 m (75 ft) αντίστοιχα. Για να είναι εύλογα τα πλάτη καταστρώματος σε στροφές, απαιτείται μια ακτίνα σχεδιασμού 23 m ή μεγαλύτερη. όπου οι περιστάσεις σε μια συγκεκριμένη διασταύρωση αρτηρίας-αρτηρίας αποκλείουν τη χρήση του οχήματος σχεδιασμού WB-19 (WB-62), πρέπει να χρησιμοποιείται το WB-15 (WB-50).



Αστικές διασταυρώσεις

Ακτίνες γωνίας σε διασταυρώσεις σε αστικές οδούς πρέπει να ικανοποιούν τις απαιτήσεις των οδηγών που τις χρησιμοποιούν στο μέγιστο πρακτικά βαθμό και λαμβάνοντας υπόψη τη διαθέσιμη ζώνη διέλευσης, τη γωνία της διασταύρωσης, τους αριθμούς και το χώρο για πεζούς, το πλάτος και τον αριθμό λωρίδων στις τεμνόμενες οδούς και τα ποσοστά μείωσης της ταχύτητας. Περιληπτικά:

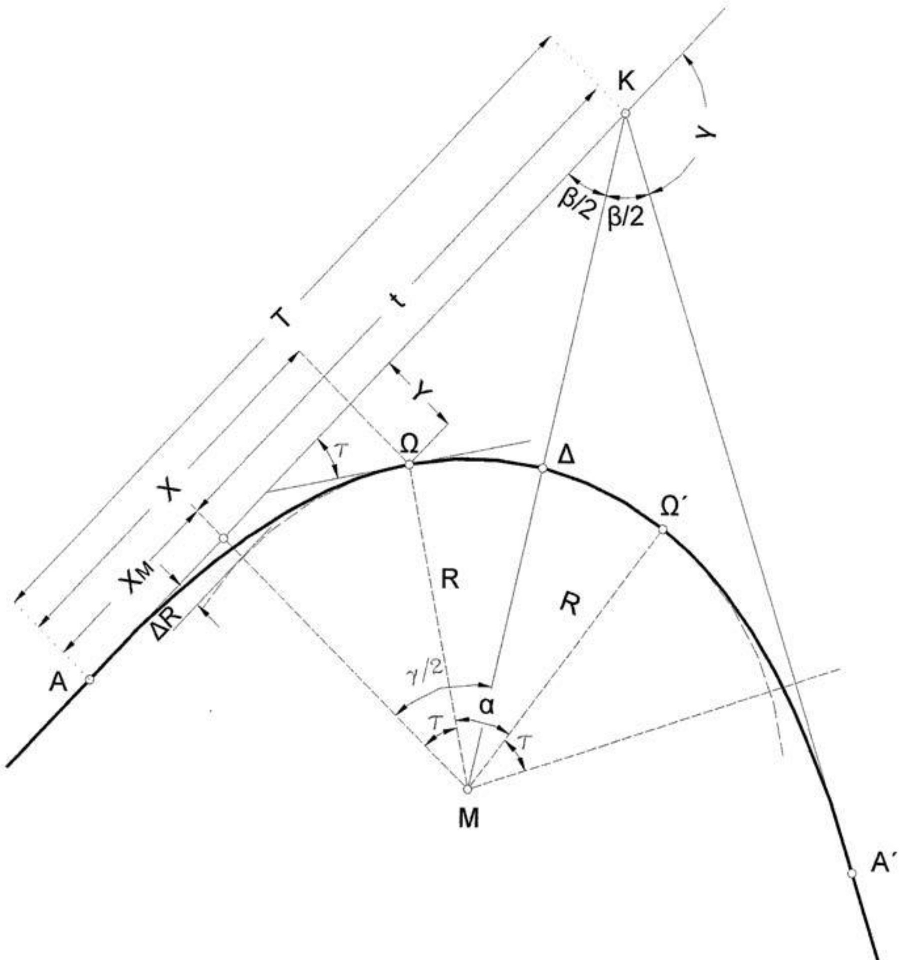
- Ακτίνες 4.5 m έως 7.5 m είναι επαρκείς για επιβατικά οχήματα. Αυτές οι ακτίνες μπορεί να εξασφαλίζονται σε δευτερεύουσες διασταυρούμενες οδούς όπου υπάρχει μικρή περίπτωση να στρίβουν φορτηγά ή σε κύριες διασταυρώσεις όπου υπάρχουν λωρίδες στάθμευσης. Όπου η οδός έχει επαρκή ικανότητα να διατηρήσει στο ορατό μέλλον τη λωρίδα κρασπέδου ως λωρίδα στάθμευσης, πρέπει να απαγορεύεται η στάθμευση σε κατάλληλες αποστάσεις από τη διάβαση.

