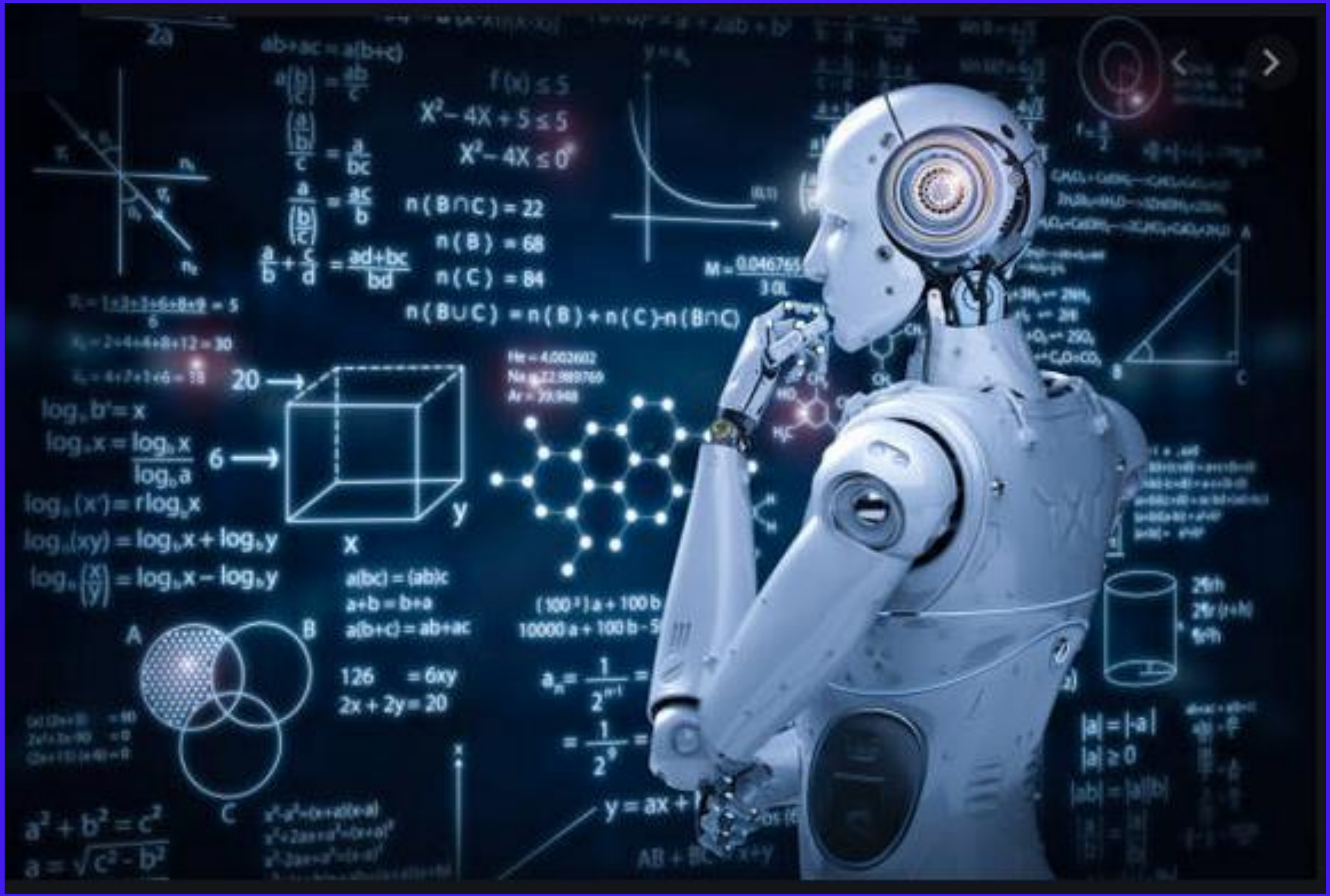
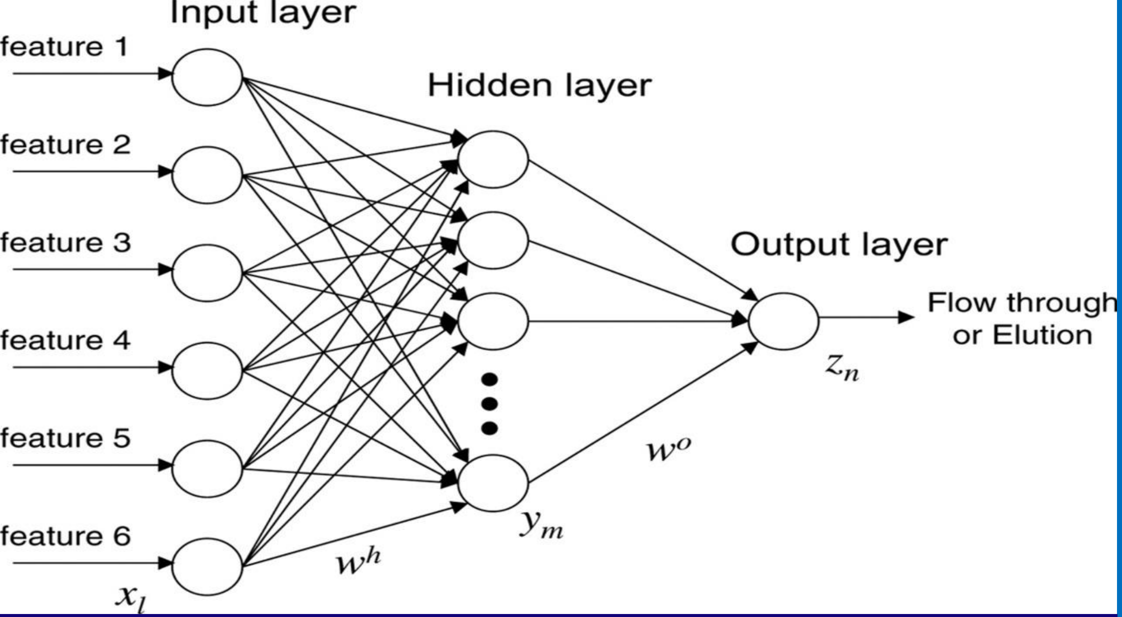


