



Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης (ΔΠΘ)

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Ακ. έτος 2023 – 2024

Μάθημα 8^{ου} εξαμήνου

Οδοστρώματα II

Μέρος Β (διαλέξεις 5-7)

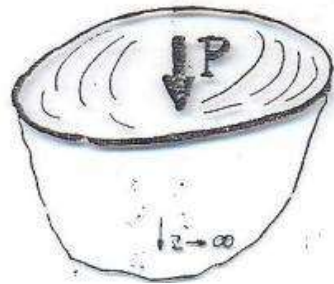
Κωνσταντίνος Γκυρτής
Επίκουρος Καθηγητής ΔΠΘ

Απρίλιος 2024

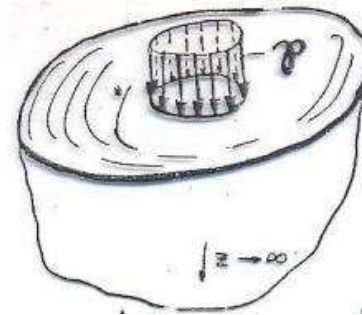
Ανάλυση καταπόνησης

Χαρακτηριστικές λύσεις από τη θεωρία ελαστικότητας

ΟΜΟΙΟΓΕΝΗΣ ΗΜΙΧΩΡΟΣ (Θεωρία Boussinesq) με τις ακόλουθες φορτίσεις

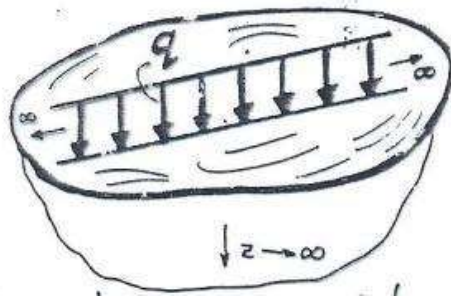


Συγκεντρωμένη ορθή δύναμη P

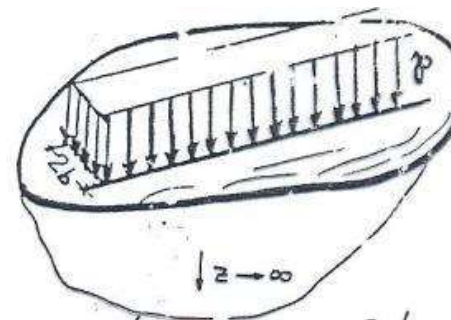


Περίπτωση φόρτισης σε οδό

Ομοιόμορφη πίεση p σε επιφάνεια κύκλου

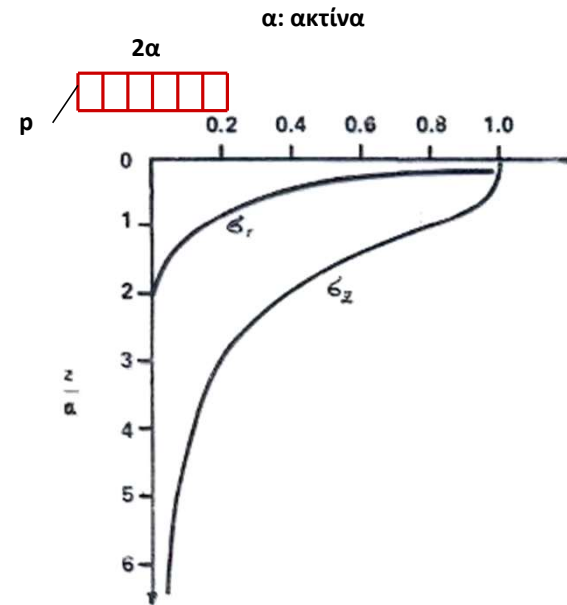
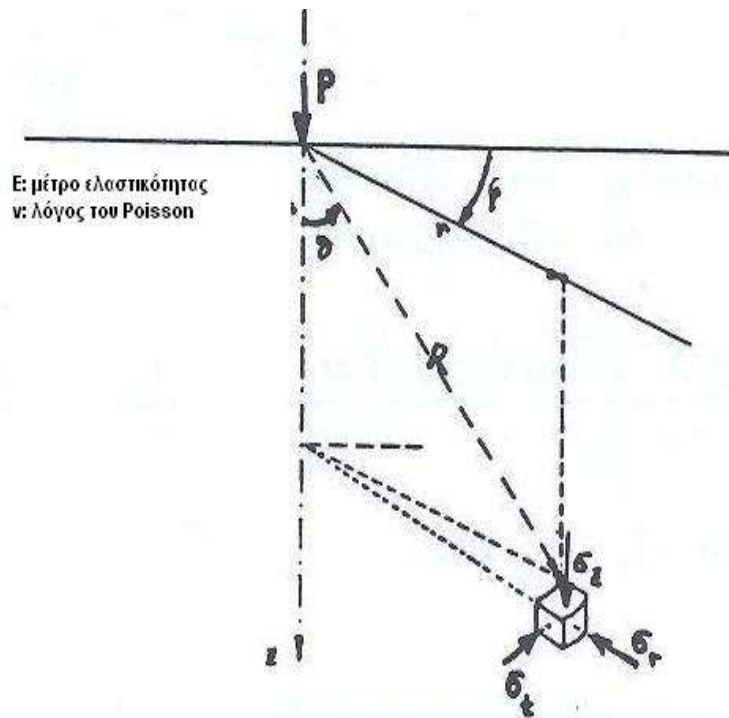


Ομοιόμορφη ορθή φόρτιση q σε απειρομήκη γραμμή



Ομοιόμορφη ορθή πίεση σε απειρομήκη λωρίδα (πλάτος $2b$)

Σημειακή (P) και ομοιόμορφη κυκλική (p) φόρτιση



Υπενθύμιση εννοιών

Τάση

- Δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας
- Μονάδες: MPa

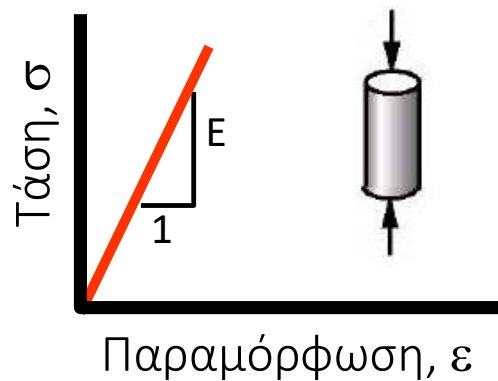
$$\sigma = \frac{\text{Φορτίο}}{\text{Επιφάνεια}} = \frac{P}{A}$$

Παραμόρφωση

- Λόγος της μεταβολής του μήκους που προκαλείται από το φορτίο προς το αρχικό μήκος του υλικού
- Μονάδες: Αδιάστατο (mm/mm)

$$\varepsilon = \frac{\text{Μεταβολή μήκους}}{\text{Αρχικό μήκος}} = \frac{\Delta L}{L}$$

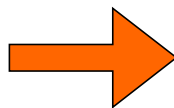
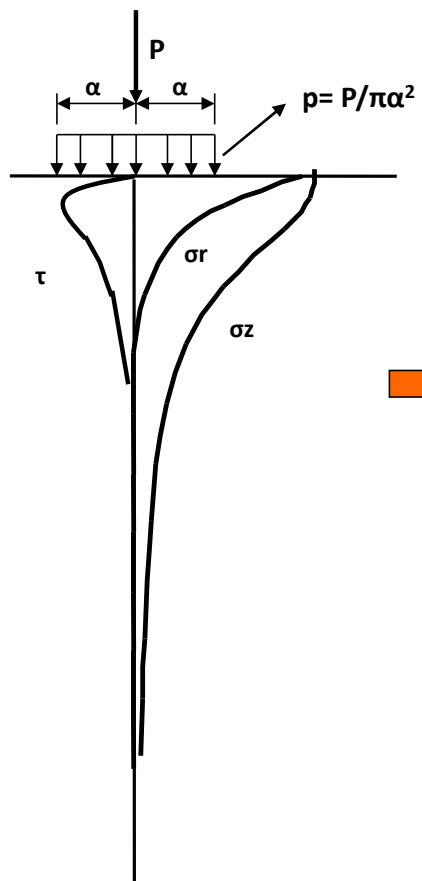
Μέτρο ελαστικότητας



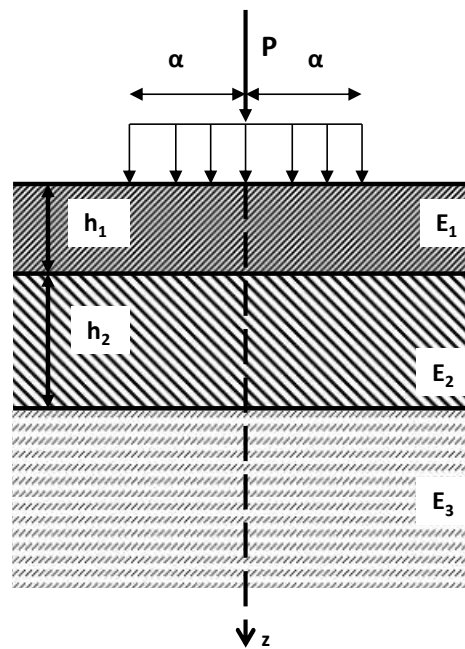
$$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

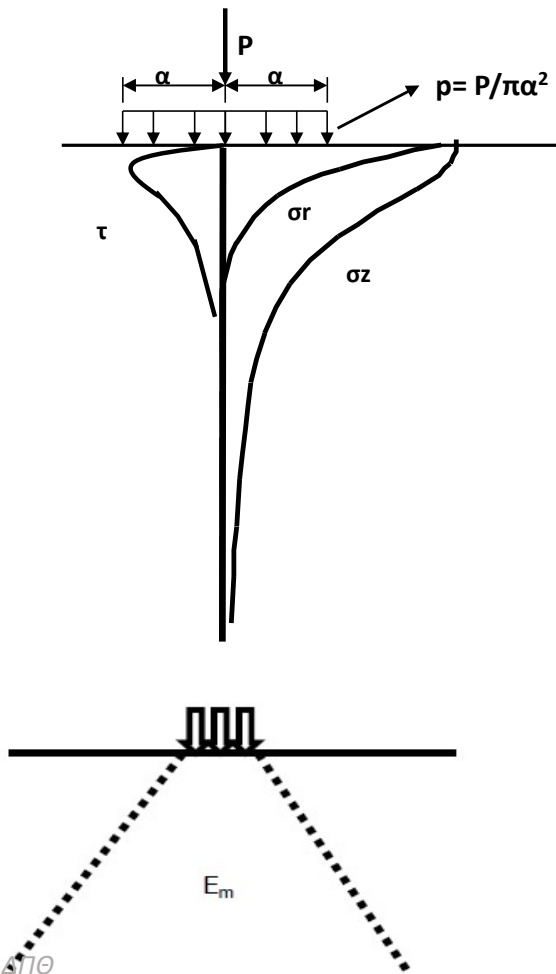
Boussinesq



Συστήματα Επάλληλων Στρώσεων (Burmister)



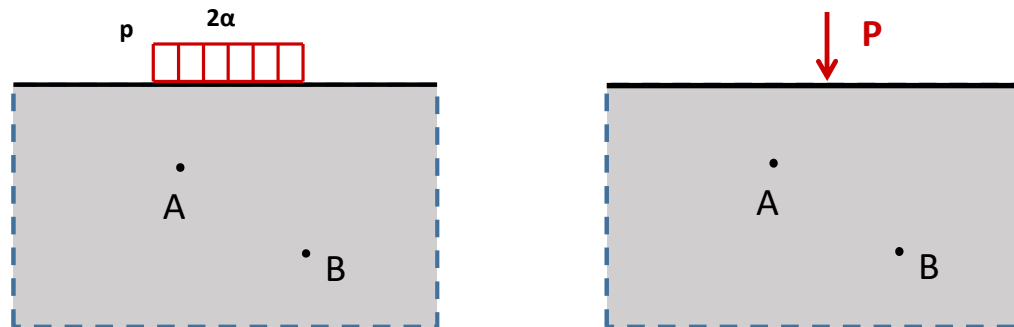
Θεωρία Boussinesq Ελαστικός ημίχωρος



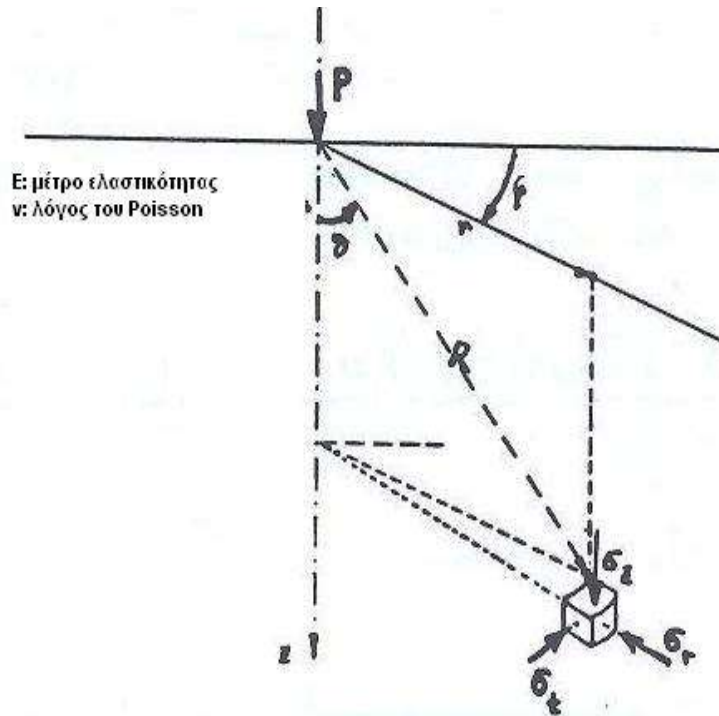
Συστήματα μιας στρώσης

Ομογενής ημίχωρος Boussinesq - παραδοχές

- Είναι ένας ημίχωρος με θεωρητικά άπειρο βάθος όπου στο ανώτερο επίπεδο ($z=0$) εφαρμόζεται το φορτίο
- Ομοιογενής: οι ιδιότητες του σημείου A είναι ίδιες με τις ιδιότητες του σημείου B
- Ισότροπος: οι ιδιότητες σε ένα συγκεκριμένο σημείο είναι ίδιες σε κάθε κατεύθυνση ή προσανατολισμό
- Ελαστικός: οι αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις εξαρτώνται από τις επιβαλλόμενες τάσεις



Σημειακό φορτίο P



$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi R^2} \times \sigma \nu \nu^3 \theta ,$$

$$\text{για } \theta=0 \quad \sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi z^2} \quad (R=z)$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \times \left[\frac{3\sigma \nu \nu \theta \times \eta \mu^2 \theta - (1-2\nu)}{1 + \sigma \nu \nu \theta} \right]$$

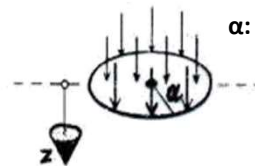
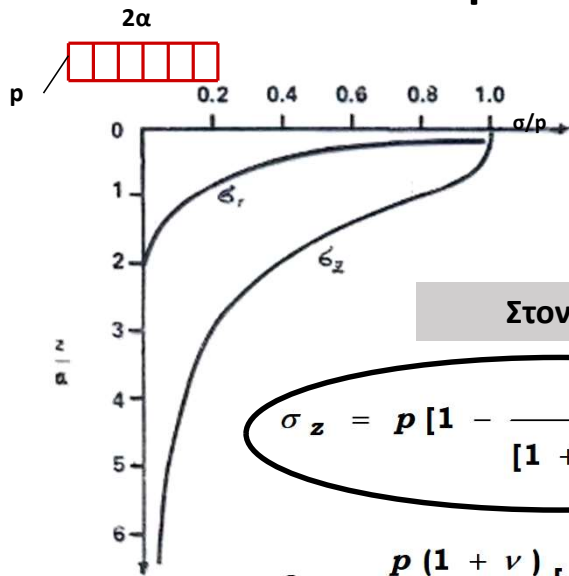
$$\sigma_t = \frac{P}{2\pi R^2} \times (1-2\nu) \times \left(\frac{-\sigma \nu \nu \theta + 1}{1 + \sigma \nu \nu \theta} \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{(1+\nu)P}{2\pi R^2 E} \times (3\sigma \nu \nu^3 \theta - 2\nu \sigma \nu \nu \theta)$$

$$\text{για } \theta=0 \quad \varepsilon_z = (1+\nu) \times (3-2\nu) \times \frac{P}{2\pi z^2 E}$$

$$\text{υποχώρηση } w_z = (1+\nu) \times \frac{P}{2\pi R E} \times (2 \times (1-\nu) + \sigma \nu \nu^2 \theta)$$

Ομοιόμοφο κυκλικό φορτίο p



a : ακτίνα κύκλου επαφής ομοιόμορφου φορτίου

Κυκλικό φορτίο που προκύπτει από ολοκλήρωση σημειακών φορτίων

Στον κατακόρυφο άξονα δια του κέντρου του φορτίου

$$\sigma_z = p \left[1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right]^{3/2}} \right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{p(1+\nu)}{E} \left[\frac{z/a}{\left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{3/2}} - (1-2\nu) \left[\frac{z/a}{\left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} - 1 \right] \right]$$

$$\sigma_t = \sigma_r = p \left[\frac{1+2\nu}{2} - \frac{1+\nu}{\left[1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right]^{3/2}} \right]$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_r = \frac{1}{E} \left[\frac{1-\nu}{2\nu} (\sigma_z - E\varepsilon_z) - \nu\sigma_z \right]$$

$$w_z = \frac{(1+\nu)pa}{E} \left[\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{1/2}} + (1-2\nu) \left\{ \left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{z}{a} \right\} \right]$$

Εφαρμογή 16

Αν η ακτίνα επαφής ενός τροχού είναι $a=15\text{cm}$, να βρεθεί το βάθος στο οποίο περιορίζεται η κατακόρυφη τάση:

- α) στο $1/5$ της πίεσης του τροχού (p), και
- β) στο $1/40$ της πίεσης του τροχού (p).

$$\sigma_z = \frac{1}{5} p = p \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right]$$

40

$$\frac{a}{z} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 - \frac{\sigma_z}{p}} \right)^{2/3} - 1}$$

α) $a/z = 0.40 \rightarrow z = 37.5 \text{ cm}$

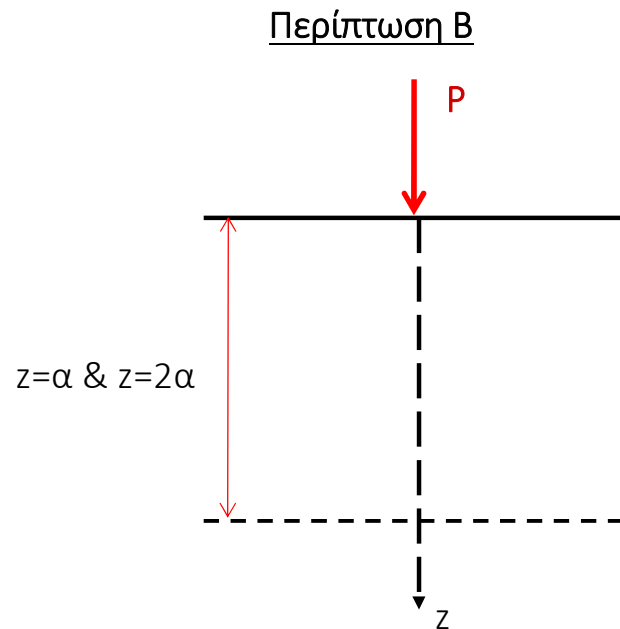
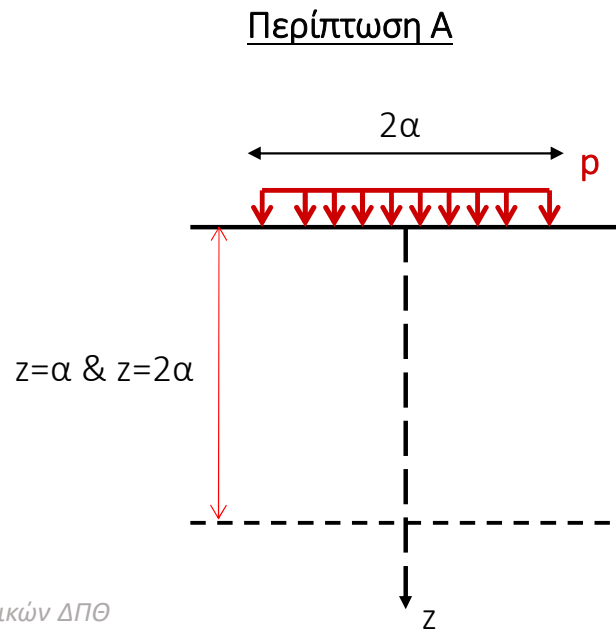
β) $a/z = 0.13 \rightarrow z = 115.0 \text{ cm}$

Εφαρμογή 17

Για έναν ελαστικό ημίχωρο, να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση που αναπτύσσεται σε βάθος $z=\alpha$ και $z=2\alpha$ από την επιφάνεια επιβολής της φόρτισης, όταν αυτή είναι:

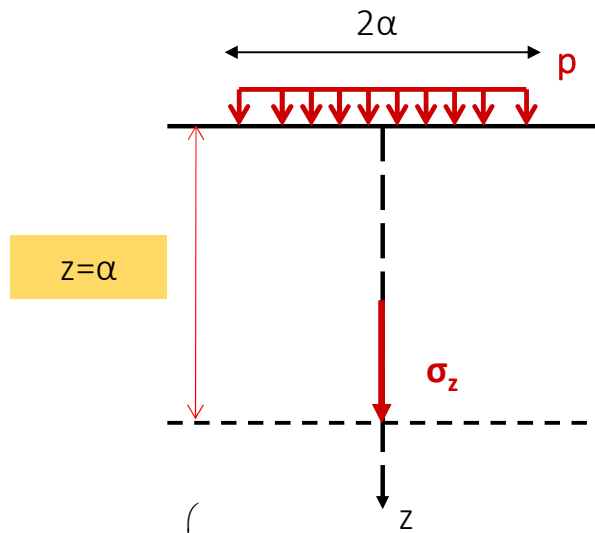
A) ομοιόμορφη κυκλική (p)

B) σημειακή (P).