- Ακτίνες 7.5 m ή μεγαλύτερες σε δευτερεύουσες διασταυρούμενες οδούς πρέπει να εξασφαλίζονται σε νέες κατασκευές και σε ανακατασκευή όπου το επιτρέπει ο χώρος.
- Ακτίνες 9 m ή μεγαλύτερες σε κύριες διασταυρούμενες οδούς πρέπει να εξασφαλίζονται όπου είναι εφικτό έτσι ώστε ένα περιστασιακό φορτηγό να μπορεί να στρίψει χωρίς πολλή καταπάτηση.
- Ακτίνες 12 m ή μεγαλύτερες και κατά προτίμηση σύνθετες καμπύλες τριών κέντρων ή απλές καμπύλες με tapers που να προσιδιάζουν στις τροχιές κατάλληλων οχημάτων σχεδιασμού, πρέπει να εξασφαλίζονται όπου στρίβουν συχνά συνδυασμοί μεγάλων φορτηγών και λεωφορεία. Μεγαλύτερες ακτίνες είναι επίσης επιθυμητές όπου μειώσεις της ταχύτητας θα προκαλούσαν προβλήματα.
- Οι διαστάσεις ακτίνων πρέπει να είναι συντονισμένες με τις αποστάσεις διαβάσεων πεζών ή ειδικούς σχεδιασμούς για να καταστούν οι διαβάσεις πεζών ασφαλείς για όλους τους πεζούς.

Για αστικές διασταυρώσεις αρτηρίας-αρτηρίας, ακτίνες στροφής 23 m ή μεγαλύτερες είναι επιθυμητές εάν αναμένεται συχνή χρήση από το όχημα σχεδιασμού WB-19 (WB-62). Όπου ως όχημα σχεδιασμού χρησιμοποιούνται άλλοι τύποι συνδυασμών φορτηγού, η γεωμετρία του άκρου του οδοστρώματος όπως δείχνεται στον πίνακα Σ-2 και στο σχήμα Σ-7 επιτρέπει τη χρήση μικρότερων ακτίνων. Ένα λειτουργικό μέτρο το οποίο αυτός εμφανίζεται ελπιδοφόρο είναι να παρέχεται καθοδήγηση με τη μορφή ακραίων γραμμών που θα υποδέχονται τις τροχιές στροφής επιβατικών αυτοκινήτων, ενώ θα παρέχεται επαρκής οδοστρωμένη επιφάνεια πέρα από τις γραμμές άκρου για να υποδέχεται την τροχιά στροφής περιστασιακού μεγάλου οχήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε γωνία πολυγωνικής 120^o να εγγραφεί συμμετρική καμπύλη αποτελούμενη από κλωθοειδείς στα άκρα μήκους 95 μ. εκάστη και κεντρικό κυκλικό τόξο μήκους 18 μ.
Λύση
Όταν ζητείται να κατασκευαστεί καμπύλη οριζοντιογραφίας σημαίνει ότι πρέπει να υπολογιστεί η θέση/μέγεθος χαρακτηριστικών σημείων, ώστε να μπορούμε να την κατασκευάσουμε. Αυτά είναι τα R, ΔR, L, ΚΑ, ΚΔ, ΚΜ.
Όταν όλα αυτά είναι σωστά, τότε η καμπύλη κατασκευάζεται.
Γράφουμε τους τύπους:
ΩΩ΄=ωR, L/2=τR (ω, τ σε rad), τ+ω/2+β/2=π/2 Έχω γνωστούς τα β, ΩΩ΄και L και αγνώστους R, τ, ω: 3 ανεξάρτητες εξισώσεις με 3 αγνώστους. Αντικαθιστώ:
ΩΩ΄=ωR→18=ωR, 95/2=τR και τ+ω+(120/2)Χ2π/360=π/2 (προσοχή, θα πρέπει η γωνία β από μοίρες να εκφραστεί στη σχέση με ακτίνια), δηλαδή τ+ω/2=π/6.
Αντικαθιστώ όλα ως προς R: 95/2R+18/2R=π/6→R=6Χ113/2π=107,9μ.
Συνεπώς: ω=18/107,9=0,167 ακτίνια και τ=95/2Χ107,9=0,44 ακτίνια.



Για να κατασκευαστεί η καμπύλη θα πρέπει να γνωρίζω επίσης: ΑΚ, ΚΜ, ΔR.

ΔR=L^2/24R=95^2/24Χ 107,9=3,485m.

ΚΑ=Rσφ(120/2)+L/2+ ΔRΧσφ(120/2)= 107,9Χσφ60+95/2+3,4 85Χσφ60=

Προσοχή με τις μονάδες των μοιρών: κάνω πάντα το τεστ με το 45 ή το 50.

=111,8μ.

ΚΜ=(R+ΔR)/ημβ/2= (107,9+3,485)/ημ60=

128,6μ

Συνεπώς, χαράζουμε τη γωνία, μετράμε το ΚΑ και ξέρουμε πού αρχίζει η κλωθοειδής, φέρνουμε τη διχοτόμο (με διαβήτη και χαράκι μόνο), μετράμε εκεί το ΚΜ, φέρνουμε τον κύκλο R, φέρνουμε // σε απόσταση 4ΔR από τις πλευρές και εκεί είναι όπου τελειώνει η κλωθοειδής και αρχίζει το κυκλικό τόξο. Η κλωθοειδής θα κατασκευαστεί με καμπυλόγραμμο.