ΛΑΖΑΡΟΣ ΗΛΙΑΔΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗΣ ΔΠΘ

LILIADIS@CIVIL.DUTH.GR



- Ενισχυόμενη μάθηση (reinforcement learning)
  - Βασίζεται σε διαδικασίες ανταμοιβής σε σχέση με το αποτέλεσμα.
- ✓ Προσαρμογή βαρών
  - Η εκπαίδευση αποσκοπεί στην αναπροσαρμογή των βαρών των συνδέσεων μεταξύ των νευρώνων του ΤΝΔ, σύμφωνα με κάποιο κανόνα μετατροπής (Hebbian Learning Rule).

– Εκπαίδευση

Οι μέθοδοι εκπαίδευσης μπορούν να διαχωριστούν σε:

✓ **Επιβλεπόμενη (supervised learning)**

Το ΤΝΔ εκπαιδεύεται με συγκεκριμένες εισόδους οι οποίες ταιριάζουν με τις εξόδους.

✓ **Μη επιβλεπόμενη (unsupervised learning)**

Μια μονάδα εξόδου εκπαιδεύεται να ανταποκρίνεται σε ομάδες προτύπων που υπάρχουν στην είσοδο..

✓ Η εκπαίδευση δύο σταδίων **(semi-supervised training)**

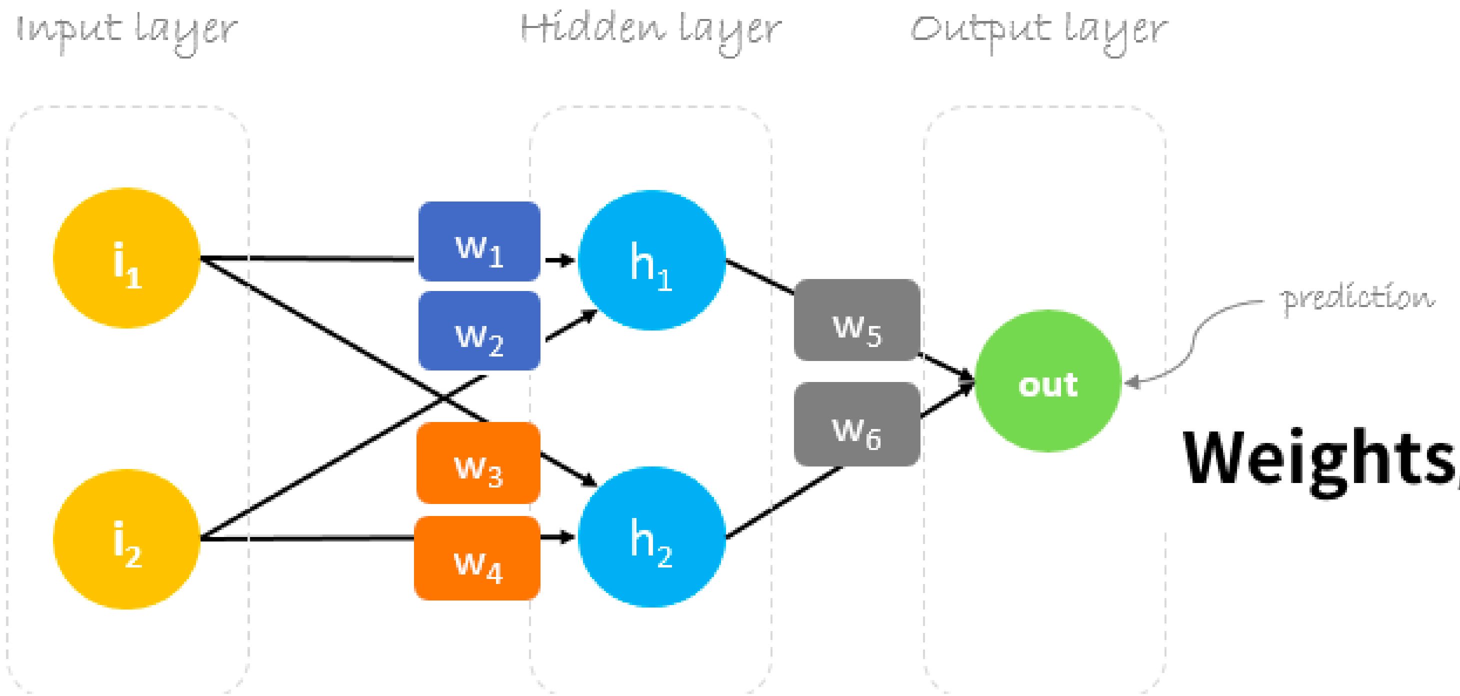
Πρόκειται για τον συνδυασμό των παραπάνω μεθόδων εκπαίδευσης και εκτελείται σε δύο στάδια.