Να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση που αναπτύσσεται σε βάθος $z=\alpha$:

Περίπτωση Α

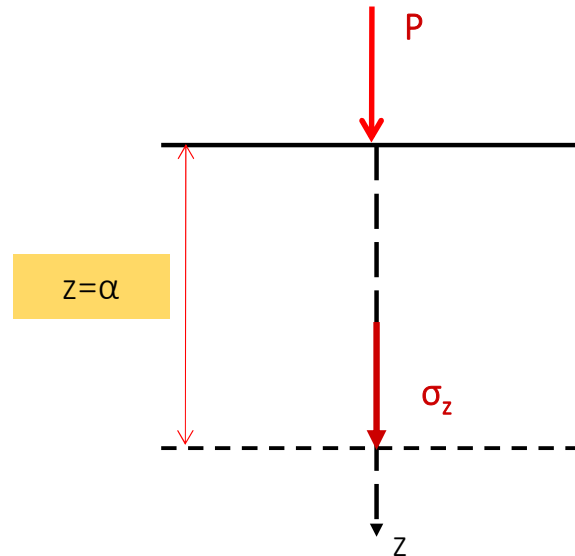


$$\sigma_z = p \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right)$$

$$\sigma_z = p \left(1 - \frac{1}{(1 + 1^2)^{3/2}} \right)$$

$\sigma_z = 0.646 p$

Περίπτωση Β



$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi R^2} \times \sigma \nu \nu^3 \theta$$

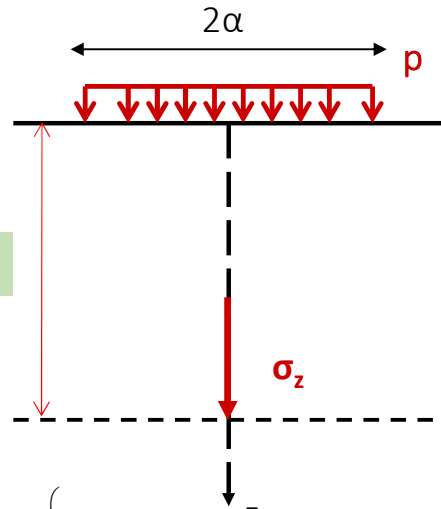
Για $\theta=0$: $R=z=\alpha$

$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi \alpha^2} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi \alpha^2} = 1.5p$$

$\sigma_z = 1.5 p$

Να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση που αναπτύσσεται σε βάθος $z=2\alpha$:

Περίπτωση Α

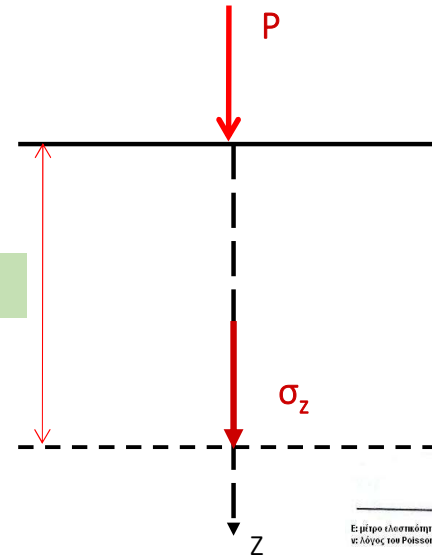


$$\sigma_z = p \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right)$$

$$\sigma_z = p \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right)^{3/2}} \right)$$

$\sigma_z = 0.284 p$

Περίπτωση Β

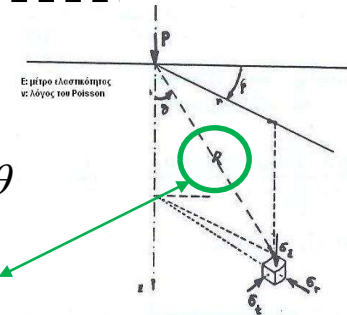


$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi R^2} \times \sigma \nu \nu^3 \theta$$

Για $\theta=0$: $R=z=2\alpha$ ($R \neq \alpha$)

$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi(2\alpha)^2} = \frac{3 \times P}{8\pi\alpha^2} = \frac{3}{8} \frac{P}{\pi\alpha^2} = 0.375p$$

$\sigma_z = 0.375 p$

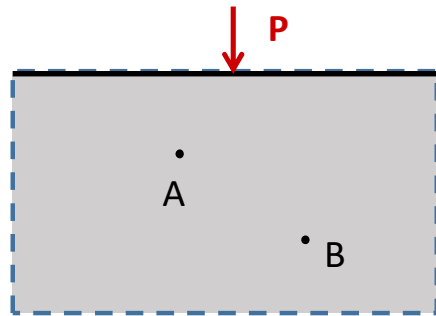


Επίπεδο ελαστικότητας
ν. Λόγος του Poisson

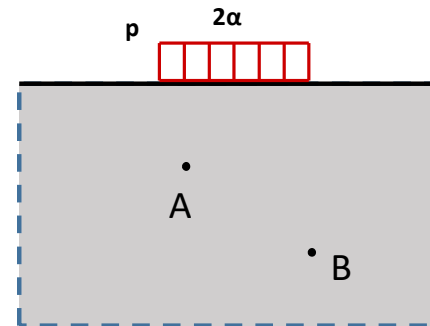
Σύγκριση σημειακού – κυκλικού φορτίου

Βάθος z	a/z	Κατανομή σ_z / p		% Διαφορά $(\sigma_{zp} - \sigma_{zk}) / \sigma_{zk}$	Διαστασιολόγηση
		Σημειακή φόρτιση	Κυκλική φόρτιση		
1.α	1/1	1.5	0.646	πολύ μεγάλη	Οδοποιία: μελέτη με κυκλικό φορτίο
2.α	1/2	0.375	0.284	32%	
3.α	1/3	0.167	0.146	14%	
4.α	1/4	0.094	0.087	8%	Ανεκτές διαφορές
5.α	1/5	0.060	0.057	5%	

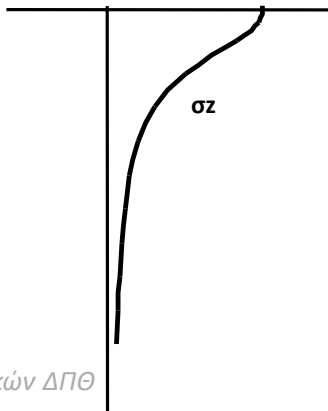
Συστήματα μιας στρώσης



$$\sigma_z = \frac{3 \times P}{2\pi z^2}$$



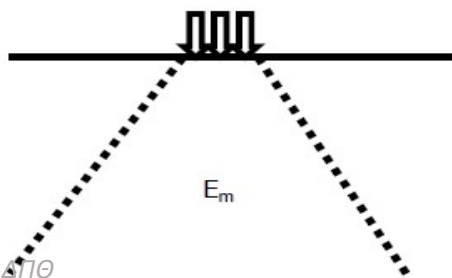
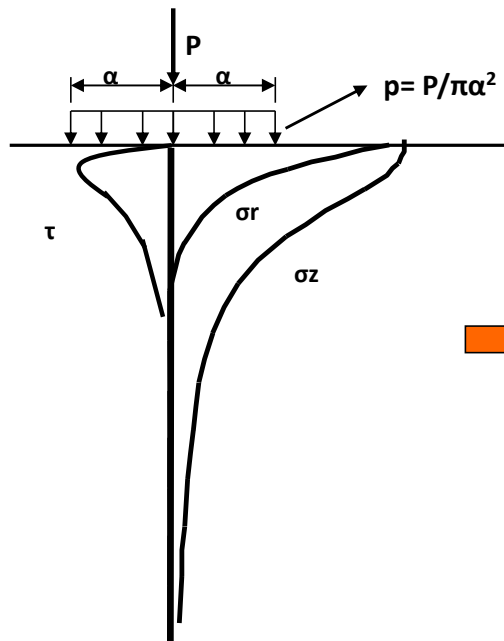
$$\sigma_z = p \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right]$$



- Οι τάσεις είναι ανεξάρτητες από τις ιδιότητες της στρώσης.
- Οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται κατά το κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από το κέντρο επιβολής του φορτίου.
- Η πίεση είναι μεγαλύτερη σε μικρά βάθη και θεωρητικά μηδενίζεται σε άπειρο βάθος.

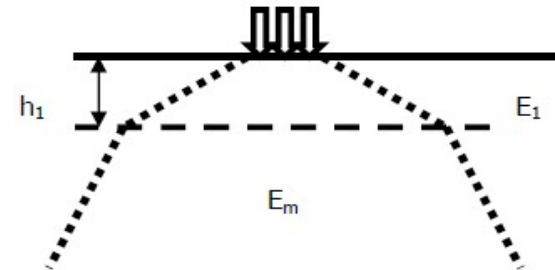
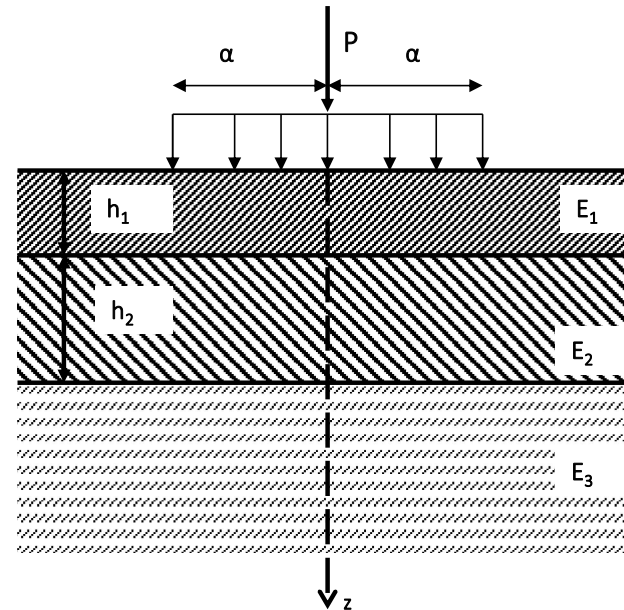
Θεωρία Boussinesq

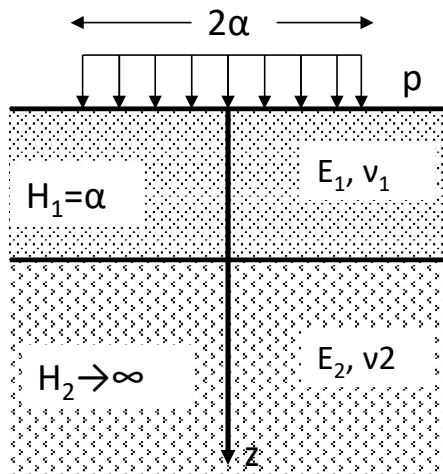
Ελαστικός ημίχωρος



Θεωρία Burmister

Σύστημα επάλληλων ελαστικών στρώσεων

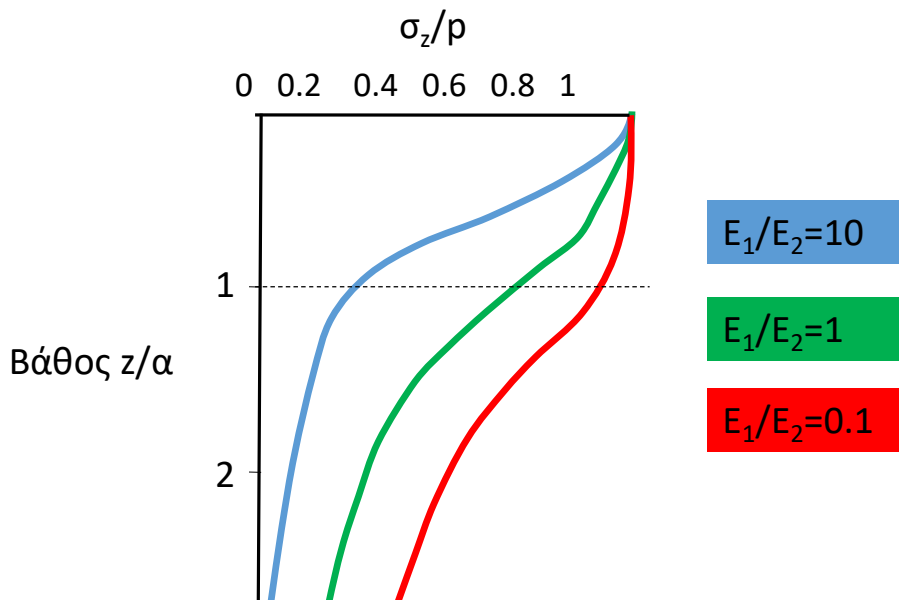




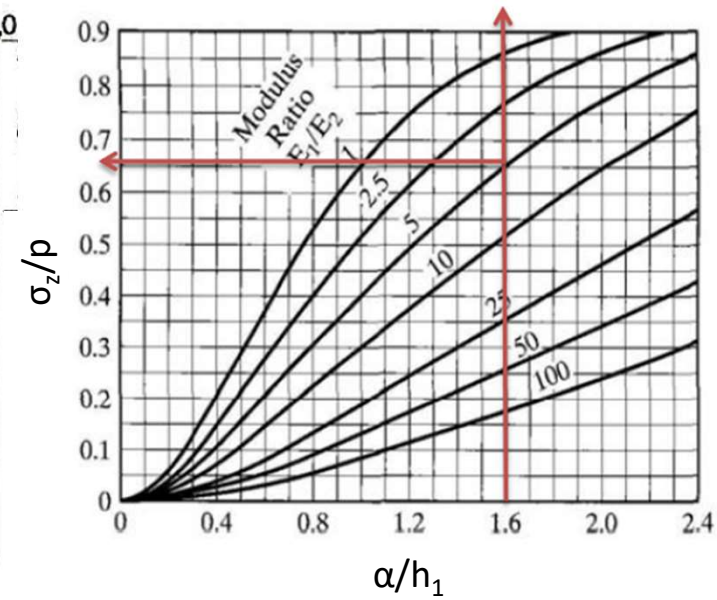
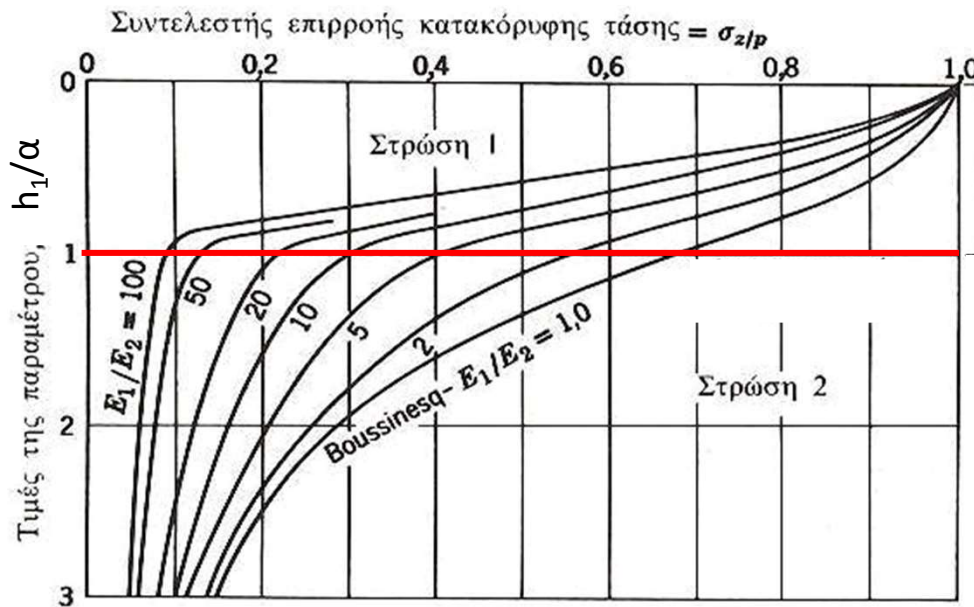
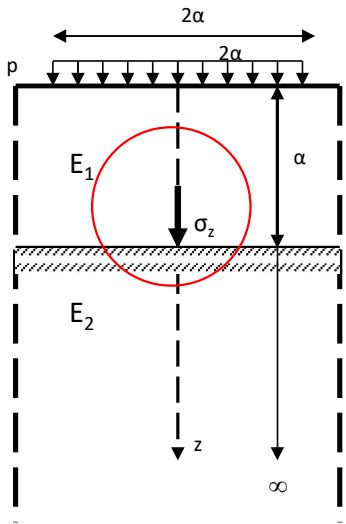
Ομοιόμορφη φόρτιση κυκλικής επιφάνειας επιβάλλεται σε (ελαστικό) έδαφος αποτελούμενο από δύο ξεχωριστές στρώσεις, όπου:

(α) $E_1/E_2 = 10$ και (β) $E_1/E_2 = 0.10$

Να σχεδιαστούν ποιοτικά οι κατανομές της σ_z κατά μήκος του άξονα z για τις 2 περιπτώσεις.

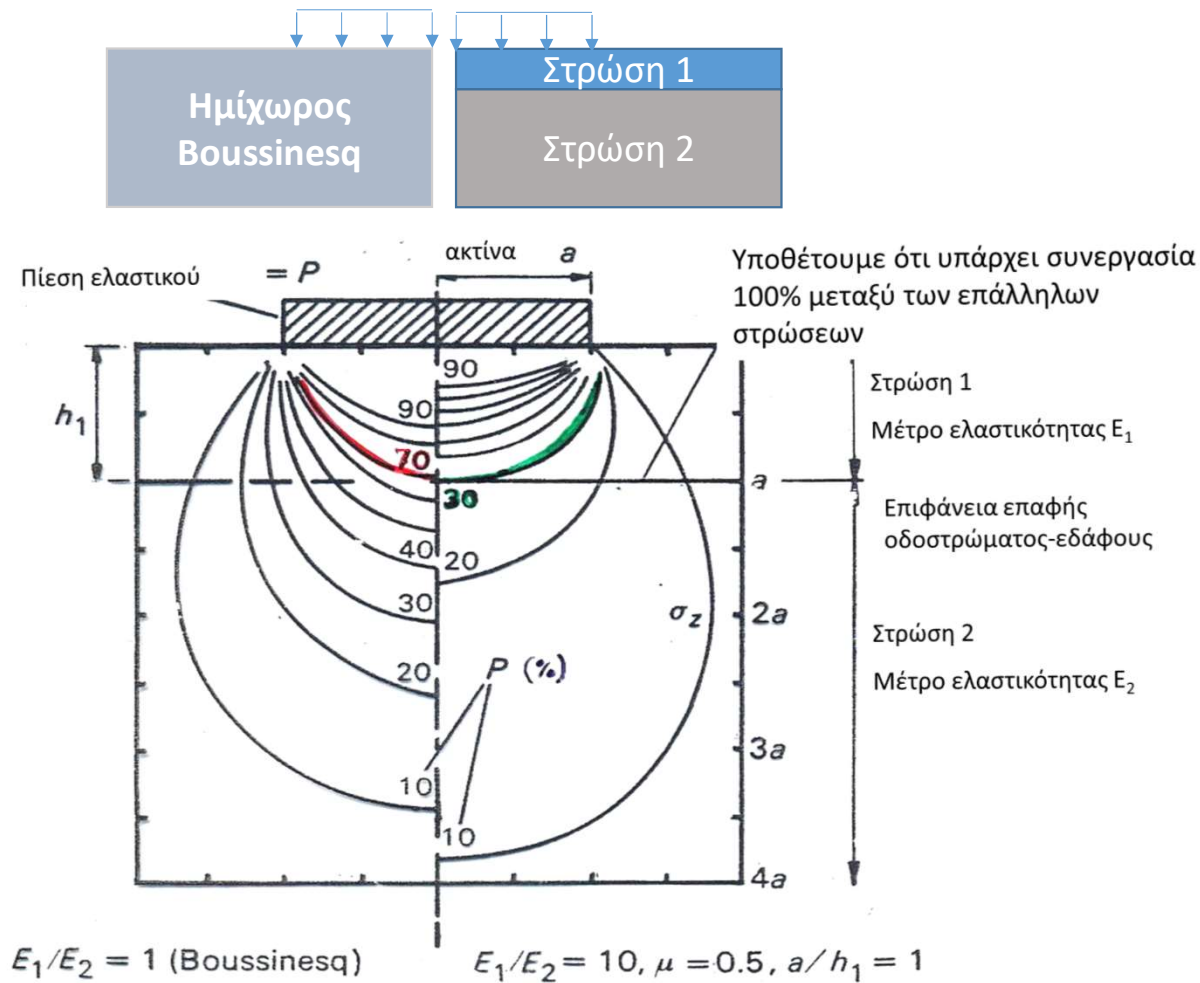


Θεωρία Burmister

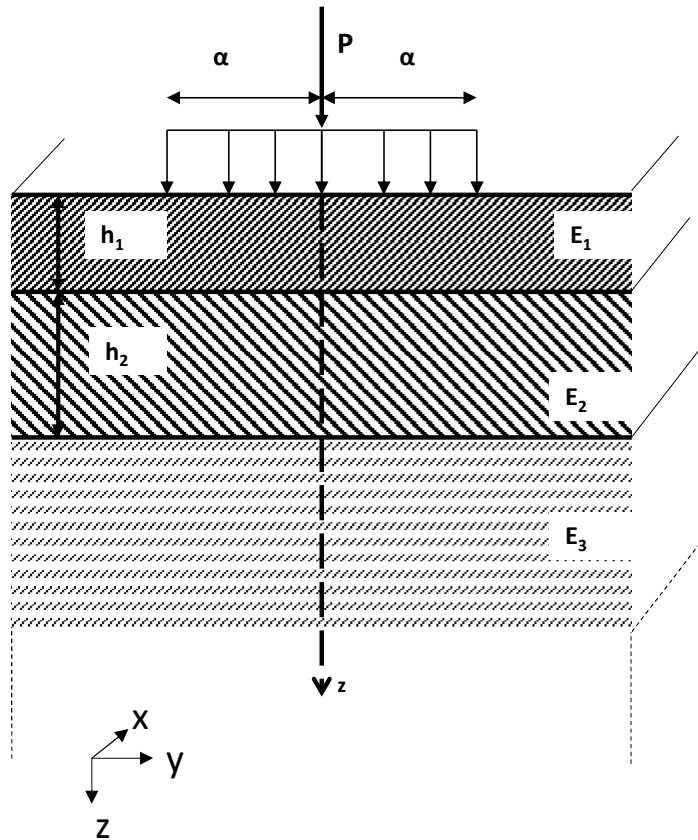


- Η κατακόρυφη τάση εξαρτάται από το λόγο E_1/E_2 .
- Η κατακόρυφη τάση μειώνεται με την αύξηση του λόγου E_1/E_2 .

Βασική αρχή λειτουργίας των εύκαμπτων οδοστρωμάτων με τη βοήθεια ισοστασικών καμπύλων από την εδαφομηχανική

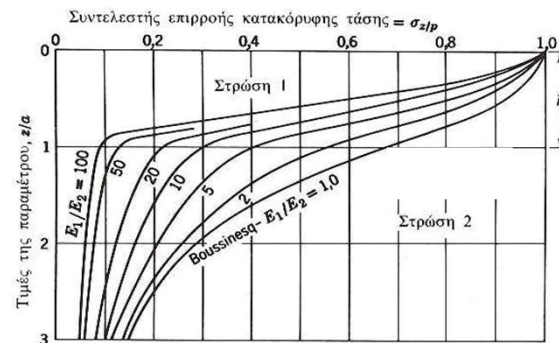
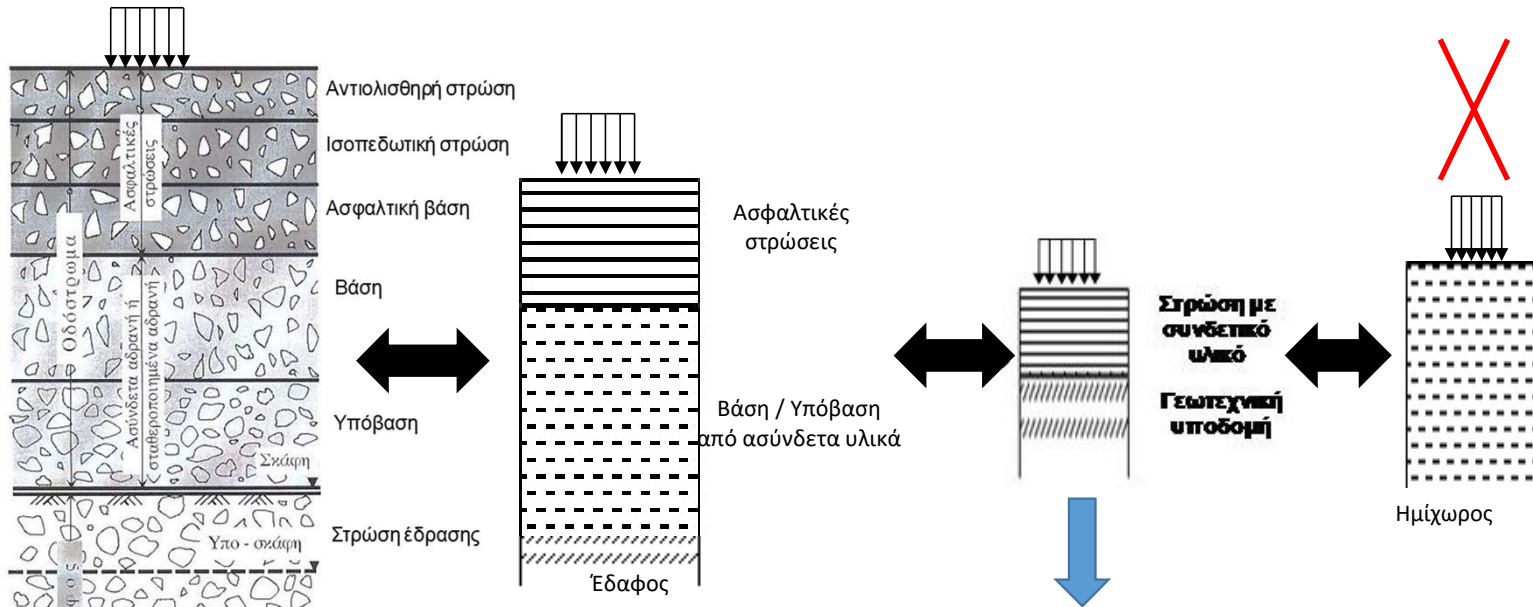


Θεωρία Burmister - Παραδοχές



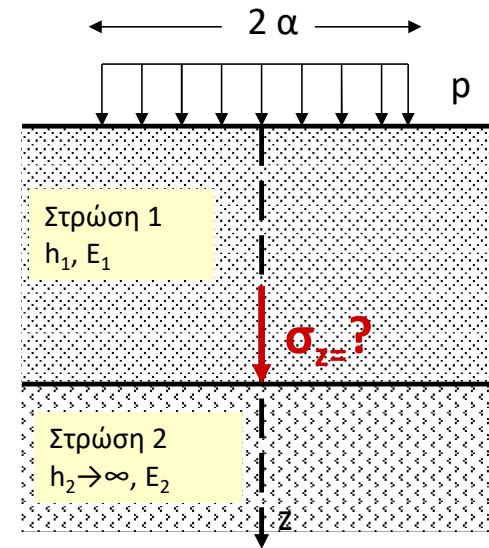
- Το υλικό της κάθε στρώσης είναι ομοιογενές, ισότροπο και ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας E και λόγο του Poisson ν .
- Η διεύθυνση (x) όλων των στρώσεων εκτείνεται στο άπειρο.
- Η κατακόρυφη διεύθυνση (z) είναι πεπερασμένου βάθους για όλες τις στρώσεις, εκτός της κατώτερης.
- Η κατώτερη στρώση εκτείνεται στο άπειρο πλευρικά και κατακόρυφα.
- Όλες οι στρώσεις είναι ομοιόμορφου πάχους. Το υλικό της κάθε στρώσης είναι αβαρές.
- Οι στρώσεις είναι σε πλήρη επαφή.