2. Σε γωνία πολυγωνικής 135^o να εγγραφεί συμμετρική αμφικλωθοειδής, χωρίς κεντρικό κυκλικό τόξο, η οποία κεντρικά να καταλήγει σε ακτίνα 125 μ.

Λύση

Η έκφραση ‘χωρίς κεντρικό κυκλικό τόξο’ είναι πλεονασμός. Το να εγγραφεί συμμετρική αμφικλωθοειδής είναι αρκετό είτε το να αναφέρεται ‘κλωθοειδής κορυφής’. Πρόκειται για καμπύλη όπου ΩΩ΄=ωR=0, όπου, προφανώς το ω είναι το μηδενικό. Άρα: τ+ω/2+β/2=π/2→τ=π/2-(135/2)Χ2π/360 = π/2-1,178 = 0,39ακτίνια: L/2=τR=0,39R→L=0,785X125=98,17m.

$\Delta R=L^2/24R=98,17^2/24X125=3,2$μ

ΚΑ=Rσφ((135/2)+L/2+ΔRXσφ(135/2)=125Χσφ67,5+98,17/2+3,2Χσφ67,5=103μ. και ΚΜ=(R+ΔR)/ημβ/2=(125+3,2)/ημ67,5=118,44μ.

Συνεπώς, μετά τη γωνία και τη διχοτόμο, μετράμε επ’ αυτών τα ΚΑ και ΚΜ, Επί του ΚΜ το R, όπου γνωρίζουμε ότι, ως συμμετρική η αμφικλωθοειδής εκεί θα είναι κάθετη στη διχοτόμο. Στο σημείο αυτό (το Δ) απέχει ~4ΔR από τις πλευρές της γωνίας. Ένα ενδιάμεσο σημείο εκάστης κλωθειδούς, που θα μας βοηθήσει να προσαρμόσουμε το καμπυλόγραμμο είναι αυτό που βρίσκεται στα μισά της Βοηθητικά φέρουμε το (ανύπαρκτο ως στοιχείο οδού) κυκλικό τόξο μέχρι της εφαπτομένες του τις // στις πλευρές της γωνίας. Εκεί σε απόσταση ΔR/2 περνάει η κλωθοειδής. Μπορούμε να κάνουμε και πύκνωση με τον προσεγγιστικό τύπο $Y=L_x^2/6R$.

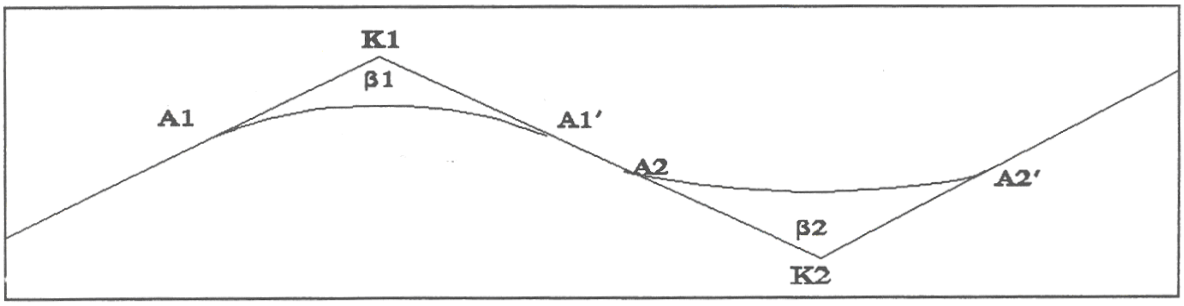
3 Οι πλευρές δύο διαδοχικών κορυφών K_1 και K_2 ορεινής πολυγωνικής χαράξεως σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες $\beta_1=137,28^g$ και $\beta_2=149,50^g$. Η απόσταση K_1K_2 είναι ίση με 830 m. Η ταχύτητα μελέτης της οδού είναι 100 km/h. Για τα μικρότερα δυνατά μεγέθη R και A σε πόσο χρόνο διανύεται κάθε αυτοτελές μαθηματικό τμήμα;.

Λύση

Οι γωνίες μπορούν να δίνονται είτε σε μοίρες είτε σε βαθμούς, είτε σε ακτίνια. Μια ορθή γωνία έχει 90 μοίρες, 100 βαθμούς και π/2=1,56 ακτίνια. Στην άσκηση δίνονται σε βαθμούς: προσοχή στην αντίστοιχη ρύθμιση στο κομπιουτεράκι! Το επιβεβαιώνουμε: πχ δίνουμε 45 και μόνο αν είναι σε μοίρες θα μας δώσει τιμή εφ=1. Αν έχουμε δεδομένα σε βαθμούς θα πρέπει για την τιμή 50 να έχουμε εφ=1. Επίσης, θυμόμαστε ότι σφ=1/εφ.

Με βάση τον πίνακα ΟΜΟΕ-Χ έχουμε Rmin=480m. Επίσης από τη σχέση $A\geq 0,169\sqrt{}Ve^3$ προκύπτει $Amin=0,169\sqrt{}100^3=169$m. Σημειωτέον ότι οι ΟΜΟΕ-Χ δίνουν ελάχιστη Α 140μ, αλλά επιλέγω να ισχύσει και το κριτήριο της άνεσης.