Στο 1ο στάδιο, γίνεται εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη, η οποία ομαδοποιεί τα δεδομένα εισόδου.

Στο 2ο στάδιο γίνεται εκπαίδευση με επίβλεψη και δημιουργείται η συνάρτηση απεικόνισης εισόδου – εξόδου.

Οι ομάδες του 1ου σταδίου χρησιμεύουν για να αρχικοποιηθεί το ΤΝΔ στο 2ο στάδιο.

BACK PROPAGATION



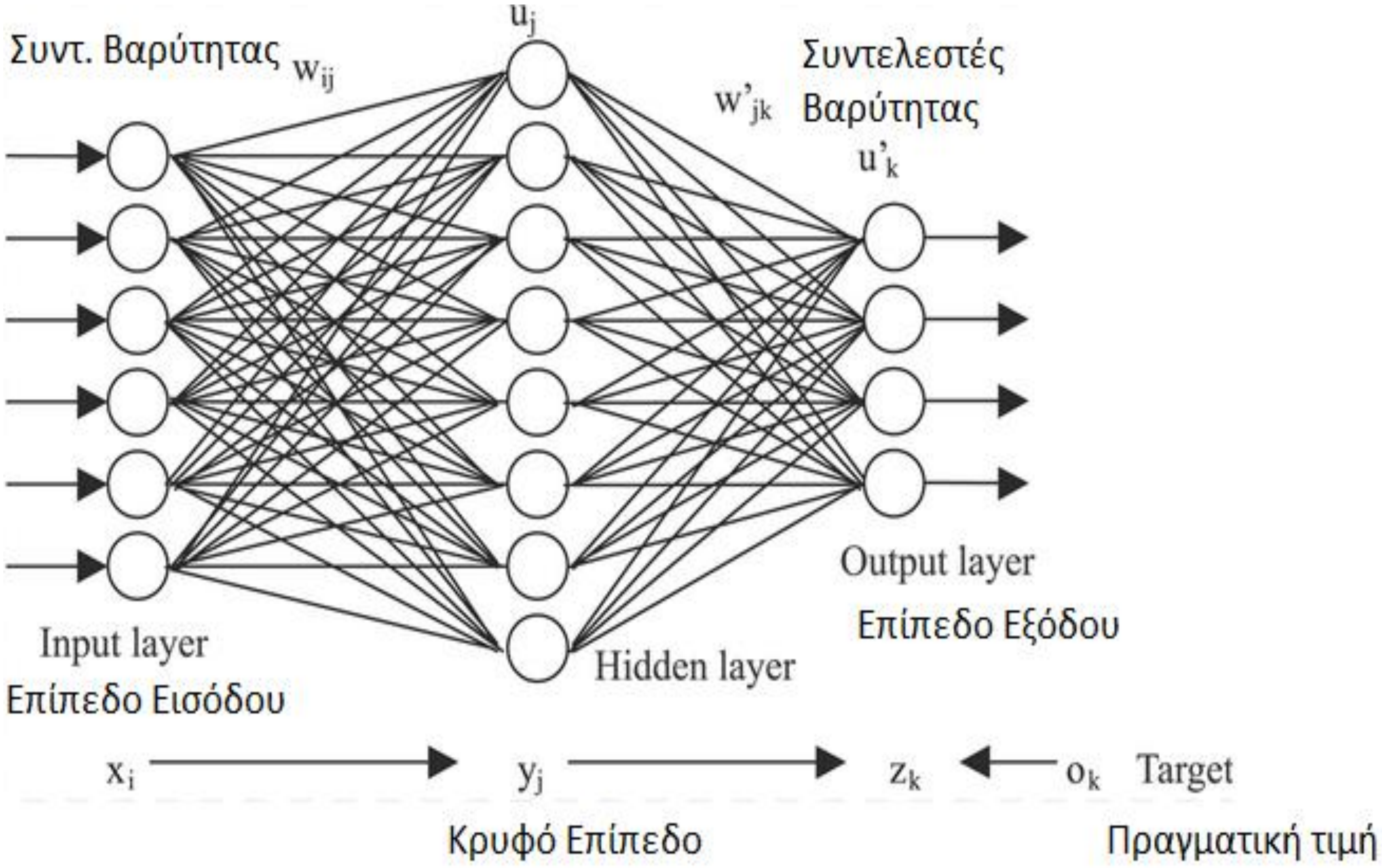
Weights, weights, weights

Η εκπαίδευση του ΤΝΔ στοχεύει στο να βρει τα βάρη που θα ελαχιστοποιήσουν το σφάλμα πρόγνωσης. Μετά ο αλγόριθμος BP χρησιμοποιείται για να αλλάξει τα βάρη ώστε να απεικονίζονται οι εισαγόμενες τιμές ΣΩΣΤΑ στα αποτελέσματα.