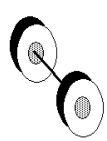
Προσομοιώματα ανάλυσης δομής οδών



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 18

Η διατομή μιας επαρχιακής οδού προσομοιάζεται απλοποιητικά ως σύστημα δύο στρώσεων. Η επιφάνεια της οδού καταπονείται από αξονικό φορτίο 5t επί απλών τροχών ακτίνας $\alpha=12.5$ cm. Η ανώτερη στρώση έχει μέτρο ελαστικότητας $E_1=1350$ MPa και πάχος $h_1=\alpha$. Για το υλικό της υποκείμενης στρώσης έχει εκτιμηθεί $E_2=45$ MPa. Να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση που μπορεί να φέρει η υποκείμενη στρώση, σύμφωνα με τη θεωρία του Burmister.



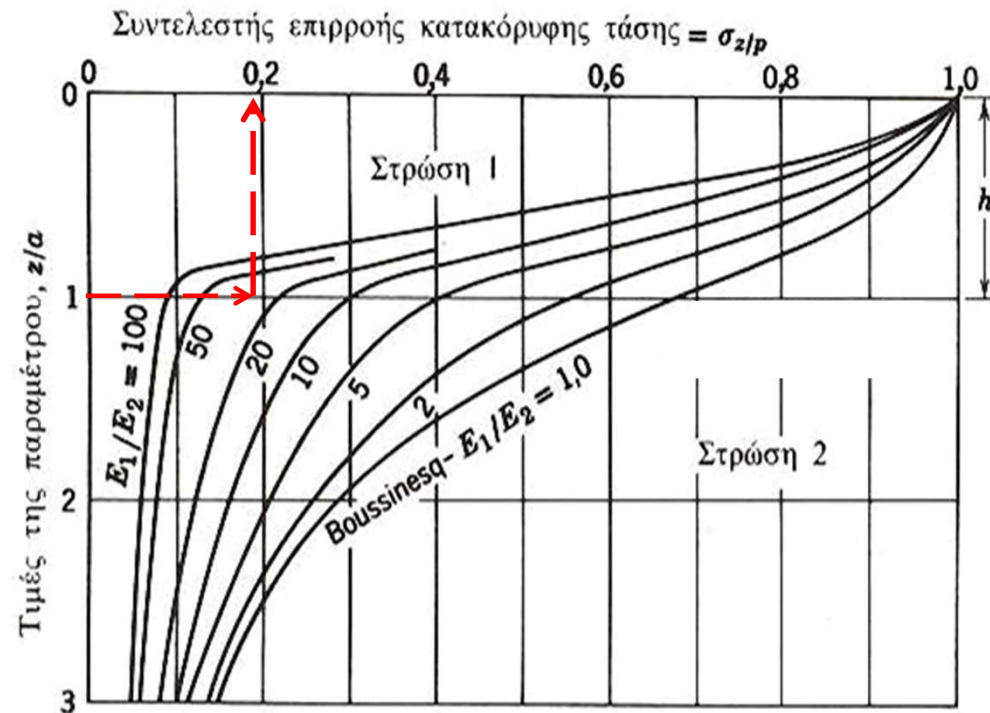


$$p = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{\frac{5000 \text{ kg}}{2} \times 10 \text{ m} / \text{sec}^2}{3.14 \times (125 \text{ mm})^2} = 0.51 \text{ N} / \text{mm}^2 (\text{MPa})$$

$$h_1 = z = a$$

$$\frac{z}{a} = 1$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{1350}{45} = 30$$



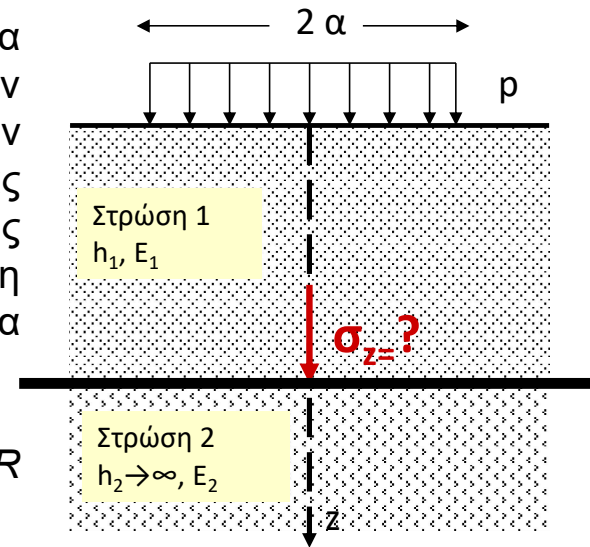
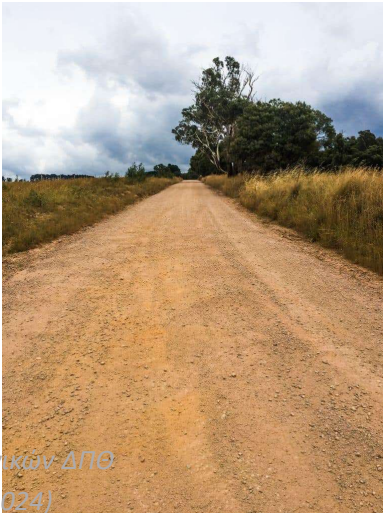
$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.19$$

$$\sigma_z = 0.19 p = 0.19 * 0.51 = 0.097 \text{ MPa}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 19

Μια μη ασφαλτοστρωμένη οδός περιλαμβάνει βάση από ασύνδετα υλικά που εδράζεται σε διαμορφωμένη εδαφική στρώση. Στην επιφάνεια της οδού ασκείται αξονικό φορτίο 4t επί απλών τροχών ακτίνας $\alpha=11$ cm. Η ανώτερη στρώση έχει μέτρο ελαστικότητας $E_1=500\text{MPa}$ και πάχος $h_1=\alpha$. Για το υλικό της υποκείμενης στρώσης έχει εκτιμηθεί ο δείκτης $\text{CBR}=5\%$. Να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση που μπορεί να φέρει η υποκείμενη στρώση, σύμφωνα με τη θεωρία του Burmister.

Σημείωση: Να θεωρηθεί ότι το μέτρο ελαστικότητας και ο δείκτης CBR του εδαφικού υλικού συνδέονται με τη σχέση $E(\text{MPa})=10*\text{CBR}(\%)$.



Υλικό υποκείμενης στρώσης – εκτίμηση μέτρου ελαστικότητας E_2

$$\text{CBR} = 5\%$$

$$E_2 (\text{MPa}) = 10 * \text{CBR} (\%) = 10 * 5 = 50 \text{ MPa}$$

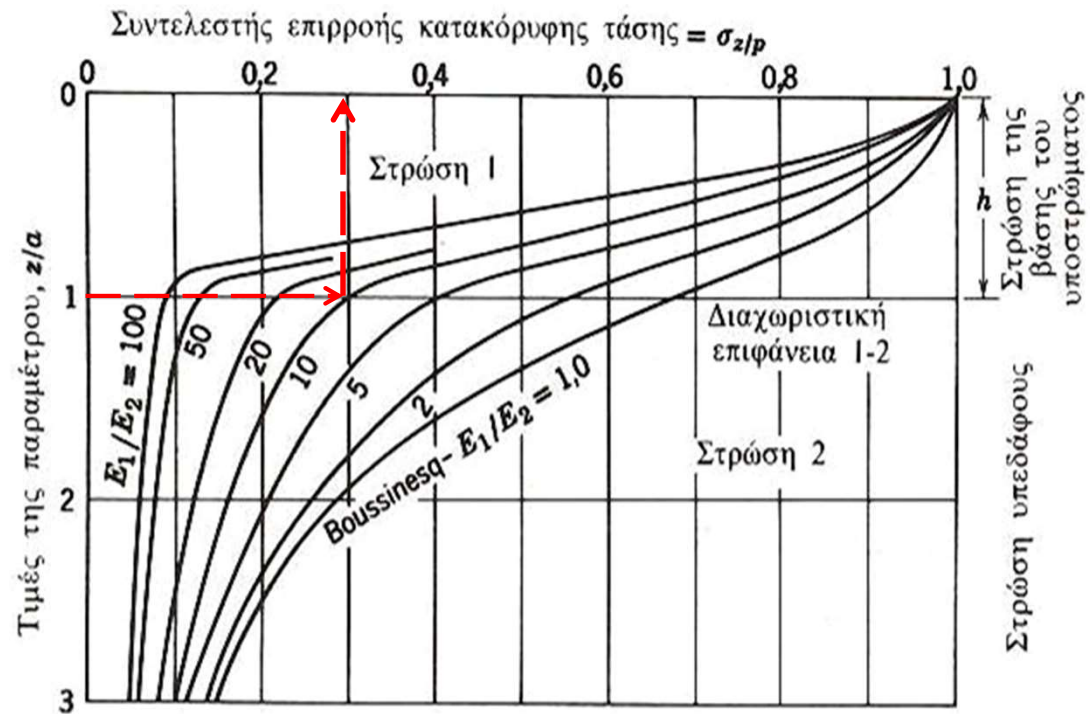
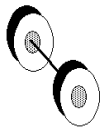
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{500}{50} = 10$$

$$h_1 = z = a$$

$$\frac{z}{a} = 1$$

Γραμμική παρεμβολή - Χρήση πίνακα μόνο για $z/a=1$

E_1/E_2	σ_z/p
1	0.68
2	0.55
5	0.40
10	0.30
20	0.22
50	0.13
100	0.09



$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.30$$

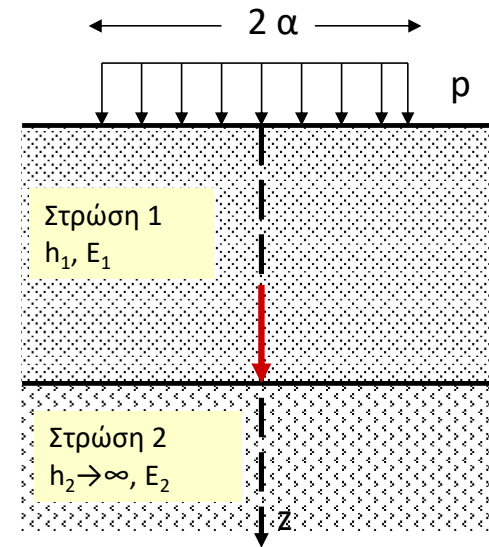
$$\sigma_z = 0.30 * 0.526 = 0.158 \text{ MPa}$$

$$p = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{\frac{4000 \text{ kg}}{2} \times 10 \text{ m / sec}^2}{3.14 \times (110 \text{ mm})^2} = 0.526 \text{ N / mm}^2 (\text{MPa})$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 20

Στην επιφάνεια μιας οδού δύο στρώσεων ασκείται ομοιόμορφη κυκλική πίεση 700kPa , με αποτέλεσμα η κατακόρυφη τάση που αναπτύσσεται στη στρώση έδρασης να είναι 154kPa . Η ανώτερη στρώση έχει μέτρο ελαστικότητας $E_1=2200\text{MPa}$ και πάχος $h_1=\alpha$. Να εκτιμηθεί η κατηγορία του εδαφικού υλικού της στρώσης έδρασης σύμφωνα με τον ΚΜΕ. Για το εδαφικό υλικό να ληφθεί $D=70\text{mm}$, και $d_{0.074}=20\%$, $LL=25$, $PL=17$, $\max \rho_{\text{dry}}=2000\text{ kg/m}^3$.

Σημείωση: Να θεωρηθεί ότι το μέτρο ελαστικότητας και ο δείκτης CBR του εδαφικού υλικού συνδέονται με τη σχέση $E(\text{MPa})=10 \cdot CBR(\%)$.

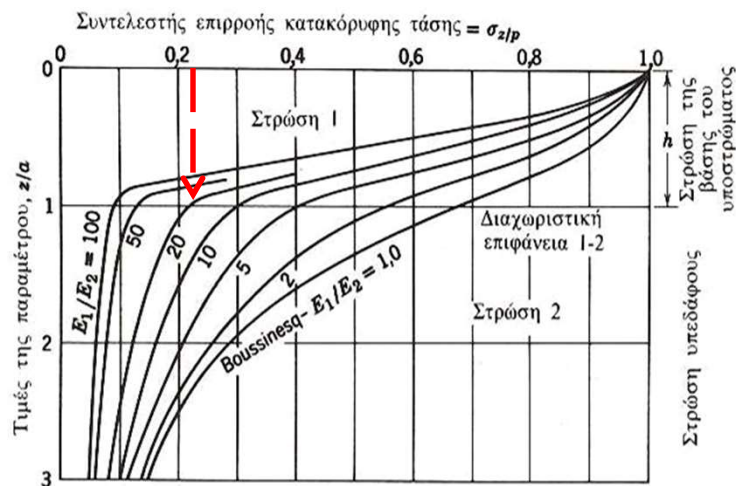


$$\frac{\sigma_z}{p} = \frac{154}{700} = 0.22$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 20 = \frac{2200}{E_2}$$

$$E_2 = 110 \text{ MPa}$$

$$CBR \approx 11\%$$



$$h_1 = z = a \rightarrow \frac{z}{a} = 1$$



Κανονισμός Μελετών Ερευνών (ΚΜΕ)

Κατηγορία εδαφικού υλικού	Χαρακτηριστικά υλικού	Όρια Atterberg	Max. πυκνότητα κατά την τροποποιημένη δοκιμή συμπίκνωσης χγρ/μ3	CBR*	Περιεκτικότητα σε οργανικά***	Παρατηρήσεις ως προς τη δυνατότητα χρησιμοποίησης τους για επιχώματα
E1	Γαιώδες υλικό με μέγιστη διάσταση κόκκου D < 200 χλστ και περιεκτικότητα σε κόκκους 200 > D > 150 χλστ μέχρι 25%	LL < 40 ή LL < 65 και PI > (0.6LL-9)	> 1.600	> 3 και διόγκωση** < 3%	< 3%	Αποδεκτό
E2	Μέγιστος κόκκος < 100 χλστ Διερχόμενο % από Νο 200 < 35%	LL < 40	> 1.940	> 5 και διόγκωση** < 2%	< 1%	Κατάλληλο
E3	Μέγιστος κόκκος < 80 χλστ Διερχόμενο % από Νο 200 < 25%	LL < 30 PI < 10	-	> 10 και διόγκωση** = 0	0%	Επίλεκτο Ι
E4	Μέγιστος κόκκος < 80 χλστ Διερχόμενο % από Νο 200 < 25%	LL < 30 PI < 10	-	> 20 και διόγκωση** = 0	0%	Επίλεκτο ΙΙ
E0	Εδαφικό υλικό που δεν ανήκει στις άλλες κατηγορίες					Ακατάλληλο

LL = Όριο Υδαρότητας E 105 - 86 Method 5
 PI = Δείκτης Πλαστικότητας E 105 - 86 Method 6
 Νο 200 = Κόσκονο της Αμερικανικής σειράς προτύπων κοσκίνων AASHTO : M-92 ανοίγματος βροχίδας 0,074 χλστ
 *CBR = Τιμή του Καλιφορνικού Λόγου Φέρουσας Ικανότητας που προσδιορίζεται σύμφωνα με τη μέθοδο 12 των Προδιαγραφών Εργαστηριακών Δοκιμών Εδαφομηχανικής (E 105-86) επί δοκιμών συμπίκνωσης στο 90% της μέγιστης πυκνότητας της Τροποποιημένης Δοκιμής Συμπύκνωσης (Μέθοδος 11 E 105-86) με τη βέλπστη υγρασία και μετά από υδρεπιποσμό 4 ημερών. Κατ' εξαίρεση επί "σημετωμένων" εδαφών και για έργα σε όρυγμα, για τον υπολογισμό της φέρουσας ικανότητας της "υποκείμενης στρώσης" οδοστρωμάτων θα γίνεται συμπληρωματικά και προσδιορισμός του CBR με δοκιμή "επί τόπου"
 ** = Κατά τη δοκιμή CBR
 *** = Θα προσδιορισθεί με τη μέθοδο της "υγρής οξείδωσης" (AASHTO T 194)

Το υλικό της στρώσης έδρασης (στρώση 2):

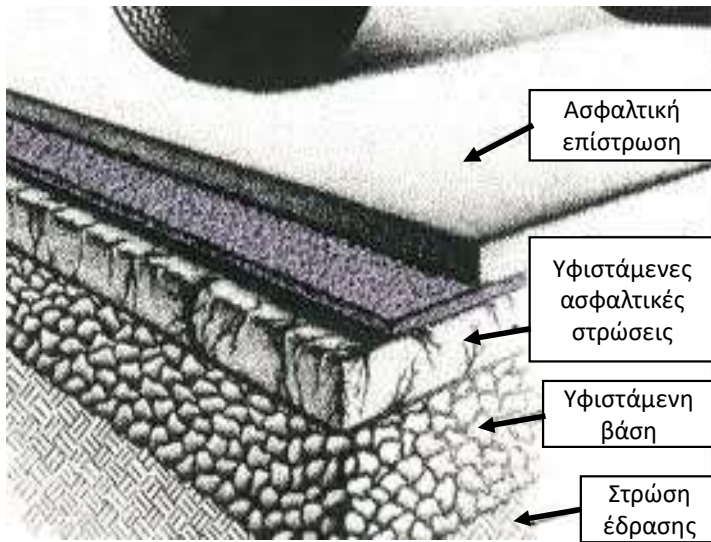
- Έχει μέτρο ελαστικότητας $E_2 = 110 \text{ MPa}$.
- Πιθανή κατηγορία με βάση τον ΚΜΕ: E_3 .

Μέτρο ελαστικότητας

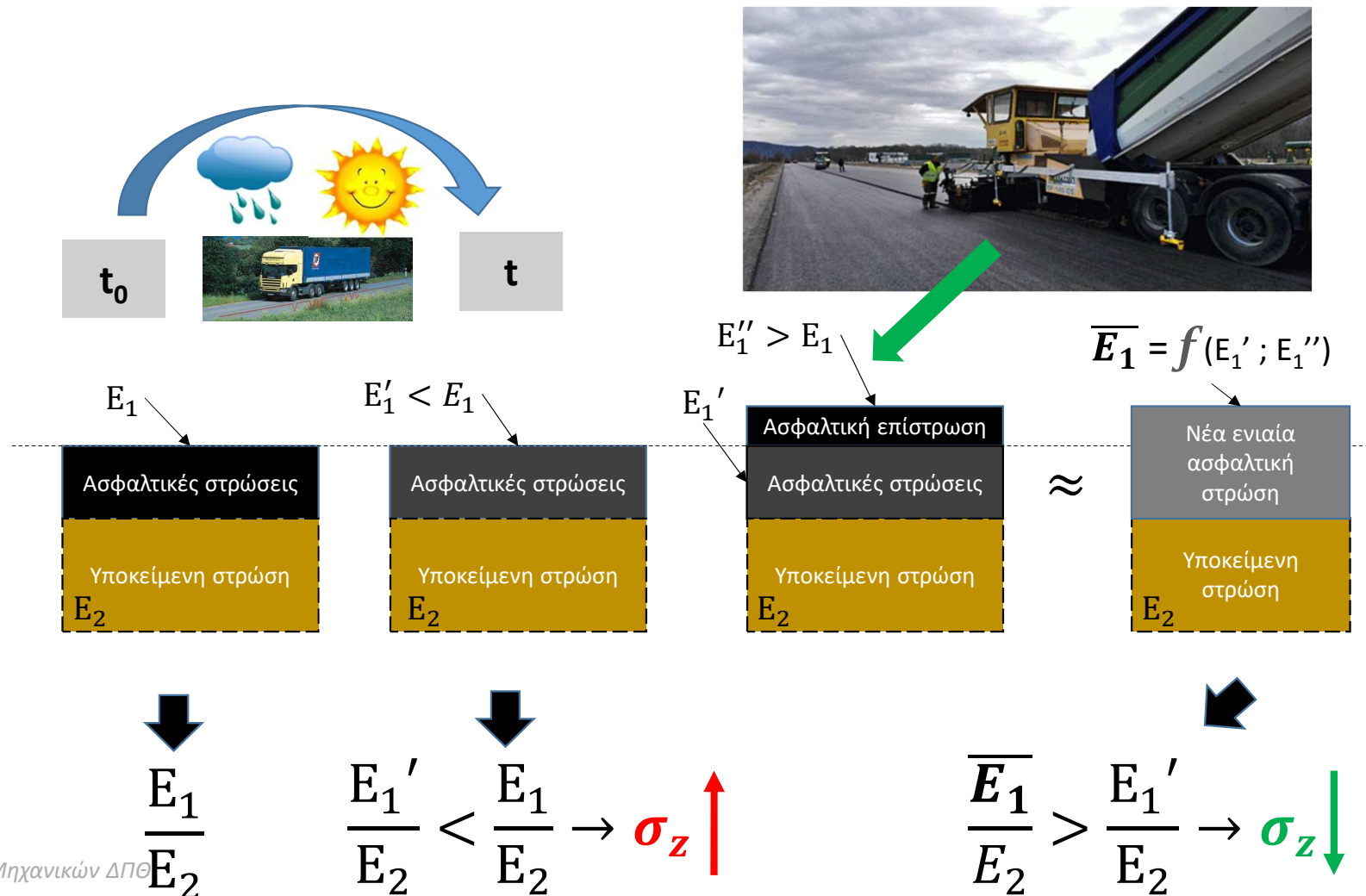
Κατηγορία υλικού (ΚΜΕ)

Όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του υλικού ($D=70\text{mm}<80$, $d_{0.074}=20\%<25\%$, $LL=25<30$ $PI=25-17=8<10$, και $\max \rho_{dry}=2000\text{kg/m}^3$) πληρούν τις απαιτήσεις της κατηγορίας E_3 , άρα το υλικό είναι κατηγορίας E_3

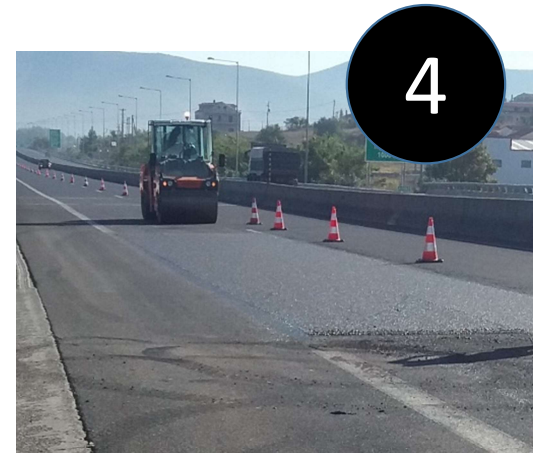
Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – επίστρωση (I)



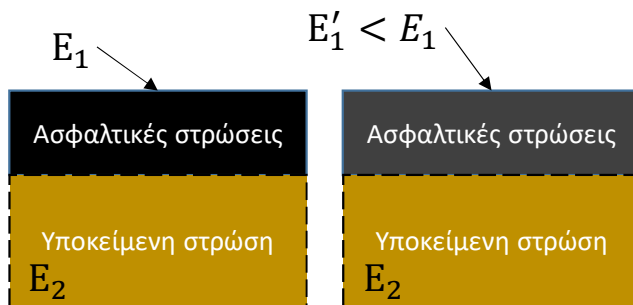
Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – επίστρωση (I)



Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)



Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)