Κάνουμε σκαρίφημα, πάντα βοηθάει πολύ



και, επομένως:

K_1A_1=Rσφ(137,28/2)+L/2+ΔRXσφ(137,28/2)

Πρώτα είναι απαραίτητο να υπολογιστούν τα L και ΔR,

$L=A^2/R=169^2/480=59{,}5m$

$\Delta R=L^2/24R=59{,}5^2/(24X480)=0{,}31m$

τα οποία, εξαρτώμενα από τα A και R είναι τα ίδια και για τις 2 καμπύλες.

Συνεπώς: K_1A_1=480σφ(137,28/2)+59,5/2+0,31Xσφ(137,28/2)=287,5μ

και: K_2A_2=480σφ(149.5/2)+L/2+ΔRXσφ(149,5/2)=230,9μ

Επίσης, ΩΩ΄=ωR (ω σε rad), L/2=τR (τ σε rad) και τ+ω/2+β/2=π/2 σε rad

Εδώ θα πρέπει να μετατρέψουμε τις γωνίες από βαθμούς σε rad. Η β_1:137,28 είναι 137,28Xπ/200=2,156rad και η β_2 149,5: 149,5Xπ/200=2,348rad

$\Omega_1\Omega'_1=\omega_1R$

L/2=τR (τ σε rad) → τ=L/2R=59,5/2X480=0,062rad, $\omega_1=\pi-\beta_1-2\tau$=π-2,156-2X0,062=0,862rad → $\Omega_1\Omega'_1=\omega_1R$=0,862X480=413,6m.

$\Omega_2\Omega'_2=\omega_2R$

$\omega_2=\pi-\beta_2-2\tau$=π-2,348-2X0,062=0,67rad → $\Omega_2\Omega'_2=\omega_2R$=0,67X480=321,4m

Για να βρούμε τυχόν ενδιάμεση ευθυγραμμία στο τμήμα K_1K_2 θα κάνουμε την πράξη: $K_1K_2-K_1A'_1-A_2K_2$=830-287,5-230,9=311,60μ

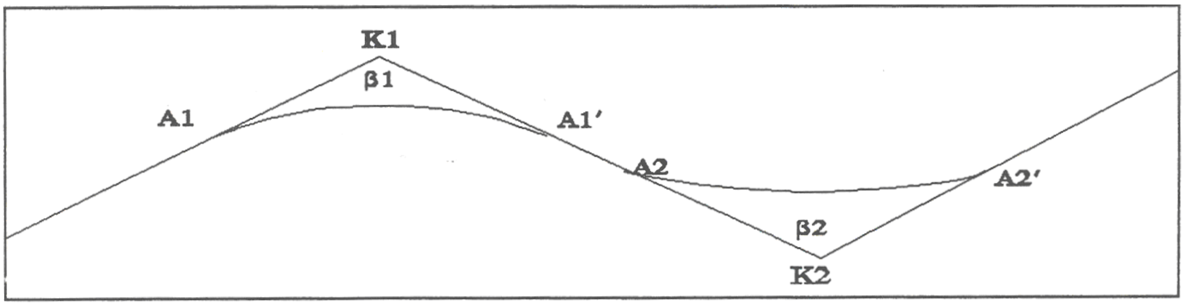
Τι θα συνέβαινε αν το αποτέλεσμα ήταν αρνητικό; Θα σήμαινε ότι οι δύο διαδοχικές καμπύλες χτυπάει η μία στην άλλη, ότι δηλαδή οι δύο διαδοχικές καμπύλες είναι μη-κατασκευάσιμες. Θα έπρεπε να μειωθεί κάποιο από τα στοιχεία για να χωρέσουν, πρακτικά θα έπρεπε να μειωθεί Ve, ώστε να προκύψουν μικρότερα κυκλικά τόξα και κλωθοειδείς, ώστε να χωράν.

Έχουμε συνεπώς για το οδικό τμήμα μήκος κλωθοειδούς 59,5μ, μήκος κυκλικού τόξου 413,6μ (K_1), μήκος κλωθοειδούς 59,5, μήκος ενδιάμεσης ευθυγραμμίας 311,6, μήκος κλωθοειδούς 59,5, μήκος κυκλικού τόξου (στο K_2 πλέον) 321,4 και μήκος κλωθοειδούς 59,5μ.

Με ταχύτητα 100km/h, έχουμε = 100000/3600m/sec=27,7m/sec Ακόμα και το μικρότερο αυτοτελές τμήμα της κλωθοειδούς με 59,5μ το διανύει ο οδηγός εντός 59,5/27,7=2,15΄΄, χρόνος μεγαλύτερος των 2΄΄ που θεωρείται ως ελάχιστος στοιχειώδους οδηγικής πράξης.

Θα μπορούσε να σχολιασθεί ότι η κλωθοειδής θα μπορούσε να αυξηθεί αρκετά ώστε να έχουμε μια πιο ισορροπημένη χάραξη, διότι τώρα έχουμε μικρή κλωθοειδή και μεγάλα κυκλικά τόξα. Επίσης, θα μπορούσε η άσκηση να επιλυθεί για την ταχύτητα V_{85}, αντί της Ve, οπότε θα 'χτυπούσε' η L, ένας ακόμα λόγος για αύξηση του (μικρού) μήκους της κλωθοειδούς.