Έστω ότι τα αρχικά βάρη είναι:

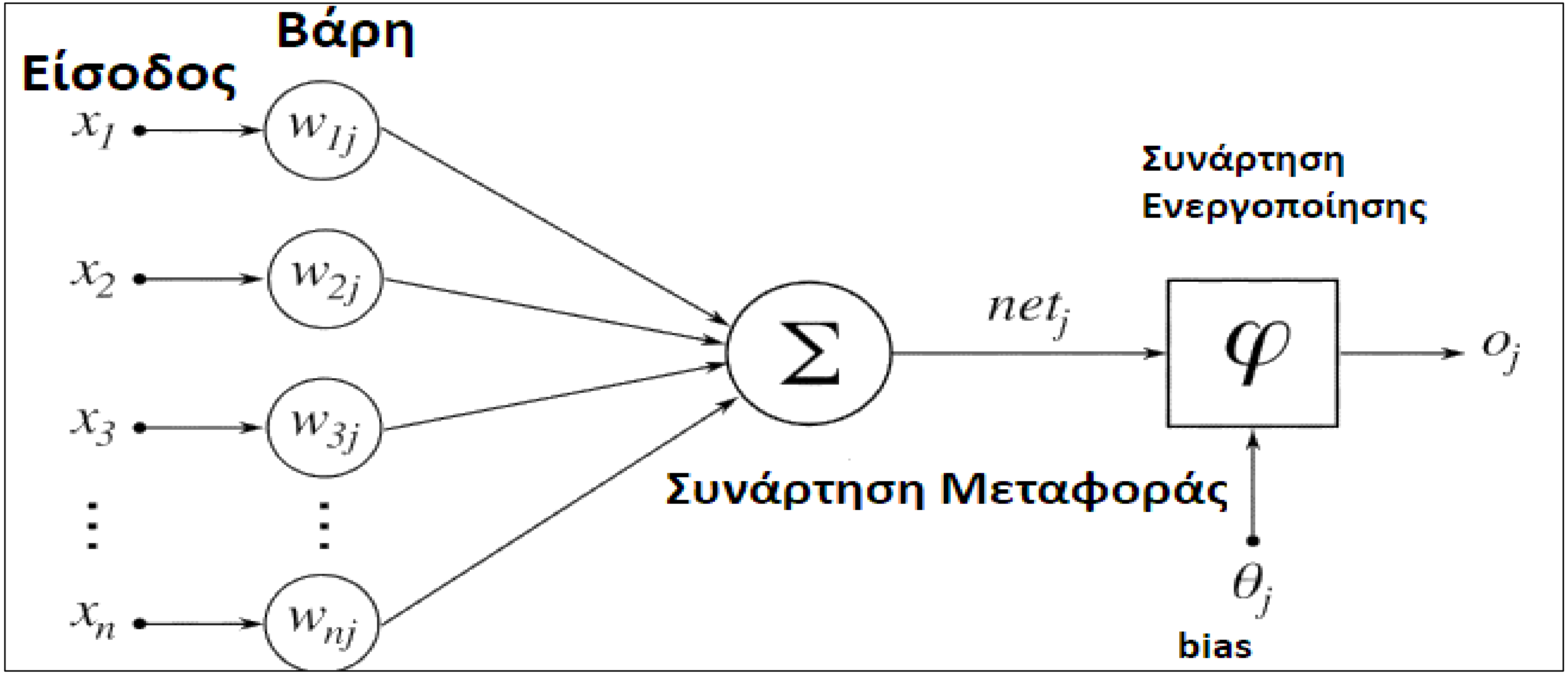
`w1 = 0.11`, `w2 = 0.21`, `w3 = 0.12`, `w4 = 0.08`, `w5 = 0.14`, `w6 = 0.15`

ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ



ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΕΧΝΗΤΟΥ ΝΕΥΡΩΝΑ

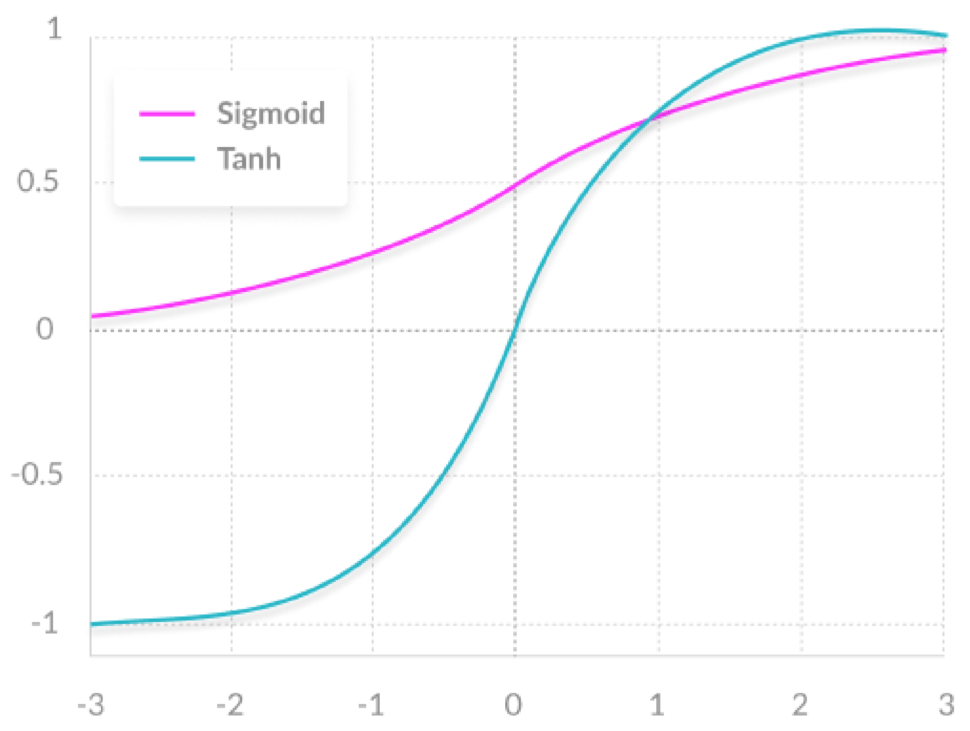
Φ(ΣXiWi) + bias (i=1 …. n) όπου n το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών και ΣXiWi είναι το άθροισμα των γινομένων XiWi



ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ

Οι συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι μαθηματικές εξισώσεις που καθορίζουν την έξοδο ενός νευρωνικού δικτύου.

Η συνάρτηση συνδέεται με κάθε νευρώνα στο δίκτυο και καθορίζει εάν θα πρέπει να ενεργοποιηθεί («πυροδοτείται») ή όχι, με βάση το εάν η είσοδος κάθε νευρώνα είναι σχετική με την πρόβλεψη του μοντέλου.



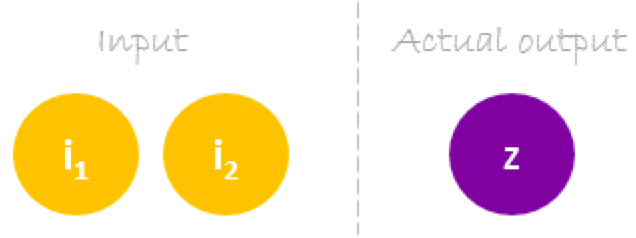
ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ SIGMOID

Συνήθεις συναρτήσεις Ενεργοποίησης

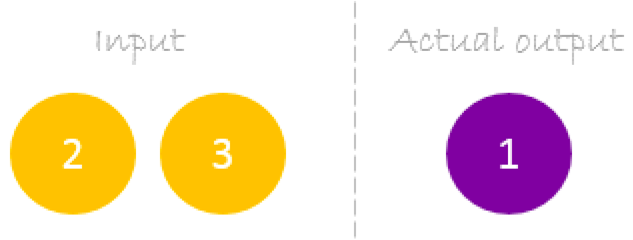
ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΥΠΕΡΒΟΛΟΕΙΔΗΣ TANH

Dataset

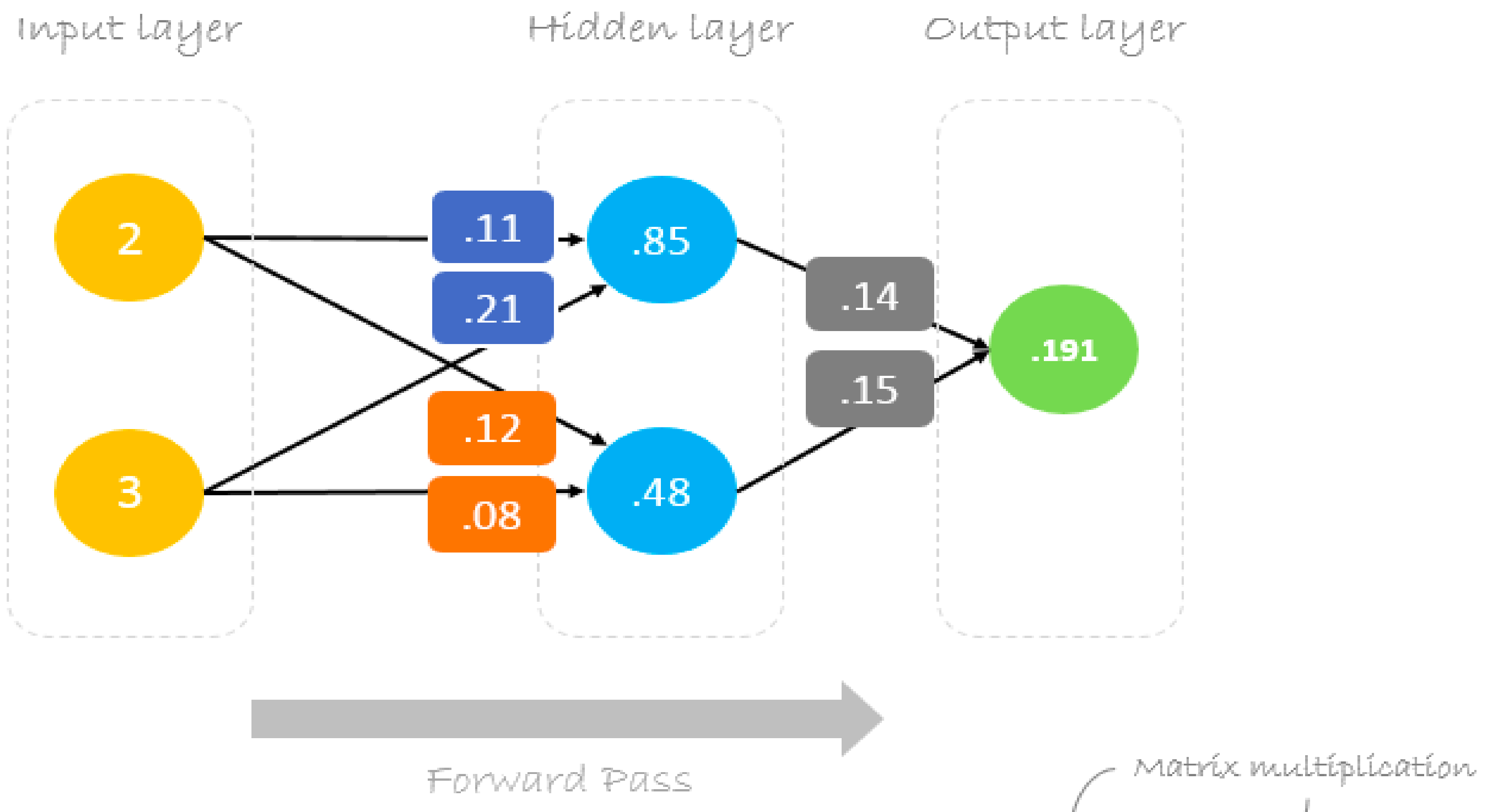
Το σύνολο δεδομένων έχει 2 νευρώνες Εισόδου I1 και I2 και 1 νευρώνα εξόδου (τιμή Z)



