

Ειδικά για το σπλισμένο σκυρόδεμα, είναι απαραίτητη μία ακόμα παραδοχή που την συνεργασία του χάλυβα με το σκυρόδεμα. Αγωνώντας την πιθανή ολιγομερή των δύο υλικών, η συνήθης πρακτική είναι να θεωρείται ότι στην ίδια θέση απόσταση από τον ουδέτερο άξονα του στοιχείου, χάλυβας και ικλή αναπτύσσουν το ίδιο μέγεθος ορθής παραμόρφωσης, δηλαδή $\epsilon_c(y_c) = \epsilon_s(y_s)$.

5.1.3 Σχέσεις Τάσεων - Παραμορφώσεων

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορα μοντέλα που περιγράφουν την μη-μεταξύ ορθών τάσεων και ορθών παραμορφώσεων για τα δύο υλικά παραδείγματα παρατίθενται στο Κεφάλαιο 3). Για ομοιομορφία στις μελέτες Κανονισμός προσδιορίζει τα διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς για την διαστασιολόγηση στοιχείων αιχμη σκυροδέματος, με τα εξής χαρακτηριστικά:

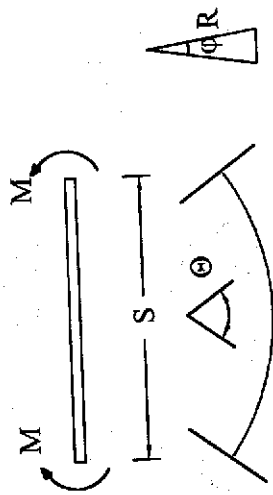
(1) Για το σκυρόδεμα (Σχήμα 5.5): Ο ανιόντας κλάδος του διαγράμματος, μέγιστη τάση, περιγράφεται από το κλασικό μοντέλο Hognestad (Κεφάλαιο 3) από αυτό το στάδιο η αντοχή διατηρείται σταθερή μέχρι κάποια οριακής παραμόρφωσης η οποία συμβολίζεται ως ϵ_{cu} . (Για υπολογισμούς διατηρών ως και ορθή δύναμη, $\epsilon_{cu} = 0.0035$, ενώ για υπολογισμούς διατηρών σε έλλιψη μόνοι κάμψη, $\epsilon_{cu} = 0.002$). Το διάγραμμα δεν συμπεριλαμβάνει την υπολειπόμενη αντοχή αντιστοιχεί στον φθίνοντα κλάδο της μηχανικής συμπεριφοράς του σκυροδέματος Βασική τροποποίηση από το αρχικό μοντέλο Hognestad είναι ότι ως οριζόντιο μέγιστη τάση) χρησιμοποιείται η λεγόμενη αντοχή σχεδίασμού, f_{td} η οποία προέρχεται από την χαρακτηριστική αντοχή f_{ck} μέσω του συντελεστή ασφαλείας γ_c (Κεφάλαιο 3) δηλ. $f_{td} = f_{ck}/\gamma_c$. Στις συνθήκες περιπτώσεις $\gamma_c = 1.5$, και εναλλακτικά αναφέρει συντελεστής αντοχής (material resistance factor).

$$\text{αν } \epsilon_c \leq \epsilon_{co} \quad \sigma_{cd} = 0.85 \cdot f_{cd} \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{co}} \right)^2 \right]$$

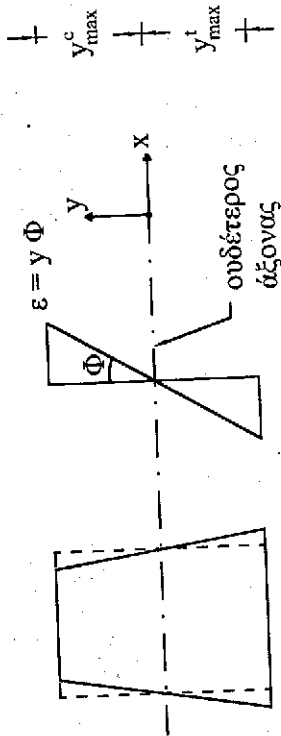
$$\text{αν } \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \quad \sigma_{cd} = 0.85 \cdot f_{cd}$$

$$\text{αν } \epsilon_{cu} \leq \epsilon_c \quad \sigma_{cd} = 0$$

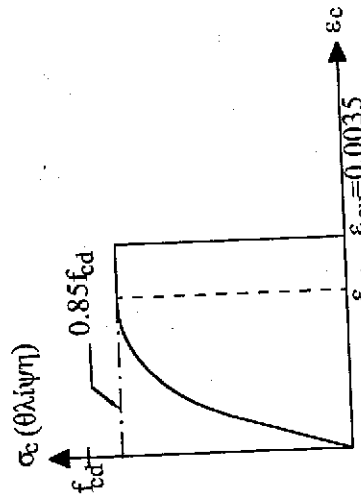
Η παραμόρφωση ϵ_{co} που αντιστοιχεί στην πραγματοποίηση της αντοχής λή