4



Οι πλευρές δύο διαδοχικών κορυφών K_1 και K_2 ορεινής πολυγωνικής χαράξεως σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες $β_1$=141,32^g και $β_2$=164,25^g. Η απόσταση K_1K_2 είναι ίση με 400 m. Ποια η μέγιστη ταχύτητα μελέτης οδού ώστε οι καμπύλες να είναι συνωθούμενες; (προσοχή το σχήμα έχει λάθος, διότι δεν δείχνει συνωθούμενες τις καμπύλες!)

Λύση

Συνωθούμενες είναι ένας άλλος όρος για την S-καμπύλη, εκείνες όπου στο σημείο που τελειώνει η κλωθοειδής της K_1 αρχίσει η κλωθοειδής της K_2. Δεν υπάρχει ενδιάμεσο ευθύγραμμο τμήμα, δηλαδή: $K_1A_1+K_2A_2 = 400$

Τα στοιχεία R και A συναρτώνται ανάλογα από την Ve και ορίζουν τα μήκη ΚΑ.

ΚΑ=Rσφ(β/2)+L/2+ΔRXσφ(β/2), σφ(141,32/2)=0,5, σφ(164,25/2)=0,29

Όπου: $L=A^2/R$ και $ΔR=L^2/24R$

Συνεπώς, για να υπολογίσουμε την μέγιστη Ve θα πάρουμε τις ελάχιστε τιμές A, R που της αναλογούν από τον Πίνακα ΟΜΟΕ-Χ (επιλέγω να αγνοήσω το κριτήριο της άνεσης).

Εδώ έχουμε 2 ανεξάρτητες εξισώσεις (αγνοώ την $L=A^2/R$) με 3 αγνώστους: R, L και ΔR, δηλαδή αοριστία πρώτου βαθμού. Έχουμε όμως ίσως την αίσθηση ότι υπάρχει λύση. Η αίσθηση αυτή προκύπτει από την σύνδεση των μεγεθών με τη Ve από τις τιμές του Πίνακα των ΟΜΟΕ-Χ.

Θα ακολουθηθεί η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων.

Γενίκευση: η μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων είναι ένα βασικό εργαλείο αντιμετώπισης φαινομενικών αοριστιών πρώτου βαθμού, όταν οι άγνωστοι συνδέονται και με ποιοτικούς τρόπους, κανόνες κλπ.

Έστω Ve=100km/h. Για ορεινά εδάφη έχουμε ελάχιστη R=480m και A=140m, οπότε:

$L=A^2/R=140^2/480=40{,}8$m και $ΔR=L^2/24R=40{,}8^2/24X480=0{,}07$m

Συνεπώς:

$K_1A_1+K_2A_2=480X0,5+40,8/2+0,07X0,5+480X0,29+40,8/2+0,07X0,29=420,28m$

Βλέπουμε ότι χρησιμοποιώντας τα ελάχιστα στοιχεία για Ve=100km/h οι καμπύλες δεν είναι κατασκευάσιμες. Συνεπώς, θα δοκιμάσουμε για Ve=90km/h. Από ΟΜΟΕ-Χ έχουμε R=370m και A=110m, οπότε $L=110^2/370=32,7m$ και $\Delta R=32,7^2/24X370 =0,12m$.

Συνεπώς:

$K_1A_1+K_2A_2=370X0,5+32,7/2+0,12X0,5+370X0,29+32,7/2+0,12X0,29=325,10m$

Απομένει ενδιάμεση ευθυγραμμία 400-325,1=74,9m. Για να έχουμε συνωθούμενες καμπύλες θα πρέπει η ενδιάμεση ευθυγραμμία να μηδενισθεί. Θα πρέπει $K_1A'_1+K_2A_2=400$. Ποια παράμετρο θα θεωρήσουμε μεταβλητή ως προς την οποία θα επιλύσουμε; Την R ή την A; Μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι από τις τιμές 420,28 και 325,10 με στόχο τα 400 μπορούμε να έχουμε αρκετό περιθώριο αύξησης (της R από 370 στα 480 και της A από 110 προς τα 140). Θα επιλέξουμε τιμή για το ένα μέγεθος (R είτε A) και θα επιλύσουμε ως προς το άλλο. Από τις σχέσεις

$L=A^2/R$ και $\Delta R=L^2/24R$,

προκύπτει ότι ευκολότερο είναι να έχουμε άγνωστο το L. Επιλέγω R=400m. Προφανώς η άσκηση δεν έχει μια μόνο επίλυση. Επιλέγω να έχω ως αποτέλεσμα μεγαλύτερη αναλογικά κλωθοειδή, διότι οι οριακές R και A έδιναν πολύ μικρή L, όπως εκφράζονταν από τις πολύ μικρές εκτροπές.