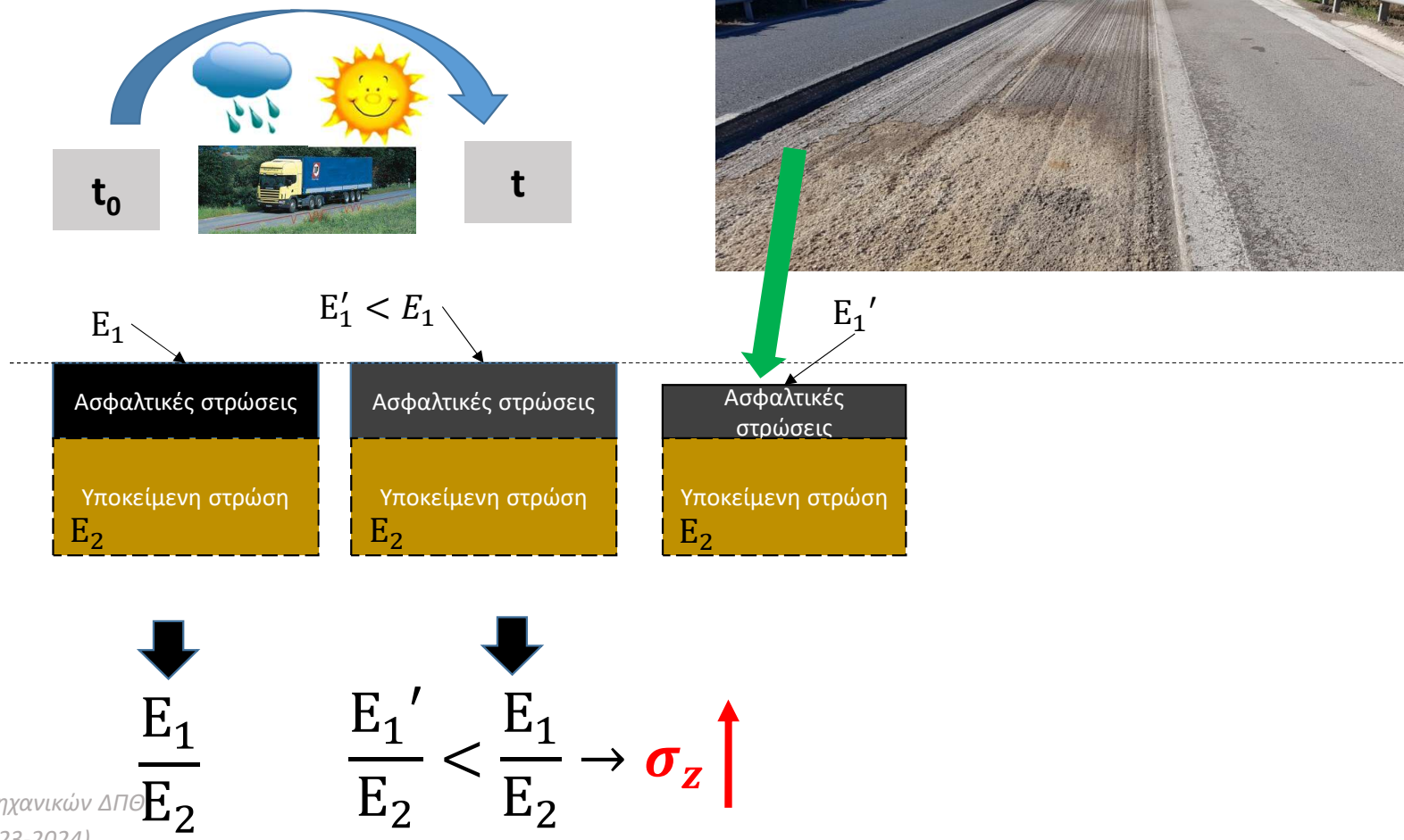


$$\frac{E_1}{E_2}$$

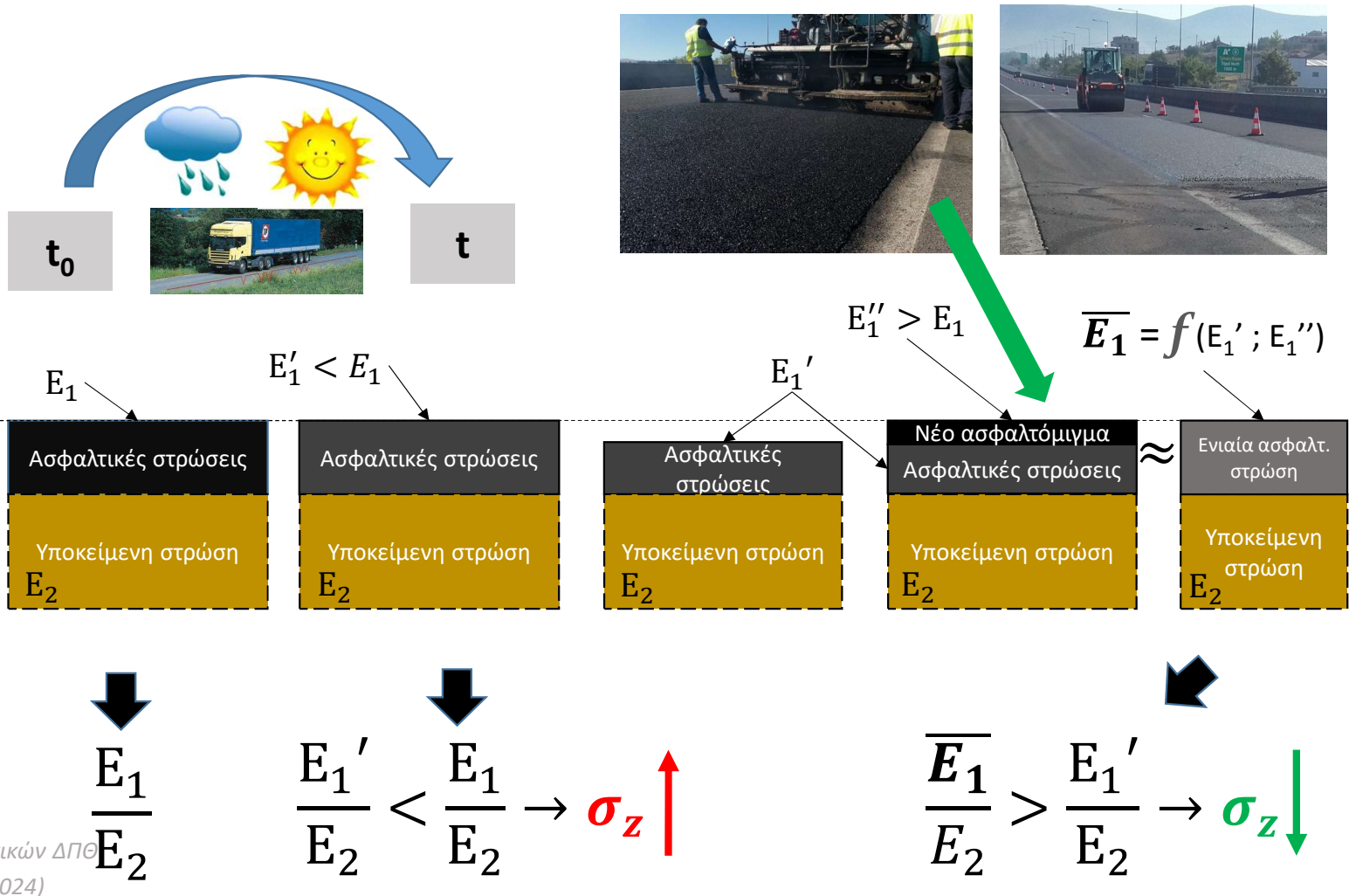


$$\frac{E_1'}{E_2} < \frac{E_1}{E_2} \rightarrow \sigma_z \uparrow$$

Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)

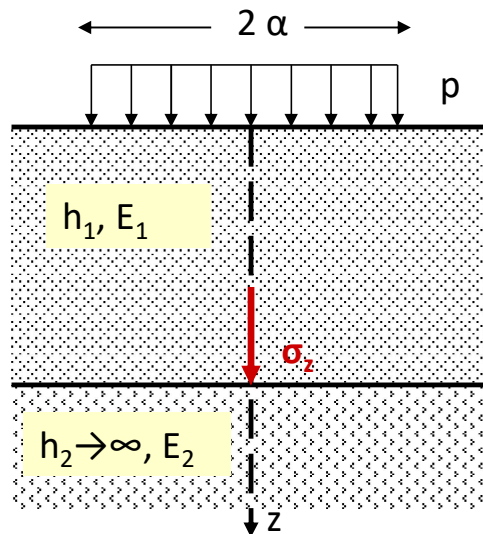


Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 21

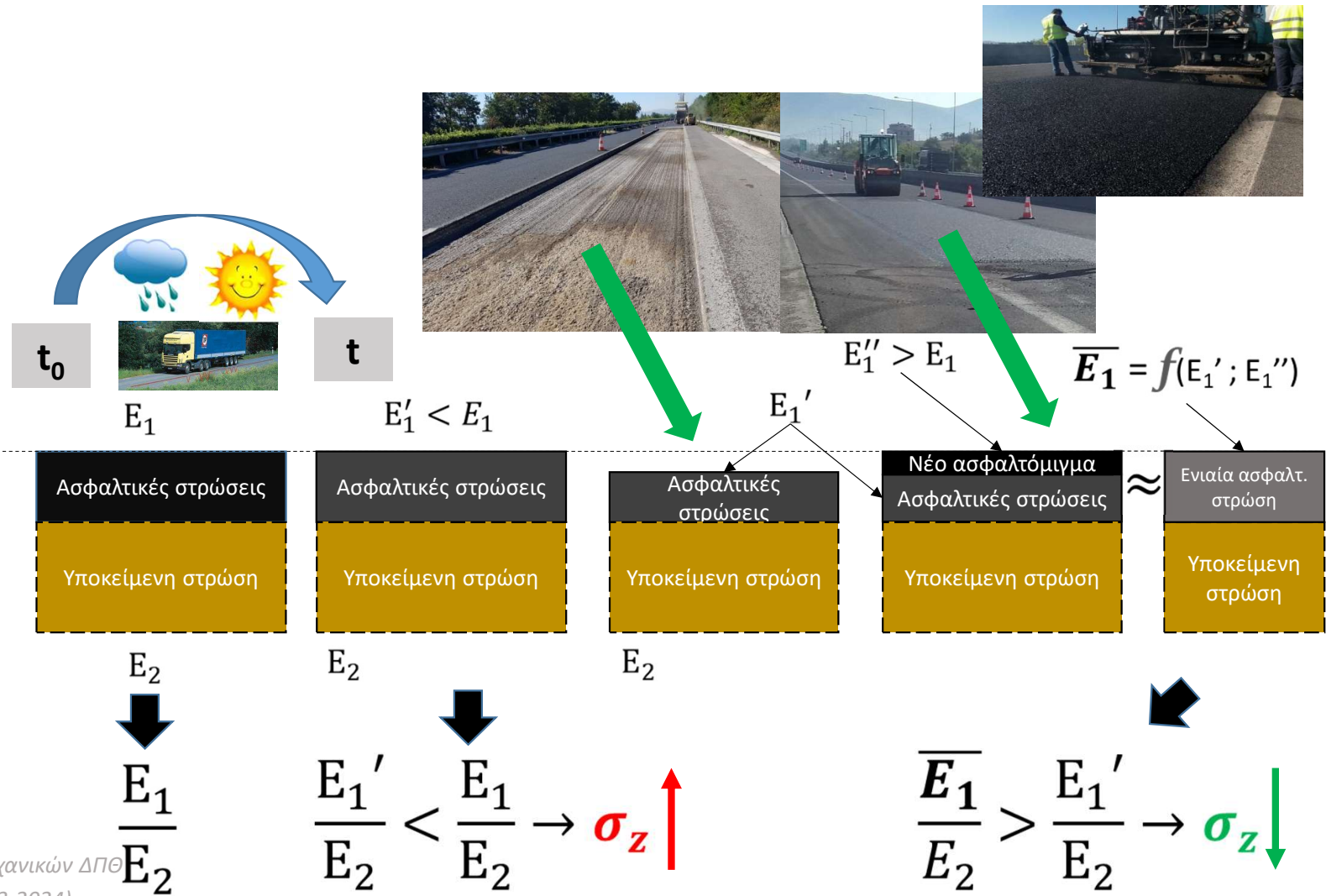
Η διατομή μιας οδού που προσομοιάζεται ως σύστημα δύο στρώσεων φορτίζεται στην επιφάνεια από ομοιόμορφη κυκλική πίεση 700kPa. Η επιφανειακή στρώση πάχους $h_1=15\text{cm}$ είχε αρχικό μέτρο ελαστικότητας $E_1=3000\text{MPa}$. Όταν παρατηρήθηκε μείωση του E_1 κατά 20%, αποφασίστηκε ενίσχυση της διατομής της οδού με την τεχνική του φρεζαρίσματος σε βάθος 6cm και προσθήκης νέου υλικού με μέτρο ελαστικότητας $E_1''=4650\text{MPa}$. Να υπολογιστεί η ποσοστιαία μεταβολή της κατακόρυφης τάσης που αναπτύσσεται στην κορυφή της υποκείμενης στρώσης πριν και μετά την ενίσχυση. Να γίνει η παραδοχή ότι η ακτίνα του κυκλικού φορτίου ισούται με το πάχος h_1 . Για την υποκείμενη στρώση να ληφθεί $E_2=150\text{MPa}$.



Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)



Τεχνολογικές εφαρμογές της θεωρίας Burmister – φρεζάρισμα & γέμισμα (II)



Αρχικά

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{3000}{150} = 20$$

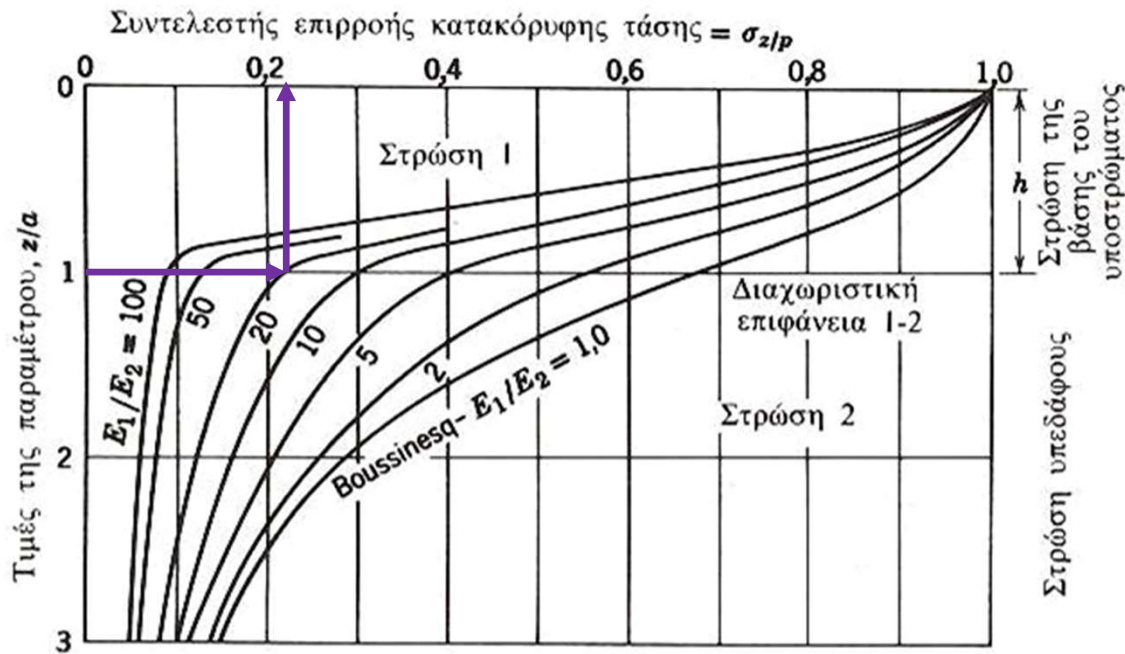
$$h_1 = z = a$$

$$\frac{z}{a} = 1$$

Γραμμική παρεμβολή

Ο πίνακας μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο όταν $z/a=1$

E_1/E_2	σ_z/p
1	0.68
2	0.55
5	0.4
10	0.3
20	0.22
50	0.13
100	0.09



$$\frac{\sigma_z}{p} = \frac{\sigma_z}{700} = 0.22 \rightarrow \sigma_z = 154 \text{ kPa} = 0.154 \text{ MPa}$$

Πριν την ενίσχυση

$$\frac{E_1'}{E_2} = \frac{80\% * 3000}{150} = \frac{2400}{150} = 16$$

$$h_1 = z = a$$

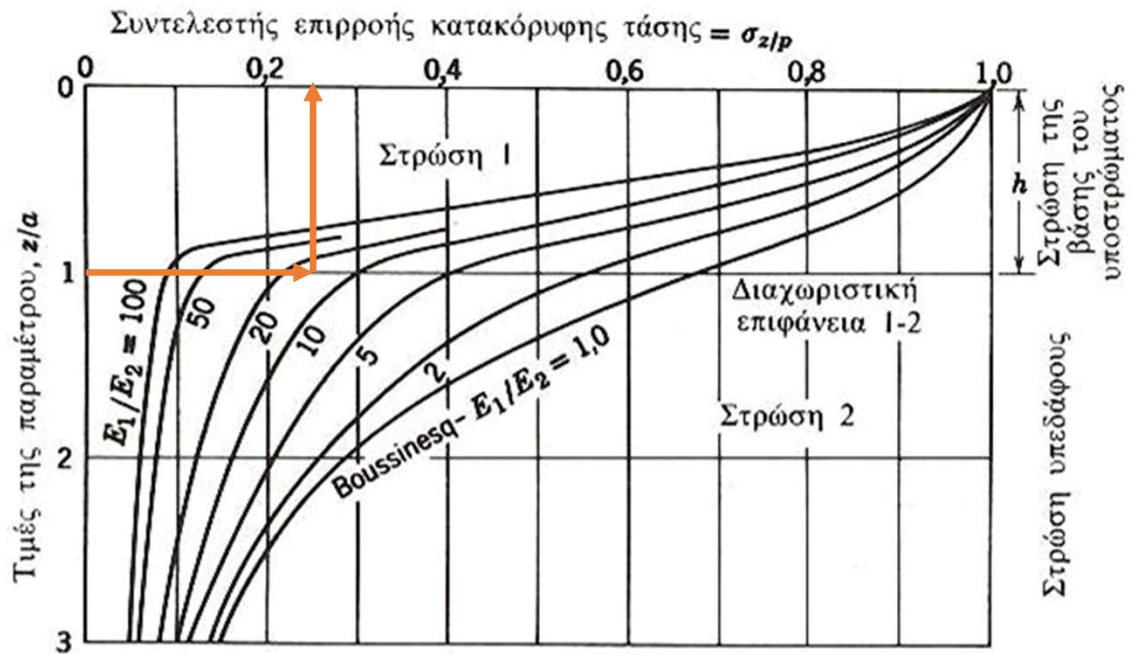
$$\frac{z}{a} = 1$$

Γραμμική παρεμβολή

Ο πίνακας μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο όταν $z/a=1$

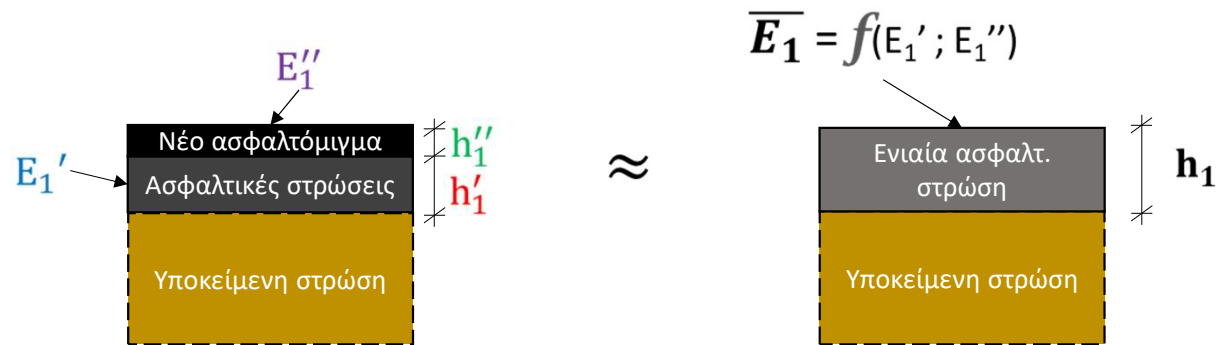
E_1/E_2	σ_z/p
1	0.68
2	0.55
5	0.4
10	0.3
20	0.22
50	0.13
100	0.09

$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.3 - \frac{16 - 10}{20 - 10} \cdot (0.3 - 0.22) = 0.252$$



$$\frac{\sigma_z}{p} = \frac{\sigma_z}{700} = 0.252 \rightarrow \sigma_z = 176.4 \text{ kPa} = 0.176 \text{ MPa} \quad +14.3\%$$

Μετά την ενίσχυση



Προσέγγιση του σύνθετου μέτρου ελαστικότητας μέσω του σταθμισμένου μέσου όρου

$$\bar{E}_1 = f(E_1'; E_1'') \approx \frac{h_1' \cdot E_1' + h_1'' \cdot E_1''}{h_1}$$

$$\bar{E}_1 \approx \frac{9 \cdot 2400 + 6 \cdot 4650}{15} = 3300 \text{ MPa}$$

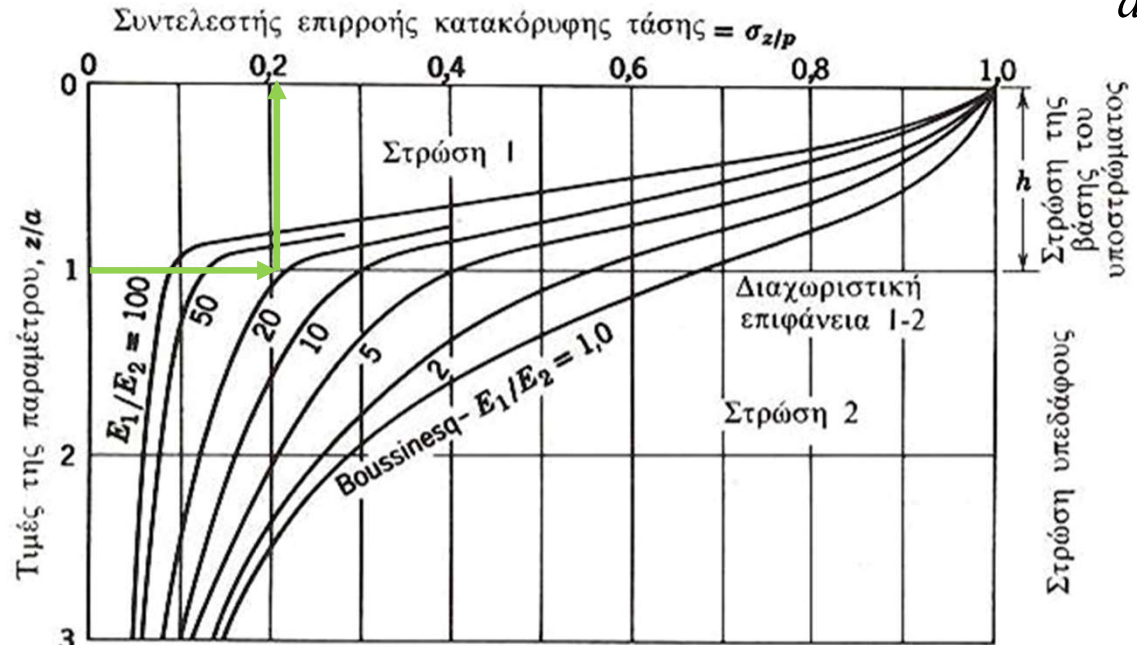
Μετά την ενίσχυση

$$\frac{\overline{E}_1}{E_2} = \frac{3300}{150} = 22$$

$$h_1 = z = a \rightarrow \frac{z}{a} = 1$$

Γραμμική παρεμβολή
Ο πίνακας μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο όταν $z/a=1$

E_1/E_2	σ_z/p
1	0.68
2	0.55
5	0.4
10	0.3
20	0.22
50	0.13
100	0.09



$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.13 + \frac{50 - 22}{50 - 20} \cdot (0.22 - 0.13) = 0.214$$

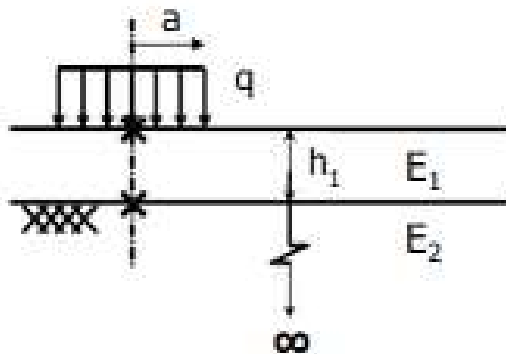
$$\frac{\sigma_z}{p} = \frac{\sigma_z}{700} = 0.214 \rightarrow \sigma_z = 149.8 \text{ kPa} = 0.150 \text{ MPa}$$