Έστω ότι στην είσοδο έχουμε τιμές Inputs=[2, 3] και στην έξοδο output=[1]



FORWARD PASS ΠΡΟΩΘΗΣΗ ΠΡΟΣ ΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΕΞΟΔΟΥ



$$[2 \quad 3] \cdot \begin{bmatrix} 0.11 & 0.12 \\ 0.21 & 0.08 \end{bmatrix} = [0.85 \quad 0.48] \cdot \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} = [0.191]$$

2 x .11 + 3 x .21 = .85

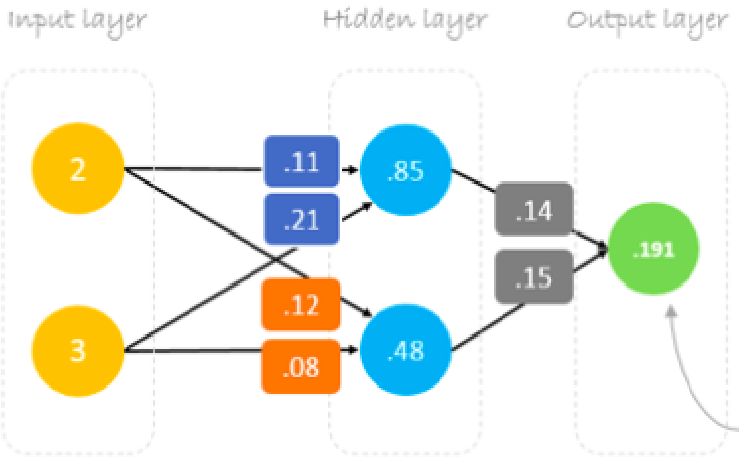
2 x .12 + 3 x .08 = .48

.85 x .14 + .48 x .15 = .191

ΕΥΡΕΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ!

Υπολογισμός του σφάλματος

Τώρα θα βρεθεί πόσο καλά πήγε το ΤΝΔ βρίσκοντας το σφάλμα. Το αποτέλεσμα που πήραμε δνε είναι ούτε καν κοντά σε αυτό που θέλουμε να πάρουμε.



Είσοδος

Σωστή τιμή-Actual value

Πρόβλεψη

actual

ΣΦΑΛΜΑ ΕΙΝΑΙ 0 ΟΤΑΝ ΕΙΝΑΙ ΣΩΣΤΗ Η ΠΡΟΒΛΕΨΗ

$$\text{Error} = \frac{1}{2}(\text{prediction} - \text{actual})^2$$

Το σφάλμα είναι πάντα θετικό λόγω ύψωσης στο τετράγωνο

το $\frac{1}{2}$ πολλαπλασιάζεται για να διευκολύνει τον υπολογισμό της παραγώγου στη συνέχεια

$$\text{Error} = \frac{1}{2}(0.191 - 1.0)^2 = 0.327$$

GRADIENT DESCENT ΑΛΛΑΓΗ ΒΑΡΩΝ

Πρέπει λοιπόν να αλλάξουμε τα βάρη και το ερώτημα είναι πως;
Η απάντηση λέγεται Backpropagation

Πρόκειται για αντίστροφη μετάδοση του σφάλματος. Είναι ένας μηχανισμός που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο Gradient Descent! Υπολογίζει την μερική παράγωγο του Σφάλματος ως προς τα βάρη του ΤΝΔ

Το Gradient Descent είναι ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί επαναλήψεις για να βρει την ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης.