Έτσι: $L=A^2/400$ και $\Delta R=(A^2/400)^2/24X400=A^4/(1536X10^6)$

$K_1A_1+K_2A_2 = 400X0,5+A^2/800+A^4/(1536X10^6)X0,5+400X0,29+ A^2/800+ A^4/(1536X10^6)X0,29=400 \rightarrow 0,79A^4/(1536X10^6)+ A^2/400-84=0$.

Επιλύεται ως δευτεροβάθμια με $\chi=A^2$ και $\chi_{1,2}=(-\beta\pm\sqrt{\Delta})/2\alpha$, παίρνω μόνο τη θετική ρίζα που μου δίνει A=182,7μ, οπότε $L=A^2/R=83\mu$ η κλωθοειδής.

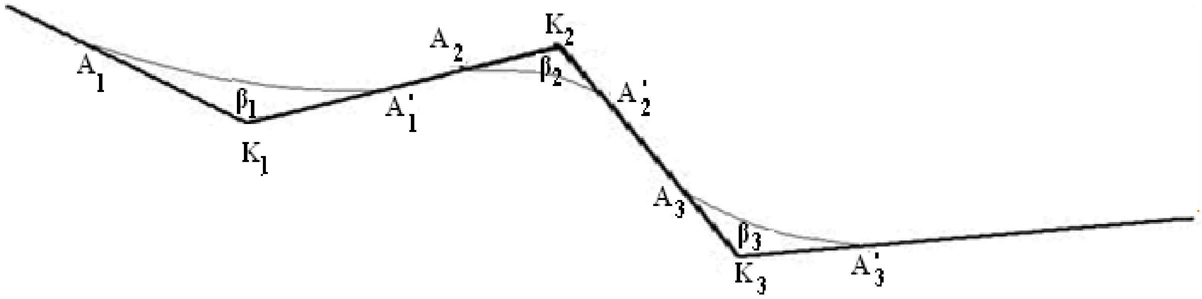
Οπότε $\Delta R=83^2/24X400=0,72m$.

Εξίσου ορθή είναι και η επίλυση διατηρώντας την ακτίνα στα 370m για Ve=90km/h και επιλύοντας πάλι ως προς A. Θα προέκυπτε μεγαλύτερη εκτροπή, που είναι ίσως καλύτερο.

5. Για την πολυγωνική πεδινής χάραξης δίδονται: Η ταχύτητα μελέτης Ve=60 km/h και οι γωνίες $\beta_1=117^g$, $\beta_2=97^g$ και $\beta_3=127^g$. Ζητούνται:

1. να υπολογιστούν τα στοιχεία συναρμογής στις τρεις κορυφές (συμμετρικές κλωθοειδείς καμπύλες με ενδιάμεσο κυκλικό τόξο), χρησιμοποιώντας τις ελάχιστες τιμές, αλλά και το κριτήριο της άνετης κλωθοειδούς.
2. να γίνει πύκνωση της καμπύλης $A_2\Omega_2$ ανά 20 μέτρα.
3. Αν η απόσταση (K_1K_2) είναι 350 μέτρα, μπορεί να εξασφαλιστεί τμήμα ($A_1'A_2$) μεγαλύτερο των 80 μέτρων;
4. Αν δεν ίσχυε το κριτήριο της άνετης κλωθοειδούς, ποια είναι η απάντηση του ερωτήματος 3;
5. Ποια η απόσταση K_2K_3, ώστε οι καμπύλες να είναι συνωθούμενες;

6. Αν το ΔR πρέπει να είναι υποχρεωτικά μεγαλύτερο ή ίσο του 2, ποια είναι η απάντηση του ερωτήματος 5;



Λύση

Για Ve=60km/h σε πεδινή χάραξη έχουμε, κατ' αρχήν τις ελάχιστες τιμές Amin 40μ και Rmin 125μ που προκύπτουν από τον Πίνακα ΟΜΟΕ-Χ.

Το κριτήριο της άνετης κλωθοειδούς προκύπτει από $A \geq 0{,}169\sqrt{Ve^3}$ οπότε $Amin = 0{,}169\sqrt{60^3} = 78{,}5m$.

Προχωρώ την επίλυση με R=125μ και A=78,5μ.

1. Όταν ζητούνται τα στοιχεία συναρμογής, από όλα τα κατασκευαστικά στοιχεία της καμπύλης οριζοντιογραφίας (R, ΔR, L, ΚΑ, ΚΔ, ΚΜ) χρειάζονται τα R, ΔR, L και ΚΑ. Το ΚΑ είναι αναγκαίο για να ελεγχθεί αν 'χτυπάν' οι καμπύλες.
$KA = R\sigma\varphi(\beta/2) + L/2 + \Delta R X \sigma\varphi(\beta/2)$

και $L = A^2/R$ και $\Delta R = L^2/24R$, τα οποία είναι κοινά και στις 3 κορυφές: $L = 78{,}5^2/125 = 49{,}3m$, $\Delta R = 49{,}3^2/24X125 = 0{,}81m$.