Σε σχέση με την αρχική κατάσταση

-2.6%

Σε σχέση με πριν την ενίσχυση

-14.8%



Υποχώρηση - σύστημα δύο στρώσεων

• Επιφανειακή υποχώρηση (μονάδες μήκους – mm)

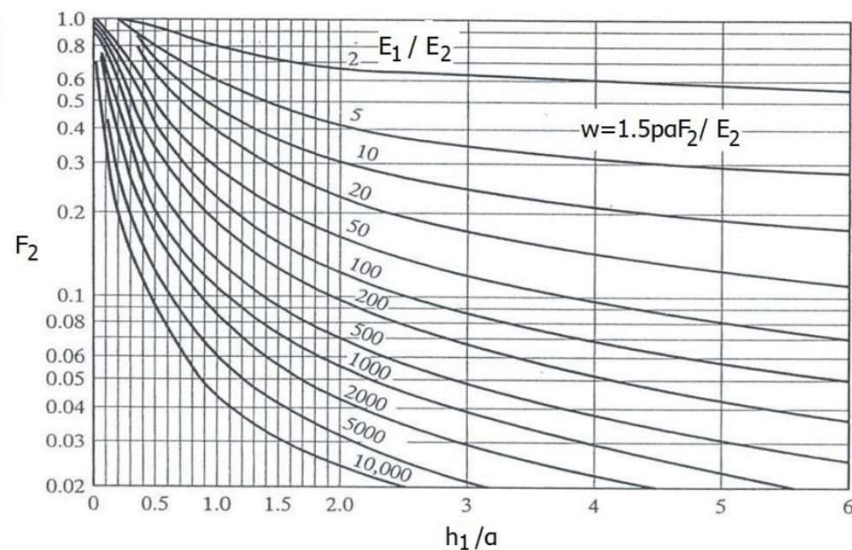
• Υποχώρηση στη διεπιφάνεια των στρώσεων

Υπολογισμός επιφανειακής υποχώρησης για σύστημα 2 στρώσεων

$$w = 1.5 \times \rho \times \alpha \times F_2 / E_2$$

όπου:

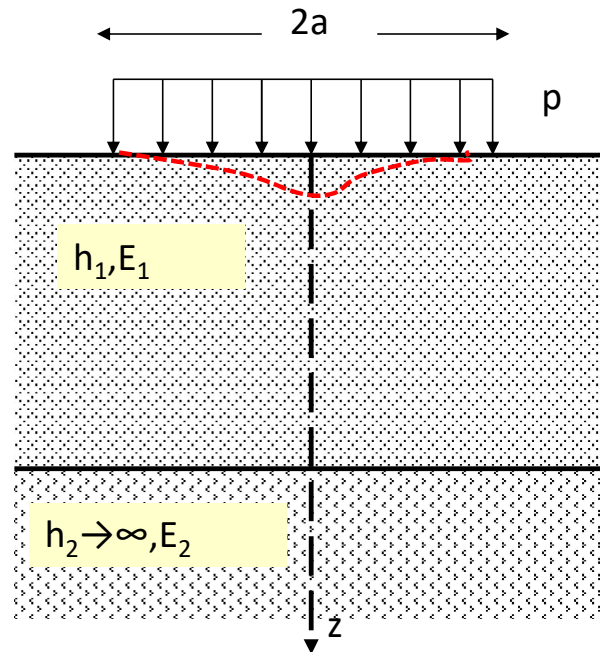
- ρ = πίεση κυκλικού φορτίου (MPa)
- α = ακτίνα επαφής (mm)
- E_2 = μέτρο ελαστικότητας της υποκείμενης στρώσης (MPa)
- F_2 = αδιάστατος συντελεστής που εξαρτάται από το λόγο E_1/E_2 καθώς και το λόγο βάθους/ακτίνας



h_1 : πάχος άνω στρώσης

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 22

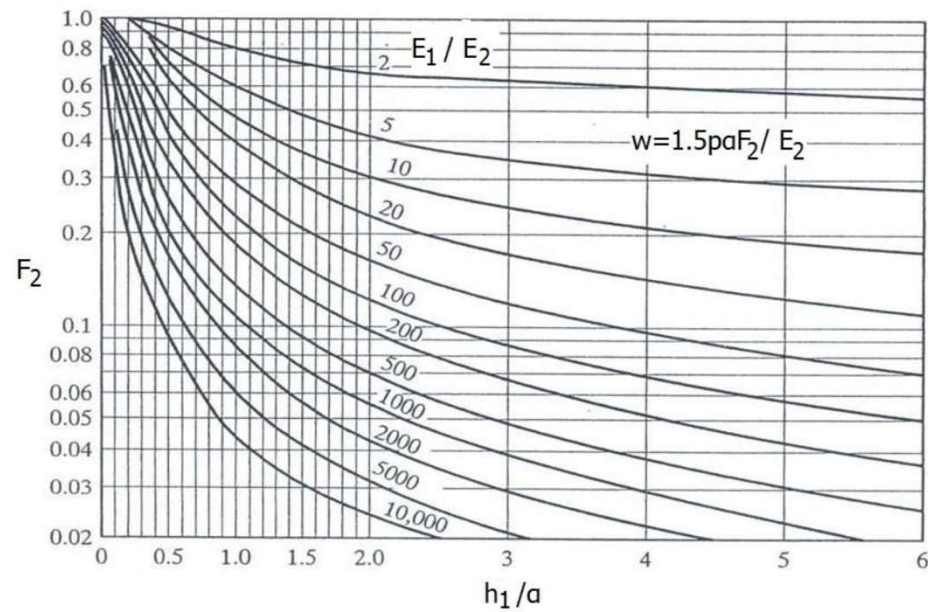
Να υπολογιστεί η επιφανειακή υποχώρηση που προκαλείται σε οδό που προσομοιάζεται ως σύστημα δύο στρώσεων, για τις περιπτώσεις αξονικού φορτίου επί απλών τροχών 8t και 13t. Δίνονται: $a=150$ mm, $h_1=30$ cm, $E_1=1500$ MPa, $E_2=300$ MPa.



$$w = 1.5 \times p \times \alpha \times F_2 / E_2$$

$$\frac{h_1}{a} = \frac{30\text{cm}}{150\text{mm}} = \frac{300\text{mm}}{150\text{mm}} = 2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{1500\text{MPa}}{300\text{MPa}} = 5$$

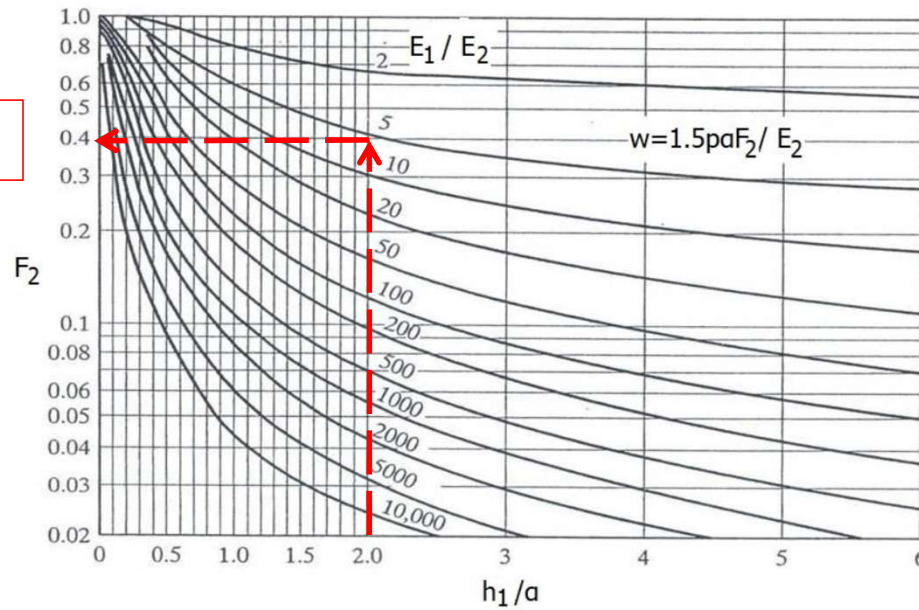


$$w = 1.5 \times p \times \alpha \times F_2 / E_2$$

$$\frac{h_1}{a} = \frac{30\text{cm}}{150\text{mm}} = \frac{300\text{mm}}{150\text{mm}} = 2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{1500\text{MPa}}{300\text{MPa}} = 5$$

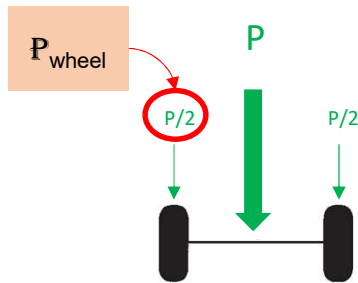
$$F_2 \approx 0.40$$



$$w = 1.5 \times p \times a \times F_2 / E_2$$

$$p_{8t} = \frac{P_{wheel}}{\pi a^2} = \frac{\frac{8000kg}{2} \times 10m / sec^2}{3.14 \times (150mm)^2} = 0.566 N / mm^2 (MPa)$$

Βάρος τροχού = m · g



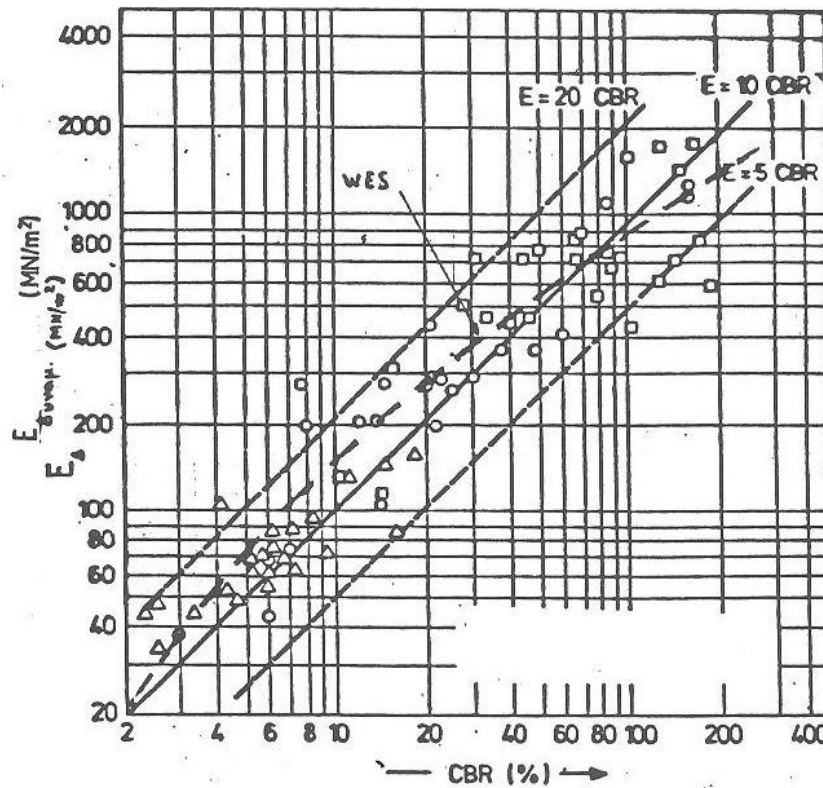
$$W_{8t} = 1.5 \times 0.566 \times 150 \times 0.4 / 300 = 0.170mm$$

$$p_{13t} = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{\frac{13000kg}{2} \times 10m / sec^2}{3.14 \times (150mm)^2} = 0.92 N / mm^2 (MPa)$$

$$W_{13t} = 1.5 \times 0.92 \times 150 \times 0.4 / 300 = 0.276mm$$

Εντατική κατάσταση και φθορά

Υλικό στρώσης έδρασης Συσχέτιση CBR και μέτρου ελαστικότητας



Για εδαφική στρώση ($\nu=0.35-0.50$)

$$E = 10 \cdot \text{CBR}$$

για $\text{CBR} < 5-10\%$

ή

$$E = 17.6 \cdot \text{CBR}^{0.64}$$

για $\text{CBR} > 5-10\%$

Υλικό βάσης/υπόβασης

- ☐ Συσχέτιση *CBR* και μέτρου ελαστικότητας
- ☐ Εκτίμηση με γνωστό το πάχος της στρώσης και το μέτρο ελαστικότητας του υποκείμενου υλικού



$$E_2 = k * E_3$$

$$k = 0.20 * h_2^{0.45}$$

E_2 μέτρο ελαστικότητας βάσης/υπόβασης (MPa)

E_3 μέτρο ελαστικότητας στρώσης έδρασης (MPa)

k αδιάστατος συντελεστής

h_2 Πάχος βάσης/υπόβασης (σε mm για να «δουλέψει» η σχέση υπολογισμού του k)


$$E = 17.6 \cdot CBR^{0.64}$$

για $CBR > 5-10\%$

Αναλυτικός υπολογισμός του μέτρου δυσκαμψίας του ασφαλτομίγματος ($E_1=S_m$) κατά Heukelom-Klomp

$$S_m = S_b \left[1 + \frac{2.5 \times c'_v}{n (1 - c'_v)} \right]^n$$

όπου:

S_m = μέτρο δυσκαμψίας του μίγματος (MPa)

S_b = μέτρο δυσκαμψίας της ασφάλτου (MPa)

$$n = 0.83 \log \left[\frac{4 \times 10^4}{S_b} \right]$$

$$c_v = \frac{V_a}{V_a + V_b}$$

V_a = ποσοστό αδρανών κ.ο. ασφαλτομίγματος

V_b = ποσοστό ασφάλτου κ.ο. ασφαλτομίγματος

V_v = ποσοστό κενών κ.ο. ασφαλτομίγματος

$$c'_v = \frac{c_v}{1 + (V_v - 0.03)}$$

Η σχέση ισχύει για $V_v > 3\%$

Προσδιορισμός μέτρου δυσκαμψίας ασφάλτου S_b

- Αλγόριθμος Van der Poel

$$S_b = (1.157 \times 10^{-7}) \times t^{-0.368} \times e^{-I_p} \times (T_{RB} - T_b)^5$$

Όπου: S_b = μέτρο δυσκαμψίας της ασφάλτου σε MPa

t = χρόνος φορτίσεως σε sec

$t = \frac{1}{v}$ (sec) Όπου v είναι η ταχύτητα (km/h)

I_p = δείκτης διεισδυτικότητας

T_{RB} = Θερμοκρασία μάλθωσης σε °C

T_b = Θερμοκρασία της ασφάλτου σε °C



$$I_p = \frac{1952 - 500 \times \log Pen - 20 \times T_{RB}}{50 \times \log Pen - T_{RB} - 120}$$

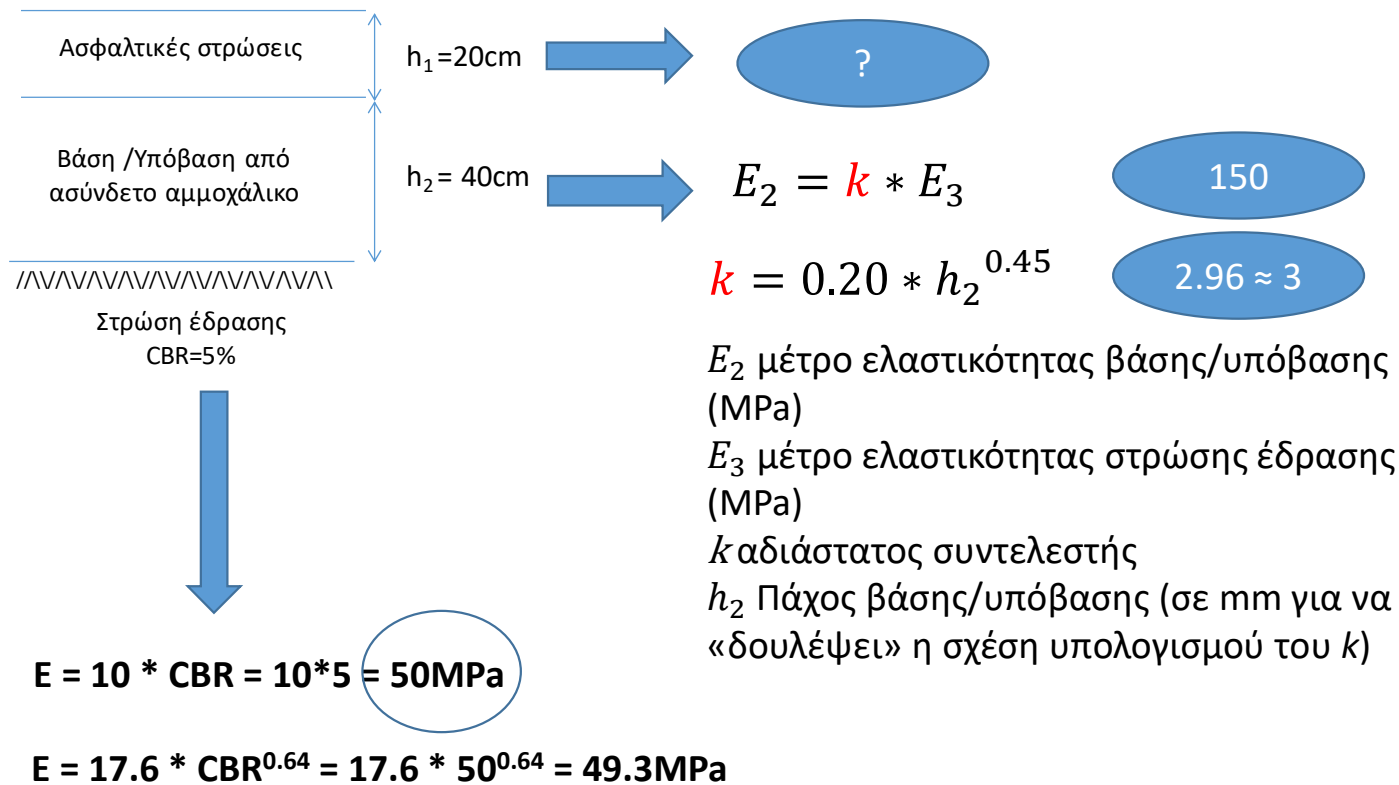
↓ I_p → ευαίσθητη η ασφαλτος σε θερμοκρασιακές μεταβολές

Εφαρμογή 23

Να οριστεί το στατικό πρότυπο διατομής του σχήματος, δηλαδή να προσδιοριστούν τα μέτρα ελαστικότητας όλων των υλικών. Είναι γνωστό ότι το υλικό της στρώσης έδρασης έχει CBR=5%, η άσφαλτος έχει θερμοκρασία μάλθωσης 56°C, διείδυση 6.1mm, ενώ ογκομετρικά το ασφαλτόμιγμα έχει ποσοστά ασφάλτου και αδρανών ίσα με 9% και 87%, αντίστοιχα, κ.ο. ασφαλτομίγματος. Η ανάλυση του οδοστρώματος γίνεται για θεώρηση ταχύτητας 80km/h.



Πλήρης προσδιορισμός στατικού προσομοιώματος



Μέτρο δυσκαμψίας ασφάλτου (πρώτα του συνδετικού υλικού)

$$S_b = (1.157 \times 10^{-7}) \times t^{-0,368} \times e^{-I_p} \times (T_{RB} - T_b)^5$$

$$I_p = \frac{1952 - 500 \times \log Pen - 20 \times T_{RB}}{50 \times \log Pen - T_{RB} - 12} = \frac{1952 - 500 \times \log 61 - 20 \times 56}{50 \times \log 61 - 56 - 120} = 0.699$$

$$t = \frac{1}{v} = \frac{1}{80} = 0.013 \text{ sec}$$

$$S_b = (1.157 \times 10^{-7}) \times 0.013^{-0,368} \times e^{-0.699} \times (56 - 23)^5 = 11.28 \text{ MPa}$$

Μέτρο δυσκαμψίας ασφαλτομίγματος

$$S_m = S_b \left[1 + \frac{2.5 \times C'_v}{n(1 - C'_v)} \right]^n$$

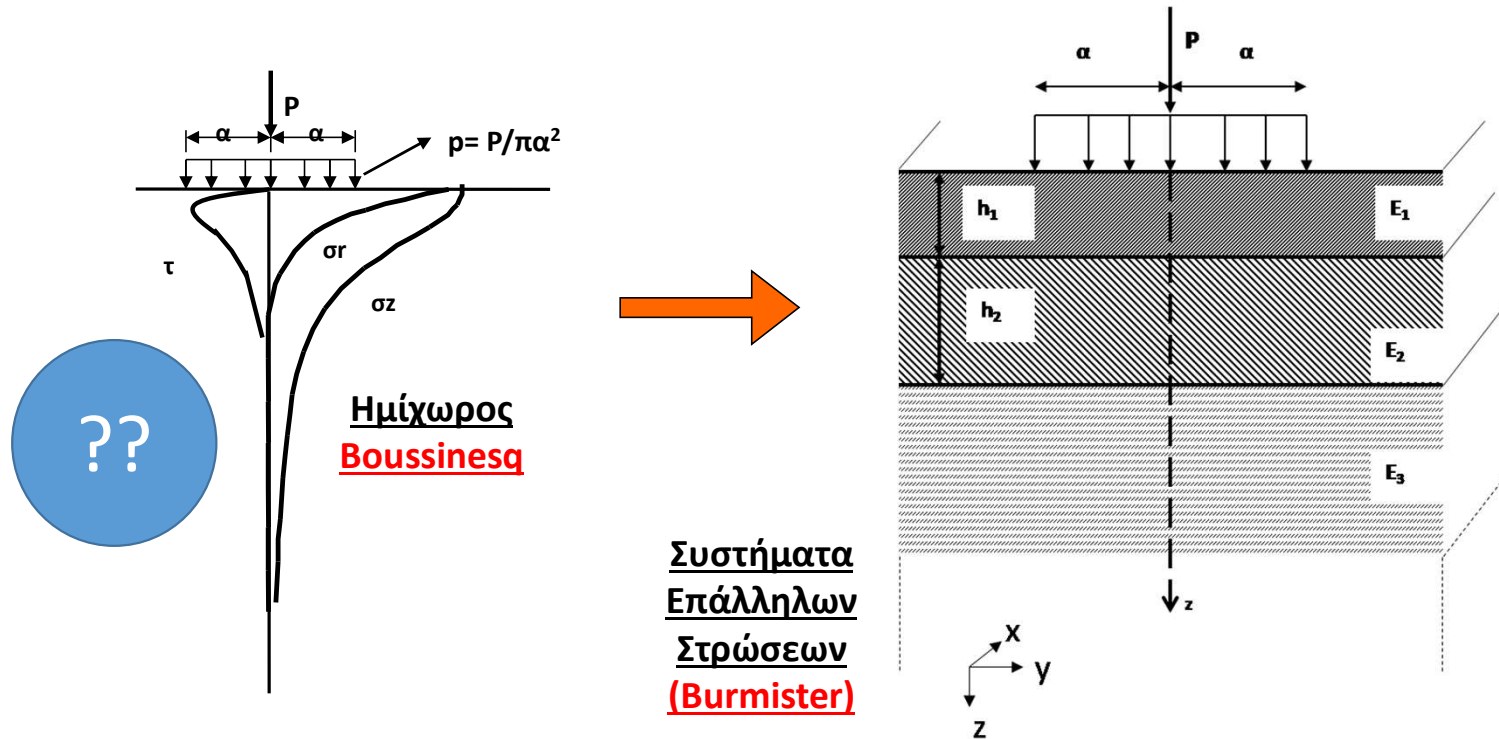
$$C_v = \frac{V_a}{V_a + V_b} = \frac{0.87}{0.87 + 0.09} = 0.906$$

$$C'_v = \frac{C_v}{1 + (V_v - 0.03)} = \frac{0.906}{1 + (0.04 - 0.03)} = 0.897$$

$$n = 0.83 \log \left[\frac{4 \times 10^4}{S_b} \right] = 0.83 \log \left[\frac{4 \times 10^4}{11.28} \right] = 2.946$$

$$E_1 = S_m = 5990 \text{MPa}$$

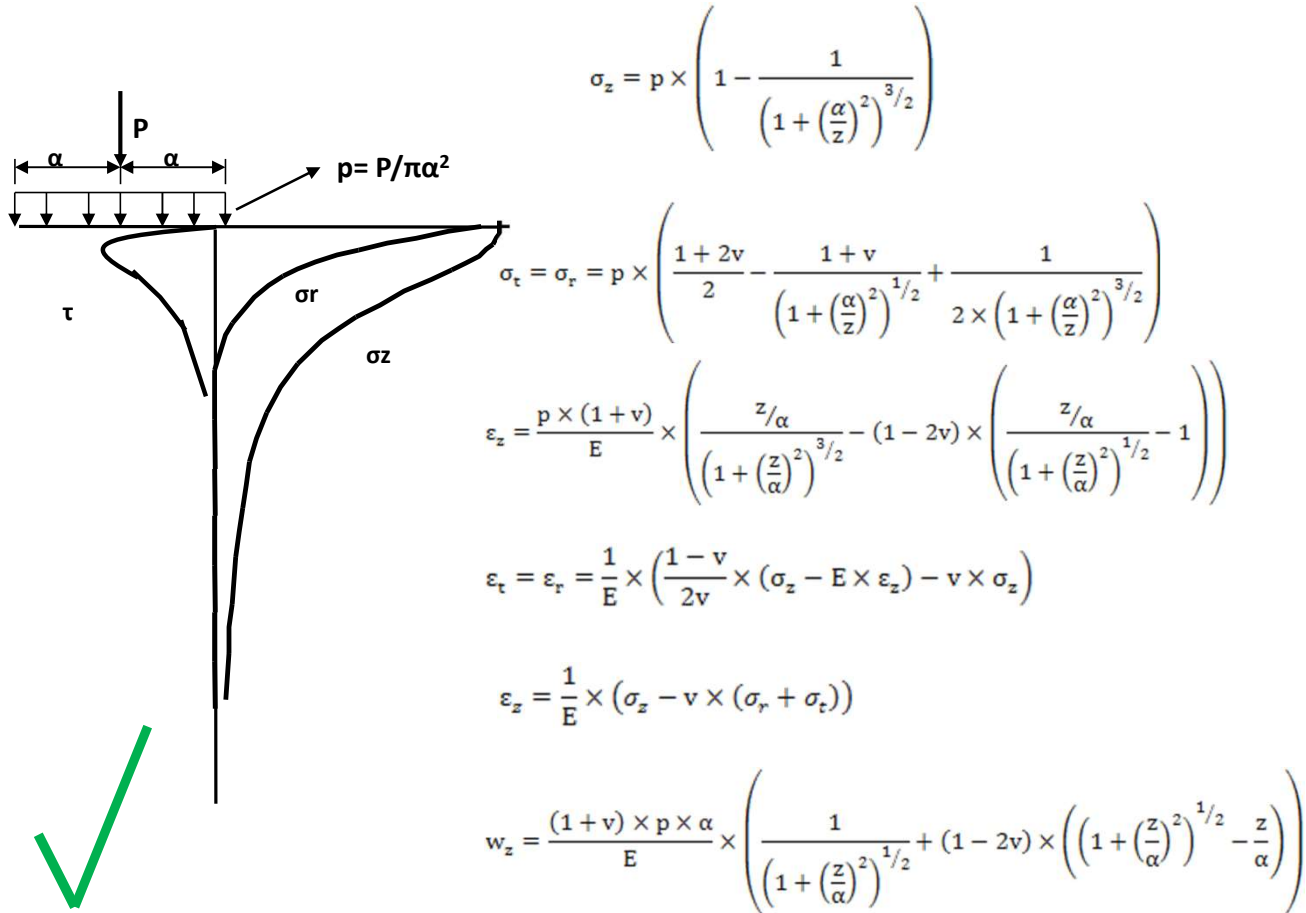
ΒΑΣΙΚΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΟΔΟΣΤΡΩΜΑΤΩΝ