Σχήμα 5.3: Επιπεδότητα διατομών (υπόθεση Bernoulli)



Σχήμα 5.4: Παραμορφωτική κατάσταση διατομής (ορισμός καμπυλότητας)



Σχήμα 5.5: Διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος (Κανονιστικό)

συνήθως ως 0.002. Με αυτή την αντικατάσταση (δηλ. $\epsilon_{co}=0.002$) η εξίσωση που περιγράφει τον ανιόντα κλάδο (Εξ. 5.1) απλοποιείται σημαντικά:

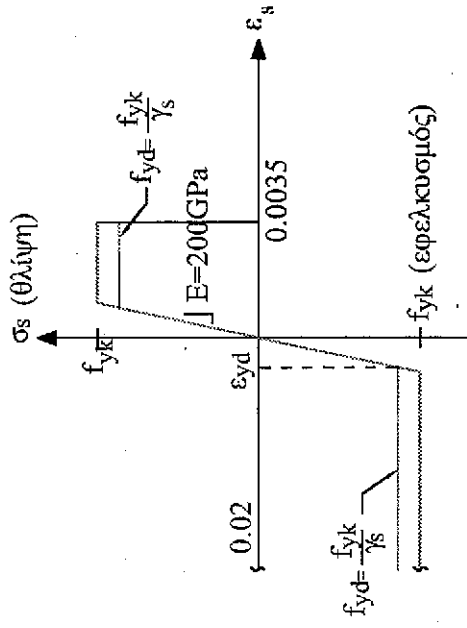
$$\text{για } \epsilon_s \leq 0.002 \quad \sigma_{cd} = 0.85 f_{cd} 1000 \epsilon_s (1 - 250 \epsilon_s) \quad (5.4)$$

Ο συντελεστής 0.85 είναι ένας ακόμη μειωτικός συντελεστής που λαμβάνει υπόψη την μείωση της ελλιπτικής αντοχής την οποία προκαλούν η μακροχρόνια και επαναλαμβανόμενη δράση των φορτίων - δηλαδή την κόπωση του υλικού (δεν είναι όμως συντελεστής ασφαλείας). Το διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων του Κανονισμού μπορεί να απλουστευθεί περαιτέρω, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.5, ανάλογα με το αντικείμενο του υπολογισμού. Σε καμιά περίπτωση όμως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας του σκυροδέματος, ή για πλαστική ανάλυση της κατασκευής.

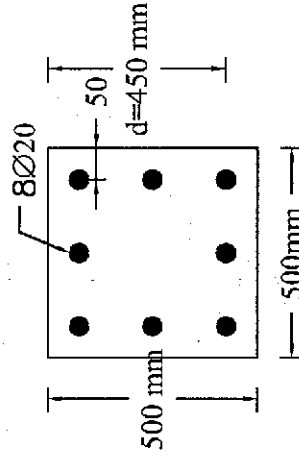
(2) Για τον χάλυβα (Σχήμα 5.6): Ο Νέος Κανονισμός υιοθετεί διγραμμικό (δηλ. ελαστοπλαστικό) διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων και για θλίψη και για εφελκυσμό. Και πάλι ως αντοχή χρησιμοποιεί την αντοχή σχεδιασμού f_{yk} , η οποία προκύπτει από την χαρακτηριστική αντοχή f_{yk} μέσω του συντελεστή ασφαλείας γ_s (Κεφάλαιο 2), δηλ. $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ (όπου γ_s είναι συνήθως 1.15 για τον χάλυβα). Η αρχική κλίση του διαγράμματος δεν επηρεάζεται από αυτή την μείωση αντοχής (δηλ. το μέτρο Ελαστικότητας λαμβάνεται ως 200 GPa), μειώνεται όμως ανάλογα η συμβατική παραμόρφωση διαρροής, δηλ. $\epsilon_{yd} = f_{yd} / 200000$. Στην κατεύθυνση της θλίψης επιβάλλεται η τιμή 0.0035 ως άνω όριο για την μέγιστη ελλιπτική παραμόρφωση του χάλυβα (η απόδοση του διαμήκους σπλισμού σ' αυτό το στάδιο επηρεάζεται από τον κίνδυνο λυγισμού). Αντίθετα, στην κατεύθυνση του εφελκυσμού η μέγιστη παραμόρφωση είναι 0.02 (και αντιστοιχεί σε αστοχία από θραύση του διαμήκους σπλισμού).