$K_1A_1 = 125X\sigma\varphi(117/2) + 49{,}3/2 + 0{,}81X\sigma\varphi(117/2) =$ [προσοχή γωνίες σε grad!] $114{,}83\mu$

$K_2A_2 = 125X\sigma\varphi(97/2) + 49{,}3/2 + 0{,}81X\sigma\varphi(97/2) = 157{,}72\mu$

$K_3A_3 = 125X\sigma\varphi(127/2) + 49{,}3/2 + 0{,}81X\sigma\varphi(127/2) = 97{,}15\mu$

5. 157,72+97,15=254,87μ, ώστε οι καμπύλες να είναι συνωθούμενες

2. Για τις πυκνώσεις κλωθοειδών είναι (για επίπεδο επίλυσης ασκήσεων) οι προσεγγιστικοί τύποι: $x = L_x$, $y = L_x^2/(6R)$.

Συνεπώς για x=0, y=0, για x=20, $y = 20^2/(6X125) = 0{,}53m$, για x=40, $y = 40^2/(6X125) = 2{,}13m$. Καλό είναι να γραφτεί και το y στο πέρας της κλωθοειδούς (στη σύνδεση με το κυκλικό τόξο) που γνωρίζουμε ότι είναι 4ΔR (προκύπτει και από τον αναλυτικό τύπο: για x=49,3, $y = 49{,}3^2/(6X125) = 3{,}24m = 4\Delta R$.

3. $A'_1A_2 = 350 - 114{,}83 - 157{,}72 = 77{,}45$ Δεν μπορεί να εξασφαλισθεί (οριακά).

4. Αν δεν ίσχυε το κριτήριο της άνετης κλωθοειδούς, η τιμή της Amin, που θα εφαρμόζαμε, κατά ΟΜΟΕ-Χ θα ήταν 40μ, οπότε:

$L = A^2/R$ και $\Delta R = L^2/24R$, $L = 40^2/125 = 12{,}8m$, $\Delta R = 12{,}8^2/24X125 = 0{,}06m$, οπότε στους τύπους:

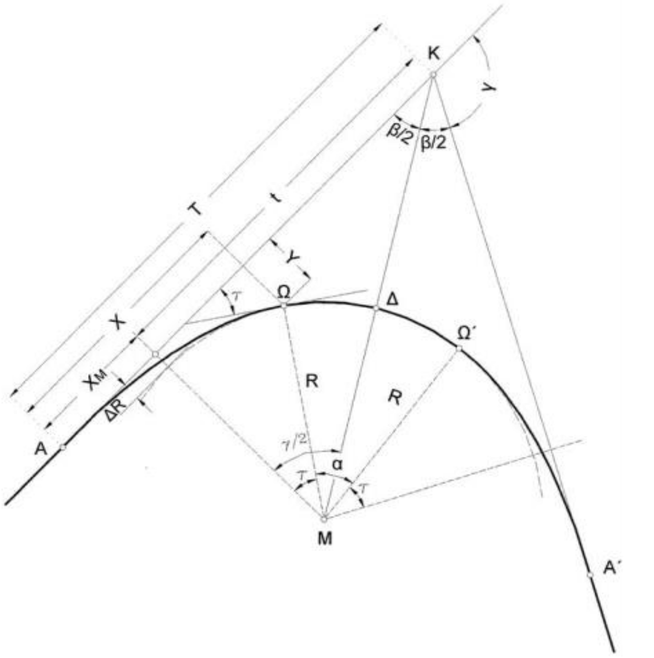
$KA = R\sigma\varphi(\beta/2) + L/2 + \Delta R X \sigma\varphi(\beta/2)$, τα KiAi προκύπτουν πολύ μικρότερα και το ενδιάμεσο τμήμα εμφανώς μεγαλύτερο.

6. Ανάλογα με ΔR=2 θα είχαμε από $\Delta R = L^2/24R \rightarrow L = \sqrt{(24RX\Delta R)} = \sqrt{(24X125X2)} = 77{,}46m$. Αμφότερα L και ΔR μεγαλύτερα σε ένα ευθύγραμμο τμήμα με

συνωθούμενες καμπύλες, άρα η σκαριφηματική οριζοντιογραφία είναι μη-κατασκευάσιμη στο K_2K_3. Αν οπωσδήποτε θέλουμε ΔR=2μ θα πρέπει να δοκιμάσουμε αν ‘χτυπάει’ με χαμηλότερη ταχύτητα μελέτης 50km/h.

6. Όχημα κινείται επί κλωθοειδούς καμπύλης με 60km/h. Τη χρονική στιγμή 0 βρίσκεται στο σημείο Α (αρχή κλωθοειδούς).Τη χρονική στιγμή 3,6sec βρίσκεται στο σημείο Ω (πέρας κλωθοειδούς). Αν η αλλαγή της κατεύθυνσης του οχήματος είναι 0,5rad να βρεθεί η απόσταση του Ω από την ευθυγραμμία. Αν το μήκος του ΩΩ΄ είναι 30m να βρεθεί η γωνία β σε μοίρες. Ποια η τιμή του μεγέθους ΚΑ;

Λύση



V=60km/h=60000m/3600sec=16,67m/sec

L (ΑΩ)=Vt=16,67X3,6=60m

L=2τR=2X0,5XR→R=60m

$\Delta R=L^2/24R=60^2/(24X60)=2{,}5m$

ΩΩ΄=αR→α=ΩΩ΄/R=30/60=0,5rad

α=π-β-2τ→β=π-α-2τ=π-0,5-2X0,5=π-1,5 σε rad

Μετατροπή σε μοίρες: αν π rad είναι 180^o, (π-1,5) rad πόσες μοίρες είναι;

$180(\pi-1{,}5)/\pi=94^o$.