Η εντατική κατάσταση του οδοστρώματος εξαρτάται από:

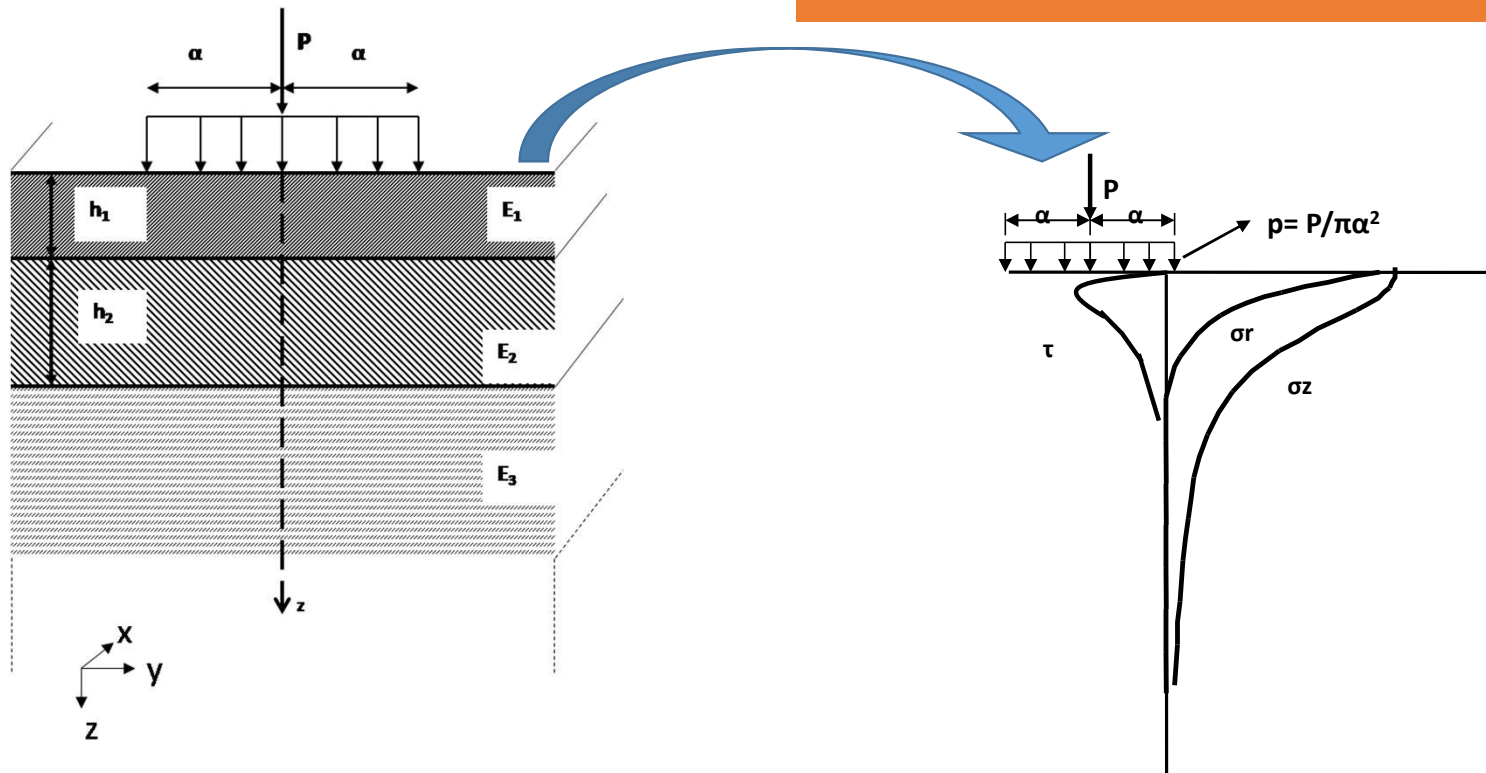
- Τα υλικά των επιμέρους στρώσεων (E, ν)
- Τα πάχη των επιμέρους στρώσεων (h)
- Τις συνθήκες φόρτισης ($p \rightarrow \text{MPa}$)

Εντατικά μεγέθη στον ημίχωρο Boussinesq (ομοιογενής, ιστροπικός, ελαστικός με άπειρο βάθος)

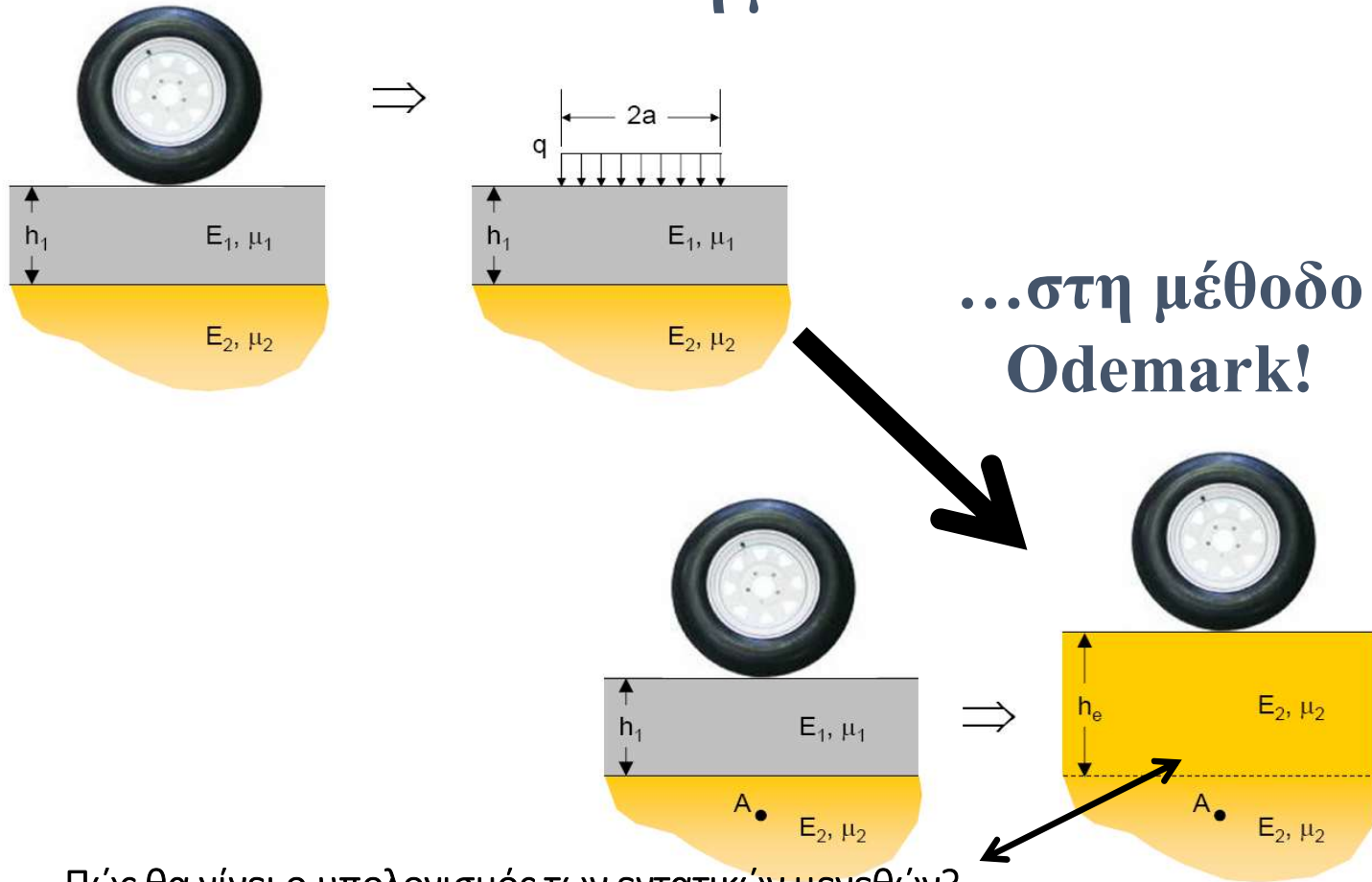


Πώς θα γίνει ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών?

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ
(Μέθοδος Odemark)



Από τη μέθοδο Burmister...



...στη μέθοδο
Odemark!

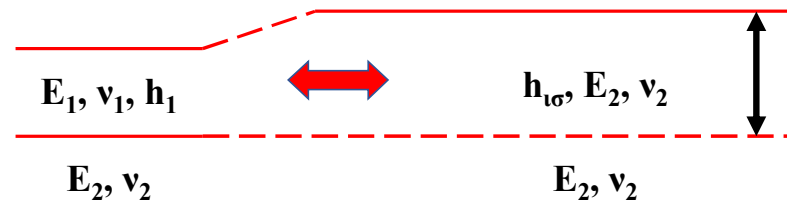
Πώς θα γίνει ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών?
Με χρήση των εξισώσεων του ημίχωρου Boussinesq

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ (Μέθοδος Odemark)

Η ακαμψία μιας στρώσης εξαρτάται από τα μηχανικά χαρακτηριστικά της (E, ν) και το πάχος της (h). Είναι ανάλογη της ποσότητας:

$$\frac{h^3 E}{1 - \nu^2}$$

Δύο στρώσεις θεωρούνται ισοδύναμες, εάν για διαφορετικούς συνδυασμούς E, ν, h οι ποσότητες που εκφράζουν τις ακαμψίες τους είναι ίσες. Σε αυτήν την περίπτωση τα εντατικά μεγέθη (τάσεις & παραμορφώσεις) παραμένουν αμετάβλητα.



$$\frac{h_1^3 E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{h_{1\sigma}^3 E_2}{1 - \nu_2^2} \Rightarrow h_{1\sigma} = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1(1 - \nu_2^2)}{E_2(1 - \nu_1^2)}}$$

Προφανώς, όταν $E_2 < E_1$, αναμένεται ότι $h_{1\sigma(1 \rightarrow 2)} > h_1$.

Υπολογισμός πάχους ισοδύναμων στρώσεων

$$\frac{h_1^3 E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{h_{ισ}^3 E_2}{1 - \nu_2^2} \Rightarrow h_{ισ} = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1(1 - \nu_2^2)}{E_2(1 - \nu_1^2)}}$$

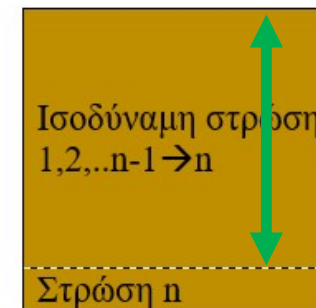
για $\nu_1 = \nu_2 \rightarrow$

$$h_{ισ} = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}$$

$$h_{ισ} = f * h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}$$

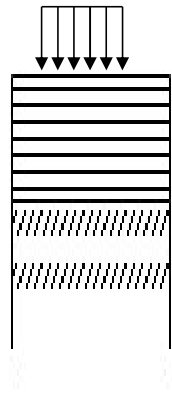
όπου f διορθωτικός συντελεστής

Για σύστημα πολλαπλών στρώσεων ισχύει:



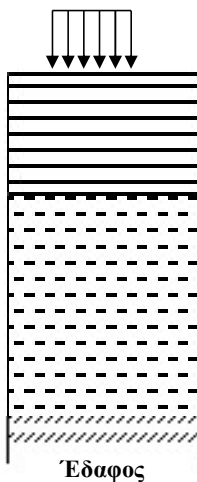
$$h_{I\Sigma(1,2,\dots,n-1 \rightarrow n)} = f \cdot \sum_{i=1}^{n-1} h_i \sqrt[3]{\frac{E_i}{E_n}} = f \cdot \left(h_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_n}} + h_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_n}} + \dots + h_{n-1} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{n-1}}{E_n}} \right)$$

Διορθωτικός συντελεστής f



Στρώση με
συνδεδετικό
υλικό
Γεωτεχνική
υποδομή

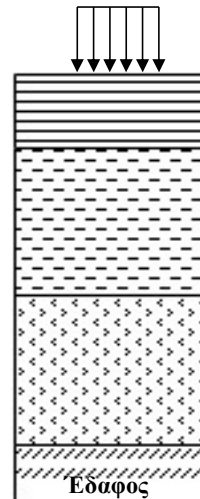
$f = 0.9$ για
συστήματα
2 στρώσεων



Ασφαλτικές
στρώσεις

Βάση /
Υπόβαση από
ασύνδετα
υλικά

Εδαφος



Ασφαλτικές
στρώσεις

Βάση από
ασύνδετα υλικά

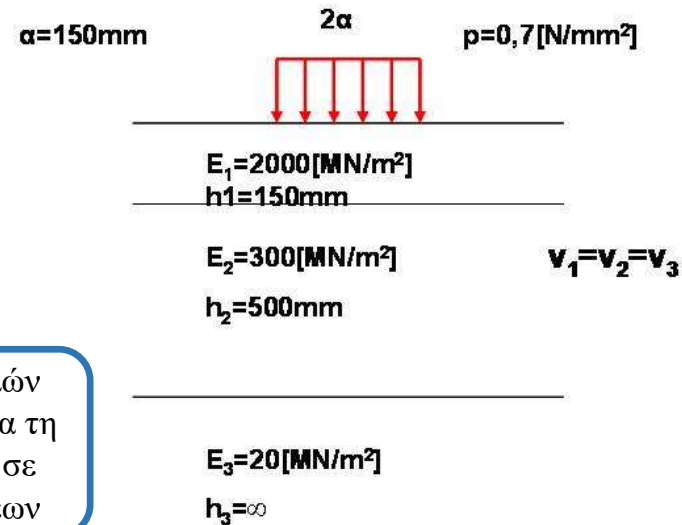
Υπόβαση από
ασύνδετα υλικά

Εδαφος

$f = 0.8$ για συστήματα
πολλαπλών
στρώσεων, εκτός από
την πρώτη
διεπιφάνεια, όπου
λαμβάνεται $f = 1.0$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 24

Δίνεται η διατομή του οδοστρώματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ζητείται να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση σ_z στην επιφάνεια της στρώσης 3.



$f = 0,8$ για σύστημα πολλαπλών στρώσεων, και $f = 1,0$ μόνο για τη διεπιφάνεια 1ης-2ης στρώσης σε σύστημα πολλαπλών στρώσεων

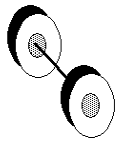
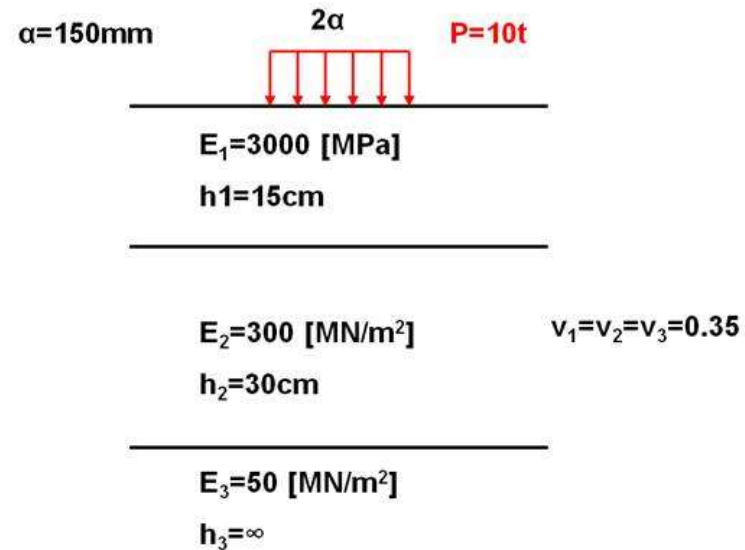
$$h_{i\sigma} = f \left[h_1 \left(\frac{E_1}{E_3} \right)^{1/3} + h_2 \left(\frac{E_2}{E_3} \right)^{1/3} \right] = 0.8 \left[150 \left(\frac{2000}{20} \right)^{1/3} + 500 \left(\frac{300}{20} \right)^{1/3} \right] = 1543\text{mm}$$

$$\sigma_z = p \left[1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\alpha}{z} \right)^2 \right]^{3/2}} \right] = 0.7 \left[1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{150}{1543} \right)^2 \right]^{3/2}} \right] = 0.010\text{MPa} \left[\text{N} / \text{mm}^2 \right]$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 25

Δίνεται η διατομή του οδοστρώματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το φορτίο σχεδιασμού είναι μονοαξονικό μεγέθους 10t επί απλών τροχών. Ζητείται να υπολογιστούν:

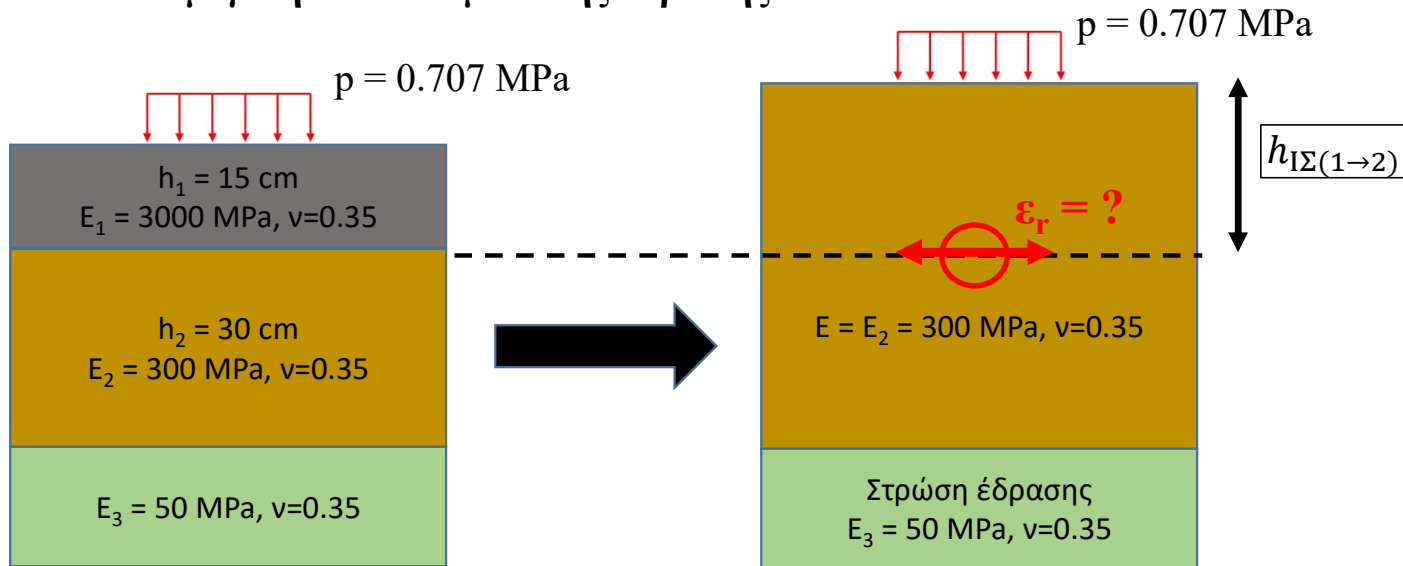
- 1) η οριζόντια παραμόρφωση στον πυθμένα της στρώσης 1
- 2) η κατακόρυφη παραμόρφωση στην επιφάνεια της στρώσης 3



$$p = \frac{\text{Βαρος}}{A} = \frac{mg}{\pi\alpha^2}$$

$$p = \frac{\frac{10}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{3.14 \cdot 150^2 \text{ mm}^2} = 0.707 \text{ MPa}$$

Εντατικά μεγέθη στον πυθμένα της στρώσης 1



Εφαρμόζουμε την αρχή της ισοδυναμίας (κατά Odemark), ώστε να μετατραπεί το σύστημα των πρώτων δύο στρώσεων σε ισοδύναμο ομογενή ημίχωρο και να υπολογιστούν τα εντατικά μεγέθη (κατά Boussinesq).