Παλιό Βάρος

Παράγωγος Σφάλματος ως προς το βάρος

Derivative of Error with respect to weight

$$^{*}W_x = W_x - a \left(\frac{\partial Error}{\partial W_x}\right)$$

Νέο Βάρος

Ρυθμός Μάθησης

Learning rate

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΝΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΒΑΡΟΥΣ

Η παράγωγος της συναρτησης σφάλματος υπολογίζεται με τον πιο κάτ
κανόνα της αλυσίδας

ΕΑΝ Ζ είναι μια σύνθετη
συνάρτηση της μορφής: $z = f(x,y)$ όπου $x = x(t)$ και $y = y(t)$

τότε $\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$ where Z=Error t=W6 X=prediciton and Y=actual

ΝΕΟ ΒΑΡΟΣ $^{*}W_6 = W_6 - \underset{\text{learning rate}}{a} \left(\frac{\partial Error}{\partial W_6}\right)$

$$\frac{\partial Error}{\partial W_6} = \frac{\partial Error}{\partial prediction} * \frac{\partial prediction}{\partial W_6}$$ chain rule

Error = $\frac{1}{2}(\text{prediction} - \text{actual})^2$

prediction = $(i_1 w_1 + i_2 w_2) w_5 + (i_1 w_3 + i_2 w_4) w_6$

$$\frac{\partial Error}{\partial W_6} = \frac{\frac{1}{2}(predictoin - actula)^2}{\partial prediciton} * \frac{\partial (i_1 w_1 + i_2 w_2) w_5 + (i_1 w_3 + i_2 w_4) w_6}{\partial W_6}$$

$$\frac{\partial Error}{\partial W_6} = 2 * \frac{1}{2}(\text{predictoin} - \text{actula}) \frac{\partial(predictoin - actula)}{\partial prediciton} * (i_1 w_3 + i_2 w_4)$$

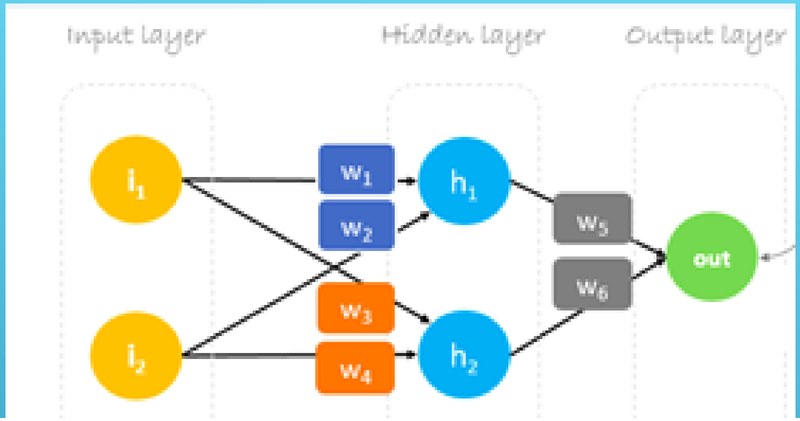
$h_2 = i_1 w_3 + i_2 w_4$

$$\frac{\partial Error}{\partial W_6} = (\text{predictoin} - \text{actula}) * (h_2)$$

Δ = prediction − actual delta

$$\frac{\partial Error}{\partial W_6} = \Delta h_2$$

ΆΛΛΑΓΗ ΒΑΡΩΝ



Για να αλλάξω το W6 εφαρμόζω τον τύπο $^{*}W_6 = W_6 - a\,\Delta h_2$ **παρόμοια για κάθε βάρος από το επίπεδο εξόδου προς το κρυφό**

$$^{*}W_5 = W_5 - a\,\Delta h_1$$

Έτσι όπως πηγαίνουμε προς τα πίσω για να αλλάξουμε τα `w1` , `w2` , `w3` `w4` **που υπάρχουν μεταξύ του επιπέδου Εισόδου και Κρυφού ενδεικτικά η μερική παράγωγος της συνάρτησης σφάλματος όσον αφορά στο** `w1` **είναι η εξής!**

$$\frac{\partial Error}{\partial W_1} = \frac{\partial Error}{\partial prediction} * \frac{\partial prediction}{\partial h_1} * \frac{\partial h_1}{\partial W_1}$$

chain rule

$$\frac{\partial Error}{\partial W_1} = \frac{\partial \frac{1}{2}(predictoin - actula)^2}{\partial prediciton} * \frac{\partial\,(h_1)\,w_5 + (h_2)\,w_6}{\partial h_1} * \frac{\partial\, i_1 w_1 + i_2 w_2}{\partial w_1}$$

$$\frac{\partial Error}{\partial W_1} = 2 * \frac{1}{2}(\text{predictoin} - \text{actula})\,\frac{\partial(predictoin - actula)}{\partial prediciton} * (w_5) * (i_1)$$

Error = $\frac{1}{2}$**(prediction – actual)**^{2}

prediction = $(h_1)\,w_5 + (h_2)\,w_6$

$h_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2$

updated weights

ΝΕΑ ΒΑΡΗ

$$^{*}w_6 = w_6 - a\,(h_2\,.\,\Delta)$$

$$^{*}w_5 = w_5 - a\,(h_1\,.\,\Delta)$$

$$^{*}w_4 = w_4 - a\,(i_2\,.\,\Delta w_6)$$

$$^{*}w_3 = w_3 - a\,(i_1\,.\,\Delta w_6)$$

$$^{*}w_2 = w_2 - a\,(i_2\,.\,\Delta w_5)$$

$$^{*}w_1 = w_1 - a\,(i_1\,.\,\Delta w_5)$$

Μπορούμε να παραστήσουμε τους πιο πάνω υπολογισμούς με πράξεις πινάκων

$$\begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} - a\,\Delta \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ah_1\Delta \\ ah_2\Delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_3 \\ w_2 & w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & w_3 \\ w_2 & w_4 \end{bmatrix} - a\,\Delta \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_5 & w_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & w_3 \\ w_2 & w_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a\,i_1\Delta w_5 & a\,i_1\Delta w_6 \\ a\,i_2\Delta w_5 & a\,i_2\Delta w_6 \end{bmatrix}$$