$KA=R\sigma\varphi(\beta/2)+L/2+\Delta RX\sigma\varphi(\beta/2)=60\sigma\varphi 47^o+60/2+2{,}5\sigma\varphi 47^o=60X0{,}93+30+2{,}5X0{,}93=$ 88,3m.

7. Δίνονται 2 κύκλοι ο ένας εντός του άλλου που δεν τέμνονται δεν εφάπτονται και τα κέντρα τους δεν συμπίπτουν. Ο ένας έχει ακτίνα 500μ και ο άλλος 200μ. Ζητείται το μήκος κλωθοειδούς που να συνδέει τα 2 κυκλικά τόξα, ώστε να επιτυγχάνεται γωνία αλλαγής διεύθυνσης 50 βαθμοί.

Λύση

Αυτή η φαινομενικά δύσκολη είναι μια εύκολη άσκηση.

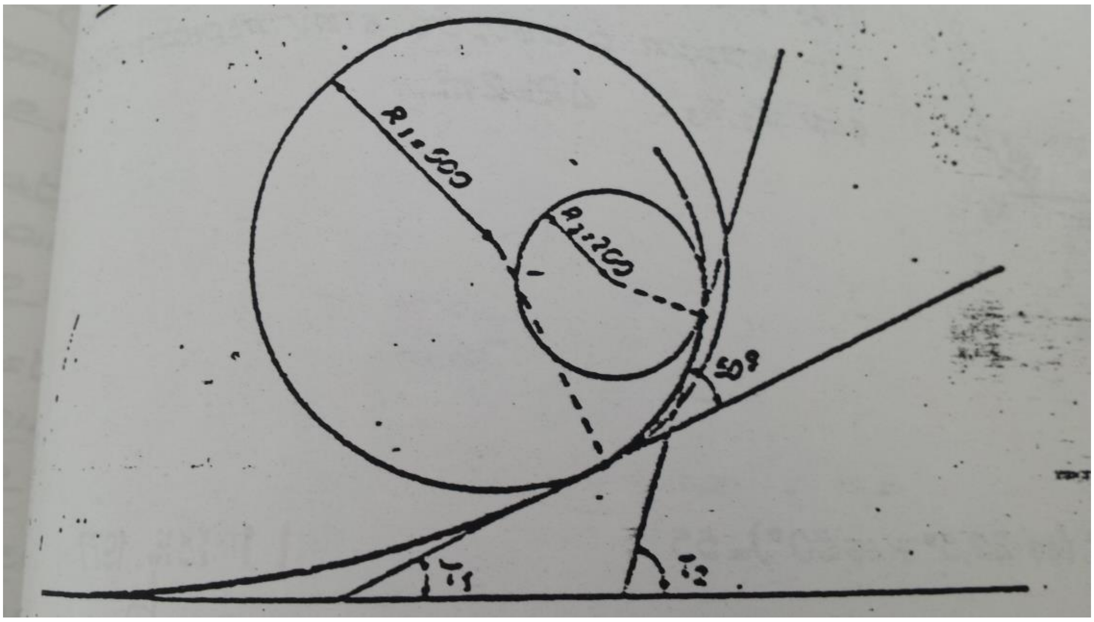
Αφού οι κύκλοι είναι ο ένας εντός του άλλου μπορεί να χαραχθεί κλωθοειδής χωρίς βοηθητικό κύκλο.

Όπως και σε κάθε άσκηση γράφουμε όλους του σχετικούς τύπους.

$L/2=\tau R$ (τ σε rad)

Το κλειδί επίλυσης είναι να υπολογίσουμε το μήκος της κλωθοειδούς έως τον μικρό κύκλο, έως τον μεγάλο κύκλο και να αφαιρέσουμε. Το δεδομένο που έχουμε είναι η αλλαγή κατεύθυνσης, άρα θα επιλύσουμε ως προς τ.

$\tau=L/2R$. $\tau_2=L_2/2X200$, $\tau_1=L_1/2X500$ και $\tau_2-\tau_1=$ 50 βαθμούς, δηλαδή $\pi/4$ rad.



$\pi/4=\tau_2-\tau_1=L_2/400 - L_1/1000$ Η άσκηση ζητά το $\Delta L = L_1-L_2$.

Φαινομενικά έχουμε 2 αγνώστους σε μια εξίσωση, αλλά δεν έχουμε χρησιμοποιήσει ακόμα ότι πρόκειται για την ίδια κλωθοειδή, οπότε $L_2=A^2/200$, $L_1=A^2/500$

Άρα $\pi/4=A^2(1/400X200-1/1000X500)$ → $A^2=74800$μ, $L_2=74800/200=374$μ και $L_1=74800/500=149{,}6$μ, οπότε $\Delta L= 225$μ.