5.2 Η Διαδικασία της Ανάλυσης Μέσα από ένα Παράδειγμα:

Είδαμε ότι, σύμφωνα με τον Κανονισμό, η μέγιστη ελλιπτική παραμόρφωση που μπορεί να αναπτυχθεί σε μια διατομή στοιχείου από σπλισμένο σκυρόδεμα πριν την θραύση του σκυροδέματος στην θλιβόμενη ζώνη είναι 0.0035. Ας θεωρήσουμε ότι η ακραία θλιβόμενη ίνα στην ορθογωνική διατομή του υποστηλώματος (Σχήμα 5.7) βρίσκεται σ' αυτό το επίπεδο παραμόρφωσης. Οι παρακάτω τιμές είναι διάφορες εκδοχές για την



Σχήμα 5.6: Διγραμμικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβι (από Κανονισμό ΝΚΟΣ '95)



Σχήμα 5.7: Ορθογωνική διατομή υποστηλώματος

παραμόρφωση στην ακραία εφελκυσμένη ίνα (αρνητικές τιμές υποδηλώνουν εφελκυσμό για το σκυρόδεμα.) Η διατομή είναι ορθογωνική (τετράγωνη) με διάσταση πλευράς 500 mm, κατηγορία σκυροδέματος C25, και είναι περιμετρικά σπλισμένη με 8Φ20 - S400:

Πίνακας 5.1: Διάφορες τιμές για την ακραία εφελκυσμένη ίνα της διατομής ϵ_i .

(α)	-0.020	(ζ)	0.0
(β)	-0.008	(η)	0.0005
(γ)	-0.003	(θ)	0.001
(δ)	-0.002	(ι)	0.002
(ε)	-0.001		

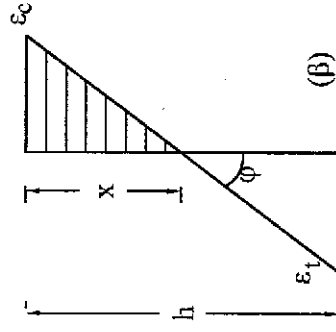
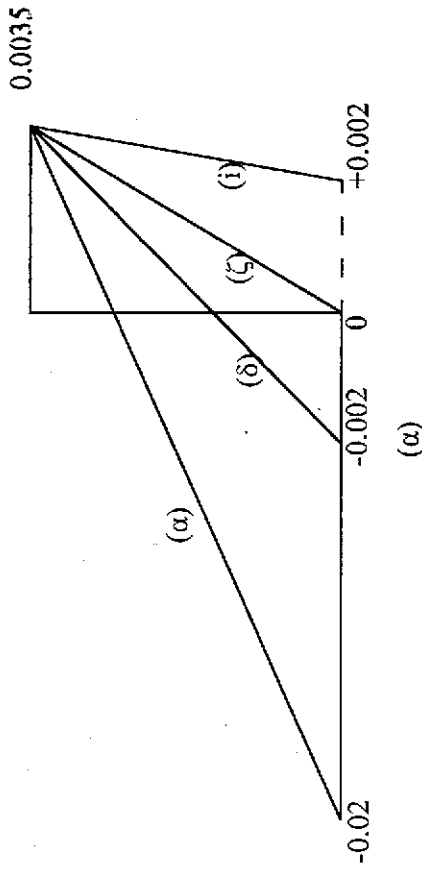
Χρησιμοποιώντας την παραδοχή της επιπεδότητας των διατομών οι εννέα περιπτώσεις του παραδείγματος αντιστοιχούν στα προφίλ παραμορφώσεων που φαίνονται στο Σχήμα 5.8. Είναι προφανές ότι κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις έχει διαφορετική θέση ουδέτερου άξονα. Για τον προσδιορισμό του ουδέτερου άξονα αρκεί να υπολογισθεί το ύψος της θλιβόμενης ζώνης σε κάθε περίπτωση, από την σχέση (Σχήμα 5.8),

$$X = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_i} \cdot h \quad (5.5)$$