Learning rate: Είναι υπερπαράμετρος την τιμή της οποίας καλούμαστε να εκτιμήσουμε

$\Delta = 0.191 - 1 = -0.809$ ← Delta = prediction - actual

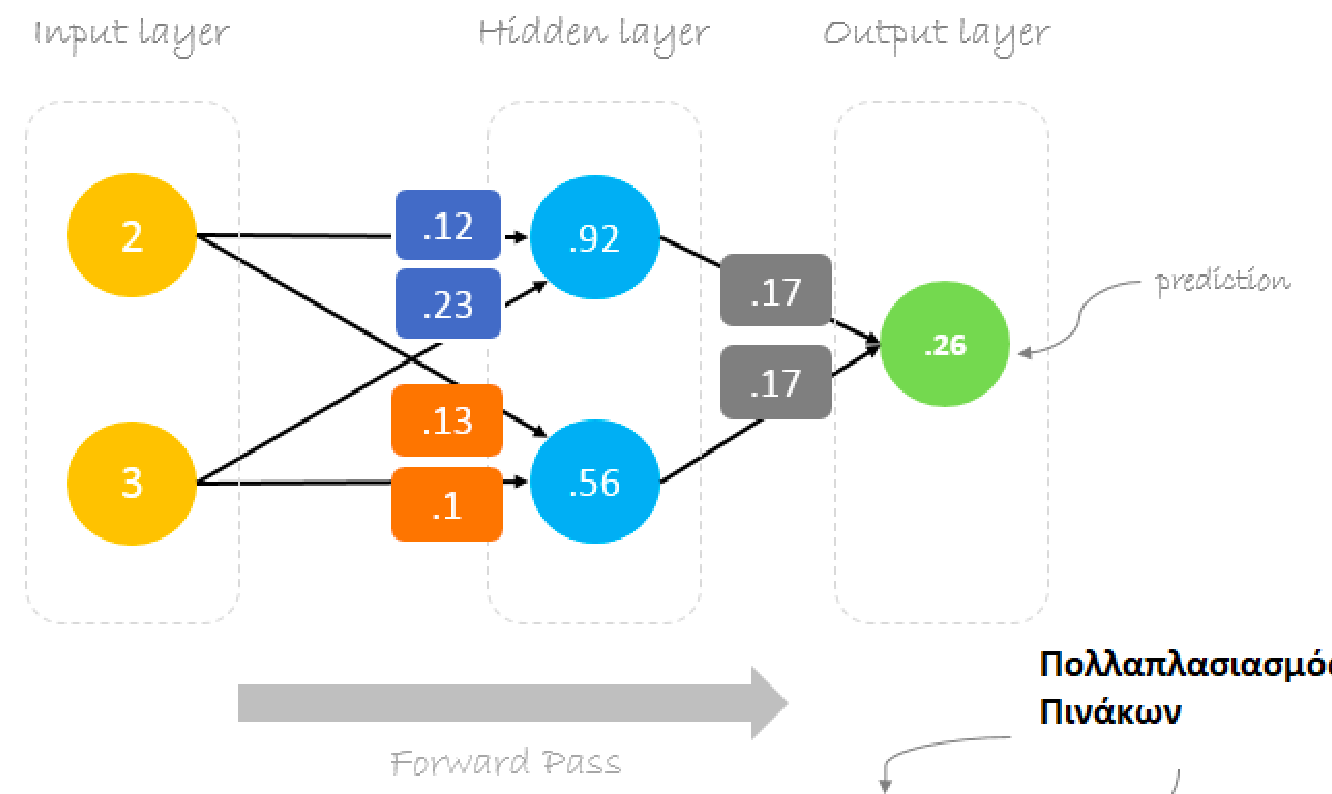
$a = 0.05$ ← Learning rate, αρχικοποιούμε την τιμή του εμείς

$$\begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} - 0.05(-0.809)\begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.034 \\ -0.019 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.17 \\ 0.17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_3 \\ w_2 & w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .11 & .12 \\ .21 & .08 \end{bmatrix} - 0.05(-0.809)\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 0.14 & 0.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .11 & .12 \\ .21 & .08 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.011 & -0.012 \\ -0.017 & -0.018 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .12 & .13 \\ .23 & .10 \end{bmatrix}$$

Έτσι βρίσκω τα νέα βάρη

Τώρα χρησιμοποιώντας τα νέα βάρη πάμε να κάνουμε εμπρόσθιο πέρασμα (forward pass)



Πολλαπλασιασμός Πινάκων

$$[2 \quad 3] \cdot \begin{bmatrix} 0.12 & 0.13 \\ 0.23 & 0.10 \end{bmatrix} = [0.92 \quad 0.56] \cdot \begin{bmatrix} 0.17 \\ 0.17 \end{bmatrix} = [0.26]$$

Details

2 x .12 + 3 x .23 = .85   .92 x .17 + .56 x .17 = .26

2 x .13 + 3 x .10 = .48

Η πρόγνωση `0.26` είναι πιό κοντά στο actual output

Επαναλαμβάνεται το μπρος - πίσω ώσπου να μειωθεί πολύ το σφάλμα