$f = 0,8$ για σύστημα πολλαπλών στρώσεων, και $f = 1,0$ μόνο για τη διεπιφάνεια 1^{ης}-2^{ης} στρώσης σε σύστημα πολλαπλών στρώσεων

$$h_{I\Sigma(1\rightarrow 2)} = f \cdot h_1 \sqrt[3]{\left(\frac{E_1}{E_2}\right)} = 1.0 \cdot 150 \cdot \sqrt[3]{\frac{3000}{300}} = 323.2 \text{ mm } (> 150 \text{ mm})$$

Εντατικά μεγέθη στον πυθμένα της στρώσης 1

Βάθος υπολογισμού
εντατικών μεγεθών:
 $z = h_{I\Sigma(1 \rightarrow 2)}$

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{I\Sigma(1 \rightarrow 2)}}{a} = \frac{323.2}{150} = 2.154$$

$$\frac{a}{z} = \frac{1}{2.154} = 0.464$$

Κατακόρυφη θλιπτική
τάση σ_z

$$\sigma_z = p \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right) \quad \sigma_z = 0.707 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + 0.464^2 \right)^{3/2}} \right) = 0.18 \text{ MPa}$$

Κατακόρυφη θλιπτική
παραμόρφωση ε_z

$$\varepsilon_z = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E_2} \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{0.707 \cdot (1 + 0.35)}{300} \cdot \left(\frac{2.154}{\left(1 + 2.154^2 \right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot 0.35) \cdot \left(\frac{2.154}{\left(1 + 2.154^2 \right)^{1/2}} - 1 \right) \right) = 601 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

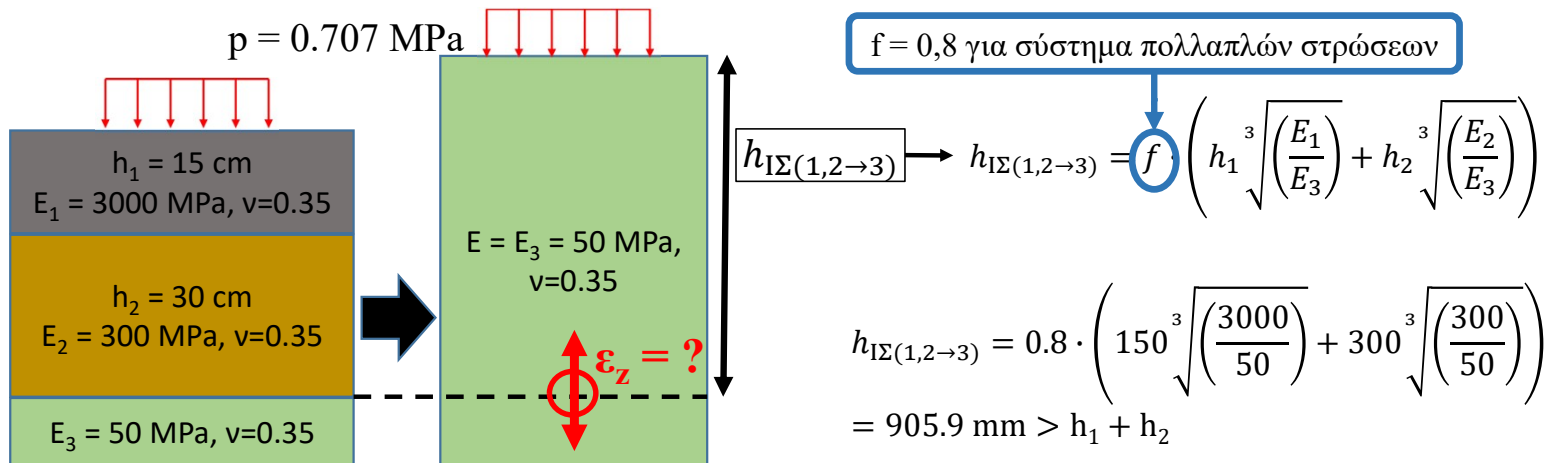
Οριζόντια εφελκυστική
παραμόρφωση ε_r

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E_2} \cdot \left(\frac{1 - \nu}{2 \cdot \nu} \cdot (\sigma_z - E_2 \cdot \varepsilon_z) - \nu \cdot \sigma_z \right)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{300} \cdot \left(\frac{1 - 0.35}{2 \cdot 0.35} \cdot (0.18 - 300 \cdot 601 \cdot 10^{-6}) - 0.35 \cdot 0.18 \right) = -212 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

(+) → θλίψη
(-) → εφελκυσμός

Εντατικά μεγέθη στην επιφάνεια της στρώσης 3



Βάθος υπολογισμού
εντατικών μεγεθών:
 $z = h_{I\Sigma(1,2 \rightarrow 3)}$

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{I\Sigma(1,2 \rightarrow 3)}}{a} = \frac{905,9}{150} = 6,039$$

$$\frac{a}{z} = \frac{1}{6,039} = 0,166$$

Κατακόρυφη θλιπτική
παραμόρφωση ε_z

$$\varepsilon_z = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E_3} \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

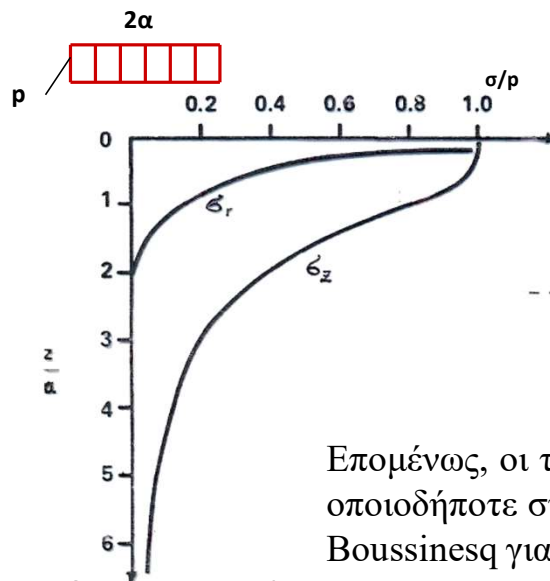
$$\varepsilon_z = \frac{0,707 \cdot (1 + 0,35)}{50} \cdot \left(\frac{6,039}{(1 + 6,039^2)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot 0,35) \cdot \left(\frac{6,039}{(1 + 6,039^2)^{1/2}} - 1 \right) \right) = 582 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ (Μέθοδος Odemark)

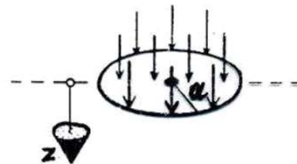
Την έννοια της ισοδυναμίας, την αξιοποιούμε στα οδοστρώματα, ώστε να μεταβούμε από στατικά πρότυπα πολλαπλών στρώσεων στο απλοποιημένο στατικό πρότυπο μιας στρώσης (ομογενής ελαστικός ημίχωρος του Boussinesq).

Ημίχωρος Boussinesq

- Ελαστικός
- Ισότροπος
- Ομογενής



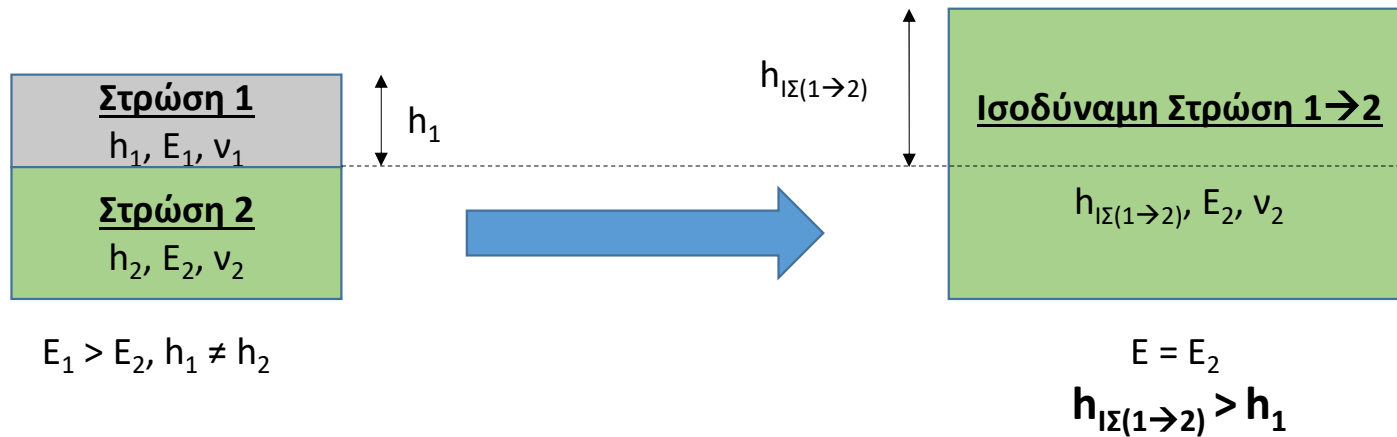
α : ακτίνα κύκλου επαφής ομοιόμορφου φορτίου



Κυκλικό φορτίο που προκύπτει από ολοκλήρωση σημειακών φορτίων

Επομένως, οι τάσεις και οι παραμορφώσεις μπορούν να υπολογιστούν σε οποιοδήποτε σημείο του άξονα συμμετρίας από τις ελαστικές σχέσεις του Boussinesq για ομοιόμορφη κυκλική φόρτιση.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ (Μέθοδος Odemark)

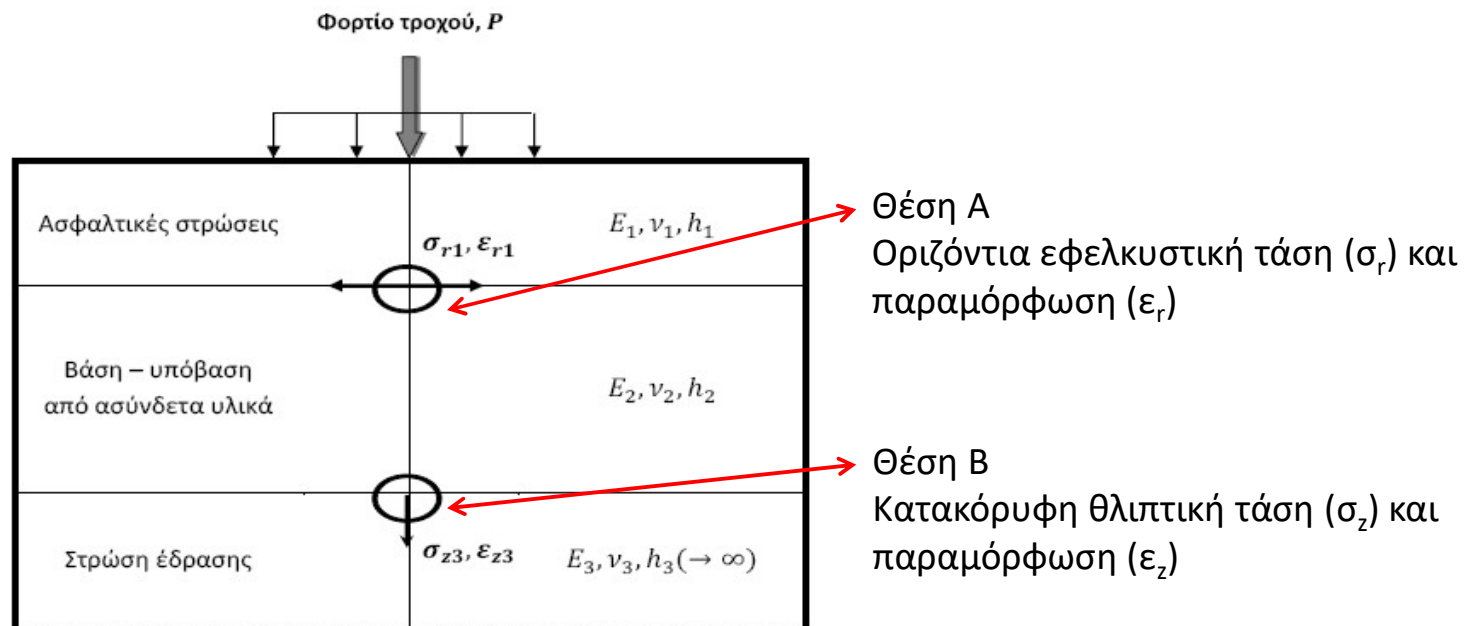


ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΜΕΘΟΔΟΥ ΟΔΕΜΑΡΚ

Η μέθοδος έχει ακρίβεια όταν

1. Τα μέτρα E μικραίνουν με το βάθος (πρέπει να υποδιπλασιάζονται τουλάχιστον)
2. Το ισοδύναμο πάχος κάθε στρώσης $h_{I\Sigma} > \alpha$ (όπου α η ακτίνα φόρτισης)

Χρησιμότητα της μεθόδου των ισοδύναμων στρώσεων (Μέθοδος Odemark)



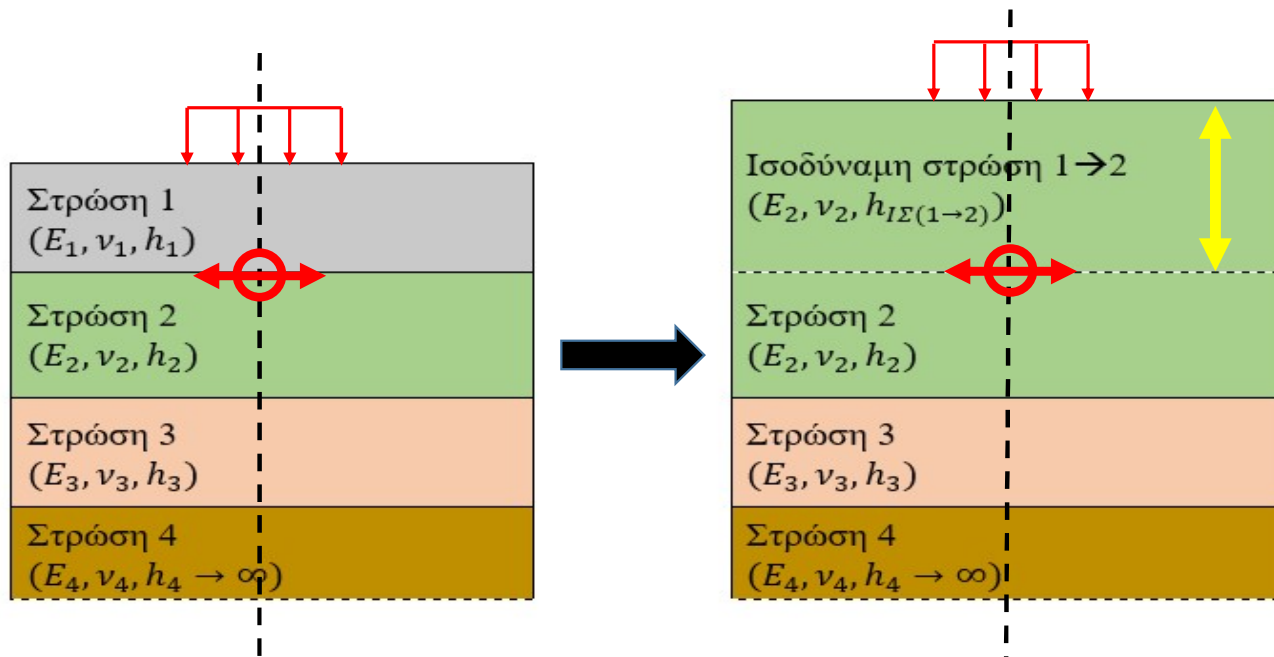
Ένα οδόστρωμα υφίσταται 2 μηχανικές φθορές:

Κόπωση ασφαλτομίγματος

Αστοχία στρώσης έδρασης

Χρησιμότητα της μεθόδου των ισοδύναμων στρώσεων (Μέθοδος Odemark)

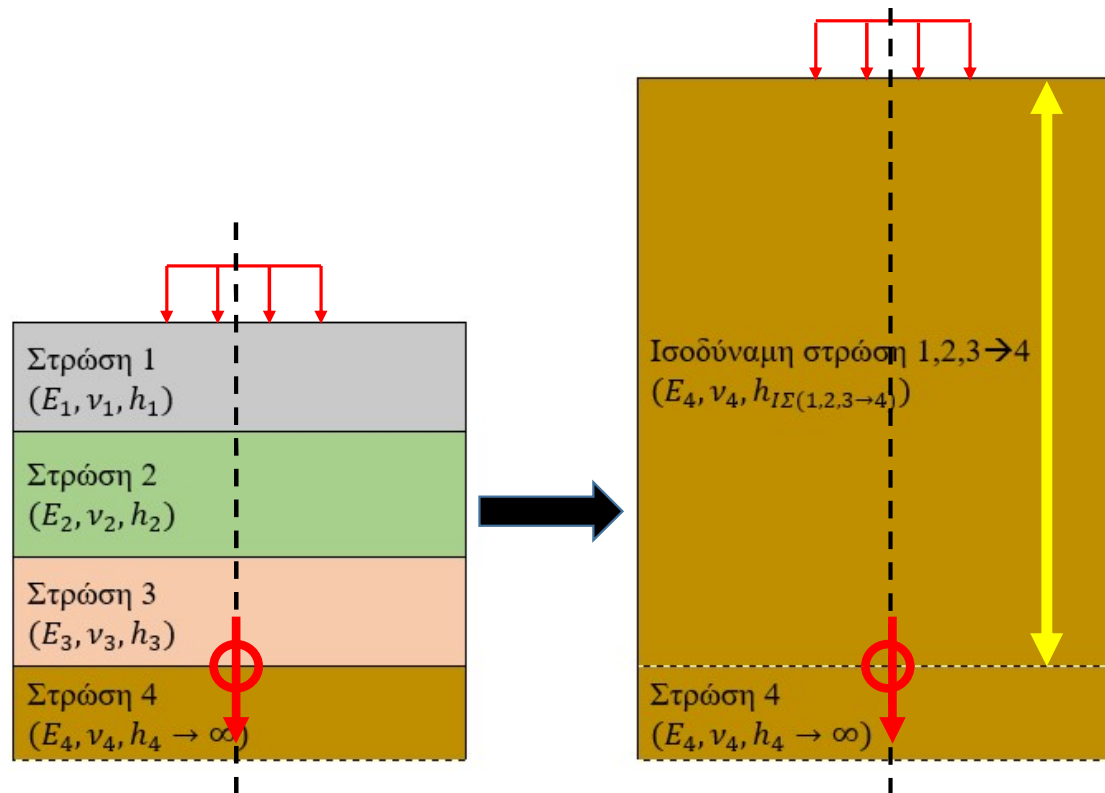
Α) Υπολογισμός εντατικών μεγεθών στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων



Άρα, εφαρμόζονται οι τύποι του Boussinesq για βάθος $z = h_{IS(1 \rightarrow 2)}$ από την επιφάνεια φόρτισης.

Χρησιμότητα της μεθόδου των ισοδύναμων στρώσεων (Μέθοδος Odemark)

B) Υπολογισμός εντατικών μεγεθών στην κορυφή της στρώσης έδρασης



Άρα, εφαρμόζονται οι τύποι του Boussinesq για βάθος $z = h_{I\Sigma(1,2,3 \rightarrow 4)}$ από την επιφάνεια φόρτισης.

Έλεγχος δομικής επάρκειας εύκαμπτου οδοστρώματος – ασφαλτική στρώση

$$\sigma_z = p \times \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right)$$

$$z = h_{\Sigma(1 \rightarrow 2)}$$

$$E = E_2$$

$$\varepsilon_z = \frac{p \times (1 + \nu)}{E} \times \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{3/2}} - (1 - 2\nu) \times \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \times \left(\frac{1 - \nu}{2\nu} \times (\sigma_z - E \times \varepsilon_z) - \nu \times \sigma_z \right)$$



Γενική μορφή πειραματικού νόμου αστοχίας
λόγω κόπωσης ασφαλτομίγματος

Τμήμα Πολιτικών
Μηχανικών ΔΠΘ
Οδοστρώματα II
(2023-2024)

$$\varepsilon_r = a \cdot N_{\varepsilon\pi}^b$$



Μηχανική φθορά

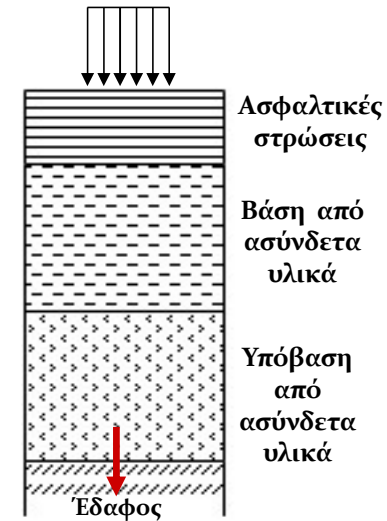
$$d_{\text{ασφ.στρ.}} = \frac{n_{\text{προβλ}}}{N_{\varepsilon\pi}} \leq 1$$

Έλεγχος δομικής επάρκειας εύκαμπτου οδοστρώματος – στρώση έδρασης

$$z = h_{\Sigma(1,2,3 \rightarrow 4)}$$

$$E = E_4$$

$$\varepsilon_z = \frac{p \times (1 + \nu)}{E} \times \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{3/2}} - (1 - 2\nu) \times \frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{1/2}} - 1 \right)$$



Γενική μορφή πειραματικού νόμου αστοχίας
της στρώσης έδρασης

$$\varepsilon_z = c \cdot N_{\varepsilon\pi}^d$$



Μηχανική φθορά

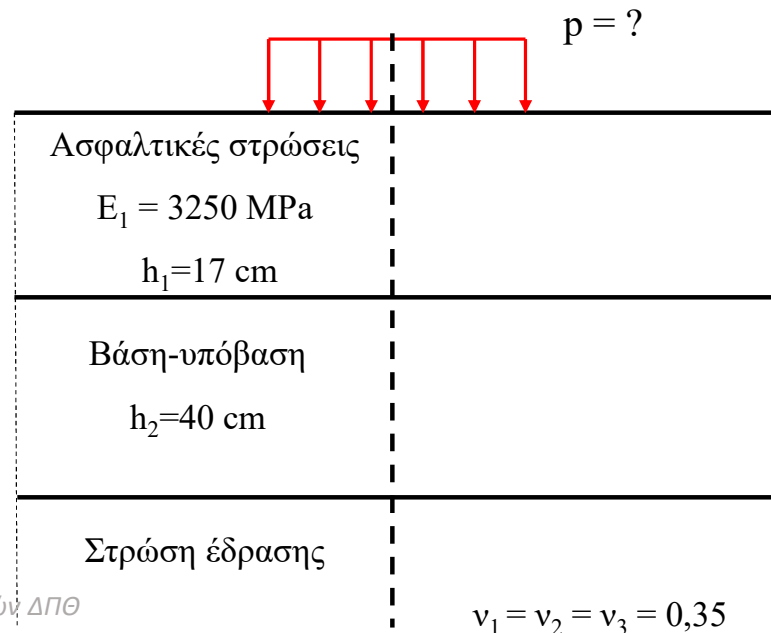
$$d_{\text{στρ.εδρ.}} = \frac{n_{\text{προβλ}}}{N_{\varepsilon\pi}} \leq 1$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 26

Για την παρακάτω διατομή, να προσδιορίσετε την κρίσιμη αστοχία.

Δίνονται:

- Το υλικό της στρώσης έδρασης έχει $\text{CBR} = 12\%$.
- Αξονικό φορτίο σχεδιασμού 10 t επί διπλών τροχών ακτίνας 12.5 cm
- Κυκλοφορία σχεδιασμού: $n = 5.5 \cdot 10^6$ διελεύσεις του φορτίου σχεδιασμού.
- Οι πειραματικοί νόμοι αστοχίας σε κόπωση και αστοχίας λόγω παραμενουσών παραμορφώσεων έχουν προκύψει εργαστηριακά ως εξής: $\varepsilon_t = 2.128 \cdot 10^{-3} \cdot N \varepsilon^{-0.2}$ και $\varepsilon_z = 0.027 \cdot N \varepsilon^{-0.29}$.