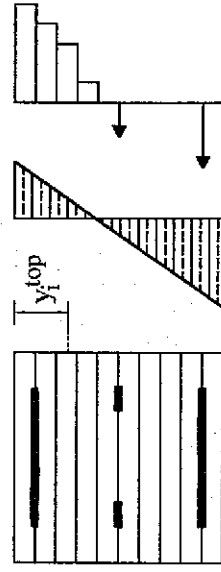
όπου h το συνολικό ύψος της διατομής, και ϵ_i η παραμόρφωση της ακραίας εφελκυσμένης ίνας της διατομής. Άρα, $\chi^{(α)} = 0.148h$, $\chi^{(β)} = 0.3h$, $\chi^{(γ)} = 0.53h$, $\chi^{(δ)} = 0.63h$, $\chi^{(ε)} = 0.77h$, $\chi^{(ζ)} = h$, $\chi^{(η)} = 1.16h$, $\chi^{(θ)} = 1.4h$, $\chi^{(ι)} = 2.33h$. Η περίπτωση $\chi^{(δ)} = h$ είναι χαρακτηριστική, γιατί σημαίνει ότι όλη η διατομή του στοιχείου βρίσκεται υπό θλίψη. Τιμές του $\chi/h > 1$ υποδηλώνουν ότι ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται έξω από την διατομή.

Η φυσική σημασία των παραπάνω περιπτώσεων γίνεται περισσότερο εμφανής όμως, αν υπολογισθεί ο συνδιασμός των εντατικών μεγεθών (M και N) που προκαλούν τις αντίστοιχες κατανομές παραμορφώσεων στην διατομή του στοιχείου. Για τον σκοπό αυτό θα πρέπει να εξασφαλισθεί η ισορροπία δυνάμεων. Η διαδικασία που ακολουθείται δίνεται από τα εξής βήματα:

1. Από την κατανομή των παραμορφώσεων, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων υπολογίζονται οι τάσεις σε κάθε σημείο της διατομής.
2. Η συνιστάμενη θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος βρίσκεται με ολοκλήρωση των τάσεων στη θλιβόμενη ζώνη.
3. Συνήθως αγνοείται η συμμετοχή του σκυροδέματος στην παραλαβή εφελκυσμού - άρα οι εφελκυστικές τάσεις στο σκυρόδεμα θεωρούνται ως μηδέν.
4. Η συνιστάμενη θλιπτική δύναμη του τυχόν θλιβόμενου σπλισμού υπολογίζεται



Σχήμα 5.8: α) Προφίλ παραμορφώσεων διατομής β) Συμβολισμοί σε διατομή



Σχήμα 5.9: Χωρισμός διατομής σε layers

αξονική δύναμη που δρα στην διατομή. Για την περίπτωση (β) η συνισταμένη αξονική δύναμη είναι **674 kN**.

Το γινόμενο (τάση \times εμβαδόν φέτας \times απόσταση Κ.Β. της φέτας από το Κ.Β. της διατομής) είναι η συνισταμένη ροπή της κάθε φέτας ως προς το Κ.Β. ολόκληρης της διατομής (δηλαδή: $2\eta \sigma\eta\lambda\lambda\eta \times 5\eta \sigma\eta\lambda\lambda\eta \times (3\eta \sigma\eta\lambda\lambda\eta - 0.5h) = 7\eta \sigma\eta\lambda\lambda\eta$). Το αλγεβρικό άθροισμα όλων αυτών των επί μέρους ροπών είναι η συνισταμένη ροπή της διατομής. Στην περίπτωση (β) η συνισταμένη ροπή είναι **302.15 kN-m**.

Ο συνδιασμός αξονικής δύναμης και ροπής (674 kN, 302.15 kN-m) αντιστοιχεί στο δεδομένο προφίλ παραμορφώσεων στην διατομή του παραδείγματος - δηλαδή 0.0035 στην ακραία θλιβόμενη ίνα, και -0.008 στην ακραία εφελκυσμένη ίνα. Ο συνδιασμός αυτός αλλάζει ανάλογα με το προφίλ των παραμορφώσεων, δίνοντας μία διαφορετική λύση για κάθε περίπτωση. Στο δεξί μέρος του Πίνακα δίνονται συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τις εννέα περιπτώσεις που αναλύθηκαν. Παρατηρούνται τα εξής σημαντικά σημεία:

Δεδομένης της θλιπτικής παραμόρφωσης στην ακραία θλιβόμενη ίνα ($=0.0035$):

- Η καμπυλότητα μειώνεται καθώς μειώνεται η εφελκυστική παραμόρφωση στην ακραία εφελκυσμένη ίνα.
- Όσο μειώνεται η καμπυλότητα η κατανομή των παραμορφώσεων στη διατομή τείνει να γίνει ομοιόμορφη θλιπτική. Το αξονικό φορτίο (θλιπτικό) αυξάνεται, και τείνει οριακά στην αντοχή της διατομής σε κεντρική θλίψη, η οποία υπολογίζεται ως $N_0 = A_s f_{yd} + A_c f_{cd}$. Για το παράδειγμά μας $N_0 = 4422 \text{ kN}$.
- Όσο μεγαλύτερη η καμπυλότητα, τόσο μειώνεται το ύψος της θλιβόμενης ζώνης, και τόσο μεγαλύτερη η μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση στο απέναντι άκρο της διατομής. Στην ακραία περίπτωση του παραδείγματος όπου $\epsilon_s^{\max} = -0.02$, το αξονικό φορτίο τείνει να μηδενισθεί, ενώ η εντατική κατάσταση αντιστοιχεί σε "καθαρή κάμψη" (δηλ. $N=0$, $M = T \cdot z = C \cdot z$).

5.3 Η Έννοια του Διανράξιματος Αλληλεπίδρασης

Στο γράφημα του Σχήματος 5.10 δίνονται οι συνδιασμοί (N,M) που υπολογίσθηκαν για το παράδειγμα. Το διάγραμμα αυτό αντιστοιχεί σε αστοχία του σκυροδέματος στην θλιβόμενη ζώνη, ($\epsilon_s^{\max} = 0.0035$) που μπορεί και να συνοδεύεται με ταυτόχρονη διαρροή του εφελκυσμένου σπλισμού ($\epsilon_s^{\max} > \epsilon_s$). Άρα το γράφημα αυτό είναι στην

διατομή, για θλίψη απλής εκκενρότητας (δηλαδή συνδιασμό θλίψης και ροπής περι έναν κύριο άξονα της διατομής). Κάθε διατομή έχει μια χαρακτηριστική περιβάλλουσα αστοχίας. Η περιβάλλουσα είναι γνωστή και ως Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης M και N. Κάθε σημείο της περιβάλλουσας αντιστοιχεί σε αστοχία ενός εκ των δύο υλικών κάτω από έναν διαφορετικό συνδιασμό N,M.

Παρατηρείται ότι χρησιμοποιήσαμε εναλλακτικά τους όρους θλίψη απλής εκκενρότητας και συνδιασμός θλίψης και ροπής. Είναι προφανές ότι ο συνδιασμός (N, M), ο οποίος έχει οριστεί ως προς το κέντρο βάρους της διατομής, είναι στατικά ισοδύναμος με (N) αξονικό φορτίο N μετατοπισμένο ως προς το κέντρο βάρους της διατομής και έναν διάστημα $e = MIN$ το οποίο ονομάζεται εκκενρότητα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.11. Άρα και άλλοι σχετικοί όροι όπως κάμψη και ορθή δύναμη και έκκεντρη ορθή δύναμη είναι ταυτόσημοι. Η βασική διαφορά από την εντατική κατάσταση της καθαρής κάμψης είναι ότι στην ειδική αυτή περίπτωση η ροπή, η οποία προκύπτει από ζεύγος εξορροπούμενων εσωτερικών δυνάμεων, είναι ανεξάρτητη του σημείου αναφοράς, και άρα δεν απαιτεί για τον υπολογισμό της τον προσδιορισμό προηγούμενης του κέντρου βάρους της διατομής, όπως θα απαιτούσε η γενικότερη περίπτωση (N,M).

5.4 Το Χαρακτηριστικό Σημείο της Ισορροπίας Διατομής

Σημειώνεται εδώ ότι καθώς μειώνεται η καμπυλότητα και αυξάνεται το αξονικό φορτίο η καμπτική ροπή που δρα στην διατομή επίσης αυξάνεται, μέχρι κάποια οριακή τιμή. Η οριακή αυτή τιμή αντιστοιχεί περίπου στην περίπτωση (δ), δηλαδή στο στάδιο όπου ο εφελκυσμένος σπλισμός μπαίνει στο στάδιο της διαρροής. Αν ο σπλισμός διαρραθεί ενώ ταυτόχρονα το σκυρόδεμα βρίσκεται στην οριακή θλιπτική παραμόρφωση του 0.0035 θεωρούμε ότι η διατομή είναι "ισόρροπη" (balanced), και οι συντεταγμένες (N, M) σ' αυτή την περίπτωση χαρακτηρίζονται ως (N_{bal} , M_{bal}). Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.10, για θλιπτικά αξονικά φορτία μεγαλύτερα του N_{bal} , η φέρουσα ικανότητα της διατομής σε κάμψη μειώνεται σταδιακά, και μηδενίζεται όταν $N = N_0$.

Βασικό χαρακτηριστικό που αφορά στην ισόρροπη διατομή είναι ότι η καμπυλότητα και το ύψος της θλιβόμενης ζώνης είναι γνωστά a-priori χωρίς πρόσθετους υπολογισμούς (Σχήμα 5.12), δηλαδή:

1. Προσδιορισμός Nbal & Mbal

Γεωμετρία		Υλικά			strains				
h(mm)=	500	C	16.0	fcd=	10.67	εc=	0.0035	φ=	0.00001334
bb(mm)=	500	S	500.0	fyd=	434.78	εs1=	-0.00237	x=	262.35
c(mm)=	60			εyd=	0.00217				

c μέχρι το Κ.Β. σπλισμού

$$N(kN) = 1067 = 0.4A_c \cdot f_{cd}$$

Concrete layers= 25 layer thickness= 20.0

Concrete	Ac (mm ²)	yi-top(mm)	layer strain	stress (MPa)	layer force(KN)	layer moment (KNm)	Ntotal (KN) 1066.8568	Mtotal (KNm) 355.6498914
layer # 1	10000	10.00	0.003366591	5.686478099	56.86478099	13.64754744		
layer # 2	10000	30.00	0.003099773	7.441333196	74.41333196	16.37093303		
layer # 3	10000	50.00	0.002832955	8.816497934	88.16497934	17.63299587		
layer # 4	10000	70.00	0.002566136	9.811972314	98.11972314	17.66155017		
layer # 5	10000	90.00	0.002299318	10.42775634	104.2775634	16.68441014		
layer # 6	10000	110.00	0.0020325	10.66385	106.6385	14.92939		
layer # 7	10000	130.00	0.001765682	10.52025331	105.2025331	12.62430397		
layer # 8	10000	150.00	0.001498864	9.996966253	99.96966253	9.996966253		
layer # 9	10000	170.00	0.001232045	9.093988843	90.93988843	7.275191074		
layer # 10	10000	190.00	0.000965227	7.811321074	78.11321074	4.686792645		
layer # 11	10000	210.00	0.000698409	6.148962948	61.48962948	2.459585179		
layer # 12	10000	230.00	0.000431591	4.106914463	41.06914463	0.821382893		
layer # 13	10000	250.00	0.000164773	1.68517562	16.8517562	0		
layer # 14	10000	270.00	-0.00010205	0	0	0		
layer # 15	10000	290.00	-0.00036886	0	0	0		
layer # 16	10000	310.00	-0.00063568	0	0	0		
layer # 17	10000	330.00	-0.0009025	0	0	0		
layer # 18	10000	350.00	-0.00116932	0	0	0		
layer # 19	10000	370.00	-0.00143614	0	0	0		
layer # 20	10000	390.00	-0.00170295	0	0	0		
layer # 21	10000	410.00	-0.00196977	0	0	0		
layer # 22	10000	430.00	-0.00223659	0	0	0		
layer # 23	10000	450.00	-0.00250341	0	0	0		
layer # 24	10000	470.00	-0.00277023	0	0	0		
layer # 25	10000	490.00	-0.00303705	0	0	0		
steel	As (mm ²)	yi-top(mm)	layer strain	stress (MPa)	layer force(KN)	layer moment (KNm)		
4#20	1256	60	0.002699545	434.8	546.0869565	103.7565217		
2#20	628	186	0.001018591	203.7	127.9350182	8.187841164		
2#20	628	312	-0.00066236	-132.5	-83.19287273	5.157958109		
4#20	1256	440	-0.00237	-434.8	-546.0869565	103.7565217		

Fc= 1022.114704
 Fsc= 674.0219747
 Fst= -629.2798292
 a= 104.9403748
 jd= 347.4105622

θέση θλιβ. Δύναμης