□ Στρώση έδρασης – **CBR = 12%** □ Μέτρο ελαστικότητας $E_3 = 17.6 \cdot CBR^{0.64} = 86 \text{ MPa}$

□ Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας στρώσης βάσης-υπόβασης

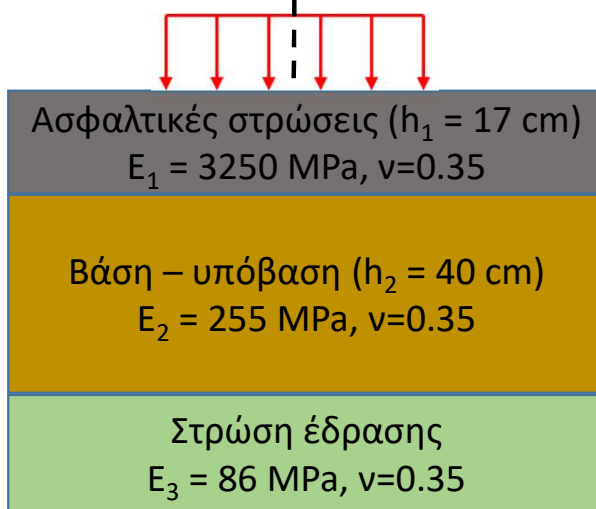
Πάχος h_2 (mm) }
 Μέτρο E_3 (MPa) } → Εκτίμηση του μέτρου ελαστικότητας E_3 (MPa) μέσω του συντελεστή k

$$\frac{E_2}{E_3} = k$$

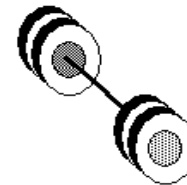
$$k = 0.20 \cdot 400^{0.45} = 2.96$$

$$E_2 = k \cdot E_3 = 2.96 \cdot 86 = 255 \text{ MPa}$$

$$k = 0.20 \cdot h^{0.45} \quad (h \rightarrow \text{mm})$$

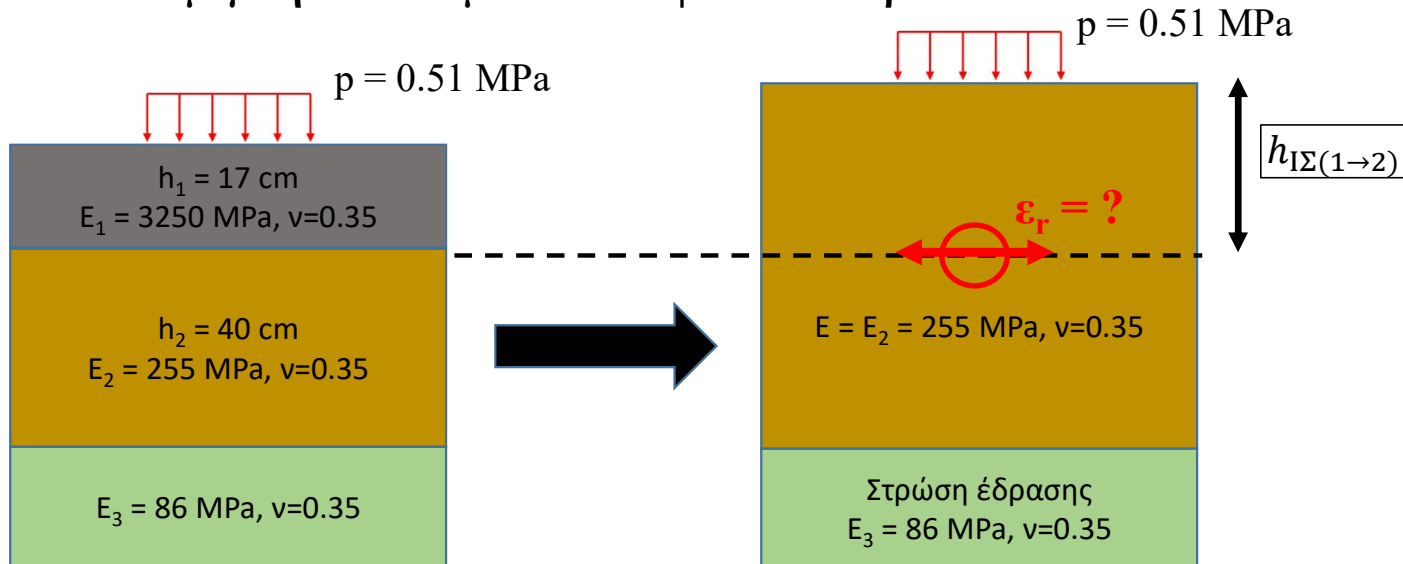


$$p = \frac{\text{βαρος}}{A} = \frac{mg}{\pi a^2}$$



$$p = \frac{\frac{10}{4} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{3.14 \cdot 125^2 \text{ mm}^2} = \frac{25000 \text{ N}}{49062.5 \text{ mm}^2} = 0.51 \text{ MPa}$$

Εντατικά μεγέθη στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων



Εφαρμόζουμε την αρχή της ισοδυναμίας (κατά Odemark), ώστε να μετατραπεί το σύστημα των πρώτων δύο στρώσεων σε ισοδύναμο ομογενή ημίχωρο και να υπολογιστούν τα εντατικά μεγέθη (κατά Boussinesq).

$f = 0,8$ για σύστημα πολλαπλών στρώσεων, και $f = 1,0$ μόνο για τη διεπιφάνεια 1^{ης}-2^{ης} στρώσης σε σύστημα πολλαπλών στρώσεων

$$h_{I\Sigma(1\rightarrow2)} = f \cdot h_1 \sqrt[3]{\left(\frac{E_1}{E_2}\right)} = 1.0 \cdot 170 \cdot \sqrt[3]{\frac{3250}{255}} = 397.1 \text{ mm } (> 170 \text{ mm})$$

Εντατικά μεγέθη στον πυθμένα των ασφαλτικών στρώσεων

Βάθος υπολογισμού
εντατικών μεγεθών:
 $z = h_{\Sigma(1 \rightarrow 2)}$

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{\Sigma(1 \rightarrow 2)}}{a} = \frac{397.1}{125} = 3.177$$

$$\frac{a}{z} = \frac{1}{3.177} = 0.315$$

Κατακόρυφη θλιπτική
τάση σ_z

$$\sigma_z = p \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right)^{3/2}} \right) \quad \sigma_z = 0.51 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + 0.315^2 \right)^{3/2}} \right) = 0.067 \text{ MPa}$$

Κατακόρυφη θλιπτική
παραμόρφωση ε_z

$$\varepsilon_z = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E_2} \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{0.51 \cdot (1 + 0.35)}{255} \cdot \left(\frac{3.177}{\left(1 + 3.177^2 \right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot 0.35) \cdot \left(\frac{3.177}{\left(1 + 3.177^2 \right)^{1/2}} - 1 \right) \right) = 269 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

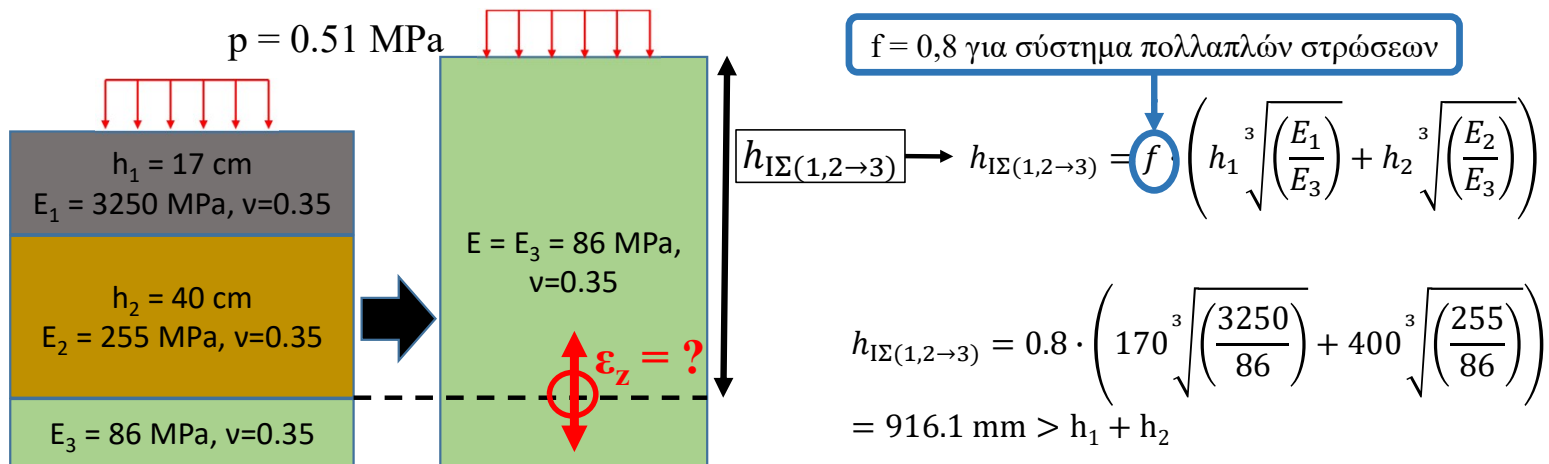
Οριζόντια εφελκυστική
παραμόρφωση ε_r

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E_2} \cdot \left(\frac{1 - \nu}{2 \cdot \nu} \cdot (\sigma_z - E_2 \cdot \varepsilon_z) - \nu \cdot \sigma_z \right)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{255} \cdot \left(\frac{1 - 0.35}{2 \cdot 0.35} \cdot (0.067 - 255 \cdot 269 \cdot 10^{-6}) - 0.35 \cdot 0.067 \right) = -97 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

(+) → θλίψη
(-) → εφελκυσμός

Εντατικά μεγέθη στην κορυφή της στρώσης έδρασης



Βάθος υπολογισμού
εντατικών μεγεθών:
 $z = h_{I\Sigma(1,2 \rightarrow 3)}$

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{I\Sigma(1,2 \rightarrow 3)}}{a} = \frac{916.1}{125} = 7.329$$

$$\frac{a}{z} = \frac{1}{7.329} = 0.136$$

Κατακόρυφη θλιπτική
παραμόρφωση ε_z

$$\varepsilon_z = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E_3} \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \left(\frac{\frac{z}{a}}{\left(1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{0.51 \cdot (1 + 0.35)}{86} \cdot \left(\frac{7.329}{(1 + 7.329^2)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot 0.35) \cdot \left(\frac{7.329}{(1 + 7.329^2)^{1/2}} - 1 \right) \right) = 167 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΔΙΕΛΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΚΟΠΩΣΗ (I)

$\varepsilon_{r\text{-design}} = 97 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$ \longrightarrow Επιτρεπόμενες διελεύσεις: $N_{\varepsilon\pi\text{-I}}$



Νόμος αστοχίας λόγω κόπωσης

$$\varepsilon_r = 2.128 \cdot 10^{-3} \cdot N_{\varepsilon\pi}^{-0.2} \rightarrow N_{\varepsilon\pi\text{-I}} = \left(\frac{\varepsilon_r}{2.128 \cdot 10^{-3}} \right)^{-1/0.2} = \left(\frac{97 \cdot 10^{-6}}{2.128 \cdot 10^{-3}} \right)^{-1/0.2} = 5 \cdot 10^6 \text{ διελεύσεις}$$

ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΔΙΕΛΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΣΕΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ (II)

$\varepsilon_z = 167 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$ \longrightarrow Επιτρεπόμενες διελεύσεις: $N_{\varepsilon\pi\text{-II}}$



Νόμος αστοχίας λόγω παραμενουσών παραμορφώσεων

$$\varepsilon_z = 0.027 \cdot N_{\varepsilon\pi}^{-0.29} \rightarrow N_{\varepsilon\pi\text{-II}} = \left(\frac{\varepsilon_r}{0.027} \right)^{-1/0.29} = \left(\frac{167 \cdot 10^{-6}}{0.027} \right)^{-1/0.29} = 41.4 \cdot 10^6 \text{ διελεύσεις}$$

ΚΡΙΣΙΜΗ ΜΟΡΦΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

$$N_{\varepsilon\pi} = \min\{N_{\varepsilon\pi\text{-I}}, N_{\varepsilon\pi\text{-II}}\} = \min\{5 \cdot 10^6; 41.4 \cdot 10^6\} = 5 \cdot 10^6$$

Κρίσιμη η αστοχία σε κόπωση.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΦΘΟΡΑΣ

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΔΠΘ
Οδοστρώματα II (2023-2024)

$$d = \frac{n_{\text{προβλ}}}{N_{\varepsilon\pi}} = \frac{5.5 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} = 1.10 > 1$$

**Η διατομή
δεν επαρκεί.**

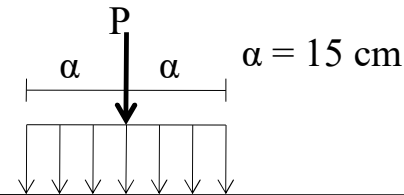
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 27

Σε εύκαμπτο οδόστρωμα με την τυπική διατομή του σχήματος, επιβάλλεται μονοαξονικό φορτίο 13 t επί απλών τροχών. Να ελεγχθεί η δομική επάρκεια του οδοστρώματος ως προς την αστοχία της στρώσης έδρασης λόγω παραμένουσας υποχώρησης με τη μέθοδο Odemark. Δίνονται:

□ Ο πειραματικός νόμος αστοχίας (για φορτίο 13 t) λόγω παραμενουσών υποχωρήσεων της εδαφικής στρώσης είναι:

$$\varepsilon_z = 1,047 \cdot 10^{-2} \cdot N_{E\Pi}^{-0,2234}$$

□ Οι Συνολικές Ισοδύναμες Διελεύσεις για την περίοδο σχεδιασμού του έργου έχουν υπολογιστεί σε $1,7 \cdot 10^6$ ΙΤΑ (υπενθύμιση $P_T = 8$ t).



Ασφαλτική στρώση

$$E_1 = 3000 \text{ MPa}, h_1 = 14 \text{ cm}, \nu = 0.35$$

Στρώση βάσης

$$E_2 = 600 \text{ MPa}, h_2 = 15 \text{ cm}, \nu = 0.35$$

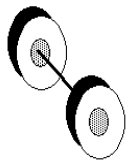
Στρώση υπόβασης

$$E_3 = 200 \text{ MPa}, h_3 = 15 \text{ cm}, \nu = 0.35$$

Στρώση έδρασης

$$E_4 = 80 \text{ MPa}, \nu = 0.35$$

□ Υπολογισμός πίεσης αξονικού φορτίου



$$p = \frac{P}{A} = \frac{\frac{13000 \text{ kg}}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3,14 \cdot 150^2 \text{ mm}^2} = 0,920 \text{ MPa} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)$$

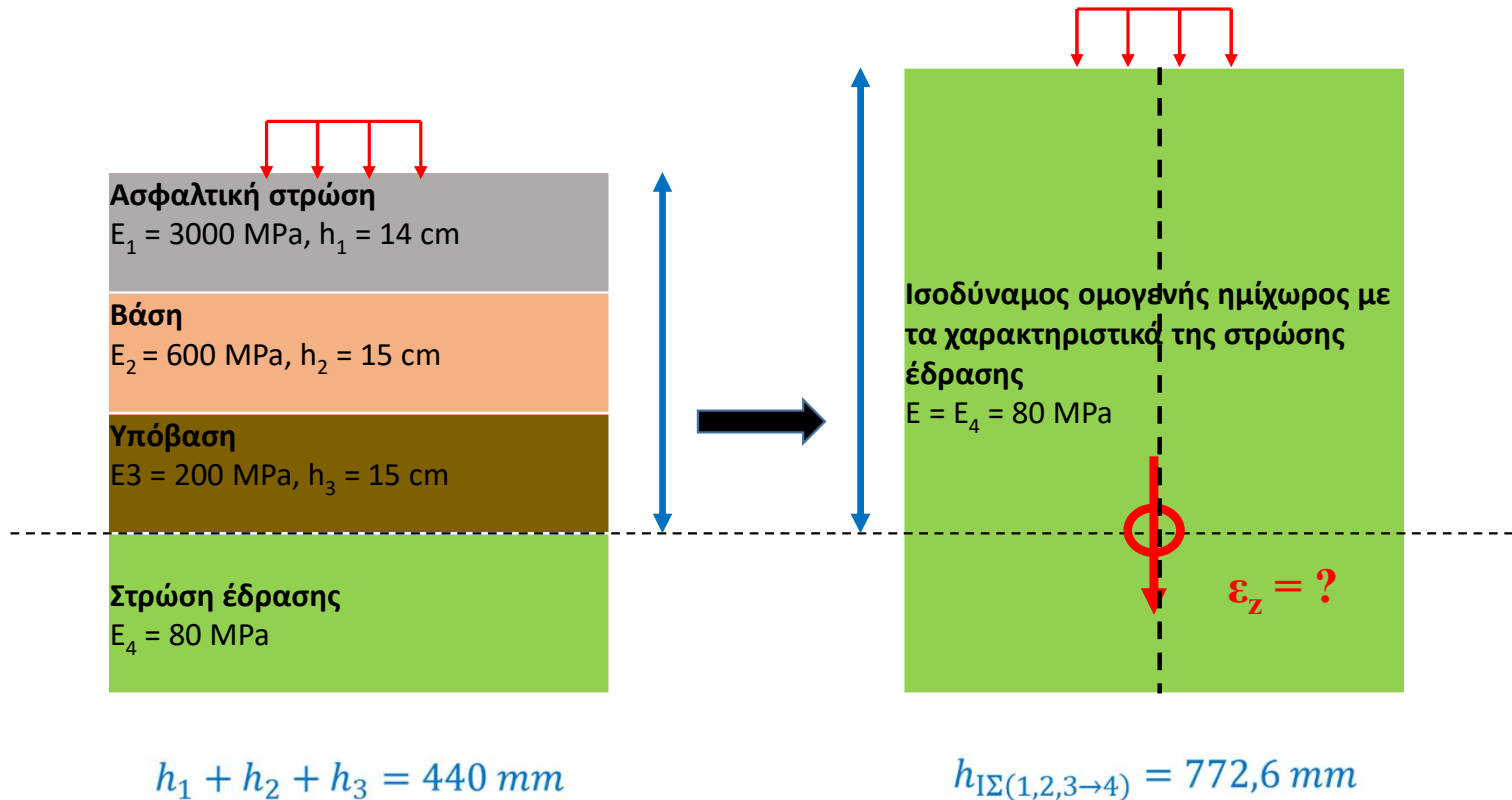
□ Υπολογισμός ισοδύναμου πάχους ως προς την 4^η στρώση (στρώση έδρασης)

$f = 0,8$ για σύστημα πολλαπλών στρώσεων, και $f = 1$ μόνο για τη διεπιφάνεια 1^{ης}-2^{ης} στρώσης σε σύστημα πολλαπλών στρώσεων

$$h_{I\Sigma(1,2,3 \rightarrow 4)} = f \cdot \left(h_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_4}} + h_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_4}} + h_3 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_3}{E_4}} \right)$$

$$h_{I\Sigma(1,2,3 \rightarrow 4)} = 0,8 \cdot \left(140 \cdot \sqrt[3]{\frac{3000}{80}} + 150 \cdot \sqrt[3]{\frac{600}{80}} + 150 \cdot \sqrt[3]{\frac{200}{80}} \right) = 772,6 \text{ mm}$$

□ Μετατροπή διατομής 4 στρώσεων σε ισοδύναμο ομογενή ημίχωρο



Άρα οι υπολογισμοί θα γίνουν σε ανηγμένο βάθος:

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΔΠΘ
 Οδοστρώματα II (2023-2024)

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a} = \frac{772,6}{150} = 5,151$$

□ Υπολογισμός κατακόρυφης θλιπτικής παραμόρφωσης στην κορυφή της στρώσης έδρασης

$$\frac{z}{a} = \frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a} = \frac{772,6}{150} = 5,151$$

$$\varepsilon_z = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E_4} \cdot \left(\frac{\frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a}}{\left(1 + \left(\frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a}\right)^2\right)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \left(\frac{\frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a}}{\left(1 + \left(\frac{h_{I\Sigma(1,2,3\rightarrow 4)}}{a}\right)^2\right)^{1/2}} - 1 \right) \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{0,920 \cdot (1 + 0,35)}{80} \cdot \left(\frac{5,151}{(1 + 5,151^2)^{3/2}} - (1 - 2 \cdot 0,35) \cdot \left(\frac{5,151}{(1 + 5,151^2)^{1/2}} - 1 \right) \right) = 639 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

□ Υπολογισμός μέγιστων επιτρεπόμενων διελεύσεων για αξονικό φορτίο 13 t

$$\varepsilon_z = 1,047 \cdot 10^{-2} \cdot N_{\varepsilon\pi}^{-0,2234}$$

$$N_{\varepsilon\pi} = \left(\frac{\varepsilon_z}{1,047 \cdot 10^{-2}} \right)^{-\frac{1}{0,2234}}$$

$$N_{\varepsilon\pi} = 2,73 \cdot 10^5 \text{ διελεύσεις του } P = 13 \text{ t}$$

□ Υπολογισμός φθοράς Miner – έλεγχος δομικής επάρκειας

- $n_{\text{προβλ}(8t)} = 1,7 \cdot 10^6$ ΙΤΑ (για το τυπικό φορτίο $P_T = 8$ t)
- $N_{\text{επ}(13t)} = 0,27 \cdot 10^6$ διελεύσεις για $P = 13$ t.

$n_{I\Sigma(8t)}$

Αναγωγή των επιτρεπόμενων διελεύσεων σε ισοδύναμες διελεύσεις του $P_T = 8$ t :

$$\Sigma.I. = \frac{N_T}{N_i} = \left(\frac{P_i}{P_T} \right)^4 \longrightarrow \Sigma.I._{13} = \left(\frac{P_{13}}{P_8} \right)^4 = \left(\frac{13}{8} \right)^4 = 6,97$$

$$N_{\text{επ}(8t)} = \Sigma.I._{13} \cdot N_{\text{επ}(13t)} = 6,97 \cdot 0,27 \cdot 10^6 = 1,90 \cdot 10^6 \text{ ΙΤΑ}$$

$N_{I\Sigma(8t)}$

Τελικός έλεγχος επάρκειας ως προς τη στρώση έδρασης:

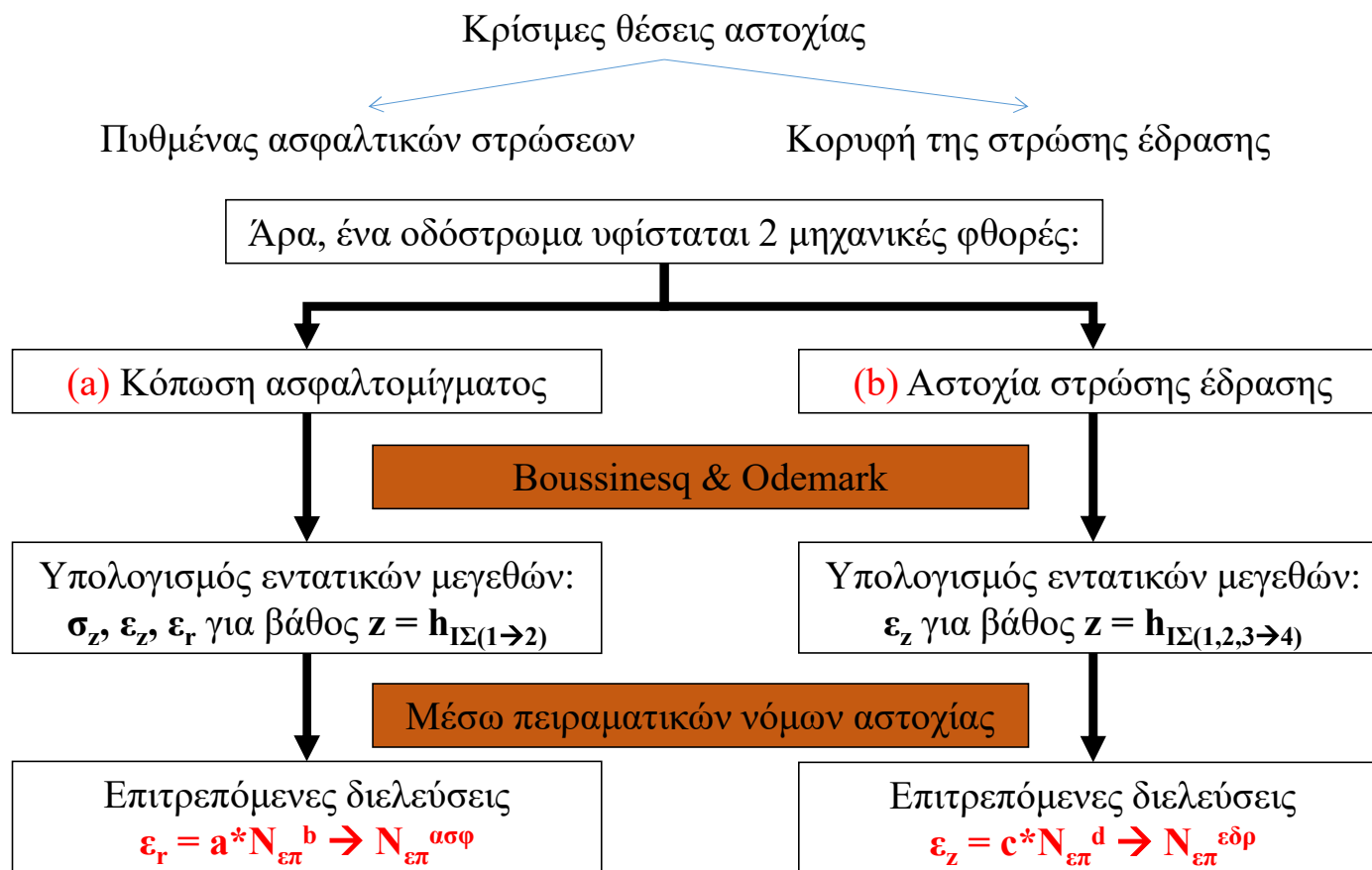
$$d = \frac{n_{\text{προβλ}}}{N_{\text{επ}}} = \frac{1,7 \cdot 10^6}{1,9 \cdot 10^6} = 0,89 < 1$$

Η διατομή
επαρκεί.

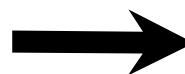
Υπενθύμιση: Ως τυπικό
αξονικό φορτίο ορίζεται
το μονοαξονικό φορτίο
8 t επί διπλών τροχών.



Έλεγχος δομικής επάρκειας εύκαμπτου οδοστρώματος



Γενικά, ο έλεγχος φθοράς του οδοστρώματος υπολογίζεται με βάση την αρχή του Miner:



$$d = \frac{n_{\text{προβλ}}}{N_{\epsilon\pi}} \leq 1$$